

(昭和 46 年 5 月日本造船学会春季講演会において講演)

二軸曲げを受ける柱の弾塑性解析 (その 3)

近似解析法による崩壊荷重の推定について

正員 藤 田 譲* 正員 吉 田 宏 一 郎*
正員 大 勝 孝 司**

Elasto-plastic Analysis of Column Subjected to Bi-axial Bending

by Fujita Yuzuru, *Member* Yoshida Koichiro, *Member*
Ohkatsu Takashi, *Member*

Summary

In the previous papers, a relatively rigorous theory was presented with respect to the elasto-plastic behaviours of bi-axial bending beam-columns. An approximate analysis deals with the same problem as above and a relatively simple interaction formula is proposed for the maximum values of forces and bi-moments. The formula simultaneously takes into account the danger of plastic collapse by bending and that of buckling by torsion-bending. It gives safety with respect to the results of theory and those of tests.

1 緒 言

軸力と一軸曲げ又は二軸曲げを受けるビームカラムの最高強度を求めるには、柱が弾性座屈する場合を除いて、一般には前報で取扱った如くに弾塑性挙動を考慮しなくてはならない。前にも述べた通り塑性域にあるビームカラムは断面剛性が荷重の函数として変化し、柱軸に沿つても不均一に分布している。弾塑性状態にある断面の剛性を荷重状態の関数として厳密でしかも簡便な解析表示することは難かしく、又任意の剛性分布を有する柱の挙動を純解析的な閉じられた式で表示することも容易ではない。両方の困難があいまつて前報に示す通り弾塑性挙動は荷重増分法に基づき、差分法を応用した数値解析を行なつてきている。前報の解析において、部材が崩壊する時の条件式は係数行列式=0 として与えられている。しかし、その条件式より直ちに崩壊荷重が定まる性質のものではなく、崩壊荷重に達するまでの挙動を追跡した後初めてその値が定まるものである。数値解法による挙動解析を行なう場合、ビームカラムの崩壊荷重相関線を求める為には、数多くの数値解析例を必要とし、時間と労力は多大なものとなる。一軸曲げを受けるビームカラムの問題に対する Massonnet の相関公式⁴⁾は理論的説明が与えられており、実験結果ともよく一致している。二軸曲げを受ける場合に対しても同様の式を修正して提案している例⁴⁻⁶⁾がある。荷重条件によつては、実験とよく一致する場合があることを報告⁶⁾している。著者の二軸曲げ実験によると、それらの提案式の崩壊荷重値と必らずしも一致しないことがわかつた。二軸曲げを受けるビームカラムに対して従来提案された相関公式は理論的根拠が十分に与えられていないので、本報において別の角度から近似的に相関公式を導くことを試みる。

2 弾塑性曲げ振れ崩壊の近似解析

崩壊荷重の相関公式を求める為に断面剛性の定義を近似的ながら解析表示で与え、さらに柱軸上の剛性分布を近似的に等価な一様分布で置き換える。そのような近似化を行なつて、解析的な崩壊条件式より荷重の相関公式を定める。

* 東京大学工学部

** 東海大学工学部

2.1 断面剛性の近似

断面剛性は一般化された応力（軸力，曲げ，捩りモーメント）増分と一般化された歪（平均歪，撓み曲率，捩れ角の曲率）増分との間の線型関係式の係数であり，一般化された応力-歪間の Hook 則を表わしている。材料の塑性特性が等方性，異方性，歪硬化材，非硬化材であるを問わず，一般化応力-歪の特性は異方性歪硬化型であることに注目しよう。塑性学でよく知られる物理量としての応力 σ 成分と歪 ϵ 成分との関係に対する考え方を拡張して，一般化応力-歪関係に適用することを試みる。歪硬化材の応力-歪関係は，相当応力，相当歪及び歪硬化係数の概念を用いて，降伏条件と共に各段階の応力状態に対して決定される。この場合，塑性域に於ける相当応力（歪）は，同一の塑性状態にある応力（歪）場の相関面を表わしている。一般化応力-歪関係の場合，塑性異方性の歪硬化型となつているので，材料に関して塑性学で論ずる程の厳密性を要求することは，式の誘導が複雑を極め本報の意図に反する。従つて，簡略な解析的表示を得べく近似化する。断面に加わる一般化応力 Q_i によつて断面内に降伏を開始する Q_i の相関面を $F_Y(Q_i)$ とする。 F_Y 面上及びその内側の荷重状態では，断面剛性は純弾性の値に等しい。降伏を開始した後の荷重状態に於いて，断面剛性の既知な荷重状態があれば，その荷重状態に対する相関面と断面剛性の値を用いて任意の塑性域に於ける荷重状態に対して歪硬化型の降伏面を考え，断面剛性が決定される。 F_Y 面は弾性解析より明らかである。ここでは一般化応力として N, M_x, M_y を考えることにすれば平面となる。

$$F_Y \equiv \left| \frac{N}{N_P} \right| + \left| \frac{M_x}{M_{Yx}} \right| + \left| \frac{M_y}{M_{Yy}} \right| - 1 = 0 \quad (1)$$

塑性域に於いて，剛性の既知な応力状態としては，完全弾塑性材料の場合に全断面塑性状態を考えることができる。構造塑性設計¹²⁾でよく知られるように，

$$F_P \equiv \left(\frac{N}{N_P} \right)^2 + \left(\frac{M_x}{M_{Px}} \right)^2 + \left(\frac{M_y}{M_{Py}} \right)^2 - 1 = 0 \quad (2)$$

である。ここで，記号は

$$N_P = \sigma_Y \cdot A \quad (= P_P)$$

$$M_{Yx}, M_{Yy} \quad \text{純曲げによる降伏開始荷重}$$

$$M_{Px}, M_{Py} \quad \text{純曲げによる全断面降伏荷重}$$

である。歪硬化域にある任意の荷重状態に対する降伏面は，塑性進行の度合を表わす助変数 t を用いて，

$$F \equiv F_Y(1-t) + t \cdot F_P = 0 \quad (3)$$

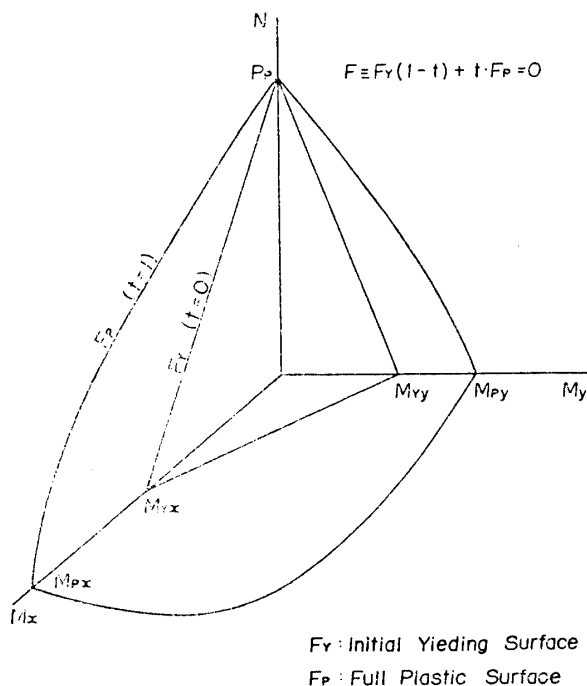


Fig. 1 二軸曲げを受ける断面の塑性相関面

$$0 \leq t \leq 1 \quad \begin{cases} F_Y \leq 0 \text{ の時 } t=0 \\ F_P = 0 \text{ の時 } t=1 \end{cases}$$

と近似される。この関係を Fig. 1 に示す。従つて， t 一定に対する降伏曲面は一般に楕円面であり， $t=0$ の極限（弾性域及び初期降伏面）に於いて平面となつてい。前にも述べた通り断面剛性は一般化応力の一般化歪による偏微分係数であつた。これらの断面剛性と一般化歪の関係を Fig. 2 に図示している。純曲げを受ける断面の場合には，一般化応力と一般化歪とし

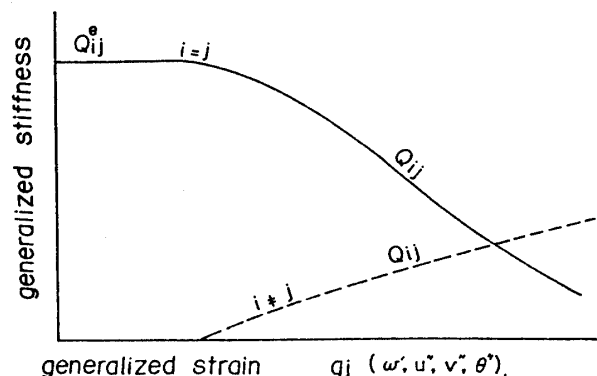
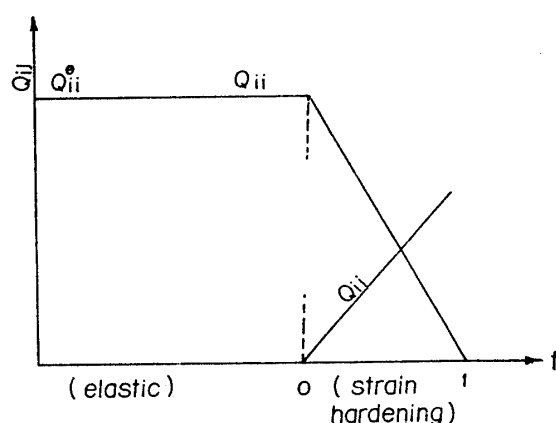


Fig. 2 断面剛性対一般化歪の関係

ては曲げモーメントと曲率に対応している。その時には断面剛性は曲げ剛性のみを考慮すればよい。多成分の一般化応力を受ける場合、断面剛性と一般化歪の関係図 Fig. 2 を見てもわかるように、断面剛性 Q_{ij} は、 $i=j$ の場合と $i \neq j$ の場合とで事情が異なる。 $i=j$ の場合には、塑性進行と共に Q_{ij} の絶対値は単調減少する。他方 $i \neq j$ の場合には、 Q_{ij} は弾性域では 0 に等しく、塑性進行と共にその絶対値が増加する。一成分の問題では $i=j$ に対応する関係である。この点に留意して、多成分の断面剛性は、塑性パラメータ t を用いて直線近似される。この関係を Fig. 3 に示す。弾塑性状態にある一般的な断面剛性は前報の (10), (15) 式等で定義される $Q_{ij}(i, j=1, 2, 3, 4)$ 及び Q_5, Q_6 である。その近似式は

Fig. 3 塑性パラメータ t と断面剛性

$$Q_{ij} = \begin{cases} (1-t) \cdot {}_0Q_{ij} & i=j \\ s_n \cdot t \cdot {}_0Q_{ij} & i \neq j \end{cases}$$

$$Q_5 = (1-t)G \cdot K, \quad Q_6 = (1-t)(P \cdot r_s^2 - \beta_x M_x + \beta_y M_y)$$

$$[{}_0Q_{ij}] = E \begin{bmatrix} A & -\sqrt{AI_y} & -\sqrt{AI_x} & \sqrt{AI_\omega} \\ -\sqrt{AI_y} & I_y & -\sqrt{I_x I_y} & \sqrt{I_y I_\omega} \\ \sqrt{AI_x} & \sqrt{I_x I_y} & -I_x & -\sqrt{I_x I_\omega} \\ \sqrt{AI_\omega} & \sqrt{I_y I_\omega} & \sqrt{I_x I_\omega} & I_\omega \end{bmatrix} \quad (4)$$

である。ここで

$$s_n = \text{sign}(N \times M_x \times M_y) \quad \text{符号関数} \quad (5)$$

として、薄肉断面内の Warping 分布は、第 1, 3 象限で負、第 2, 4 象限で正となるものを想定している。他の場合には、 I_ω を含む項の符号を適当に変更すればよい。以後の理論解説において、 N は負 (圧縮)、 M_x は負、 M_y は正である場合を扱い、 s_n は +1 とする。以上で、一般的な断面剛性と荷重の関係が塑性パラメータ t を用いて線型表示された。この剛性近似式を用いてビームカラムの弾塑性問題を解析することができる。しかしながら軸長に沿って剛性の変化する場合を正確に解くことは式の操作が複雑になるだけであるので、軸長に沿った分布を平均化して相当剛性を求めれば一様剛性のビームカラム問題に単純化できる。これは塑性パラメータ t の分布を平均化することを意味しているので、 t を定義する (3) において、 N, M_x, M_y 荷重に適当な平均値を代入すればよい。任意の端部荷重に対して弾性解析で得られる断面力分布の中で最大値を断面力の平均値とすることにすれば、近似的に十分である。簡単にするために、振りを無視した解析を用いることにする。両端単純支持の場合には、中央断面で最大の荷重 (M_{ym}, M_{xm}) となり

$$\left. \begin{aligned} M_{ym} &= \frac{M_y}{1-P/P_y^e} & P_y^e &= \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 EI_y \\ M_{xm} &= \frac{M_x}{1-P/P_x^e} & P_x^e &= \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 EI_x \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

である。この断面力 (P, M_{ym}, M_{xm}) を (1), (2) 式に代入すると、等価塑性パラメータ t_{eq} は (3) 式より定まる。以下の理論において記号を簡単にするため $t \equiv t_{eq}$ である t を用いて書く。以上の準備を終えて、一様剛性の柱の曲げ捩れ崩壊問題を取扱う。

2.2 弾塑性崩壊の近似相関公式

両端部に軸力 P と等二軸曲げ M_x, M_y を受ける一様剛性の柱の平衡方程式は前報の (17) 式で $M_z = M_{x2} = M_{y2} = 0$ において得られる。微小変形であるとして $\theta' dq_j, u' dv, v' du$ 等の高次微小量は省略し、一様剛性を考慮して微分するならば式は簡略となる。更に前報の (17) 式の第 1 式 (軸力の釣合式) を用いて残る 3 式より dq_1 を消去することができる。両端単純支持の場合、崩壊時の撓み形を

$$du = du_2 \sin \frac{\pi z}{l}, \quad dv = du_3 \sin \frac{\pi z}{l}, \quad d\theta = du_4 \sin \frac{\pi z}{l} \quad (7)$$

と仮定する。その時、崩壊の条件は荷重増分 (dP, dM_x, dM_y) = 0 において得られる斉次方程式で $du_j (j=2, 3, 4)$

が有意解を持つ条件より定める。斉次式で du_j に関する係数行列式 $=0$ がその条件であるから、剛性近似の(4)式を代入して次式を得る。

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1-2t}{1-t}P_y^e + P & \frac{t}{1-t}\sqrt{P_x^e P_y^e} & \frac{t}{1-t}\sqrt{P_y^e P_\omega^e} + M_x + Py_0 \\ -\frac{t}{1-t}\sqrt{P_x^e P_y^e} & \frac{1-2t}{1-t}P_x^e - P & \frac{-t}{1-t}\sqrt{P_x^e P_\omega^e} - M_y + Px_0 \\ -\frac{t}{1-t}\sqrt{P_y^e P_\omega^e} - M_x - Py_0 & \frac{-t}{1-t}\sqrt{P_x^e P_\omega^e} - M_y + Px_0 & \frac{1-2t}{1-t}P_\omega^e + (1-t)(GK - Pr_s^2 + \beta_x M_x - \beta_y M_y) \end{pmatrix} = 0 \quad (8)$$

ただし

$$P_y^e = \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 EI_y, \quad P_x^e = \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 EI_x, \quad P_\omega^e = \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 EI_\omega \quad (9)$$

である。(8)式が弾塑性曲げ捩り崩壊の条件である。他の境界条件(例えば両端固定)に対してはその場合のオイラー座屈値 P_y^e, P_x^e, P_ω^e を用いることにすれば(8)式がそのまま使用できる。 t が微小である場合、即ち細長比が比較的に大きく塑性の進行がわずかな状態で崩壊する場合に相当する。 $t=0$ ならば上式は、

$$A = \begin{bmatrix} -P_y^e + P & 0 & M_x + Py_0 \\ 0 & P_x^e - P & -M_y + Px_0 \\ -M_x - Py_0 & -M_y + Px_0 & (P_T^e - P)r_s^2 + \beta_x M_x - \beta_y M_y \end{bmatrix} = 0 \quad (10)$$

ただし

$$P_T^e = \frac{1}{r_s^2} (P_\omega^e + GK) \quad \text{純捩れ座屈荷重} \quad (11)$$

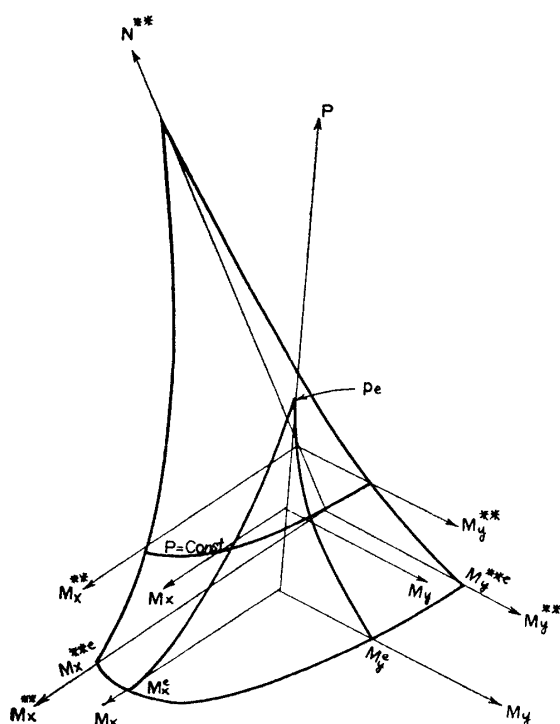


Fig. 4 弾性不安定限界荷重相関面

N^{**} 線は

$$P = \frac{-M_x + \frac{\beta_x}{2}}{y_0 + \frac{1}{2}\beta_x} P_y^e = \frac{M_y + \frac{\beta_y}{2}}{x_0 + \frac{1}{2}\beta_y} P_x^e$$

$$\frac{(M_x^{**})^2}{(1-P/P_y^e)\left\{(M_x^{**e})^2 + \frac{\beta_y^2}{4}P_x^e P_y^e\right\}} + \frac{(M_y^{**})^2}{(1-P/P_x^e)\left\{(M_y^{**e})^2 + \frac{\beta_x^2}{4}P_x^e P_y^e\right\}} - \{1 - P\bar{r}^2/\bar{P}_T^e\} = 0 \quad (16)$$

となつて、弾性曲げ捩れ座屈崩壊の条件式と一致する。塑性曲げ捩れ崩壊の相関式を導く際に、この弾性崩壊の相関式は重要な指針を与える。(10)式は弾性崩壊荷重の相関曲面を与え Fig. 4 に示される。この曲面の幾何学的性質を調べる。 P 軸との交点は一様圧縮荷重による座屈荷重 P^e であり、 M_x, M_y 軸との交点は梁の横倒れ座屈荷重 M_x^e, M_y^e である。 P^e, M_x^e, M_y^e の値はそれぞれ次式の根となつている。

$$(Py_0)^2(P_x^e - P) + (Px_0)^2(P_y^e - P) - (P_x^e - P)(P_y^e - P)(P_T^e - P)r_s^2 = 0 \quad (12)$$

$$M_x^2 - P_y^e \beta_x M_x - P_y^e P_T^e r_s^2 = 0 \quad (13)$$

$$M_y^2 + P_x^e \beta_y M_y - P_x^e P_T^e r_s^2 = 0 \quad (14)$$

いま、剪断中心点 (x_0, y_0) 周りのモーメント M_x^*, M_y^* にある一定値を加えた一般的なモーメント M_x^{**}, M_y^{**}

$$\left. \begin{aligned} M_x^{**} &= M_x + P\left(y_0 + \frac{1}{2}\beta_x\right) - \frac{1}{2}\beta_x P_y^e \\ M_y^{**} &= M_y - P\left(x_0 + \frac{1}{2}\beta_y\right) + \frac{1}{2}\beta_y P_x^e \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

をモーメント軸として、 P 軸と共に直交座標系を作り(10)式を変形すると

ただし

$$\left. \begin{aligned} \bar{P}_T^e &= P_T^e r_s^2 + \frac{\beta_x^2}{4} P_y^e + \frac{\beta_y^2}{4} P_x^e \\ \bar{r}^2 &= r_s^2 + \frac{\beta_x^2}{4} + \frac{\beta_y^2}{4} + y_0 \beta_x + x_0 \beta_y \\ M_x^{**e} &= M_x^e - \frac{1}{2} \beta_x P_y^e, \quad M_y^{**e} = M_y^e + \frac{1}{2} \beta_y P_x^e \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

である。これは P = 一定に対する断面形が楕円形であること、母線が双曲線であることを意味している。崩壊面は双曲線型の楕円円錐面で示される。なお、 M_x^{**e}, M_y^{**e} は $P=0$ で M_x^{**} 又は M_y^{**} のみ加わる時の弾性座屈値である。 $\bar{P}_T^e/\bar{r}^2$ はある一般的な捩れ座屈荷重を意味する。この崩壊面を内接近似する。

$$P^e \leq P_x^e, P_y^e, \bar{P}_T^e/\bar{r}^2$$

であるから、(16)式の内接近似式は

$$\left(\frac{M_x^{**}}{M_x^{**e}} \right)^2 + \left(\frac{M_y^{**}}{M_y^{**e}} \right)^2 - \left(1 - \frac{P}{P^e} \right)^2 = 0 \quad (18)$$

となる。二軸対称断面では $M_x = M_x^{**}, M_y = M_y^{**}$ であるから、(18)式で**印を取り除いた式が崩壊の近似式となる。一般的な弾塑性崩壊面の問題に戻る。(8)式の条件式は、その中の $t (=t_{eq})$ に(3)式を代入することにより、外荷重 P, M_x, M_y に関する完全な曲げ捩り崩壊の条件式となる。これは別の方法によつて考えることもできる。 t をパラメータとして、 t = 一定に対する(8)式の曲面と(3)式の曲面との交線を求め、 t を0から1まで変化させるならば、交線の軌跡は曲げ捩り崩壊荷重の相関曲面となる。 t = 一定に対する(8)式の曲面が(18)式の曲面と類似形であることは、式の比較をすれば明らかである。ただし、前者の曲面では、 P = 一定の断面が M_x, M_y に関して近似的な楕円であること、又その擬似楕円の主軸が M_x, M_y 軸と平行ではなく回転していること ($\because M_x M_y$ 項の存在より明か)、更にその主軸が必ずしも直交していないこともわかる。しかし、一軸曲げ問題に当る $P-M_x, P-M_y$ 曲線が近似的に双曲線であることは式の形からわかる。他方、 $t (=t_{eq})$ 一定に対して、荷重条件の(3)式が楕円球であることは Fig. 1 より明かである。これらの点に考慮を払つて、(8)式の曲面と(3)式の曲面との交線の軌跡、即ち弾塑性曲げ捩り崩壊荷重曲面はその特別な場合である(18)式からも類推される次式に近似される。一般的な断面に対しては

$$\left[\frac{M_x^{**}}{M_{xu}^{**}(1-P/P_x^e)} \right]^2 + \left[\frac{M_y^{**}}{M_{yu}^{**}(1-P/P_y^e)} \right]^2 - [1 - P/P_u]^2 = 0 \quad (19)$$

ただし

$$M_{xu}^{**}, M_{yu}^{**}$$

単一曲げ荷重 (M_x^{**}, M_y^{**}) の最高荷重

P_u 軸力のみによる最高荷重

である。二軸対称断面では

$$\left[\frac{M_x}{M_{xu}(1-P/P_x^e)} \right]^2 + \left[\frac{M_y}{M_{yu}(1-P/P_y^e)} \right]^2 - [1 - P/P_u]^2 = 0 \quad (20)$$

である。弾性崩壊の式(18)と比較して、 M_{xu}, M_{yu} は M_x^e, M_y^e に対応している。曲げモーメントの項に $(1 - P/P_x^e)$ 等の係数が付いていることに注意したい。その意味は助変数 t を定める際にモーメントの平均値(柱長に沿つて)を用いたのに対応している。(20)式は又一軸曲げ問題をも包含している。その場合には Massonnet³⁾ の提案式と同一となる。この崩壊荷重曲面の定点である M_{xu}, M_{yu} の値はより精密な解析^{2,7,9)}により求めておけばよい。近似的には CRC⁴⁾ 或いは日本溶接協会 PD 委⁵⁾の提案式に使用される値を用いれば便利である。Massonnet³⁾ の一軸曲げ崩壊近似式を拡張修正した CRC⁴⁾ および日本溶接協会⁵⁾の提案による二軸曲げの崩壊近似式

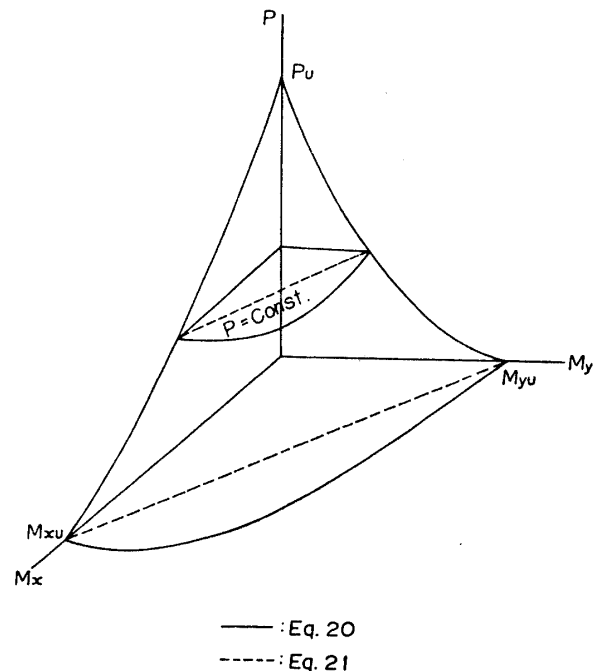


Fig. 5 二軸曲げを受ける柱の弾塑性曲げ捩り崩壊相関面

は

$$\frac{P}{P_u} + \frac{M_x}{M_{xu}(1-P/P_x^e)} + \frac{M_y}{M_{yu}(1-P/P_y^e)} - 1 = 0 \quad (21)$$

である。これは P —一定の断面形が直線であることを示している。著者らの (20) 式と比較すれば、CRC の式はより安全側の近似であることがわかる。又、(20) 式は、 P —一定の断面に対して次のように変形すれば近似度が上がる。

$$\left(\frac{M_x}{M_{pcxu}}\right)^2 + \left(\frac{M_y}{M_{pcyu}}\right)^2 - 1 = 0 \quad (22)$$

M_{pcxu}, M_{pcyu} 軸力 (P —一定) と一軸曲げによる最高荷重

M_{pcxu}, M_{pcyu} の値も精確には曲げ振れ座屈値^{2,8)}として求めなくてはならないけれども、略近似的には塑性曲げ崩壊荷重と考え、CDC 法 (本計算において荷重経路 LP=1, 2 に対する計算用にサブプログラムされている。文献(13)にはチャートが用意されている) を用いて求めることもできる。この場合の計算値が Fig. 6 の E_q 22 である。同図には (20) 式、(21) 式および前報の数値解析解と実験結果等が示してある。(22) 式の近似の良さがわかる。

3 実験値および厳密解との比較

前報^{1,2)}において比較的厳密な数値解析と実験結果との対比が数例示してある。そこで示した以外にも実験を行なっているので、著者らの行なつた二軸曲げ柱の実験の全結果とその前報による解析解を再録する。Table 1 に試験体の寸法と、Table 2 にその実験結果と解析値との対比が示される。なお、表中の LP は荷重経路を意味し、LP=1, 2, 3 は軸力一定の条件下に於いてモーメントが変化する場合であつて、LP=4, 4* は二軸偏心圧縮荷重の場合である。前報^{1,2)}の解析解は実験結果とよく一致している。Fig. 6 には軸力一定下の崩壊モーメントを

Table 1 試験体寸法、材料定数表

No.	b mm	d mm	t_f mm	t_w mm	l mm	A mm ²	I_x 10 ⁶ mm ⁴	I_y 10 ⁶ mm ⁴	I_w 10 ⁹ mm ⁶	K 10 ⁵ mm ⁴	l/r_x	l/r_y	E 10 ⁵ kg/mm ²	σ_y kg/mm ²	L P
T-1	74.80	73.425	8.80	4.477	996	1620	1.51	0.638	—	—	32.0	50.4	0.222	27.6	1
T-2	74.70	73.2	8.70	4.48	998	1605	1.42	0.627	—	—	33.6	50.5	0.222	27.6	1
T-3	74.75	74.2	8.70	4.48	997	1605	1.54	0.615	—	—	32.2	51.0	0.2	28.0	2
T-4	74.65	73.5	8.69	4.48	996	1605	1.42	0.627	—	—	33.6	50.5	0.235	28.0	2
T-5	74.85	74.7	9.91	4.68	1000	1740	1.621	0.693	0.7327	0.5044	32.7	50.2	0.204	25.6	3
T-6	74.96	73.91	9.90	4.68	1000	1737	1.582	0.695	0.7175	0.5034	33.0	50.0	0.204	25.6	4
T-7	74.97	74.04	9.87	4.68	1000	1734	1.586	0.694	0.7192	0.4991	33.0	50.0	0.204	25.6	4
T-8	74.85	74.7	9.91	4.68	1000	1740	1.621	0.693	0.7327	0.5044	32.7	50.2	0.204	25.6	4*
T-9	74.97	74.04	9.87	4.68	1000	1734	1.586	0.694	0.7192	0.4991	33.0	50.0	0.204	25.6	4*

$G=0.81 \times 10^4$ kg/mm² とする。

Table 2 試験結果 (荷重条件と最高荷重)

No.	L P	実験最高荷重			偏 心 量		荷重経路定数		初期変位		理 論 値		
		P ton	M_x ton-m	M_y ton-m	e_x mm	e_y mm	CMX, CMY, CMT		u_{init} mm	v_{init} mm	P ton	M_x ton-m	M_y ton-m
1	1	17.6	0.370	0.350	—	—	$\frac{M_x}{M_{Pcx}}$	0.436	—	—	17.6	0.370	0.346
2	1	17.6	0.648	0.215	—	—	$\frac{M_y}{M_{Pcy}}$	0.70	—	—	17.6	0.651	0.208
3	2	17.6	0.67	0.21	—	—	$\frac{M_y}{M_{Pcy}}$	0.323	—	—	17.6	0.745	0.210
4	2	17.6	0.44	0.35	—	—	$\frac{M_y}{M_{Pcy}}$	0.538	—	—	17.6	0.425	0.75
5	3	18.5	0.385	0.385	—	—	$\frac{M_y}{M_x}$	1.0	—	—	18.5	0.370	0.370
6	4	17.5	—	—	21.75	22.30	—	—	—	—	17.5	—	—
7	4	20.5	—	—	10.71	35.5	—	—	—	—	19.0	—	—
8	4*	29.0	—	—	0.25	0.37	—	—	9.50	4.0	28.7	—	—
9	4	15.5	—	—	10.71	35.5	—	—	12.6	8.1	14.6	—	—

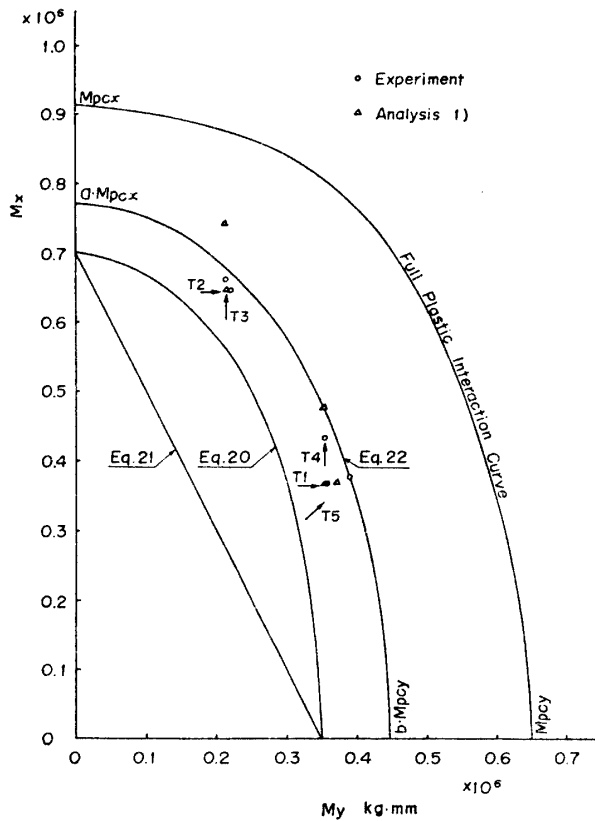


Fig. 6 崩壊モーメント相関
(一定軸力 $P=0.4 P_P$)

	b mm	d mm	t_f mm	t_w mm
OK 1	74.85	74.7	9.91	4.688
OK 2	75.0	75.0	9.0	4.5

($E=20,400 \text{ kg/mm}^2$, $\sigma_Y=25.6 \text{ kg/mm}^2$)

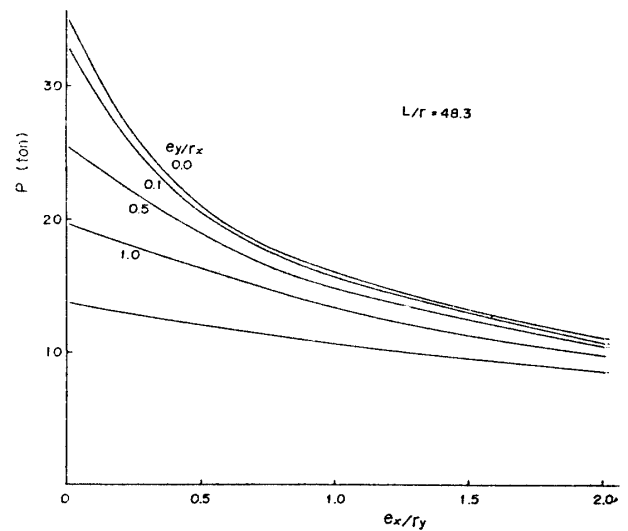


Fig. 7 H型柱の二軸偏心圧縮崩壊荷重
(OK 2 断面, $l/r_x=48.3$)

示す。図中には実験値と前報の解析解および本報の相関公式 (Eq. 20, 21, 22) 等が併記される。楕円型の (20), (22) 式の方が直線型の (21) 式に比較するとより良い相関公式であることがわかる。実験の数が少ないので, Table 3 に示す二つの断面形 (ほぼ同じ寸法) に対して前報の解析法による崩壊荷重の計算を行なっている。ここにその一部を示す。Fig. 7 には二軸偏心圧縮荷重を受ける柱 ($l/r_x=48.3$) の崩壊荷重 P と偏心量 (e_x, e_y) との関係が示してある。Fig. 8 は同じく二軸偏心圧縮柱で細長比の変化する場合に対する崩壊荷重を示している。Fig. 7 に示される様な相関線を各種の偏心量に対して求めておくと, 二軸偏心圧縮の荷重経路 ($LP=4$) の場合にも一定の軸力で崩壊する時のモーメントの相関線が求められる。その結果が Fig. 9 の点線で示される。他方, 長さは等しく断面の寸法がわずかに異なる柱 (OK 1) に対して, 一定軸力の下でモーメントが変化する荷重経路 ($LP=1, 2, 3$) の場合について計算された結果が実線により示してある。断面寸法の違いを考慮するならば, この寸法の H 型断面柱において荷重経路の影響はごくわずかであるといえる。本報の相関公式が荷重経路を考慮せず

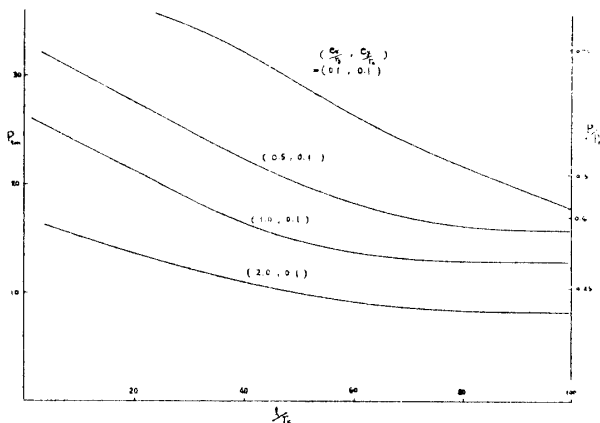


Fig. 8 H型柱の二軸偏心圧縮崩壊荷重
(OK 2 断面)

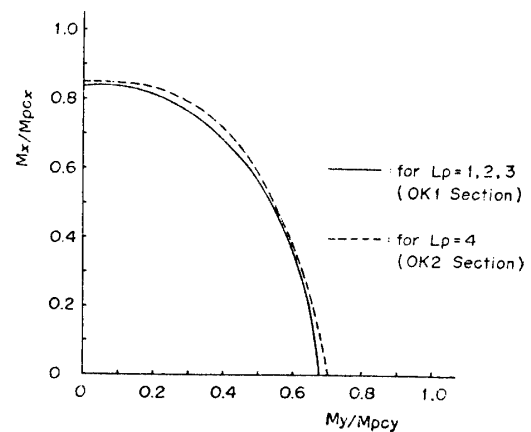


Fig. 9 異なる荷重経路に対する崩壊荷重相関面
(一定軸力 $P=0.4 P_P$, $l/r_x=32$)

に用いても支障ないことを意味する。また、軸力一定の相関線が楕円形をしている様子が明白であつて、(20)、(22)式の相関公式の妥当性を強く裏付けている。

4 結 語

立体構造物を設計する際に二軸曲げを受ける柱の最高強度を推定することは欠くことのできない問題である。弾塑性曲げ捩れ崩壊の略近似的な理論考察により二軸曲げを受ける柱の最高強度を推定する相関公式を(19)式等の形に定め、より厳密な前報の解析法による計算値および実験値と比較した。その結果、相関公式の(20)、(22)式は十分設計公式として使用し得ることがわかつた。従来提案されている(21)式に比べると精度的に優れており、更により理論的であると思われる。

参 考 文 献

- 1) 藤田 譲, 吉田宏一郎, 大勝孝司:「二軸曲げを受ける柱の弾塑性解析(その1)」日本造船学会論文集, 第126号(1969) p.217
- 2) 藤田他:「二軸曲げを受ける柱の弾塑性解析(その2)」日本造船学会論文集, 第127号(1970)
- 3) C. Massonnet "Stability Considerations in the Design of Steel Columns" ASCE, ST 7, Vol. 85 (1959) p.75
- 4) Jonston, B. G. "Guide to Design Criteria for Metal Compression Members" John Wiley & Sons, New York (1966) p.153
- 5) 日本溶接協会 PD 委員会:「鋼構造物塑性設計基準(案)」(1967)
- 6) 宮本征夫他:「二軸曲げと軸力を受ける柱の強度」東大総合試験所年報, 第27巻(1968) p.14
- 7) Galambos, T. V. "Inelastic Lateral Buckling of Beams" ASCE, Vol. 89 (1963) ST 5, p.217
- 8) Miranda, C. and Ojalvo, M. "Inelastic Lateral-Torsional Buckling of Beam Columns" ASCE, EM 6 (1965)
- 9) Lay, M. G. and Galambos, T. V. "Inelastic Steel Beam under Uniform Moment" ASCE, Vol. 91, ST 6 (1965) p.67
- 10) Klöppel, K. und Winkelmann, E. "Experimentelle und Theoretische untersuchungen uber die Traglast von zweiachsig Aussermittig Gedruckten Stahlstaben" Der Stahlbau, Vol. 31, No. 2 (1962), p.33
- 11) Jezeck, K. "Die Tragfähigkeit Axial Gedruckter und auf Biegung Beanspruchter Stahlstabe" Der Stahlbau, Vol. 9 (1936), p.12
- 12) Hodge, P. G., Jr. "Plastic Analysis of Structures" McGraw-Hill New York (1959)
- 13) Driscoll, G. C., Jr. and others "Plastic Design of Multi-Story Frames, Lecture Notes of the 1965 Summer Conference" Fritz Engineering Laboratory Report No. 273.20 (1965), chapter 11 & 18