

(昭和 46 年 11 月 日本造船学会秋季講演会において講演)

Deep Girder の水中における横倒れ振動

正員 大 沼 覚*

Lateral Vibration of Deep Girders in Water

Satoru Ohnuma *Member*

Summary

The lateral vibration of deep girder in water has been treated in this report since the fatigue due to vibration is supposed to be one of the principal causes of the fractures in the local structures in the cargo tanks. The inertia of surrounding water is calculated by two-dimensional FEM using distributed sources and sinks, and taking account of three-dimensional correction.

The effect of both the structure and the hydrodynamic inertia on the lateral vibration is examined theoretically where the latter is expressed in term of kinetic energy for the linear combination of the elastic modes. The effect of the face plate upon the pressure distribution and upon the frequency is shown to be large in water.

The model experiments have been carried out and the results fairly agreed with that of calculation.

The calculated natural frequency agrees with that obtained on board a large tanker with about 10% of errors and it is shown that the present calculation method is applicable to the actual structures and that the frequencies of this type of structures immersed in water may be lowered enough to cause the resonance with the blade frequency component of the exciting forces.

1 緒 言

最近の大型タンカーなどのタンク内の接水構造にはしばしば crack が発生し、これらは起振源であるプロペラや主機に近い船尾部に特に多発している。このうち transverse ring や horizontal girder などの deep girder の損傷については、静的にも多くの研究が進められているが、必ずしも説明がついたとは言いがたい。発生個所などから考えて、これらの crack は deep girder の水中横倒れ振動の応力に基づく疲労によるものとも考えられる。損傷を振動の面から検討したものとしては、船体構造研究委員会関東地区部会の報告³⁾があり、また横倒れ振動については E. Abrahamsen¹⁴⁾、著書¹⁵⁾及び O. Sigvaldsen²⁾の研究がある。しかし、この種の振動は計算に際して、構造系のモデル化の仕方、付加水質量の取扱い方法などに困難な点が多く、なお、今後研究の余地が残されている。

本研究は、このような deep girder の水中横倒れ振動を Rayleigh-Ritz 法で解析する近似計算法を研究したものである。なお、この種構造においては、付加水質量の振動数に及ぼす影響が大きいのでこの取扱い方について研究した。すなわち、Ritz 法においては撓みを、境界条件を満足する多くの既知関数の線型結合で表わし、エネルギー変分の停留値を求める操作から振動数を定めるのであるが、従来の付加水質量の計算法は既知の撓みに対して算出しているので、これをそのまま用いるわけにはいかない。そこで、Ritz 法において撓みを構成する個々の既知関数の線型結合に対応する付加水質量を算出しておき、エネルギー計算に際してはこの付加水質量を用いて計算を進めた。付加水質量は、その 2 次元値を流体境界に source-sink 分布を考えて計算する有限要素法で求め、3 次元修正値は片持平板の 2 次元値と 3 次元値との比で近似的に代用した。

* 三菱重工業(株) 技術本部長崎研究所 振動研究室

2 Deep Girder の空中横倒れ振動

計算式の導出に際して、以下に示す仮定を設け、構造を Fig.1 に示すようにモデル化する。

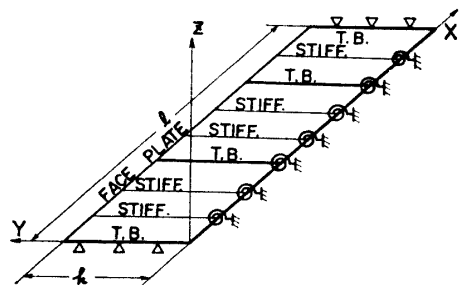


Fig. 1 Model for numerical calculation

計算仮定 (a~g)

- 長さ方向は tripping bracket など剛性の大きい部材位置で切断して、その位置を単純支持とする。
- 部材基部は、変位は完全に拘束されているが回転に対しては弾性支持とし、web stiffener 基部切欠きの回転バネを考慮した。(9項参照)
- web stiffener は一様断面梁とし、各 web stiffener の寸法はそれぞれ任意とする。
- tripping bracket は web stiffener と同様で、剛性の大きい一様断面梁とする。
- web stiffener および面材の捩れ剛性は無視する。
- web plate の剛性は面材長手方向の曲げ剛性を考え、面内変形は web stiffener および tripping bracket の曲げ剛性に対する有効巾として考慮する。
- 面材、web stiffener および tripping bracket の回転による運動エネルギーは無視する。

ここで、振動変位を次のように仮定し、Rayleigh-Ritz のエネルギー法を適用する。

$$\left. \begin{aligned} w(x, y, t) &= w(x, y) \times \sin \omega t \\ w(x, y) &= \sum_{m=1}^{MY} \sum_{j=1}^{JX} c_{mj} f_m(y) \times \sin(j\pi x/l) \\ f_m(y) &= \eta^m; \eta = y/h \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

撓み形 $\sum f_m(y)$ は一般に面材の位置で (bending moment=0) という境界条件を満足しないので、この修正を施すこととすると、 $MY=4$ として、

$$f = c_1 \eta + c_2 \left(\eta^2 - \frac{1}{6} \eta^4 \right) + c_3 \left(\eta^3 - \frac{1}{2} \eta^4 \right) \equiv \sum_{m=1}^3 c_m f_m(\eta) \quad (2.2)$$

しかるとき、空中での固有振動数およびモードは文献¹⁾に示すように求まる。

3 付加水質量

本報告においては、付加水質量検討に有限要素法 (FEM) を適用する。適用に際して、流体がある閉じた境界の内部に存在する場合には、流体領域をメッシュに分割し、分割された各々の要素内の速度ポテンシャルあるいは水圧を変数として、境界条件および物体表面上での速度分布の条件を含んだ汎関数の変分を行う Zienkiewicz⁹⁾の方法が用いられる^{2,12~14)}。しかるに deep girder 横倒れ振動などのタンク内構造部材の水中振動においては、通常隣接する部材間の距離は、部材寸法に比してかなり大きくなっており、この点からは、近似的に部材間距離が無限であると考えた取り扱いも可能である。

すなわち、この場合には、物体表面上に源 (sink-source) の分布を想定し、これらによつて誘起される物体表面上の流体の速度分布を物体の速度に等置させるように源の分布を決定する方法を採用できる。これを数式で表現すれば次の積分方程式になる^{7~9)}。

$$\pi \sigma(s) + \int_{s'} \sigma(s') \frac{\partial \phi}{\partial n} ds' = U_n(s) \quad (3.1)$$

ここに、

ϕ : 速度ポテンシャル; $\Delta \phi = 0$

$\sigma(s)$: 源分布

$U_n(s)$: s 点における物体の垂直速度

s : 物体表面に沿う座標、境界上の一点

s' : s 以外の点

(3.1) 式の解法に FEM の手法を適用する場合には、物体表面上に未知の強さの線源分布を想定し、これらの強さを未知数として決定することになり、換言すれば、2次元平面領域の問題を1次元の線源問題として取り扱えることになるので、未知数に対応する連立方程式の元数並びに計算量の大幅の節約が特別の技巧を要せずに達成しうる。この方法は、2次元および軸対称の流体問題に対しては Smith & Pierce⁷⁾ あるいは藤野⁹⁾ が、3次元流体問題に対しては Hess & Smith⁸⁾ が適用している。

以上の考察から、ここでは後者の方法を採用し、その際、藤野の計算法⁹⁾を参考にする。以下、2次元完全流体問題とし、物体境界閉曲線は有限個 (m 個) の線源要素の集合 (折線) で表現されるものとする。任意の2つの線源要素間の相対位置速度の関係を考慮して、第 i 要素の中心位置で速度ポテンシャル (φ_i) は全要素 ($j=1, m$) の影響を集計して得られ、しかるとき、物体境界上のある線源要素の中心位置に境界上の各線源要素より誘起される流体速度を集計して得られる流体の速度が、その点の物体の既知の振動速度 v と一致するよう線源要素の全体の強さを決定すると、(3.2) より φ が求まり、流体の運動エネルギー T_W を算出することができる。

$$\varphi_i = \sum_{j=1}^m \varphi_{ij} = \frac{\sigma_i h}{2} \times \sum_{j=1}^m \begin{cases} l_i \left(-1 + \log \frac{l_i}{2} \right) ; j=i \\ \bar{y}_{ij} \times \left[(t_{1ij} - t_{2ij}) \log \bar{y}_{ij} + \frac{1}{2} \left\{ t_{1ij} \log(1+t_{1ij}^2) - t_{2ij} \log(1+t_{2ij}^2) - (t_{1ij} - t_{2ij}) \right\} + (\tan^{-1} t_{1ij} - \tan^{-1} t_{2ij}) \right] ; j \neq i \end{cases} \quad (3.2)$$

物体が剛体的に形状不変で y 軸方向に速度 V で振動するものとすれば、物体回りの水の運動エネルギー T_W およびこれを付加水質量 (M_V) で等価的に表示すると、 C_V を付加水質量係数として、

$$T_W = \frac{\rho_W}{2} \int_s \varphi \frac{\partial \varphi}{\partial n} ds = \frac{\rho_W}{2} \sum_{i=1}^m \varphi_i V l_i h = \frac{1}{2} \rho_W h^2 V^2 \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m (l_i \varphi_{ij}^* \sigma_j^*) \quad (3.3)$$

ただし、 $\varphi_{ij}^* = \varphi_{ij} / \sigma_j h$, $\sigma_j^* = \sigma_j / V$

$$M_V = \rho_W h^2 \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m (l_i \varphi_{ij}^* \sigma_j^*) = \frac{1}{2} \rho_W h^2 \times C_V \quad (3.4)$$

$$T_W = \frac{1}{2} M_V V^2 ; C_V = 2 \times \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m (l_i \varphi_{ij}^* \sigma_j^*) \quad (3.5)$$

弾性体の水中振動の場合には各要素の速度分布形状は、振動計算の初期には一般に不明であり、弾性体の構造および流体の全体系の連成振動の結果定まる。したがって、本報告においては、水中の弾性体の振動モードは Rayleigh-Ritz 法により未定係数 C_k を含んだ K 個の基本モードの重畳によつて表現されるものとし、これらの線型結合に対する付加水質量行列をあらかじめ計算しておき、 C_k は構造と流体の全体系に Rayleigh-Ritz 法を適用することによつて決定する。

弾性体の振動モードの全体を f とし、 h を構造の代表寸法長さとする、

$$f = \sum_{k=1}^K C_k f_k h ; f_k = (f_{xk}, f_{yk}) \sin \omega t \quad (3.6)$$

$$\therefore v = \frac{\partial f}{\partial t} = \sum_{k=1}^K C_k f_k h = \sum_{k=1}^K C_k (f_{xk}, f_{yk}) h \omega \cos \omega t \quad (3.7)$$

ここで、前述の線源要素分割のモデル化を導入すると k 次モードの全線源要素により、 i 要素中心に誘起される速度を (3.7) と成分等置し y 軸方向を例として、 f_{yk0} を k 次モードの y 軸方向変位の代表値とすると、

$$v_{ki} = \sum_{j=1}^m v_{ij} \sigma_{kj} h = \sum_{j=1}^m v_{ij} (\sigma_{kj}^* \cdot C_k f_{yk0} h \omega \cos \omega t) h = C_k f_{yki} \cdot h \omega \cos \omega t ; i=1, \dots, m \quad (3.8)$$

$$\therefore \sum_{j=1}^m v_{ij} \sigma_{kj}^* = \left(\frac{f_{yki}}{f_{yk0}} \right) \frac{1}{h} ; i=1, m \quad (3.9)$$

上式より σ_{kj}^* を連立一次方程式の解として求めると、(3.2) により全モードが重畳された場合の速度ポテンシャル ϕ および弾性体まわりの流体の運動エネルギー T_W は、次のように求まるが、この場合には C_k が一般に未知であるから、振動モードが一定の場合および剛体変形の場合のように付加水質量という等価的な表現法を採用することはできない。なお、(3.11) (3.12) において、 $k=K=1$ とすると、 V を代表速度として (3.11) は (3.3) と一致する。

$$\phi = \sum_{i=1}^m \phi_i = \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^K \phi_{ki} = \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^m \phi_{kij} \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned} T_W &= \frac{\rho_W}{2} \int_s \phi \frac{\partial \phi}{\partial n} ds = \frac{\rho_W}{2} h^4 \omega^2 \cos^2 \omega t \sum_{i=1}^m \left[l_i \left(\sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^m C_k \phi_{kij}^* f_{y_{k0}} \sigma_{jk}^* \right) \left(\sum_{k=1}^K C_k f_{y_{ki}} \right) \right] \\ &\equiv \frac{\rho_W}{2} h^4 \omega^2 \cos^2 \omega t \times \sum_{k=1}^K \sum_{\kappa=1}^K \frac{1}{2} C_{Wk\kappa} \cdot C_k C_{\kappa} \end{aligned} \quad (3.11)$$

ここに,

$$\left. \begin{aligned} \phi_{kij}^* &= \phi_{kij} / (\sigma_{kj} \cdot h) \\ \sigma_{kj} &= \sigma_{kj}^* \cdot C_k f_{y_{k0}} h \omega \cos \omega t \\ C_{Wk\kappa} &= f_{y_{k0}} f_{y_{\kappa 0}} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \phi_{kij}^* l_i \left\{ \sigma_{kj}^* \left(\frac{f_{y_{\kappa i}}}{f_{y_{k0}}} \right) + \sigma_{\kappa j}^* \left(\frac{f_{y_{ki}}}{f_{y_{k0}}} \right) \right\} \end{aligned} \right\} \quad (3.12)$$

従来解析解のある剛体変形の場合、次いで前報¹⁾で解析解を求めた片持梁横倒れ振動の場合の計算を行い、数値計算精度および要素分割数の影響を検討する。なお、剛壁、自由表面は鏡像あるいは逆鏡像を用いて表現する。

円形断面の周上を線源要素に分割し、要素数を変えて計算し結果を Fig. 2 に示す。要素数の増加に伴い計算値は上方(過大評価値)より解析値⁴⁾に収束し、円周上 72 等分で +1.3% ほどの計算誤差である。なお振動水圧分布は、理論値(正弦曲線)と全く重なる。矩形断面が自由表面を有して上下振動する場合を Lewis¹¹⁾ の計算値と比較すると円断面と同様で、収束の早さは円断面の場合よりも早く、32 等分で +1.7% 程度の計算誤差である。

他の 1 例として、E. Abrahamsen¹⁴⁾の実船の軽荷状態に対応する(巾/深さ=2.0/0.52)の矩形断面についての計算結果との比較を Fig. 3 に示すが、水圧分布、付加水質量ともよく一致している。

前報¹⁾においては、解析計算により楕円断面を有する片持梁が弾性変形を行つた場合について、(短軸/長軸=

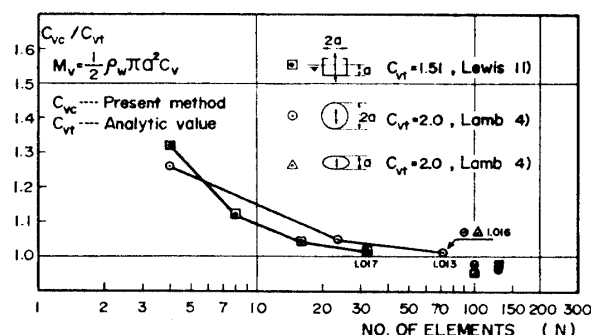


Fig. 2 Added mass coefficients numerically calculated (FEM) versus no. of elements

- ⊗ 松浦他⁹⁾の円断面 (0.967)
- ⊠ 松浦他⁹⁾の矩形断面 (0.980)
- 松本¹⁰⁾の円断面 (0.981)
- 松本¹⁰⁾の矩形断面 (0.948)

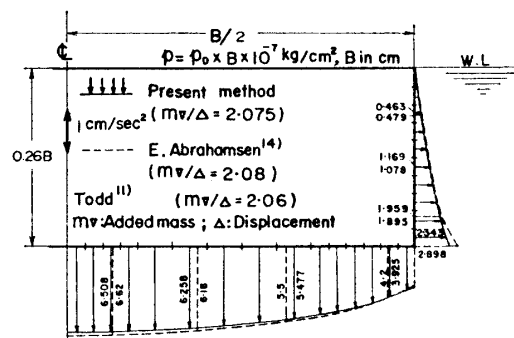


Fig. 3 Added mass and pressure on vertical vibration of rectangular section

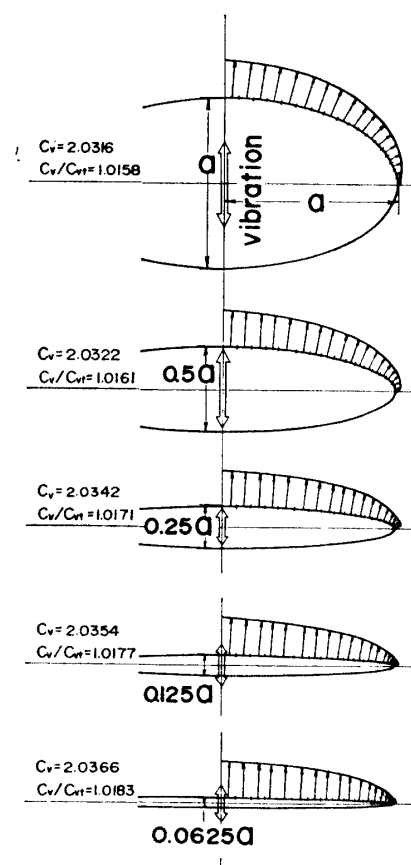


Fig. 4 Added mass coefficients for ellipses

$=t/2h \equiv 0$) なる極限の値をもつて、片持板横倒れ振動を表すものとし、周囲の流体の運動エネルギー (T_W) を計算し (3.11) の形に表現した。有限要素法では、板厚の影響がどの程度あるかが問題となるので、楕円断面について (短軸/長軸) の比を、6 種類変化させ、同数同様の線源要素を用い、数値計算誤差の影響を調べ、理論解が簡単な剛体変形 ($v = V_0 \eta^0 = C$) の場合の計算結果を Fig. 4 に示す。これら形状の理論解⁴⁾は Fig. 2 に前述の円断面の場合と一致し、 $C_{VT} = 2.0$ となるが、これより数値計算誤差は高々 +2% であり、本法は実用上十分と考えられる。

Fig. 4 中の最下図の形状、要素分割を用い、 K 次までの多項式のモードが重畳された場合を計算し、簡単のため付加水質量係数マトリックスの対角項 C_{Wkk} の比較を Fig. 5 に、またこれらの水圧分布を、Fig. 8 に示す。振動モード次数が高くなるにつれて水圧の大きさは概して小さくなり、振動モードが先端部が大きく変位するようになるため、水圧分布形状の最大水圧の点が片持梁の根部から端部の方へ移動する。なお水圧分布は検型実験とはほぼ一致した。一方、多項式のべき k との関係は k が大きくなるに従って付加水質量は急激に減少することが判る。しかし、これらが水中モードとして存在する場合には、弾性体の振動有効質量 (M_M) も k の増加につれ減少して行くので、振動数に及ぼす影響として、付加水質量 (M_W) と弾性体の振動有効質量 (M_M) との比 ($=\varepsilon$ 付加水質量の影響係数と仮称) を求め、 $k=1$ を基準にして $\varepsilon_K/\varepsilon_1$ として Fig. 5 に併記した。これは、付加水質量の減少率程には著しい低下を示さない点に注意が必要である。なお空中振動数 f_A と水中振動数との関係は (3.13) で表わされる。

$$f_W = f_A / \sqrt{1 + \varepsilon} \quad ; \quad \varepsilon = M_W / M_M \quad (3.13)$$

これらより、 C_{Wkk} は滑らかな曲線に乗り、楕円断面片持板形状の数値計測結果は、解析解と最大 +3% 大きめでよく一致していることが判る。*) Fig. 5 中には、解析解の他、矩形断面片持板 ($t/h=0.025$) の計算値を並記しているが、これらは楕円断面片持板の解析解とほとんど等しい。

片持板の接水影響は、4 次の項までを採用し片持板先端の自由端曲げモーメントが零の条件を考慮すると、

$$v = C_1 \eta + C_2 \left(\eta^2 - \frac{1}{6} \eta^4 \right) + C_3 \left(\eta^3 - \frac{1}{2} \eta^4 \right) \equiv \sum_{k=1}^3 C_k f_k(\eta) = \tilde{C}_1 \eta + \tilde{C}_2 \eta^2 + \tilde{C}_3 \eta^3 + \tilde{C}_4 \eta^4 ; \quad \eta = y/h \quad (3.14)$$

$$T_W = \frac{1}{2} \rho_W \omega^2 h^4 \sin^2 \omega t \sum_{k=1}^4 \sum_{\kappa=1}^4 \left(\frac{1}{2} \tilde{C}_{Wk\kappa} \tilde{C}_k \tilde{C}_\kappa \right) = \frac{1}{2} \rho_W \omega^2 h^4 \sin^2 \omega t \sum_{k=1}^3 \sum_{\kappa=1}^3 \left(\frac{1}{2} C_{Wk\kappa} C_k C_\kappa \right) ;$$

$$C_{Wk\kappa} = C_{W\kappa k} ; \quad \tilde{C}_{Wk\kappa} = \tilde{C}_{W\kappa k} \quad (3.15)$$

ただし、

$$\begin{aligned} C_{W11} &= \tilde{C}_{W11} & C_{W33} &= \tilde{C}_{W33} - \left(\tilde{C}_{W43} - \frac{1}{4} \tilde{C}_{W44} \right) & C_{W13} &= \tilde{C}_{W13} - \frac{1}{2} \tilde{C}_{W41} \\ C_{W22} &= \tilde{C}_{W22} - \left(\frac{1}{3} \tilde{C}_{W42} - \frac{1}{36} \tilde{C}_{W44} \right) & C_{W12} &= \tilde{C}_{W12} - \frac{1}{6} \tilde{C}_{W41} & C_{W23} &= \tilde{C}_{W23} - \left(\frac{1}{2} \tilde{C}_{W42} + \frac{1}{6} \tilde{C}_{W43} - \frac{1}{12} \tilde{C}_{W44} \right) \end{aligned}$$

4 付加水質量におよぼす面材の影響

面材は Deep Girder 横倒れモードを変化させ、したがって付加水質量が変化する。 ϕ . Sigvaldsen²⁾ は、この影響を考慮している。しかし、面材の影響としては、この他に板材先端を回る水流を拘束するためのものがあり、前報¹⁾においては、模型実験によつてこの影響が無視し得ないことを示した。ここでは前項で導出した FEM

*) 文献 1) 中で、 $v = V_0 \eta^k$ に対する速度ポテンシャルのうち、 k の奇数次のもの取扱いに不都合があり、対角項を例として示せば、次式が正しい。

$$C_{W11} = (0.680, 0.2619, 0.1400, 0.0883, \dots)$$

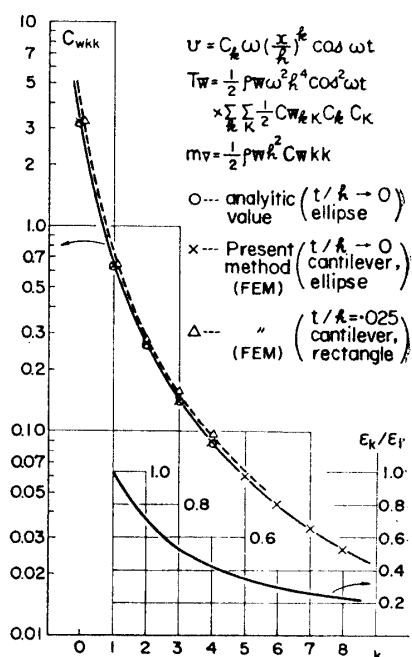


Fig. 5 Added mass coefficients for lateral vibration of cantilevered hemi-ellipses and rectangular section, and reduction factors (ε_K) versus K

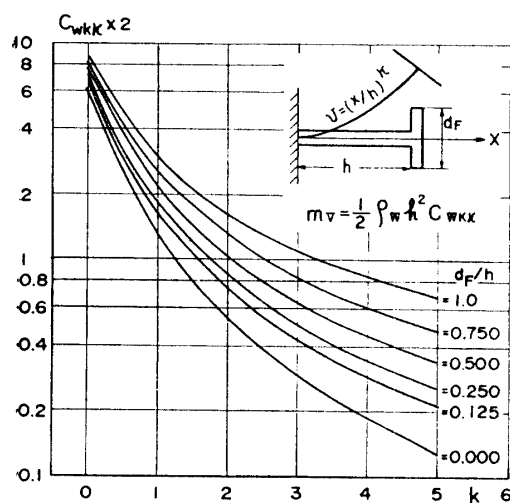


Fig. 6 Effect of face plate on added mass coefficients versus k

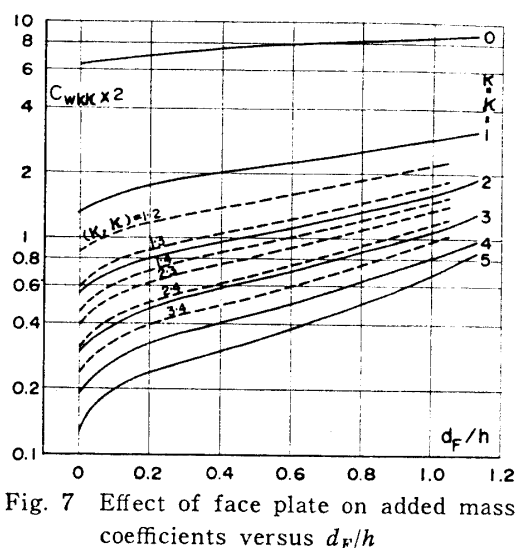


Fig. 7 Effect of face plate on added mass coefficients versus d_F/h

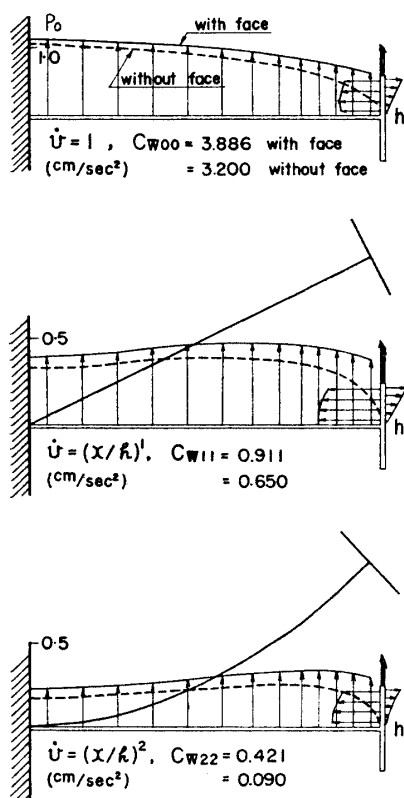


Fig. 8 Pressure distribution on web plate with or without face ($d_F/h = 0.25$)
 $P = P_0 \times h \times 10^{-6} \text{ kg/cm}^2$

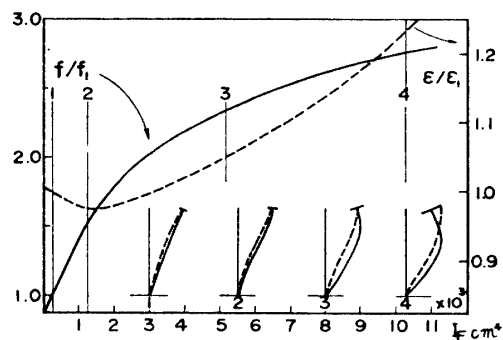


Fig. 9 Effect of face plate on the frequency, lateral mode and reduction factor (ϵ)
— mode in water, ---- in air

を適用して面材は片持板材の先端に剛接された剛体断面であるとして計算結果を Fig. 6, 7, 8 に示す。面材寸法 (d_F/h) の増大に伴って付加水質量が増すこと、また面材影響は、ベキ次数 k が高次になる程大きいことが判る。しかし、この場合にも振動数に及ぼす影響は Fig. 5 と同様面材を含めた弾性体の振動有効質量を考慮する必要がある。水圧分布の一例として、面材有無 ($d_F/h = 0.250$) の場合を Fig. 8 に示すが、面材が先端部の水圧に及ぼす影響の大きいこと、また先端部を回る流れを拘束することがよくわかる。Fig. 19 の③スパンで Stiffener の深さを $1/2$ として構造について面材の深さ (d_F) を変えて水中空中で計算の結果

を Fig. 9 に示す。図中には水中空中のモード変化、付加水質量の影響係数 (ϵ) の変化を併記している。面材寸法の増加に伴い、空中水中モードの差が大きくなること、また ϵ が大きくなることがわかる。 ϵ は、付加水質量 (M_W) と振動有効質量 (M_M) との比であり、面材寸法の増大に伴い M_M が増加するので M_W の増加率は一層大きい。Fig. 19 の実船構造について面材の水流拘束影響を無視した付加水質量を用いて計算した結果は Table 1 に示すように振動数が約 12% 過大評価され、本構造程度では、この影響を無視できない。なお本構造ではモードは大差なかった。

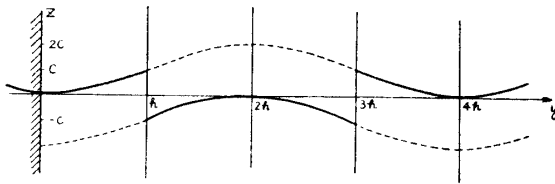


Fig. 10 Two dimensional mode for three dimensional correction

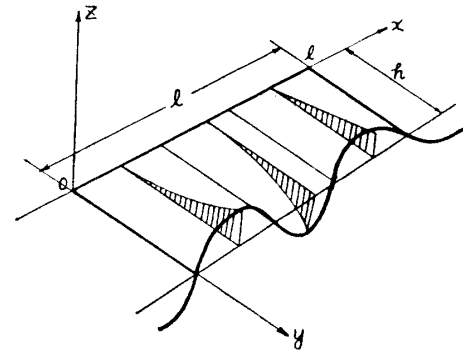


Fig. 11 Three dimensional mode for three dimensional correction

5 付加水質量の 3 次元修正

本報告では、流体に対して、2次元有限要素法の手法を適用しているの、近似的に以下に示す方法により3次元修正係数を求める。すなわち、Fig. 10, 11に2次元、3次元モードを示す撓形について、2次元および3次元の速度ポテンシャル ϕ ならびに、水の運動エネルギー T_w を求める。なお、3次元モード Fig. 11は、 $y-z$ 平面では、Fig. 10と同一とし、 x 方向には、長さ l 間に $(j-1)$ 個の節を有するSineモードの連続板であり、これらに関する諸量には、IIおよびIIIの suffix を付して、2次元、3次元値を表示する。

ϕ の満足すべき境界条件は、

$$\left. \begin{aligned} \Delta\phi &= 0 & (\text{全域}) \\ \phi &= 0 & (z=\infty) \\ \frac{\partial\phi}{\partial z} &= \frac{\partial w}{\partial t} & (z=0) \end{aligned} \right\} \quad (5.1)$$

振動撓みモードは、

$$\left. \begin{aligned} w_{II} &= C \cdot \left(\pm 1 - \cos \frac{\pi y}{2h} \right) \cdot \sin \omega t; \text{ただし、複号は} \begin{cases} 0 \leq |y| \leq h, & 3h \leq |y| \leq 4h \dots \dots \oplus \\ h < |y| < 3h & \dots \dots \ominus \end{cases} \\ w_{III} &= C \cdot \sin \frac{j\pi x}{l} \cdot \left(\pm 1 - \cos \frac{\pi y}{2h} \right) \cdot \sin \omega t \end{aligned} \right\} \quad (5.2)$$

よつて、

$$\left. \begin{aligned} \phi_{II} &= \left\{ \frac{1}{\alpha_{II1}} \cdot \cos \frac{\pi y}{2h} \cdot e^{-\alpha_{II1} z} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha_{IIk}} \cdot \frac{4}{\pi} \cdot \frac{(-1)^k}{2k-1} \cdot \cos \frac{(2k-1)\pi y}{2h} \cdot e^{-\alpha_{IIk} z} \right\} \cdot C\omega \cos \omega t \\ \phi_{III} &= \left\{ \frac{1}{\alpha_{III1}} \cdot \cos \frac{\pi y}{2h} \cdot e^{-\alpha_{III1} z} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha_{IIIk}} \cdot \frac{4}{\pi} \cdot \frac{(-1)^k}{2k-1} \cdot \cos \frac{(2k-1)\pi y}{2h} \cdot e^{-\alpha_{IIIk} z} \right\} \cdot \sin \frac{j\pi x}{l} \cdot C\omega \cos \omega t \end{aligned} \right\} \quad (5.3)$$

ただし、

$$\alpha_{IIk} = \frac{\pi}{2h} \times (2k-1); \alpha_{IIIk} = \frac{\pi}{2h} \times (2k-1) \times \sqrt{1 + \left(j \frac{h}{l} \cdot \frac{2}{2k-1} \right)^2}$$

これらより、2次元、3次元の運動エネルギー T_w を算出すると x 方向の撓みの有効度を考慮した付加水質量の3次元修正係数 ε_j は次式のようになる。

$$\varepsilon_j = T_w^{III} / \left(T_w^{II} \times l \times \frac{1}{2} \right) = \frac{\left[\frac{\pi}{4} \left(\frac{\pi}{4} - 2 \right) / \sqrt{1 + \left(j \frac{h}{l} \times 2 \right)^2} + \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2k-1} \right)^3 / \sqrt{1 + \left(j \frac{h}{l} \cdot \frac{2}{2k-1} \right)^2} \right]}{\left[\frac{\pi}{4} \left(\frac{\pi}{4} - 2 \right) + \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2k-1} \right)^2 \right]} \quad (5.4)$$

(5.4)を鬼頭⁵⁾の連続板および単独板の値と比較すると、Fig. 12に示すようになり、(5.4)の値は、両者のほぼ中間の値となる。

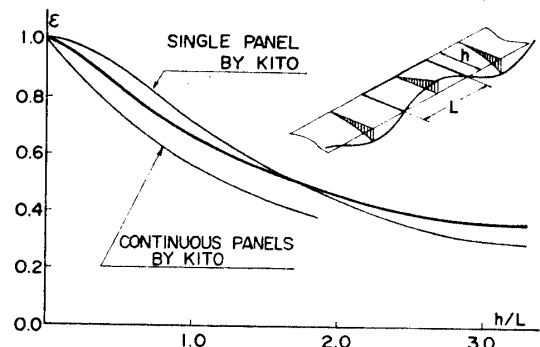


Fig. 12 Three dimensional correction factor for added mass

6 Deep Girder の水中横倒れ振動

付加水質量に及ぼす面材の影響および3次元修正を考慮すると、水の運動エネルギー ($\tilde{T}_W$) は次式となる。

$$\tilde{T}_W = T_W \omega^2 = \frac{\rho_W}{2} \omega^2 h^2 \sum_{j=1}^{JX} \sum_{m=1}^3 \sum_{n=1}^3 \left(\frac{1}{2} C_{Wmn} C_{mj} C_{nj} r_{Aj} r_F \right) \quad \text{ただし,} \quad \left\{ \begin{array}{l} r_{Aj} = \frac{1}{2} \varepsilon_j; \varepsilon_j \text{ は (5.4) 参照} \\ r_F \cdots \cdots \text{Fig. 6, 7 に示される face plate の影響係数} \end{array} \right. \quad (6.1)$$

水中振動の場合には、系の運動エネルギー (T) に、水の運動エネルギー (T_W) を含んだ次式を用いればよい。
Ritz の方法により係数決定連立方程式を求めると、第 $\{(M-1) \times JX + J\}$ 番目の方程式は次式の様になる。

$$T = T_P + T_F + T_S + T_W \quad (6.2)$$

$$\begin{aligned} & [(\pi J)^4 \omega_P^2 - \omega^2 (1 + \varepsilon_{Mmj})] \times \sum_{m=1}^3 C_{mj} \varphi_{I0}(M, m) + [(\pi J)^4 \omega_F^2 - \omega^2] \times \sum_{m=1}^3 C_{mj} \varphi_{X0}(M, m) \times \mu_F \\ & + 2 \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^3 \sum_{j=1}^{JX} C_{mj} \sin j\pi \xi_n \sin j\pi \xi_m [\omega_{Sn}^2 \varphi_{I2}(M, m) - \omega^2 \varphi_{I0}(M, m)] \times \mu_{Sn} \\ & + 2 \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^3 \sum_{j=1}^{JX} C_{mj} \omega_{Rn}^2 \sin j\pi \xi_n \sin j\pi \xi_m \varphi_{X1}(M, m) \times \mu_{Sn} = 0 \end{aligned} \quad (6.3)$$

ただし,

$$\left. \begin{aligned} \omega_P^2 &= \frac{Dhg}{W_P I^3}, \quad \omega_F^2 = \frac{El_F g}{W_F I^3}, \quad \omega_{Sn}^2 = \frac{El_{Sn} g}{W_{Sn} h^3}, \quad \omega_{Rn}^2 = \frac{K_{Sn} g}{W_{Sn} h^2}, \quad \mu_F = W_F / W_P, \quad \mu_{Sn} = W_{Sn} / W_P, \\ \varphi_{I0}(M, m) &= \int_0^1 f_M(\eta) f_m(\eta) d\eta, \quad \varphi_{I2}(M, m) = \int_0^1 f_M''(\eta) f_m''(\eta) d\eta, \\ \varphi_{X0}(M, m) &= f_M(1.0) f_m(1.0), \quad \varphi_{X1}(M, m) = f_M'(0.0) f_m'(0.0), \\ M &= 1, \dots, MY, \quad J = 1, \dots, JX, \quad n = 1, \dots, N \text{ (stiffener 本数)} \end{aligned} \right\} \quad (6.4)$$

ここに、 ε_{Mmj} はそれぞれの項に対する付加水質量係数と称すべきものであつて次式で表わされる。これらの影響、特に $M \neq m$ の非対角項の影響については、次項で検討する。

$$\varepsilon_{Mmj} = \frac{\rho_W h}{\rho_M t_P} \times \frac{C_{Wmm} r_F}{\varphi_{I0}(M, m)} \times r_{Aj}; \quad \text{ただし,} \quad \left\{ \begin{array}{l} \rho_M \cdots \cdots \text{鋼材の密度} \\ t_P \cdots \cdots \text{web plate 板厚} \end{array} \right. \quad (6.5)$$

7 Deep Girder の横倒れモードと付加水質量、並びに付加水質量行列の非対角項の検討

振動モードが基本モードの線型結合で表わされるものとすれば、弾性体水中振動の接水影響は前述のようにもはや通常の付加水質量というスカラー量としては表現できず、一般に付加水質量係数のマトリックスの形で表現され、これを水の運動エネルギーの形で表わすと(3.11)となる。船体横断面の変形を伴う巨大船の高次振動¹⁷⁾においては、 $K=2$ として、縦隔壁と船側外板部分の振巾 C_1, C_2 によつて、また、二重底の局部振動を伴う船体高次上下振動¹⁸⁾においては、同様に $K=2$ として、船体と二重底との振巾 C_1, C_2 によつて(3.11)の表現がなされていると考えられる。

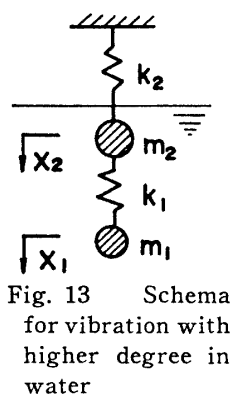


Fig. 13 Schema for vibration with higher degree in water

(3.11)で対角項の C_{Wkk} は重畳された各々の単独モードの付加水質量に相当し重畳して振動数を低下させるが、 C_{Wkk} ($k \neq k$) の非対角項は、重畳された各モードの流体を介しての連成項と考えられる¹⁷⁾。説明の簡単のため、Fig. 13 に示す水中振動する2自由度系について検討する。系の運動エネルギーおよび歪エネルギーを次のように表わし Lagrange の方程式を適用すると、 C_{Wkk} に対応する非対角項 m_{W3} は、振動方程式のパネ定数に相当する部分に入っており、振動数の2乗に比例して増加するパネとして作用する。(7.1)に Rayleigh の方法を適用すれば、

$$\left. \begin{aligned} T &= \frac{1}{2} \{ (m_1 + m_{W1}) \dot{x}_1^2 + (m_2 + m_{W2}) \dot{x}_2^2 + 2 m_{W3} \dot{x}_1 \dot{x}_2 \} \\ V &= \frac{1}{2} \{ k_1 x_1^2 + (k_1 + k_2) x_2^2 - 2 k_1 x_1 x_2 \} \end{aligned} \right\} \quad (7.1)$$

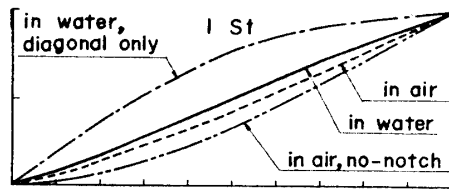


Fig. 14 Comparison of the lateral modes for some cases (1st mode)

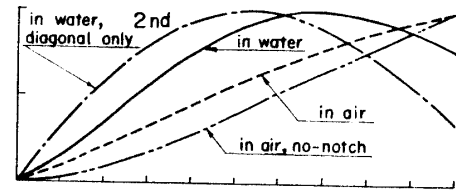


Fig. 15 Comparison of the lateral modes for some cases (2nd mode)

Table 1 Effect of added mass matrix C_{Wkx}

case	Δd	f_A	condition	f_W^I	f_W^I / f_W^I	ε_C^I	f_W^{II}	f_W^{II} / f_W^{II}	ε_C^{II}
1	25	$f_A^I = 1804$	C_{Wkx} (with face)	573	1.000	8.92	956	1.000	12.9
2	25	$f_A^I = 1804$	C_{Wkx} (no-face)	643	1.122	6.91	1150	1.203	8.7
3	25	$f_A^{II} = 3566$	C_{Wkk} (diagonal only)	570	0.995	9.04	644	0.674	29.7
4	0.0	$f_A^I = 2067$	C_{Wkx} (with face)	695	1.212	7.92	1002	1.048	12.3
		$f_A^{II} = 3662$							

A : in air; W : in water; Δd : see Fig. 21 I: 1st, II: 2nd f in cpm

$$\therefore \begin{bmatrix} k_1 - \omega^2(m_1 + m_{W1}), & -(k_1 + \omega^2 m_{W3}) \\ -(k_1 + \omega^2 m_{W3}), & (k_1 + k_2) - \omega^2(m_2 + m_{W2}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = 0 \quad (7.2)$$

$$\omega^2 = \frac{k_1 C_1^2 + (k_1 + k_2) C_2^2 - 2k_1 C_1 C_2}{(m_1 + m_{W1}) C_1^2 + (m_2 + m_{W2}) C_2^2 + 2m_{W3} C_1 C_2} \quad (7.3)$$

したがって、 C_1 と C_2 が同相の場合には非対角項 m_{W3} によつて振動数が低下し、逆相の場合には振動数が上昇する。一例として後述する実船構造で、付加水質量行列の非対角項を除いて計算すると、結果は Table 1, Fig. 14, 15 に示すように振動数はほとんど変わらないが、振動モードは全項を考えた水中振動モードに比べて著しく異なっている。対角項を無視する影響は C_i の符号の関係から高次の方で大きいがこの場合には部材長手方向構造の影響があるので、はつきりしたことは云えない。

ところで Fig. 14, 15 の各電算モードについては、空中、水中、いずれの場合にも (6.3) の C_{mj} ($m=1, 2, 3$) のうちの1ヶが他の2ヶと逆符号になつてゐる。したがって 非対角項により振動数は上昇するはずであるが、電算の結果、振動数はほぼ不変であり、むしろ低下の傾向にあるのは、次の理由によるものと考えられる。すなわち、対角項の質量作用により Fig. 14, 15 に示すように、横倒れモードが著しく変り、上に凸の彎曲を増大しその結果、対角項に相当する付加水質量が増大し、非対角項の影響と振動有効質量の増大分とを併せ、上記モードでバランスし結果的に振動数はほとんど変化しなかつたものと考察される。この点を判りやすくするため、Fig. 16 に示した4ヶの2次元単純モードについて説明する。各モードの付加水質量および構造の振動有効質量を求め、これらの比として付加水質量の影響係数(ε)を算出して Table 2 に示す。mode 1 と 3 とで振動数低下率は大きな差はないが、付加水質量は、外向彎曲の大きい後者のものが大きくなつてゐる。したがって、実船構造においては付加質量係数の対角項のみを用いた場合には、一般にモードは変化し、振動数も必ずしも水中

Table 2 Added mass coefficients and reduction factors for simple modes (see Fig. 16)

	mode	C_V	m_M	$\varepsilon/\varepsilon_1$
1	x	0.6569	0.3333	1.000
2	x^3	0.1479	0.1429	0.526
3	$2x - x^3$	1.5971	0.6760	1.200
4	$-x + 2x^3$	0.0701	0.1048	0.339

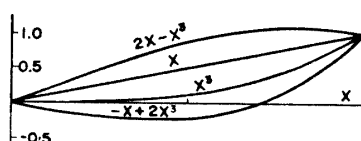


Fig. 16 Schematic modes for added mass coefficients and reduction factors

$$M_M = \rho_M h t \times m_M; \quad M_W = \frac{1}{2} \rho_W h^2 \times C_V;$$

(弾性体有効質量) (付加水質量)

$$\varepsilon = \frac{M_W}{M_M} = \frac{\rho_W h}{\rho_M t} \times \frac{C_V}{m_M} \times \frac{1}{2}$$

(影響係数)

の値と一致しないので、構造のクラック発生につながる振動モード、振動応力の検討の面から考えて、非対角項は無視しえないものと考えられる。なお mode 4 のような高次モードでは ϵ は小さくなる。

水中空中のモードは Fig. 9, 14, 15 に示した程度の差があるが仮に水中と空中でモードが不変であると仮定し、Fig. 14 の空中モードを用いて付加水質量を計算した場合の影響を概略検討する。水中(W), 空中(A)の2次元モードについて付加水質量(M_W)と振動有効質量(M_M)とを面材の存在を考慮に入れて算出し、これらより付加水質量の影響係数(ϵ)を求めると M_W は約 7% 過大評価することが判る。振動数に及ぼす影響は、 M_M の水中空中の差と相殺して今の場合には小さい。Fig. 9 の面材大の場合のように空中水中でモードの差が大きい場合には、 M_W は Table 2 に示すように大きく変化する。この場合にも M_M が同傾向で変化するため、振動数に及ぼす影響としては M_W ほど大きくならないが、しかし両モードの差は構造によつては振動応力の検討に際して必ずしも無視し得なくなる場合もあるものと考えられる。

$$M_{WA} = \rho_W h^2 \times 0.366 = M_{WW} / 1.068 \quad (7.4)$$

$$M_{MA} = \rho_M t_M h \int_0^1 \eta^2 d\zeta + \rho_M t_F d_F = \rho_M t_M h \times 0.608 = M_{MW} / 1.078 \quad (7.5)$$

$$\therefore \epsilon_A = \frac{M_{WA}}{M_{MA}} = \frac{\rho_W h}{\rho_M t_M} \times 0.601 = 10.76 = \epsilon_W / 1.010 \quad (7.6)$$

8 模型実験結果および計算との比較

鋼板(巾×高×板厚=600×240×4.5 or 6.5)の2次元模型により下辺を固定および単純支持の場合について実験したが、何れの場合も両側辺および上辺は自由とし、両側辺には、0.8 mm 以下の間隙を保つて側板(960×600)を配して、実験中水流ができるだけ2次元流となるよう配慮した。最低次の横倒れ振動に着目すると水位が、十分大となると振動数は空中の約 42% に低下する。この影響は、板高さの 1/4 程度から現われ板高さいっぱい迄急激に増加する。水位が板高さを越してさらに増加すると振動数はさらに減少し、それ以後の振動数の低下率は、面材なしの場合で約 10%，面材付き($d_F=24$, $t_F=4.5$ mm)の場合で約 15% の低下であり、この領域の水位変化による接水影響の存在することが判る。したがって、一般に簡単のため行なわれる無限水位中の板の先端(自由端)において、水圧=0, ($\phi=0$)の条件は、本構造では、必ずしも適当でない。熊井¹⁶⁾によれば4辺単純支持板で板高さ以上に水位が増すと振動数は約 5% 低下する。同模型実験が4辺支持の片面接水板であるに対して、本報告では、片持板の両面接水であるという両モデルの相違点を考慮すれば、上述の値は妥当と思われる。

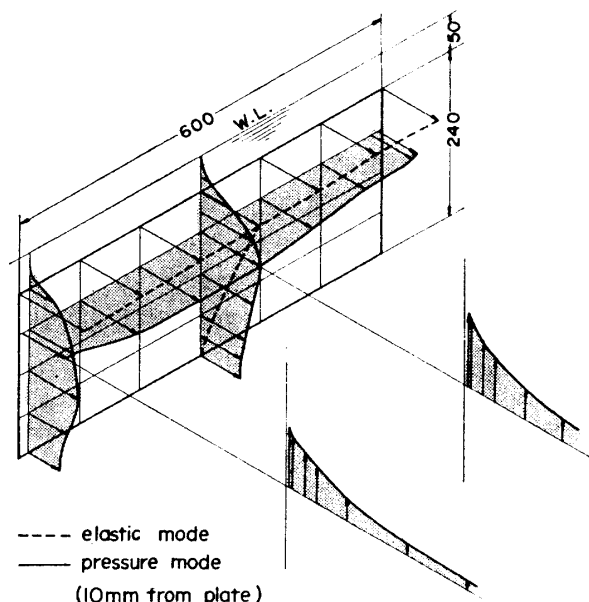


Fig. 17 Pressure distribution on panel(model test)

振動モードおよび水圧の一例を Fig. 17 に示す。水圧の板より遠ざかる数点での減衰率は各点で必ずしも一定でないが、ほぼ同程度で指数関数的に減衰している。水圧分布は前述の Fig. 8 と定性的に一致しており実測振動モードを用いた FEM 計算水圧分布は実測モードとはほぼ一致した。実測振動モードを用いた FEM で水の運動エネルギー T_W と、板の振動エネルギー T_M とを計算し、これらにより、付加水質量の影響係数 ϵ_c を算出し、実測値の ϵ_m と比較すると、実測値が計算値より 5% 小さいが、振動数に及ぼす影響は 2% 程度であり、計算値は実用上十分と推定される。

$$T_W = \frac{1}{2} \rho_W h^2 \omega^2 \sin^2 \omega t \times C_V ; C_V = 0.222 \quad (8.1)$$

$$T_M = \frac{1}{2} \rho_M t_M h \omega^2 \sin^2 \omega t \int_0^1 \eta^2(\zeta) d\zeta = 0.297 \rho_M t_M h \omega^2 \sin \omega t \quad (8.2)$$

$$\epsilon_c = T_W / T_M = 5.08 ; \epsilon_m = (f_A / f_W)^2 - 1 = 4.81 \quad (8.3)$$

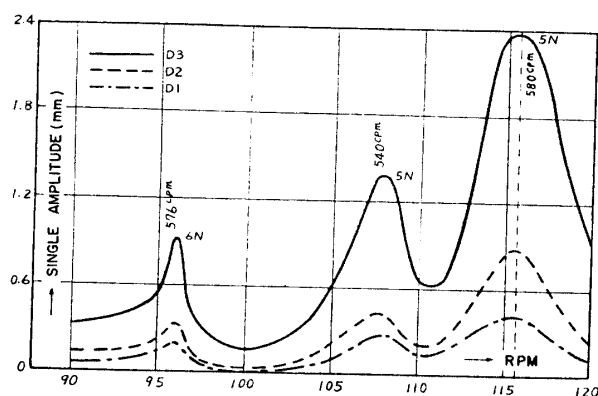


Fig. 18 Resonance curves of deck trans.

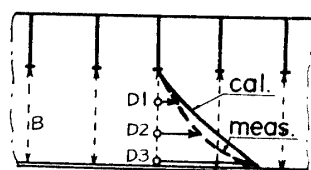


Fig. 20 Measured and calculated lateral modes

9 実船構造の検討

以上の計算法により 20 万トン型ディーゼルタンカーの cargo tank 内構造¹⁵⁾について、実測値と計算値との比較を行う。

計測点、共振曲線ならびに実測と計算のモードおよび振動数を Fig. 18~20 に示す。共振曲線中には 3 個のピークがあり、これら的大骨材深さ方向の振動モードは、Fig. 20 に示すような横倒れ振動である。また面材の実測および計算モードを Fig. 19 にそれぞれ破線および実線で示している。これらの例では、1st mode については、振動数、モードともよく一致していることが判り、本計算法がこれら構造の検討に有効であることおよび、構造の水中振動数は blade frequency と共振する程度にまで低下することが判った。なお、計算に際して deep girder は、L.BHD と 1 間を取り出したが T. bracket 位置で切断してこの位置を単純支持として計算すると両側の隣接パネルの影響が無視されるため計算振動数は低下する。低下率はそれぞれの単独パネルの構造の相対的關係によって決ってくるが、数値計算を行つた程度の実船構造では低下率は約 20% になり、その影響を無視できない。

以上では、web plate, web stiff. は Fig. 21 に示す縦通材の面材位置で固定とし、web stiff. 基部 notch の影響のみを考慮して計算を進めてきた。しかし、実船構造において縦通材の振動が計測される例もあるので、これらの連成振動考慮の要否について検討する必要があるが、文献¹⁾の概略検討によれば縦通材と web stiff. との非連成振動数が接近している場合の他、近似的に、両部材結合部で、固定として取り扱えるものと考えられる。基部 notch の影響は実船程度 ($\Delta d = 25 \text{ mm}$) であれば、切欠きのない場合に比して振動数は約 15%, ($\Delta d = 50 \text{ mm}$) で約 25% 程度低下することとなり、この影響も無視され得ないものと考えられる。

10 結 言

本研究では弾性体の撓みを多種既知関数で表示した場合の速度ポテンシャルを 2 次元有限要素法 (source-sink 法) の手法を適用して予め求めておき、弾性体の水中振動時のモードは、これら既知モードの線型結合で表わされると仮定し、面材の影響および、付加水質量の 3 次元修正を考慮した付加水質量計算法を作成した。本研究で得られた結論のうちの主なものを要約すると以下のとおりである。

(1) 本報の付加水質量計算法により、付加水質量の影響係数、水圧分布などが実用上十分の精度で得られる。

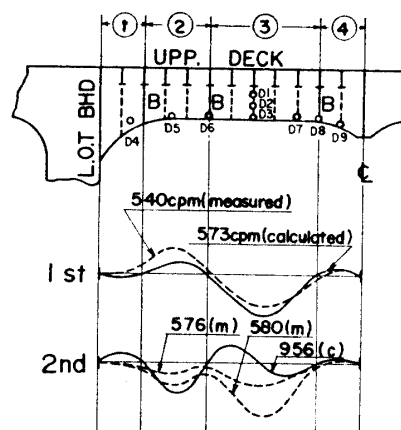


Fig. 19 Measured and calculated frequencies and modes (at face)

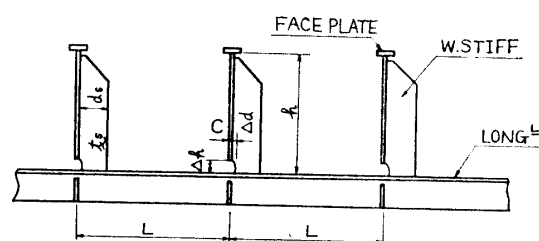


Fig. 21 Example of web stiff., with notch at the root and longl. member

(2) 本報の方法で弾性体の撓み形状を表わすと付加水質量は一定のスカラー量としては表わせず、一般に付加水質量係数の行列の形で表現される。この行列の対角項は、通常取扱われている重畳される各モードそれぞれ単独の場合の付加水質量である。一方非対角項は重畳される各モードの水を介しての連成項であつてバネ効果をなし、振動数に及ぼす影響は必ずしも一定ではなく、構造によつて定まる。非対角項を無視して振動計算を行うと、deep girder 横倒れモードが著しく変化し、振動数はほとんど変わらない場合もあり、これは、構造振動有効質量および付加水質量の対角項が変化するためである。したがつて構造のクラック発生につながる振動モード、振動応力の検討の面から考えてこの非対角項は無視しえない。

(3) 空中モードを用いて付加水質量を求め、水中振動数の推定を行うと、振動数に及ぼす影響はさほどでもないが、構造によつては(2)と同様モード変化などこの方法が必ずしも好ましくない場合も生ずると推察される。

(4) 付加水質量に及ぼす面材の影響は、弾性体のモードを変化させることに基づくものの他、大骨板材先端の回流を拘束するものがある。後者の影響は実船構造で振動数を10%低下させる程度でありこの影響を無視できない。

なお、実船クラックとの対応等を考慮して、以下の項目に関する研究が今後必要と考えられる。

- (1) 構造の共振あるいは強制振動による振動応力の推定、クラックとの対応等。
- (2) 3次元的に拡がる構造の連成影響と、それらの付加水質量に及ぼす影響、ならびに起振力の伝達機構等。

本研究に際し、九州大学応用力学研究所、熊井豊二教授、三菱重工業(株)長崎研究所、大高勝夫氏および同長崎造船所、永元隆一、牛島正夫両氏より討論を戴いた。付加水質量理論式の展開には、同本社、藤野勉博士のご指導を戴き、また模型実験は、同長崎研究所、中野元博氏が担当した。各氏に対し、ここに記して謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) 永元隆一、牛島正夫、大高勝夫、大沼 寛：タンク内構造部材の振動について(その1)、西部造船会々報、第40号、1970、5。
- 2) ϕ . Sigvaldsen : Vibration of deep girders : Det Norske Veritas Publication, No.71 (1970, 5)
- 3) 船体構造研究委員会関東地区部会船尾部タンク小委員会：船尾部タンク内構造の損傷とその対策案；造船学会誌、第489号、昭45、3。
- 4) H. Lamb : Hydrodynamics : Cambridge University Press, 6th Edition, 1932.
- 5) 鬼頭史城：水中において振動する平板の付加水質量について；造協雑纂、第266号、昭和19、5(1944)
- 6) O.C. Zienkiewicz, et al. : The Finite Element Method in Structural and Continuum Mechanics ; McGraw Hill, 1967.
- 7) A.M.O. Smith, J. Pierce : Exact solution of the Neuman Problem. Calculation of non-circulatory plane and axially symmetric flows about or within arbitrary boundaries ; Douglas Aircraft Company.
- 8) J.L. Hess and A.M.O. Smith : Calculation of Nonlifting Potential Flow about Arbitrary three Dimensional Bodies ; Journal of ship Research, Vol.8 No.2, 1964.
- 9) 藤野 勉：有限要素法(9)一流体力学の計算プログラムへの応用；日本造船学会誌、第494号(1970, 8)
- 10) 藤野 勉：有限要素法による連続体解析；三菱重工技報、Vol.6 No.2.
- 11) F.H. Todd : Ship Hull Vibration ; Edward Arnold Ltd. London, 1961.
- 12) 松浦義一、川上 肇：有限要素法による船体振動の付加質量および付加慣性モーメントの計算；造論第124号、(1969)
- 13) 松本互平：Non-Beam Vibration の付加水質量—船体断面の変形を伴う2次元付加水質量の有限要素法による解法—；SR 112 研究報告書 No.114, (1970, 3)
- 14) E. Abrahamsen : Structural Design Analysis of Large Ships ; SNAME (1969, 11)
- 15) Report of Committee 7, Vibration, 4th ISSC (1970)
- 16) T. Kumai : Some Notes on the Local Vibrations of Ships ; Reports of Res. Inst. Appl. Mech Kyūshū Univ. Vol. II No.8 (1953)
- 17) 大高勝夫、香川洸二：Higher Mode Vertical Vibration of Giant Tanker (2nd Report)；日本造船学会論文集第128号、昭46(1971)
- 18) 熊井豊二：二重底振動の付加慣性質量が船体固有振動数におよぼす影響について；西部造船会会報39号、(昭和45年)