

(昭和 47 年 5 月日本造船学会春季講演会において講演)

# 変針の最短時間制御法則とその手動操舵実験

正員 広 田 実\*

The Time Optimal Control Law to Alter Ship's Course  
and its Manual Steering Experiments

by Minoru Hirota, Member

## Summary

At first, the time optimal control law to alter ship's course is reported. The dynamics of the ship's turning motion is assumed to be expressed by the following differential equations,

$$\dot{\psi} = \omega, \quad T\dot{\omega} + \omega = K\delta, \quad \dot{\delta} = Au, \quad |\delta| \leq D, \quad |u| \leq 1$$

Secondly, the completeness of the control law is examined by a digital computer simulation. A computer time to determine a momentary control to be applied to the system is less than 5 msec, therefore, the control law can be used in a feedback system.

Then, manual steering experiments are performed to alter ship's course in a minimum time using  $T$  and  $K$  obtained from zig-zag maneuvering tests. The parameters are confirmed to be correct enough for being used in a feedback steering system.

## 1 要 旨

動特性が線型一次の回頭角速度と、純積分の転舵運動で表わされると仮定すると、船の回頭運動は制御（操舵命令）に対して三次の線型微分方程式で表わされ、状態変数（舵角）に制限のある問題となる。この条件で船の針路を変更整定させるような最短時間制御法則を導いて報告する。この制御法則はフィードバック制御系を構成することを目的とするが、実施にあたって電算機を含む操舵装置が必要となるので、実船実験は行わず、電算機によるシミュレーションによつてその実用性を確かめてみた。

次にZ試験による操縦性指数の測定の正確さと外乱の影響などを確かめる意味で手動操舵による実船実験を行なつてみた。始め電算機の計算結果から時間表による操舵を行ない、ついで回頭角と舵角に注目する不完全なフィードバック方式の操舵を試みた。前者は全回頭角のズレが大きく、後者は操舵員の慣れを必要とする。あて舵の開始を回頭角できめ、戻せまでを時計で計測すると操舵法は容易であることを確かめたが、船の実情に適しない面がある。これらの試験結果から、Z操縦試験による  $T, K$  を用いて、電算機による最短時間操舵が十分可能と思われる。

## 2 最 適 操 舵

近代制御論の進展に伴い、評価関数が極値をとるよう制御操作を決定する問題、すなわち最適制御が研究されつつある。船の操舵は古典制御論においても好箇の研究対象を提供してきたが、最適制御論においても同様である。

操舵の形態は種々あるが、その主たる目的は2つある。すなわち、二点間の最短距離を航行するための保針と、危険物を避けるための変針とである。保針操舵は一般に長時間その状態を保つ必要があるため、安全性と経済性とに重点が置かれるべきであろう。しかし、安全性の評価関数は多数の要素が複合されているのでしばらく措くとして、経済性については針路誤差による距離増加、操舵による速力の低下などが挙げられる。両者は共に自乗の積分の形に評価関数をまとめることができる<sup>1)</sup>ので既に種々の研究がなされている<sup>2)</sup>。これに反して変針操舵

\* 神戸商船大学

は安全性の見地などから、一般に急速な応答を必要とすることが多いので、評価関数としては操作時間をとり、ゆれを最小とすることが望まれる<sup>1)</sup>。

従来のオートパイロットは製作の主目的を保針操舵に置いている。この設計の根本には線型制御によるフィードバック回路を簡単に信頼性ある素子で実現する考えがあつて、副次的に風浪による外乱から操舵機を保護する目的で主回路に非線型素子の遊び(天候調整)、またこれによる遅れを補償する目的で帰還回路にも非線型素子の遊び(テレモータ調整)を含んでいる。操作(舵角)を決めるに際して、針路変更のオーバーシュートを極度に嫌うために安定度が高いことと、急速な応答との適当な調和を得るようゲイン調整(P動作)、あて舵調整(D動作、通常のサーボ系におけるタコメータ帰還に相当する)を定めるが、この時の評価関数は明確な形で与えられず、乗組員の調節にまかされている<sup>2)</sup>。近年残留舵角の自動修正のため(I動作)を加える動きもある。以上のような性格から現在のオートパイロットは保針操舵には適しているが、変針操舵には不十分なため、主として大洋航行中の保針に利用されている。

### 3 最短時間変針と閉回路方式の必要性

最短時間制御をポントリヤギンの最大原理によつて決定することがよく行なわれている<sup>4)</sup>。この方法を直接利用すると、まず補助変数に関する微分方程式を解き、これより決定される制御時間関数が状態変数の初期条件と終端条件を満足することが必要となるため、二点境界値問題を解くことになる。この問題は通常探索によつて解かれるが、初期推定の問題があり、収束の早い計算法が必要で現在尚研究されつつある<sup>5)</sup>。このうち船の操舵のように状態変数に制限ある問題は特に困難である<sup>6)</sup>。

変針操舵の問題は最大原理その他経験からも0付バング-バング型の制御となることが判つているので、これを利用して屢々終端条件より逆時間で遡り、初期条件を満足させるよう切換条件を決定する方法が行なわれている。しかしながら、この方法は状態空間の分割に関する規則が複雑で、まだ明確な形の制御法則は与えられていない<sup>7)</sup>。もし初期条件を回頭角速度、舵角共に0の場合に限定するならば、舵角の時間関数の型は一般に二種類(図11(a),(c))に限定されるので、初期及び終端条件を満足するよう切換時刻をそれぞれの場合について決定できる。この方法で制御の時間関数を決定し、手動操舵で実験が行なわれた<sup>8)</sup>。

制御の時間関数を決定してタイムテーブルに従つて操作を加える方法は開回路制御法と呼ばれる。現在最適制御のかなり多くの場合がこの方法で実施されているが、その欠点は次のようである。外乱が加わつた時終端条件を満足しなくなるが、これを操作の途中で修正する方法はなく、止むなく操作終了時より改めて修正を行なうならば、それは最短時間制御とはならない。ここで外乱とは、動特性同定の不完全さによるパラメータの誤差、外部要因によるパラメータの変動、外力による予想外の応答、および操舵途中における人為的な目標変更などを意味する。

制御が時間関数でなく、状態変数の関数として与えられれば、これを制御法則と呼び、制御法則を与える問題をシンセンスという。制御法則が与えられていれば、制御の終了時には必ず終端条件を満足させることができる。特性値の変動、制御動作の不正確さ、外乱、目標値の人為的な変更なども含めて常時訂正が行なわれる利点があつて、安全確実な動作を期待する制御装置はフィードバック制御を理想としている。しかしながら、このようなシンセンス問題が解けている例は非常に少なく、状態変数制限のある対象では特にまれである。次善の策として、もし何らかの方法で最短時間制御を極めて短時間に決定する方法があれば、制御関数の初期を極めて小時間だけ制御系に加えた後、改めてその状態を初期条件として最短時間制御を決定することを繰返して、フィードバック制御を行なうことができる。この意味からも収束の早い計算法が研究されている<sup>9)</sup>。

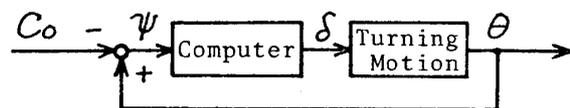


図1 フィードバック操舵装置

実際に最短時間制御を実施するとすれば、通常はデジタル電算機を含む制御回路が必要となる、図1において電算機の分担する作業は、最短時間制御の決定と、動特性の同定とである。動特性については速力、喫水、トリムの変化を考慮して  $T$ 、 $K$  及び残留舵角  $\delta_r$  を常時決定することとなる。以下では動特性は与えられたものとして議論を進め、同定問題には立ち入らないことにする。

## 4 操舵による回頭運動と操縦性指数の決定

船の回頭運動は操舵による速力低下に起因する非線型を含み複雑であるが、ここでは速力を一定と仮定し、同定の容易さや操舵の経験その他を考慮して線型一次系を仮定する<sup>9,10</sup>。

$$\dot{\delta} = Au \quad (1.1)$$

$$T\dot{\omega} = -\omega + K\delta \quad (1.2)$$

$$\dot{\psi} = \omega \quad (1.3)$$

ここに、 $u$ ,  $\delta$ ,  $\omega$ ,  $\psi$  はそれぞれ制御、舵角、回頭角速度、回頭角で、 $A$  : 最大転舵速度、 $T$  : 追従安定の指数、 $K$  : 旋回力の指数である。 $u$  はほぼ操舵号令と考えてよい。またここで使用する  $\psi$  は目標針路  $C_0$  に対する現針路  $\theta$  の相対値と定義するので、 $\dot{\theta}$  と  $\dot{\psi}$  とは同符号である。 $\theta$  は北を  $0^\circ$  とし、右廻りに  $360^\circ$  までをとる航海術の慣行に従う。したがって、 $\delta$  の正は船が右回頭の定常旋回に入る向きとする。図2参照。

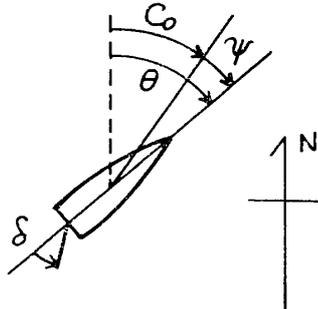


図2 角度の測り方規約

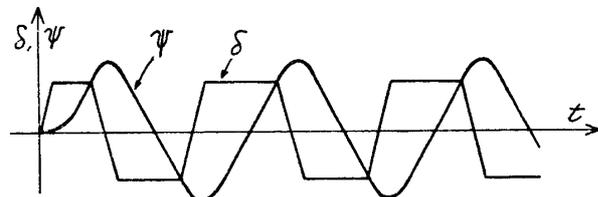


図3 Z操縦試験の舵角と回頭角

操舵機は安価な装置で法規の要求する最低転舵速度 ( $-35^\circ \sim 30^\circ$ , 28秒以下) を満足させるため、一次遅れ系というよりむしろ飽和速度で運転される時間が長い (図15, 16の舵角参照) ので純積分系で近似する。

次に操縦運動の式は速度変化の項を除き線型化の後次のように与えられている<sup>11)</sup>。

$$T_1 T_2 \ddot{\omega} + (T_1 + T_2) \dot{\omega} + \omega = K\delta + K T_3 \dot{\delta} \quad (2)$$

この式で  $\ddot{\omega}$  と  $\dot{\delta}$  の項を省略したのが (1.2) であるから、 $T$ ,  $K$  を決定するに際して、これから問題とする変針操舵になるべく似た状態でパラメータを決定したい。それには図3に示すようなZ操縦試験が有効<sup>9,10</sup>、この試験法では転舵時間に比べ舵角一定の時間が相対的に長く、変針操舵の実情に近い。(1.2)による同定がどの程度正確に行なわれるかを示すため、後で実験に使用する深江丸の測定例を図4に示す。同船は360総トンの練習船で、 $L_{pp} = 37.0\text{m}$ 、可変ピッチプロペラ付ディーゼル機関の船である。主機の回転数制御は正確で旋回中も回転数低下はない。測定は昭45, 46年に行なわれ、風向風力は種々である。速力は半速より全速 ( $8' \sim 11'$ ) であるが、操舵実験に便利なよう進入速力によって無次元化されている。測定値のパラッキは常用舵角付近で、 $T'$  は  $\pm 10\%$ 、 $K'$  は  $\pm 5\%$  程度であつた。同図には同時に行なわれたスパイラル試験とZ試験の測定値が添えられていて、両者の  $K'$  には大差がない。この時出渠直後であつたが、たまたま転舵速度が異なつているので、 $T'$  のもつ他の試験との差の原因は不明である。

以下では (1) で与えた動特性について最短時間変針法を考える。より複雑な動特性では、海上で外乱が避けられないため高次微分程外乱の影響を大きく受け係数の決定が困難になるばかりでなく、より

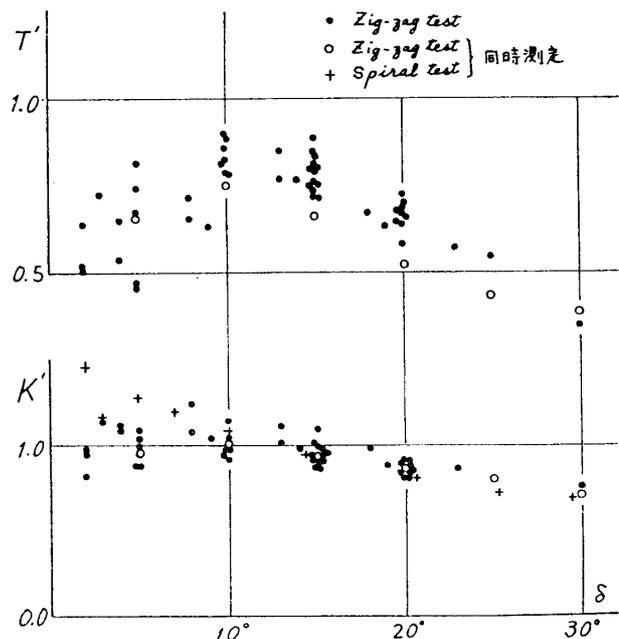


図4 深江丸のZ操縦試験成績

高次系の最短時間制御法則が解けていないので現状では考えないことにする。

$$\text{初期条件 } (\delta_0 \ \omega_0 \ \psi_0) \neq 0 \quad (\text{任意}) \quad (3.1)$$

$$\text{終端条件 } (\delta_T \ \omega_T \ \psi_T) = 0 \quad (\text{整定}) \quad (3.2)$$

$$\text{評価関数 } T = \int_0^T dt \longrightarrow \text{minimum} \quad (3.3)$$

$$\text{拘束条件 } |u| \leq 1 \quad (4.1)$$

$$|\delta| \leq D \quad (4.2)$$

最大舵角の制限値  $D$  は、安全のため危険に対する緊急度により次の三段階を考えることにする。 $D_1=35^\circ$  (Hard),  $D_2=15^\circ$  (指示なし, 常用舵角),  $D_3=7.5^\circ$  (Easy) である。高速航行中には緊急止むを得ないときのみ  $D_1$  を使用する。その理由は大舵角の使用によつて船体が傾き、予告なしの船体傾斜は船内作業に支障を来すばかりでなく、大舵角による速力低下は主機関に過負荷を与えるからである。低速においては  $D_1$  を使用する。これは時間ベースでの舵ききが悪いことと、大舵角を使用しても傾斜が小さいからである。傾斜角はほぼ速力の自乗に比例し、舵角に比例すると考えられる。距離ベースで考えれば、航跡はほぼ舵角によつて定まり、速力の影響が小さいので、緊急回避が予想される狭水路、港内ではあらかじめ速力を低下させて置くのが常である。

### 5 状態変数 $\pi$ の導入

(1.2) を時間積分して状態変数  $\pi$  を定義する。

$$T\omega + \psi - (T\omega_0 + \psi_0) = K \int_0^t \delta dt$$

$$\pi \equiv T\omega + \psi = \pi_0 + K \int_0^t \delta dt \quad (5)$$

$\pi$  は簡単な計算回路によつて求められる。 $\pi, \omega, \psi$  のうち2個を定めると残りは定まるので、状態変数の定め

方は図5に示すように3種類ある。(a)は  $\delta\omega\psi$  で通常の状態変数、(b)は  $\delta\pi\psi$  で(a)と共にアナログ計算機むき、(c)は  $\delta\pi\omega$  でデジタル電算機に便利である。以下では  $\delta\pi\omega$  をとつて話を進めることにする。改めて運動方程式を与えると

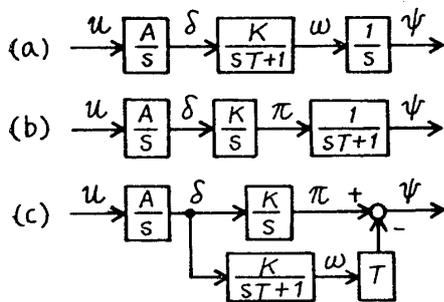


図5 状態変数の選び方  
(a)  $\delta\omega\psi$  (b)  $\delta\pi\psi$  (c)  $\delta\pi\omega$

$$\dot{\delta} = Au \quad |u| \leq 1 \quad (6.1)$$

$$\dot{\pi} = K\delta \quad |\delta| \leq D \quad (6.2)$$

$$T\dot{\omega} = -\omega + K\delta \quad (6.3)$$

但し  $\psi = \pi - T\omega \quad (5')$

$$\text{初期条件 } (\delta_0 \ \pi_0 \ \omega_0) \neq 0 \quad (\text{任意}) \quad (7.1)$$

$$\text{終端条件 } (\delta_T \ \pi_T \ \omega_T) = 0 \quad (\text{整定}) \quad (7.2)$$

状態変数  $\pi$  をとる利点は、応答の計算式が次に示すように純積分で求められ、 $\psi$  よりはるかに簡単であることが第一の理由である。後で利用するので応答を計算して置こう。最短時間制御は0付バング-バングとなるので、入力  $a$  が0とステップの時を考えればよい。入力を  $a$  で表わすと

$$a \equiv Au \begin{cases} = \pm A & (\text{転舵中, ステップ入力}) \\ = 0 & (\text{舵角一定, 0入力}) \end{cases} \quad (8.1)$$

$$(6.1) \text{ より } \delta = \delta_0 + at \quad (8.2)$$

$$(6.2) \text{ より } \pi = \pi_0 + K\delta_0 t + Kat^2/2 \quad (8.3)$$

$$(6.3) \text{ より } \frac{d}{dt}(T\dot{\omega} + \omega) = \frac{d}{dt}(K\delta) = Ka$$

ラプラス変換して

$$\Omega(s) s(sT+1) = (sT+1)\omega_0 + T\dot{\omega}_0 + Ka/s$$

$$\Omega(s) = \omega_0/s + T\dot{\omega}_0/s(sT+1) + Ka/s^2(sT+1)$$

$$\therefore \omega(t) = \omega_0 + T\dot{\omega}_0(1 - e^{-t/T}) + Ka(t - T + Te^{-t/T})$$

この式に (6.3), (8.2) を代入して

$$\omega - K\delta + KaT = (\omega_0 - K\delta_0 + KaT)e^{-t/T} \quad (8.4)$$



$$\omega_S = KD + (\omega_P - KD)e^{-\tau_2/T}$$

この式と (12) から  $\omega_S$  を消去し,  $\tau_1 = \tau_2 > 0$ , 及び  $\omega_S < 0$  のときも考慮して

$$\tau_1 = T \log(1 + \sqrt{|\omega_P|/KD}) \quad (14)$$

点Pまでの時間 $\tau$ は(11)式より予測できる。又点Pは $\pi=0$ の成立によつて知られ, その後切換点Sまでの時間は(14)によつて予測できる。切換その他にむだ時間が含まれるとき, 切換時刻を簡単な式で予測できるので, 切換遅れによるチャタリングやリミットサイクルの防止に利用できるであろう。

## 6 逐次高次化法

船の最短時間変針操舵の制御法則は今迄報告されていなかつた。筆者は船の操舵に関連して状態変数に制限ある最短時間制御法則を追求中に逐次高次化法とも呼ぶべき最短時間制御決定の法則を得た。現在までのところ純積分型 $n$ 次の系<sup>14)</sup>と, 船の回頭運動に関するもの<sup>15)</sup>が証明できた。その証明はかなり長いので省略することとし, 上記論文で紹介されていなかつた最短時間制御の解析的な形式を導いて報告したい。逐次高次化法を要約すると次のようになる<sup>16)</sup>。

図7(a)に示すように数個の帰還回路を含む制御系があるとき, 帰還回路を含む系を分解して, 同図(b)に示すように一次の系 $G_1, G_2, \dots, G_n$

の縦続接続に構成する。これらの一次の系の特性根は総て0および重根を含めて実数とする。(根が正のときは初期条件が原点からの逆時間解の到達可能域にあるとする)。 $G_i$ の出力を状態変数 $X_i$ と定義する。この系において状態変数

$X_n$ は自分自身の初期条件と制御 $u$ 及び $X_1, X_2, \dots, X_{n-1}$ の支配を受けて定まるが,  $X_n$ は $X_1, X_2, \dots, X_{n-1}$ に影響を与えないことは明らかである。又ここで,  $n-1$ 次系の最短時間制御法則は何らかの形で与えられているものとする。

この $n$ 次系において, 状態変数 $X_1, X_2, \dots, X_{n-1}$ の任意の初期条件に注目して,  $n-1$ 次系の制御関数を決定し, これを $n$ 次系の数学モデルに適用すれば, 推定値 $X_1^E=0, X_2^E=0, \dots, X_{n-1}^E=0$ を得る。このとき一般に $X_n^E \neq 0$ である。ここで

$$u = -\text{sgn}(X_n^E) \quad (15)$$

で定まる制御を, 初期条件につづく微小時間だけ $n$ 次の制御系に加え, 改めてその結果の状態変数を初期条件として上記の操作を繰返すと, 次に得られる $|X_n^E|$ は始め不変であつても必ず途中から単調減少する。その結果ついに $X_n^E=0$ を得るが, それ以後は $n-1$ 次系制御法則に従うことによつて最短時間制御を得ることができる。

以上のような法則であつて, これを用いて最短時間制御を決定すると次のような利点がある。

(i) 一次系の制御法則は通常自明であるので, この方法を逐次進めることによつてより高次の系を解き得る。

(ii) この方法によると, 任意の初期条件につづく微小時間の制御を順時間で決定してゆくのので, 状態変数の制限が働く場合でも微小時間の制御を0又は適当な値に改訂してゆくことによつて容易に解くことができる。

(iii) 一般に $n$ 次系に比べて $n-1$ 次系の制御法則は簡単であるから, 計算時間が短くてすむ。又もし $n$ 次系の制御法則が解析的な形で与えられているときでも, アナログ回路によつてこの関数発生器を実現することは非常に困難なことが多い。この時は $n-1$ 次系の制御関数発生器と,  $n$ 次系のシミュレーション回路によつて $n$ 次系の制御関数発生回路を構成することができる利点を持つ。

さて最短時間操舵法則(三次系)を導くためには, 二次系の制御法則をまず導く必要がある。後者は既に知られているが, 逐次高次化法の有効性を説明する例としよう。はじめに導入した状態変数 $\pi$ を用い, 純積分型の二次系を考えよう。

$$\dot{\delta} = Au \quad |u| \leq 1$$

$$\dot{\pi} = K\delta \quad |\delta| \leq D$$

$$(\delta_0, \pi_0) \longrightarrow (\delta_T=0, \pi_T=0)$$

一次系の制御法則は直観的にも明らかで、 $u$ の最大値を $\delta$ が減少する向きにとればよい。制御時間を $\tau$ として

$$\delta^E = 0 = \delta_0 - \text{sgn}(\delta_0) A\tau$$

$$\therefore \tau = |\delta_0|/A$$

この制御を $\tau$ 時間だけ加えたときの $\pi$ の値は

$$\begin{aligned} \pi^E &= \pi_0 + K\delta_0\tau - \text{sgn}(\delta_0)KA\tau^2/2 \\ &= \pi_0 + K\delta_0|\delta_0|/A - \text{sgn}(\delta_0)K\delta_0^2/2A \\ &= \pi_0 + \text{sgn}(\delta_0)K\delta_0^2/2A \end{aligned} \quad (16)$$

$\pi^E$ は純積分型二次系のよく知られた切換関数に一致している<sup>17)</sup>。一次系制御法則から二次系制御法則を得た。

状態変数制限のないときの二次系制御法則を次式で与えると便利である

$$D_{II} : \left. \begin{aligned} \phi_1 &= \delta, & \sigma_1 &= \text{sgn}(\phi_1) \\ \phi_2 &= \pi + \sigma_1 K\delta^2/2A, & \sigma_2 &= \text{sgn}(\phi_2) \end{aligned} \right\} \quad (17.1)$$

$$L_{II} : \left\{ \begin{array}{ll} \text{if } \phi_2 \neq 0 & u = -\sigma_2 \\ \text{if } \phi_2 = 0 \text{ and } \left\{ \begin{array}{ll} \text{if } \phi_1 \neq 0 & u = -\sigma_1 \\ \text{if } \phi_1 = 0 \text{ (制御終了)} & u = 0 \end{array} \right. & \end{array} \right\} \quad (17.2)$$

ここに $D_i, L_i$ はそれぞれ $i$ 次の系に対する定義、制御法則で、 $\phi_i$ は切換関数、 $\sigma_i$ は切換関数の符号である。上式のand以後は一次系の制御法則で、これが二次の制御法則に含まれ階層的構造をなしている。

次に状態変数制限が働く場合を考えよう。①もし緊急時の制限値 $D_1$ が解除され、これ以後通常時の制限値 $D_2$ が適用される時 $|\delta| > D_2$ なら、あらゆる制御に先立つて、まず $|\delta|$ を $D_2$ まで減じなければならない。②制御の途中で $|\delta| > D_2$ が起きる可能性ある場合は $u=0$ に改訂する。それによつて $|\delta|=D_2$ に留めるが、 $|\delta|$ は許され得る最大値であり、(6.2)より $\int dt = \int d\pi/K\delta$ を得るので最短時間制御である<sup>18)</sup>。③ $u=0, |\delta|=D_2$ が続くうちに $\phi_2=0$ が成立すれば、これ以後状態変数制限のない制御法則によつて終端を満足することを意味するので、状態変数制限は解除される<sup>19)</sup>。以上のことは図8に示す位相面上の軌跡によつて理解されるであろう。これらをまとめて

状態変数制限のあるときの二次系制御法則は

$$L_{II}' : \left\{ \begin{array}{ll} \text{if } |\phi_1| > D & u = -\sigma_1 \\ \text{if } |\phi_1| \leq D \text{ and } \left\{ \begin{array}{ll} \text{if } \phi_2 \neq 0 \left\{ \begin{array}{ll} \text{and if } |\phi_1| = D \text{ and } \phi_1\phi_2 < 0 & u = 0 \\ \text{otherwise} & u = -\sigma_2 \end{array} \right. & \\ \text{if } \phi_2 = 0 \text{ and } \left\{ \begin{array}{ll} \text{if } \phi_1 \neq 0 & u = -\sigma_1 \\ \text{if } \phi_1 = 0 \text{ (制御終了)} & u = 0 \end{array} \right. & \end{array} \right. & \end{array} \right\} \quad (18)$$

(18)は(17.2)を包含していることが分かる。

### 7 最短時間変針操舵の制御法則

次に三次系の制御法則を考える。始めにこの時利用する二次系の制御法則は状態変数制限のない場合であつたとする。(17)の制御法則より切換1回の制御関数が図9(a)のように与えられる。式で表わすと

$$u(t) = -\sigma_2 \{U(t) - 2U(t-\tau_1)\}, \quad (0 \leq t \leq \tau_1 + \tau_2) \quad (19)$$

ここに $U(t)$ は単位ステップ関数である。(19)を $t=\tau_1+\tau_2$ まで時間積分して舵角(図9(a')), および $\pi$ を得る。これは終端条件を満足する。

$$\delta^E = \delta_0 - \sigma_2 A \{(\tau_1 + \tau_2) - 2\tau_1\} = 0 \quad (20.1)$$

$$\pi^E = \pi_0 + K\delta_0(\tau_1 + \tau_2) - \sigma_2 KA \{(\tau_1 + \tau_2)^2 - 2\tau_1^2\}/2! = 0 \quad (20.2)$$

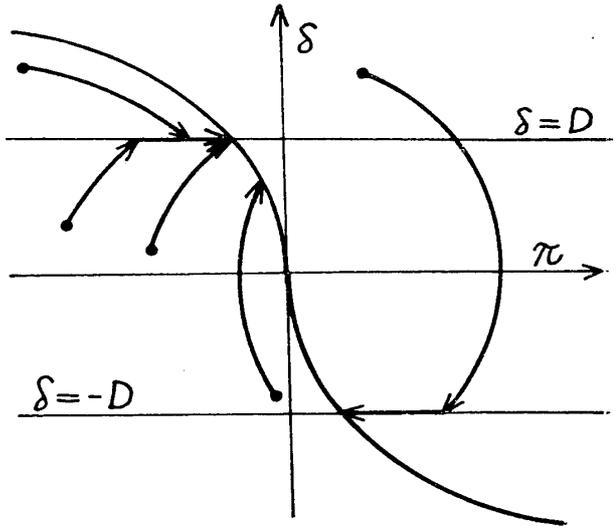


図8 純積分型二次系の最適軌道

これらを解いて

$$\left. \begin{aligned} \tau_1 &= [\sqrt{\delta_0^2/2 + \sigma_2 A \pi_0 / K} + \sigma_2 \delta_0] / A \\ \tau_2 &= \sqrt{\delta_0^2/2 + \sigma_2 A \pi_0 / K} / A \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

(8.) を用いて  $\omega^E$  を計算し,  $\delta^E=0$  に留意すると

$$\begin{aligned} \omega(\tau_1) - K\delta(\tau_1) - \sigma_2 KAT &= (\omega_0 - K\delta_0 - \sigma_2 KAT)e^{-\tau_1/T} \\ \omega^E - K\delta^E + \sigma_2 KAT &= (\omega(\tau_1) - K\delta(\tau_1) + \sigma_2 KAT)e^{-\tau_2/T} \\ \therefore \omega^E &= \sigma_2 KAT(-1 + 2e^{-\tau_2/T}) + (\omega_0 - K\delta_0 - \sigma_2 KAT)e^{-(\tau_1 + \tau_2)/T} \end{aligned} \quad (20.3)$$

切換線の式は  $\omega^E=0$  と置いて, 上式に  $\tau_1, \tau_2$  を代入すると, かなり面倒な計算の後次式のように得られる。

$$\phi_3' \equiv \frac{\pi_0}{KA} + \sigma_2 \frac{\delta_0^2}{2A^2} - \sigma_2 T^2 \log^2 [1 + \sqrt{1 - e^{-\sigma_2 \delta_0 / AT} \{1 + \sigma_2 (K\delta_0 - \omega_0) / KAT\}}] = 0 \quad (22)$$

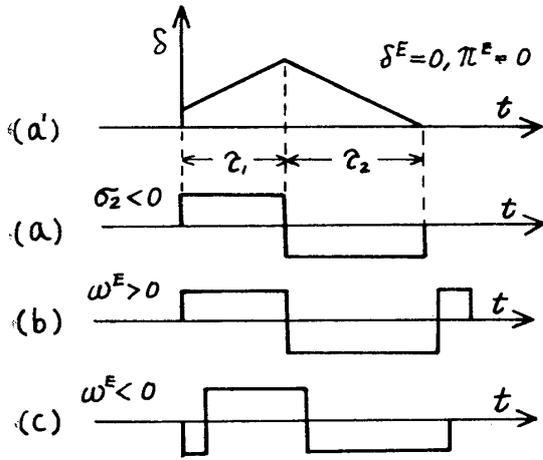


図9 二次系の制御関数と三次系初期制御の決定

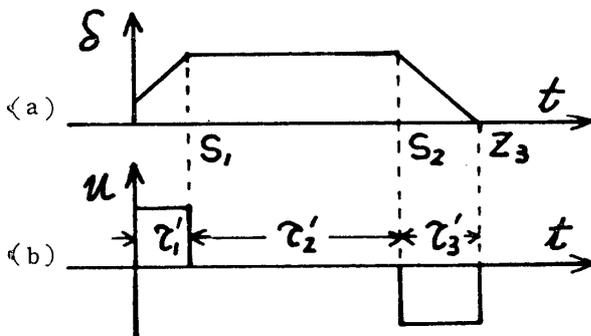


図10 状態変数に制限ある二次系の制御関数

から, 制御は次式のように与えられる。図で示すと図10(b)のようになり, 舵角変化は(a)のようになる。

$$u(t) = -\sigma_2 \{U(t) - U(t - \tau_1') - U(t - \tau_1' - \tau_2')\}, \quad (0 \leq t \leq \tau_1' + \tau_2' + \tau_3') \quad (23)$$

(23) を  $t = \tau_1' + \tau_2' + \tau_3'$  まで時間積分して次式を得る。

$$\delta^E = \delta_0 - \sigma_2 A \{(\tau_1' + \tau_2' + \tau_3') - (\tau_2' + \tau_3') - \tau_3'\} = 0 \quad (24.1)$$

$$\pi^E = \pi_0 + K\delta_0(\tau_1' + \tau_2' + \tau_3') - \sigma_2 KA \{(\tau_1' + \tau_2' + \tau_3')^2 - (\tau_2' + \tau_3')^2 - (\tau_3')^2\} / 2 = 0 \quad (24.2)$$

次に図10(a)より  $\tau_3' = D/A$  であることに留意して上式を解くと

$$\left. \begin{aligned} \tau_1' &= D/A + \sigma_2 \delta_0 / A \\ \tau_2' &= -D/A + \sigma_2 \pi_0 / KD + \delta_0^2 / 2AD \\ \tau_3' &= D/A \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

(8.4) を用いて  $\omega^E$  を計算し,  $\delta^E=0$  に留意すると

$$\begin{aligned} \omega(\tau_1') - K\delta(\tau_1') - \sigma_2 KAT &= (\omega_0 - K\delta_0 - \sigma_2 KAT)e^{-\tau_1'/T} \\ \omega(\tau_1' + \tau_2') - K\delta(\tau_1' + \tau_2') &= (\omega(\tau_1') - K\delta(\tau_1'))e^{-\tau_2'/T} \end{aligned}$$

この結果は先に得られた R. Oldenburger<sup>20)</sup> や Bogner, Kazda<sup>21)</sup> の結果と一致する。但し前者は  $\sigma_2 = \text{sgn}(\pi_0)$  としているので誤っていると思われる。後者は式の中に  $\sigma_2$  を含んでいないので, 特定の初期条件からの解である。しかしながら, このような形で切換線を与えることは実用上不便が多い。第一に(22)を実現するアナログ式関数発生器の設計は困難である。第二にデジタル式で計算すれば(20.3)より有利であるが, もし根号内が負になると判断できない部分が起きる。事実 R. Oldenburger はこの式が複素数になることもあると述べている。これに対して  $\omega^E$  は  $\tau_1, \tau_2$  を含めて複素数になることはなく, 制御の符号決定に直結している。又アナログ式でシミュレーションによつて解くことも可能である。以上の理由から  $\omega^E$  を用いることにする。

$\omega^E \geq 0$  によつて初期制御を定めてゆくと, それぞれ最終的には図9(b), (c)に示すように三次系の制御関数が決定される。両者共第1回の切換点では  $\omega^E=0$  となり, それ以後の制御は二次系の制御法則に従う。

二次系の制御は状態変数の制限が働かないが,  $\omega^E$  で定められる初期制御を加えるうちに,  $|\delta| > D$  が成立すると予想されるときは,  $u=0$  とすることによつて  $|\delta| = D$  に留める。その時の舵角は図11(c)のようになる。

次に  $\omega^E$  を計算するに当つて利用する二次系の制御法則に状態変数制限を含む場合を考える。制御法則(18)

$$\omega^E - K\delta^E + \sigma_2 KAT = (\omega(\tau_1' + \tau_2') - K\delta(\tau_1' + \tau_2') + \sigma_2 KAT)e^{-\tau_3'/T}$$

$$\therefore \omega^E = \sigma_2 KAT(-1 + e^{-\tau_3'/T} + e^{-(\tau_2' + \tau_3')/T}) + (\omega_0 - K\delta_0 - \sigma_2 KAT)e^{-(\tau_1' + \tau_2' + \tau_3')/T} \quad (24.3)$$

$\omega^E = 0$  と置いて (25) を代入すると切換線の式を得る。

$$\phi_3' \equiv \frac{\pi_0}{KD} + \sigma_2 \frac{\delta_0^2}{2AD} - \sigma_2 T \log \left[ \frac{1 - e^{-(\sigma_2 \delta_0 + D)/TA} \{1 + \sigma_2 (K\delta_0 - \omega_0)/KAT\}}{1 - e^{-D/TA}} \right] = 0 \quad (26)$$

$\phi_3'$  は  $\omega^E$  と異符号であることを (22), (26) 共に証明できる<sup>16)</sup>が, 制御法則にはそれぞれの  $\omega^E$  を使用する。状態変数制限が働くときは,  $\tau_2'$  が正でなければならないので

$$\tau_2' > 0 \quad \text{または} \quad \delta_0^2/2 + \sigma_2 \pi_0 A/K > D^2$$

制御法則は次のように与えられる。

$$D_{\text{III}}' : \left. \begin{array}{l} \phi_1 = \delta, \quad \phi_2 = \pi + \sigma_1 K\delta^2/2A \\ \sigma_1 = \text{sgn}(\phi_1), \quad \sigma_2 = \text{sgn}(\phi_2), \quad \sigma_3 = \text{sgn}(\phi_3), \\ \text{where} \quad \tau_2' = \delta^2/2AD + \sigma_2 \pi/KD - D/A \\ \text{if } \tau_2' \leq 0; \quad \tau_2 = \sqrt{\delta^2/2 + \sigma_2 A\pi/K}/A, \quad \tau_1 = \tau_2 + \sigma_2 \delta/A \\ \phi_3 = \sigma_2 KAT(-1 + 2e^{-\tau_2/T}) + (\omega - K\delta - \sigma_2 KAT)e^{-(\tau_1 + \tau_2)/T} \\ \text{if } \tau_2' > 0; \quad \tau_3' = D/A, \quad \tau_1' = \tau_3' + \sigma_2 \delta/A \\ \phi_3 = \sigma_2 KAT\{-1 + e^{-\tau_3'/T} + e^{-(\tau_2' + \tau_3')/T}\} + (\omega - K\delta - \sigma_2 KAT)e^{-(\tau_1' + \tau_2' + \tau_3')/T} \end{array} \right\} \quad (27.1)$$

$$L_{\text{III}}' : \left\{ \begin{array}{l} \text{if } |\phi_1| > D \\ \text{if } |\phi_1| \leq D \text{ and } \left\{ \begin{array}{l} \text{if } \phi_3 \neq 0 \left\{ \begin{array}{l} \text{and if } |\phi_1| = D \text{ and } \phi_1 \phi_3 > 0 \\ \text{otherwise} \end{array} \right. \\ \text{if } \phi_3 = 0 \left\{ \begin{array}{l} \text{if } \phi_2 \neq 0 \left\{ \begin{array}{l} \text{and if } |\phi_1| = D \text{ and } \phi_1 \phi_2 < 0 \\ \text{otherwise} \end{array} \right. \\ \text{if } \phi_2 = 0 \text{ and } \left\{ \begin{array}{l} \text{if } \phi_1 \neq 0 \\ \text{if } \phi_1 = 0 \text{ (制御終了)} \end{array} \right. \end{array} \right. \end{array} \right. \end{array} \right. \end{array} \right\} \quad (27.2)$$

上記制御法則において  $\phi_3, \sigma_3$  に関する部分が逆符号になっているのは次の理由による。初期制御は逐次高次化法によつて  $u = -\text{sgn}(\psi^E)$  で与えられるべきところを計算の容易な点から  $\omega^E = (\pi^E - \psi^E)/T = -\psi^E/T$  とし計算していることによる。以上によつて状態変数制限ある三次系 (操舵) の制御法則が与えられた。状態変数制限のない場合の制御法則は上の制御法則に包含されている。

従来屢々切換線を用いる制御法則において, 切換線に達すれば, 制御をそれ以前の制御の逆符号にするというように与えられていた。このように与えると切換点付近で外乱のため何回も切換線を往復するとき制御の決定が困難になる。ここで与えた制御法則は常に状態変数の値によつて制御を与えるから, 記憶能力の低いアナログ式の回路であつても正確な判断を下し得る利点を持つ。又上記制御法則をプログラムすればそのままデジタル電算機によるオンライン, リアルタイムの制御が可能となる。

実際に最短時間操舵装置を設計するとすれば, 入力として針路 (コンパス), 角速度 (レートジャイロ), 舵角 (セルシンまたはポテンショメータ) が必要で, 他に速度計からの入力が必要としよう。

## 8 電子計算機によるシミュレーション実験と結果の検討

電算機内部に上記の最短時間制御法則と船の動特性を記憶させ, 応答のシミュレーションを行なうことによつてトラジェクトリーを計算させることができる。デジタル電算機は TOSBAC-3400-21(FORTRAN II, 48 bits 浮動小数点計算で, 加算は  $10.2 \mu \text{sec}$ , 乗算は平均  $20.2 \mu \text{sec}$ ) を使用し, 船の動特性は深江丸に似た数値を round off して使用してある。サンプリング時間は  $0.01 \text{sec}$  で, 終端条件を  $|\delta| \leq 0.5^\circ$ ,  $(T\omega)^2 + \psi^2 \leq (0.1^\circ)^2$  とし, 計算結果をデジタルプロッターで作図させ, 計算終了は×印で示してある。1 ステップの計算は, 状態変数の計算と初期制御の決定を含めて平均  $9 \text{msec}$  の時間を要した。実際には船の応答から状態変数が与えられるので, 計算時間は上記の半分程度に短縮されると推定され, サンプリング時間を更に短縮することができる。制御決定時間は従来の計算法に比べ非常に短く, on line 電算機による real time のフィードバック制御が十分可能になるものと思われる。

アナログ計算機を使用する場合, 二次系の切換関数  $\phi_2$  を関数発生器に組み, 状態変数制限のある二次系の制

御関数をシミュレートしつつ、これを制御系のモデル回路に加え、その応答として  $\omega^B$  又は  $\psi^B$  を計算させるとよい。この方法によると繰返し型高速アナログ計算機を用いても、デジタル電算機によるのに比べ制御決定に長時間を要するが、状態変数に制限ある三次系の切換関数の関数発生回路を必要としないので、設計が非常に簡単になる利点を持つ。後で行なわれた実船実験からも判るように、サンプリング時間は 0.1 sec 程度に選んでも重大な支障は起こらないものと思われる。

図 11 に示すものは、このようなシミュレーションによって得られる制御及び舵角の時間変化の典型的な例の模式図である。この他に状態変数制限の起きない例もあるが興味の対象でないので省いてある。

図 12 は制御法則の完備性を確かめるために種々の初期条件を仮定して計算させた軌道の一例で、実際上起きないような初期条件も含まれている。

図 13(a) は転舵速度  $A$  を変えてみたときの舵角の例で、転舵速度が早ければ、全操舵時間が短縮されることと、あて舵の量が増加し、あて舵のとり始めが遅れてゆくことが読みとれる。このような理由から船舶設備規程その他に最低転舵速度の定めがある。同図(b)には最大舵角  $D$  を変えたときの舵角の例を示す。直観的にも明らかのように  $D$  の増大は全操舵時間を短縮させる。

図 13(c) は  $T$  を変えたときの舵角の例で、 $T$  が増大すれば、全操舵時間が延長され、あて舵の量が増加し、その開始時機も遅れてゆく。同図(d)は  $K$  を変えたときの舵角の例で、 $K$  が大きければ全操舵時間は短縮する。あて舵は  $T$  と  $A$  によつて定まり、 $K$  はあて舵の量と、その開始から終了までの時間に関係がない。勿論  $T$  と  $K$  にはほぼ比例関係が存在する<sup>10)</sup>のでこのように自由に変えられる訳ではない。

以上は  $A, D, T, K$  の変化による操舵の影響をみるために初期条件を  $\psi_0 = -60^\circ, \omega_0 = 0 \text{ deg/sec}, \delta_0 = 0^\circ$  に固定した。種々の初期条件を考えると事態はもつと複雑であり、操舵の途中や、外乱を考えると、あらゆる初期条件に対してそれ以後の操舵が短時間で決定される必要が起きるのである。

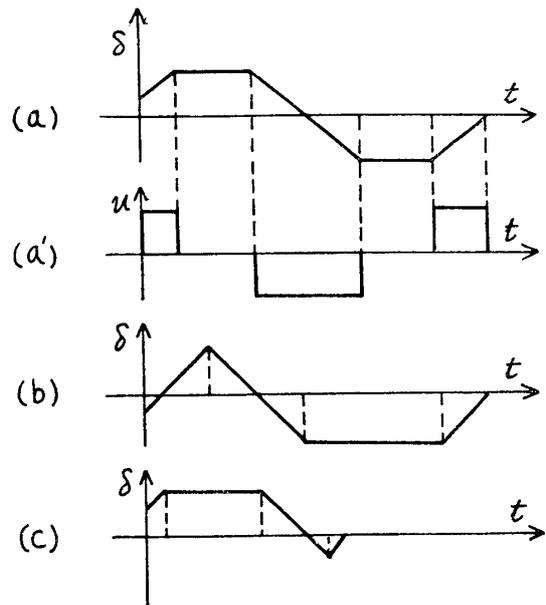


図 11 最短時間操舵の舵角変化

### 9 手動操舵による実験

**実験の計画** 上述のようにフィードバック操舵のための最短時間制御法則が得られたが、今直ちにこれをもつて実船実験を行なうことはできなかつた。最大の理由は船に搭載して操舵に専用できる十分小型で安定性のある

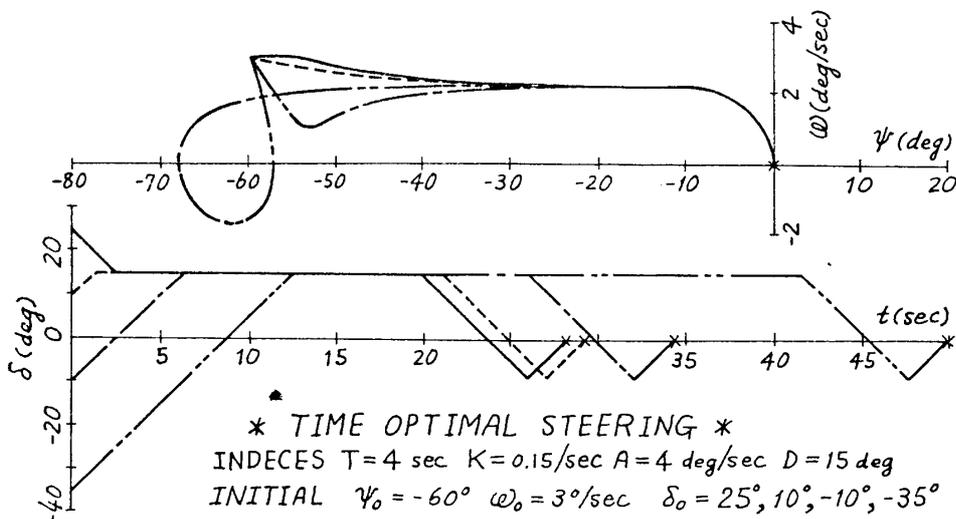


図 12 任意の初期条件から計算した舵角と軌道の一例

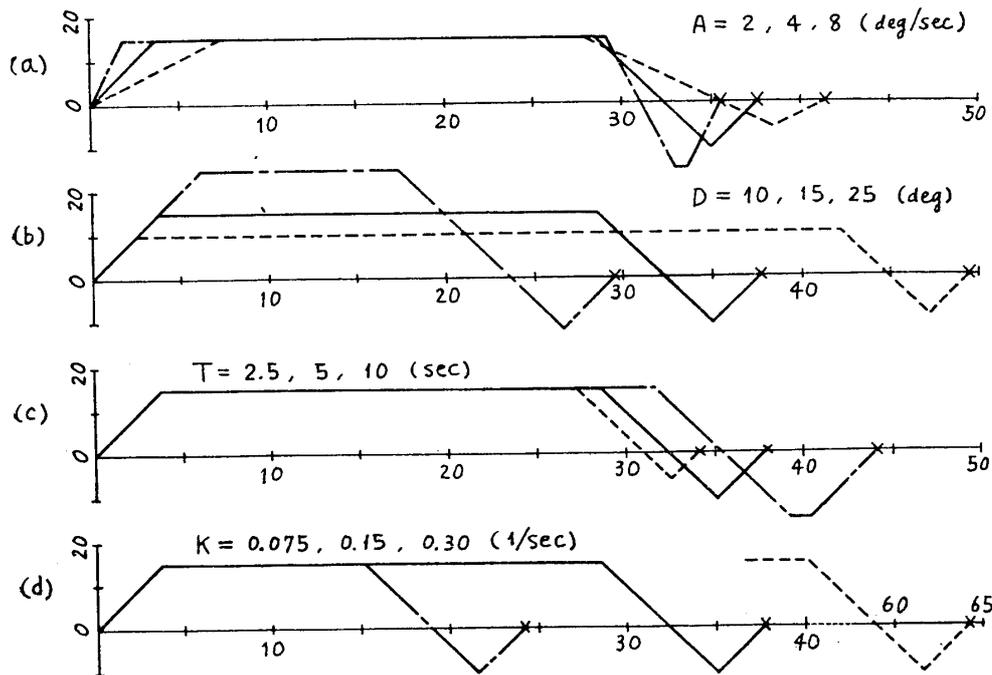


図 13 パラメータを変えたときの舵角の変化例 ( $\delta_0=0$ ,  $\omega_0=0$ ,  $\psi_0=-60^\circ$ )  
 (a)  $A$  変化, (b)  $D$  変化, (c)  $T$  変化, (d)  $K$  変化  
 (他は  $A=4.0$  deg/sec,  $D=15^\circ$ ,  $T=5$  sec,  $K=0.15$ /sec)

電算機が得られないことである。この他に付属装置として AD 変換器, アクチュエーターなども必要となり, また入力雑音防止フィルター, 或は航行中において船の状況変化ごとにパラメーターを自動的に決定する方法の問題などがある。ここでは電算機による操舵に先立つて, 手動操舵による実船実験を試みた。

船の動特性を (1) のように仮定したが十分な精度で船の回頭運動を表わしているであろうか。外乱の影響はどの程度か。パラメータ決定は十分な精度を持つているであろうか。 $T, K, \delta_r$  などは喫水, トリムの変化の影響を受け, また停泊, 入渠, 航行区域など履歴の影響を受ける。これらが複合された影響は船の立場からみて許され得る範囲のものであるかどうかを実船実験によつて確かめてみるのが目的である。実験船はたまたま客船であつたため, 喫水, トリムに大幅な変化がないので, 過去 2 年間の測定値の平均から, 実験状況に合わせて  $T, K$  を計算し, あらかじめ電算機による計算結果を用意した上で実験を行ない, 同時に操縦試験を行なつて, 後で  $T, K$  を再チェックするという方法をとることにした。

操舵試験は  $D=15^\circ$ ,  $V=11.0'$  = 5.66 m/sec で実施することにして, 図 4 より  $D=15^\circ$  に相当する  $T', K'$  を読みとつて, 次のように  $T, K$  の値を予測する。

$$\left. \begin{aligned} T' &= 0.775 & T &= T' \cdot L_{pp} / V = 0.775 \times 37.0 / 5.66 = 5.07 \text{ sec} \\ K' &= 0.930 & K &= K' \cdot V / L_{pp} = 0.930 \times 5.66 / 37.0 = 0.142 \text{ sec}^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

このデータと  $A=4.0^\circ/\text{sec}$ ,  $D=15^\circ$  を与え,  $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$  変針を電算機で求めた。初期条件は定針状態  $\delta_0=0$ ,  $\omega_0=0$  とする。計算結果はラインプリンターで与える他にプロッタで作図させた。プロッタ作図結果を図示すると図 14 のようになる。この図中で示す記号によつて変針に必要な切換点の状態変数を示すと表 1 のようになる。この結果から, 大略  $30^\circ$  以上の大角度変針においては, あて舵開始時の  $t_A$  ではほぼ定常回頭角速度 ( $\omega_{\max} = K \cdot D = 2.13^\circ/\text{sec}$ ) となるため, あて舵作舵は殆ど同じになることが判る。若干の差はあるが, これらは手動操舵で正確に操作できない程度のものである。

手動操舵にはそれ固有の問題がある。まず初期条件をどの程度正確に守れるかということである。操舵の実情を考えると, 整定直進中より変針操舵を行なわざるを得ない。次に最大舵角を正確にとり得るかである。インジケータに遊びがあることが多いので, あとで計算結果と比較することを考え, 一度舵角きめたら途中で修正を加えないことにした。その他実情を勘案して次の三種の操舵法を実施することにした。

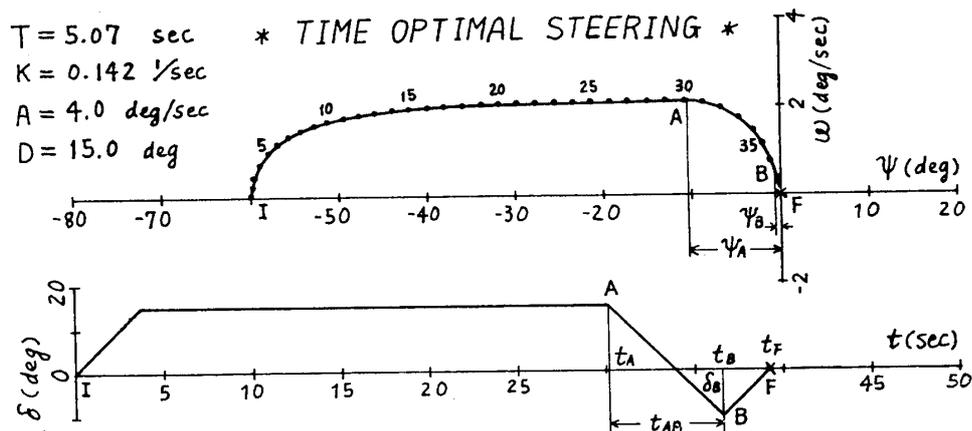
- ① 電算機の計算結果を守つて, 時間表による操舵法。これを開回路 (open loop) 法と呼ぶ。
- ②  $\psi_A, \delta_B$  に注目して操舵する方法。不完全であるがフィードバックが行なわれるので, これを仮りに閉回

表 1 手動操舵実験の予測計算結果

変針角	切換点	$t$ (s)	$\psi$ ( $^{\circ}$ )	$\omega$ ( $^{\circ}/s$ )	$\delta$ ( $^{\circ}$ )	摘 要
60 $^{\circ}$	I	0.0	-60.0	0.0	0.0	$\psi_A = -10.49^{\circ}$
	A	30.17	-10.49	2.122	15.00	$t_{AB} = 6.48$ s
	B	36.65	-0.51	0.525	-10.92	$\delta_B = -10.92^{\circ}$
	F	39.38	-0.03	0.012	0.0	$t_E = 39.56$ s
45 $^{\circ}$	I	0.0	-45.0	0.0	0.0	$\psi_A = -10.40^{\circ}$
	A	23.11	-10.40	2.097	15.0	$t_{AB} = 6.47$ s
	B	29.58	-0.52	0.522	-10.88	$\delta_B = -10.88^{\circ}$
	F	32.30	-0.04	0.013	0.0	$t_E = 32.51$ s
30 $^{\circ}$	I	0.0	-30.0	0.0	0.0	$\psi_A = -9.99^{\circ}$
	A	16.02	-9.99	1.996	15.0	$t_{AB} = 6.43$ s
	B	22.45	-0.50	0.508	-10.72	$\delta_B = -10.72^{\circ}$
	F	25.13	-0.04	0.015	0.0	$t_E = 25.22$ s

与えた条件  $T=5.07$  s,  $K=0.142$  s $^{-1}$ ,  $A=4.0^{\circ}/s$ ,  $D=15^{\circ}$

操舵実験  $\psi_A \doteq 11.0^{\circ}$ ,  $t_{AB} \doteq 6.5$  s,  $\delta_B \doteq 11.0^{\circ}$

図 14 手動操舵実験の 60 $^{\circ}$  変針の予測計算例

路 (closed loop) 法と呼ぶことにする。 $\psi_B$  はあまりに小さくて操舵の目安にならないし、また全回頭角に差が生じたときは全く無意味な方法となるからである。

③  $\psi_A$  に注目して“戻せ、あて舵にとれ”を発令し、その後  $t_{AB} = t_B - t_A$  を時計で測定し“戻せ”を発令して舵角を 0 とする方法。①②の混合型であるから、時計併用法と名付けることにする。

手動操舵の実施 実船実験は昭和 46 年 7 月 17, 18 日播磨灘で行なわれた。実験の順序は上記の①②③である。実験中殆ど無風であつたが③の実験途中より 3 m/sec の風が吹いたが、主として船尾方向からであつた。実験結果を要約すると次のようになる。

開回路法では全回頭角の誤差が大きく、60 $^{\circ}$  変針で 10 $^{\circ}$  に及ぶこともあつた。しかしこの方法では操舵終了後にうまく定針することが多いことが確かめられた。

開回路法では  $\delta_B$  に注目することが困難であつた。その理由は、あて舵を  $\delta_B$  に指定すると、その 2~3 $^{\circ}$  前より転舵速度が落ちるためあて舵の時間が長くなってしまう。これを防止しようとして転舵速度が下つたとき戻すと不足気味になってしまう。しかも舵輪の予定値インジケータと実際値インジケータには遊びがあり、また左右非対称であつて、予定航路の左右に変針を繰返すと錯覚を起すなどの問題があつた。結局全回頭角は目標に近いが、一般にあて舵を不足気味にとることが多く、操舵終了後定針しない欠点があつた。勿論繰返しによる熟練の効果が認められた。

上記の二法の長所をとつたのが時計併用法である。すなわち  $\psi_A$  に注目することで全回頭角を予定に合わせ、その後の操舵を時計によつて正確に守るものである。このような手動操舵の結果を記録装置に入れて得たのが

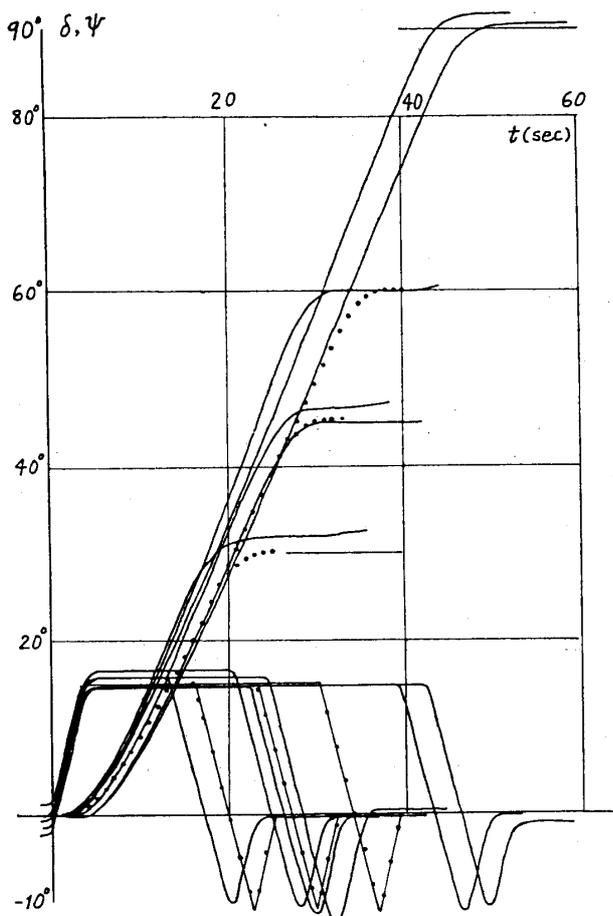


図 15 時計併用法による最短時間変針の手動操舵実験 (右回頭)

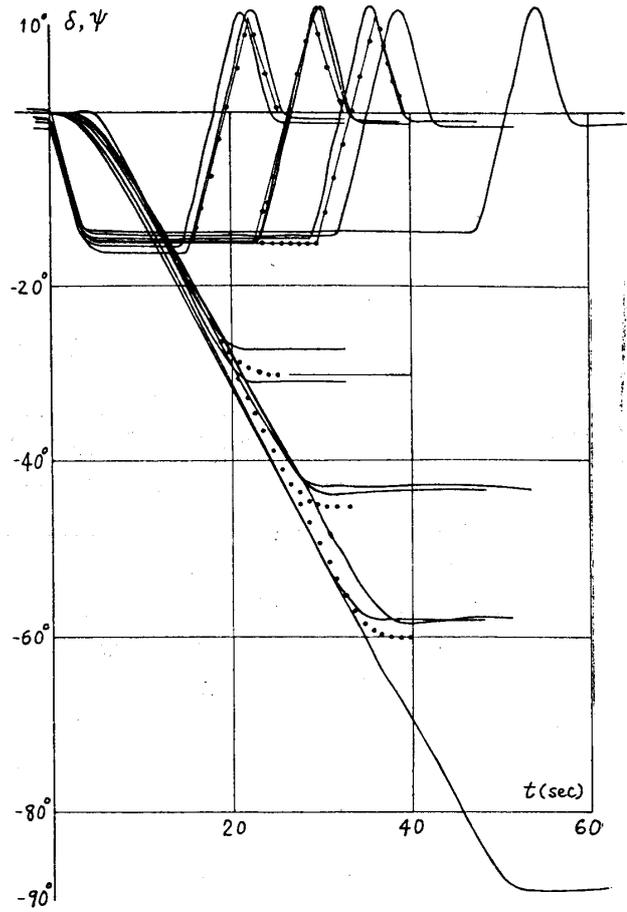


図 16 時計併用法による最短時間変針の手動操舵実験 (左回頭)

図 15 (右回頭), 16 (左回頭) で, 実線は測定値, ●は計算値である。

同図には 90° 変針も含まれるが, 表 1 の最下欄に示すように, 総ての回頭角に対して同じ操舵法を実施した。すなわち  $\psi_A = 11.0^\circ$  で舵を戻しあて舵をとり始める。これから  $t_{AB}$  後にあて舵を戻し直進の残留舵角に合わせて終る。実際に試験してみると  $\psi_A$  は  $0.5^\circ \sim 1.0^\circ$  程度早目に注目した方が成績が良かった。恐らく操舵装置及び人間の応答遅れによるものと思われる。あて舵は計算値の  $\delta_B$  より  $3^\circ \sim 4^\circ$  大き目にとつていて, 定刻になったら戻す方が成績が良かった。舵の応答は終り頃転舵速度が落ちるので, 計算値の  $\delta_B$  では不足気味になる。

図を概観すると全回頭角はほぼ  $2^\circ$  以内に納まつている。右回頭ではあて舵が不足気味で行き過ぎ易く, 又行き角速度が残る。左回頭ではあて舵がきき過ぎて回頭角が不足し, 又戻り角速度が残ることが読みとられる。この船は直進時に port  $1^\circ$  程度の残留舵角を持つていて, そのクセが原因と思われる。

全操舵時間はかなり大きなバラツキを持つ。考えられる原因としては舵角の誤差と, 初期条件が完全な定針でないこと, 風による回頭モーメントなどが重なつているのであろう。しかし  $\psi_A$  に注目する方法で不完全ながらフィードバックを加味することによつて全回頭角には大きな差を生じなかつた。

結果の検討 参考のために初日に行なつた Z 試験の成績を表 2 に示す。この表で  $\sigma$  は測定値と, これから求めた  $T, K$  による回頭角の計算値との差 (残差) の標準偏差で, 測定精度を見積る目安としている。 $n$  は記録より

表 2 Z 操縦試験による  $T, K$  の確認

舵角	V	T (s)	K (s <sup>-1</sup> )	$\delta_r$ (°)	T'	K'	$\sigma$ (°)	n
15 Z	10'.70	5.295	0.1405	0.57	0.7877	0.9441	0.97	28
15 Z	10'.70	5.334	0.1467	1.16	0.7935	0.9858	1.16	39
(手動操舵に用いた予測値)				—	0.775	0.930	—	—

読みとつた測定点の数である。実測の  $T'$ ,  $K'$  と予測値との差は 3% 程度であつた。図 15, 16 の計算値と実測値を比較すると、左右の回頭角に差はあるが、両者の平均として、予測値より  $K$  が 4~5% 大きいように見受けられる。もつとも  $Z$  試験成績から計算すると、回頭初期は速度低下が少いことから回頭角の実測値は計算値より大きくなる傾向があるので<sup>10)</sup>、これ以上詳細には立ち入らないことにする。

さて以上の結果から  $Z$  操舵試験による  $T$ ,  $K$  を用いて最短時間変針を行なうとき、フィードバック方式を加味するとほぼ十分の精度の回頭角が得られることが分かつた。また大角度変針においては、初期条件に殆ど無関係にあて舵がきまるので、このような場合の手動操舵のルールを求め得る可能性が示された。その後  $V=8.5'$ ,  $D=15'$ ,  $10'$  などの実験を追加し、上記の結論を確かめている。

## 10 む す び

船の変針操舵に関する最短時間制御法則を理論的に導いて報告した。電算機によるシミュレーション実験の結果この制御法則は考えられるすべての初期条件に対して解を与えるので、完備性のあることが証明された。計算時間は従来の方法に比べて格段に早いので、フィードバック方式の最短時間変針操舵装置を十分可能にするものと思われる。又この方法によつて保針操舵を実施できることは勿論である。なお、最短時間変針操舵の特徴の 1 つはオーバーシュートがないことである。

$Z$  操縦試験によるパラメータ決定は、かなり正確に船の回頭運動を表現していることが手動操舵実験によつて確かめられた。手動操舵実験における応答の誤差は、フィードバック方式を加味することによつて十分精度よく補正することができる程度であることも確かめられた。

謝辞 終るに当たつて、実船実験に協力していただいた深江丸乗組員各位と船長の原助教授、文献収集についてお世話になつた松木・本田両助教授、実験及びデータ整理に協力していただいた卒研学生諸君と専攻科芝学生に感謝の意を表します。

## 参 考 文 献

- 1) 小山, 野本: 自動操舵について, 第 2 回操縦性シンポジウム, 日本造船学会 (昭 45-11), pp.125/149
- 2) 田古里, 田中ほか: 回流水槽における操縦性試験および設定航路自動航法実験 I, II, III, 日本造船学会論文集第 126 号 (昭 44), pp.153/166, 第 128 号 (昭 45), pp.141/151, 第 130 号 (昭 46), pp.95/107.
- 3) 野本謙作: 自動操舵の安定性について, 造船協会論文集第 104 号 (昭 33-11), pp.53/61
- 4) L. S. Pontryagin, 関根訳: 最適過程の数学的理論, 総合図書 (1967)
- 5) M. Athans: The Status of Optimal Control Theory and Applications for Deterministic Systems, IEEE Intern. Convention Record, 11, Part 6 (1966), pp.100/124
- 6) S. S. L. Chang: Minimal Time Control with Multiple Saturation Limits, IEEE Transaction on Automatic Control, (Jan. 1963), pp.35/42
- 7) 千原, 桜井: 操舵系の最短時間制御問題の解法, 制御理論シンポジウム, 計測自動制御学会 (昭 46-5), pp.31/36
- 8) 山本平弥: 船の最適操舵法, 造船協会論文集第 121 号 (昭 42), pp.20/30
- 9) 野本ほか: 操縦性の研究における自航模型の適用について (2), 造船協会論文集第 110 号 (昭 36-11), pp.43/50
- 10) 元良誠三: 船の操縦性指数について, 造船協会論文集第 104 号 (昭 33-11), pp.63/71
- 11) 野本謙作: 船の操縦性, 操縦性シンポジウム, 造船協会 (昭 39-9), pp.8/22
- 12) L. A. MacColl: Fundamental Theory of Servomechanisms, D. van Nostrand (1945), pp.107/125
- 13) E. Mishkin, L. Braun Jr. 編, 磯部監訳: 適応制御系, コロナ社 (昭 38-10), p.242, E. Mishkin (1959)
- 14) 広田実: 最短時間制御を順時間で決定する一方法 (逐次高次化法), 計測自動制御学会論文集, 7, 5 (昭 46-10), pp.427/433
- 15) 広田実: 船の最短時間変針操舵法 (逐次高次化法), 計測自動制御学会論文集, 8, 2 (昭 47-4), pp.242/250
- 16) 広田実: 逐次高次化法と最短時間制御のシンセシス, 第 12 回制御理論部会資料, 計測自動制御学会 (昭 47-1), (投稿予定)
- 17) V. G. Boltyanski, 坂本訳: 最適制御の数学的方法, 総合図書 (1968), pp.30/45
- 18) A. M. Hopkin: A Phase Plane Approach to the Compensation of Saturating Servomechanisms, AIEE Trans., 70 (1951), pp.631/639.
- 19) 市川ほか: 状態変数が制限される場合の最適制御, 計測自動制御学会論文集 4, 1 (昭 43-3), pp.1/7
- 20) R. Oldenburger: Optimum Nonlinear Control, ASME Trans. 79, 3 (April 1957), pp.527/546
- 21) I. Bogner, L. F. Kazda: An Investigation of the Switching Criteria for Higher Order Contactor Servomechanisms, AIEE Trans. (July 1954), pp.118/127