

(昭和 47 年 5 月日本造船学会春季講演会において講演)

無限長防撓板の最適設計

正員 樋口道之助*

Optimum Design of Indefinitely Long Plate with Reinforcements

by Michinosuke Higuchi, Member

Summary

The author presents the optimum weight design of indefinitely long plate with reinforcements which are of flat-bar type or T-bar type. In this optimization, it resulted that in case the both sides of the plate and the both ends of the reinforcement are simply supported the optimum interval of the reinforcements is such small as 1.5% to 2.4% of span length of the reinforcement and the plate with T-bar is lighter than that with flat-bar. And also in some cases of that optimization the thickness of the plate and the web plate of the reinforcements is so thin, if minimum thickness is not applied, that we cannot work with the plate in welding or we cannot find in the metal standard sizes. However, in the numerical calculation in which minimum thickness is applied to the plate and the web of stiffeners, the optimum interval of the reinforcements are reasonably wider than the above case.

1 緒 言

船体構造を構成する外板, 隔壁, タンク壁等は防撓板構造になっており, 且防撓材が等間隔で多数付されている場合が多いので, これを理想化し横荷重を受ける無限長の帯状の防撓板を考え, その最適設計を行なった。

勿論, 此の場合最適設計とは Cost Minimum でなければならず, Cost Minimum を求めるためには最小重量ではなく, 材料費と施工費との和を Minimum にする必要があり, そのため鋼板の切断加工費とか溶接のための費用が必要である。今回はこれら施工のための費用の資料が十分整わなかつたので, 最適設計が結果的には最小重量設計になってしまつた。防撓板の場合には此の最小重量設計と最小コスト設計との差は非常に大きいと考えられるが, 船体構造では重量軽減が特にシビヤーの場合とか復原性確保のため上部構造等では最小重量設計が最優先する場合には本論文の結果は役立つものと思われる。

2 横荷重を受ける無限長防撓板の理論解析

2.1 記 号

 B_w : 防撓材のウェップの高さ (片側) T_w : 防撓材のウェップの厚さ B_f : 防撓材のフランジの幅 T_f : 防撓材のフランジの厚さ F : 目的関数 C : B_w/T_w の最大限界値 h : 板厚 a : 防撓材間隔 b : 板の巾 λ : $=a/b$ E : 板のヤング係数 E_s : 防撓材のヤング係数 ν : ポアソン比 $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ C_1 : 防撓材の振り剛性 w : 板の撓 $A_f = B_f \cdot T_f$ I : 防撓材の断面二次モーメント P : 等分布荷重

* 日本鋼管(株)技術研究所

$$K = -\frac{2EI}{Da}$$

M_x : 板の曲げモーメント x 方向成分

M_s : 防撓材の曲げモーメント

σ_x : 板の x 方向応力成分

σ_s : 防撓材の最大応力

σ_{ap} : 板の許容応力

σ_{as} : 防撓材の許容応力

δ_p : 板の許容撓

δ_s : 防撓材の許容撓

T_{min} : 最小板厚

2.2 仮定条件

- (1) 無限長帯板の両縁は単純支持とする。又防撓材の端部も単純支持とする。
- (2) 防撓材には曲げ剛性及び捩れ剛性を考え、それ等の剛性線状に集中していると考え。
- (3) 荷重は帯板の無限長方向には一定と考えるが、巾方向には変化すると考えてよいわけであるが、最適設計の例題としては簡単のために之も一定と考える。
- (4) 板と防撓材との間には相互に撓に基づく反力、振りモーメントが伝達されるものとする。又防撓材の深さはスパンに比して浅く主として曲げ応力のみを受けると考える。

2.3 理論

前記の仮定条件の下で第1図の如き無限長防撓板の平衡方式を立てるわけであるが、まず第2図の如き1つのパネル部分だけを取り出してその平衡方程式をつくる。此の場合全部のパネルは凡て同様の変形をするので、第2図に於てその変形は $x=a/2$ の軸に対して全く対称とならねばならぬ。此の事を考慮して、次の(1)式が得られる。

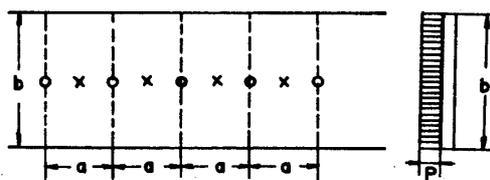
$$D\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^2 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4}\right) = P - D\left\{\frac{\partial^3}{\partial x^3} + (2-\nu)\frac{\partial^3}{\partial x \partial y^2}\right\} w_{x=0}\{\delta(x-0) + \delta(x-a)\} - C_1\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y^2}\right)_{x=0} \delta'(x-0) + C_1\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y^2}\right)_{x=a} \delta'(x-a) \quad (1)$$

但し此処で境界条件として

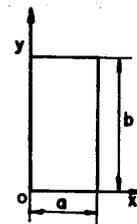
$$y=0, b \text{ の辺上では } w=0, \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}=0$$

$$x=0, a \text{ の辺上では } D\left\{\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + (2-\nu)\frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2}\right\} = E_s I \left(\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}\right)$$

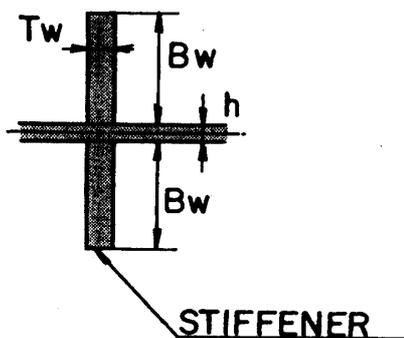
此処で $\delta(x-0)$, $\delta(x-a)$ 等は衝撃関数を表わす。



第1図

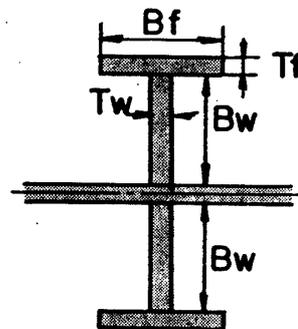


第2図



FLAT BAR TYPE

第3図



T-BAR TYPE

第4図

又防撓材の断面は第3図又は第4図の如きものとする。此等の境界条件の下で(1)式の解を求めるわけであるが、解の誘導の経過は此処では省略し結果のみを下記に記す。今無限長方向は荷重の変化はないので防撓材上では $\partial w/\partial x=0$ から、解を求めた後に $C_1 \rightarrow \infty$ とすることにより、無限長防撓板としての解が求められる。

得られた解から下記の如き最適設計に必要な諸式が計算される。

$$w_{\substack{x=a/2 \\ y=b/2}} = \frac{Pb^4}{2D} \left[\frac{5}{192} - \lambda^5 \sum_n \frac{\left(\tanh \frac{n\pi\lambda}{2} + \frac{n\pi\lambda}{2} \right) \operatorname{sech} \frac{n\pi\lambda}{2}}{KA + \tanh^2 \frac{n\pi\lambda}{2}} \frac{K}{(n\pi\lambda)^4} (-1)^{(n-1)/2} \right]$$

$$w_{\substack{x=0 \\ y=b/2}} = \frac{Pb^4}{2D} \left[\frac{5}{192} - 8\lambda^5 \sum_n \frac{A}{KA + \tanh^2 \frac{n\pi\lambda}{2}} \frac{K}{(n\pi\lambda)^5} (-1)^{(n-1)/2} \right]$$

$$\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)_{\substack{x=0 \\ y=b/2}} = \frac{Pb^2}{2D} 8\lambda^3 \sum_n \frac{\frac{n\pi\lambda}{4} \tanh \frac{n\pi\lambda}{2} - A}{KA + \tanh^2 \frac{n\pi\lambda}{2}} \frac{K}{(n\pi\lambda)^3} (-1)^{(n-1)/2}$$

$$\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)_{\substack{x=0 \\ y=b/2}} = \frac{Pb^2}{2D} \left[-\frac{1}{4} + 8\lambda^3 \sum_n \frac{A}{KA + \tanh^2 \frac{n\pi\lambda}{2}} \frac{K}{(n\pi\lambda)^3} (-1)^{(n-1)/2} \right]$$

ここで $n=1 \sim 71$ の奇数をとるものとする。

$$\text{又, } A = \frac{n\pi\lambda}{8} \left\{ \left(1 - \frac{n\pi\lambda}{2} \tanh \frac{n\pi\lambda}{2} \right) \tanh \frac{n\pi\lambda}{2} + \frac{n\pi\lambda}{2} \right\}$$

之等の式から次の諸量が求められる。

$$(M_s)_{y=b/2} = E_s I \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)_{x=0, y=b/2}$$

$$(M_x)_{x=0, y=b/2} = D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)_{x=0, y=b/2}$$

$$\sigma_s = \frac{h/2 + B_w}{I_s} M_s$$

$$\sigma_x = \frac{6}{h^2} M_x$$

此処で $w_{\substack{x=a/2 \\ y=b/2}}$ は板の最大撓を表わし、 $w_{\substack{x=0 \\ y=b/2}}$ は防撓板の最大撓を表わす。しかしながら板ではその絶対最大撓よりはむしろ防撓材の最大撓の点を原点とする相対最大撓 $w_{\substack{x=a/2 \\ y=b/2}} - w_{\substack{x=0 \\ y=b/2}} = w_{rp}$ の方が重要な役割りを演ずるものと思われる。又板の最大応力は $(\sigma_x)_{x=0}$ に生じ防撓材の最大応力は $(\sigma_s)_{y=b/2}$ に生ずる。

3 防撓板最適化問題の構成

3.1 拘束条件

板については最大応力と相対最大撓に許容値を与え防撓材については最大応力と絶対最大撓に許容値を与える。次に防撓材の座屈を考えねばならないわけであるが、防撓材のフランジについてはその断面積自身を設計変数にすることにより、最適設計が出来た後に座屈しないように厚さと巾とを決定すればよいので、今の段階では防撓材のフランジの座屈は考えないこととする。又防撓材のウェッジについては座屈の拘束条件は考えるけれども圧縮又は横倒れ等の複雑な座屈限界荷重式を使用しても面倒であるだけで、必ずしも計算の精度の向上は望めないと考えられるので、本論文では B_w/T_w の最大限界値を C として $B_w/T_w < C$ という拘束条件式を作り之をウェッジの座屈の拘束条件式と考える。

又板の厚さ及び防撓材のウェッジの厚さについては最小板厚を規定して拘束する場合とそうでなく自由にする場合の両方を考える。

3.2 目的関数

目的関数は勿論重量であるが無限長防撓板の1パネルを考えそのパネルについている板の重量と板の両面にについている一対の防撓材の重量との和を防撓材間隔で除したものを目的関数とする。こうすると帯板の無限長方向に重量が平均化されたことになるからである。

3.3 拘束条件と目的関数の一覧表

第 1 表

項 目		防撓材の種類		
		フ ラ ッ ト バ ー	T-BAR	
設 計 変 数		h, λ, B_w, T_w	$h, \lambda, B_w, T_w, A_f$	
目 的 関 数		$F = bh + \frac{2B_w \cdot T_w}{\lambda}$	$F = bh + \frac{2(B_w \cdot T_w + A_f)}{\lambda}$	
拘 束 条 件	撓	板	$w_{rp} = (w_{x=a/2, y=b/2} - w_{x=0, y=b/2}) < \delta_p$	
		防撓材	$w_{x=0, y=b/2} < \delta_s$	
	応 力	板	$(\sigma_x)_{x=0, y=b/2} < \sigma_{ap}$	
		防撓材	$(\sigma_s)_{y=b/2} < \sigma_{as}$	
	防撓材の断面寸法		$B_w/T_w < C$	
	最小板厚を規定する場合	h	$h > T_{min}$	
T_w		$T_w > T_{min}$		

4 最適化の数値計算例

(1) 荷 重

等分布荷重であるが、その大きさは板巾 b に等しい水頭のものと同板巾 b の 1/2 に等しい水頭のものとの 2 ケースについて計算した。

(2) 許容応力は板、防撓材共に 20 kg/mm^2 とした。

(3) 許容撓

$$\text{板については } \delta_p = \frac{a}{100} = \frac{\lambda b}{100}$$

$$\text{防撓材については } \delta_s = \frac{b}{100}$$

(4) B_w/T_w の最大限界値 $C=70$ とした。

(5) 最適化数値計算の方法

本計算に於いては SUMT (Sequential Unconstrained Minimization Technique) 法と Powell の Direct Search Method とを結合した方法で最適解を計算した。此の方法は著者の各種テストの結果、比較的精度は良好である。

(6) 防撓材はフラットバータイプのもので T-BAR タイプのもので二種類について計算を行なった。

(7) 最小板厚を規定する場合には $T_{min}=4.5 \text{ mm}$ とした。

(8) スパン b の種類 (mm)

1000, 2500, 5000, 7500, 10000, 15000, 20000 の 7 ケースについて計算した。

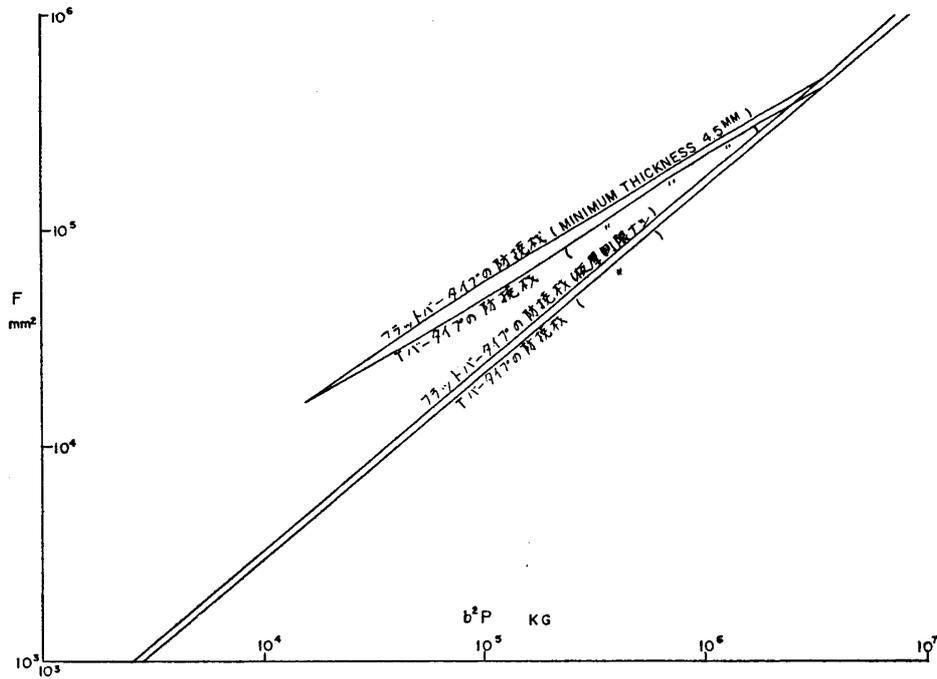
上記の常数値を使用し、別に用意した初期値を使つて計算したものの一例が第 2 表である。此の表の中で、計算結果の設計変数値、目的関数値を示すと共に拘束条件の満足度を示した。例えば $\sigma_{ap}/(\sigma_x)_{x=0, y=b/2} - 1$ を計算することにより、此の値が若し 0 ならば、 $(\sigma_x)_{x=0, y=b/2} = \sigma_{ap}$ であつて板の最大応力が許容応力一杯であることを意味している。又若し 0 より大きい正値ならば最大応力が許容応力より下廻つていて余つてゐることを意味する。又之等の表の中 T-BAR についてはフランジの断面積 A_f が設計変数に使用されているため、そのフランジの幅と厚さが決定されない。之等はフランジが座屈しないように、又その面積が A_f になるようにすればよいわけである。本論文では $B_f/T_f=C$, $B_f \cdot T_f=A_f$ なるように B_f, T_f を求める。但し最小板厚を規定する場合には此の $T_f < T_{min}$ ならば $T_f=T_{min}$ として、 $B_f=A_f/T_{min}$ より B_f を求めるものとする。之等の表の中の目的関数 F を曲線にしたのが第 5 図、第 6 図であつて、ここで横軸に b^2p をとつてゐる。此の b^2p は M_x, M_s を計算する場合無限級数と全体に掛る常数係数である。

第 2 表

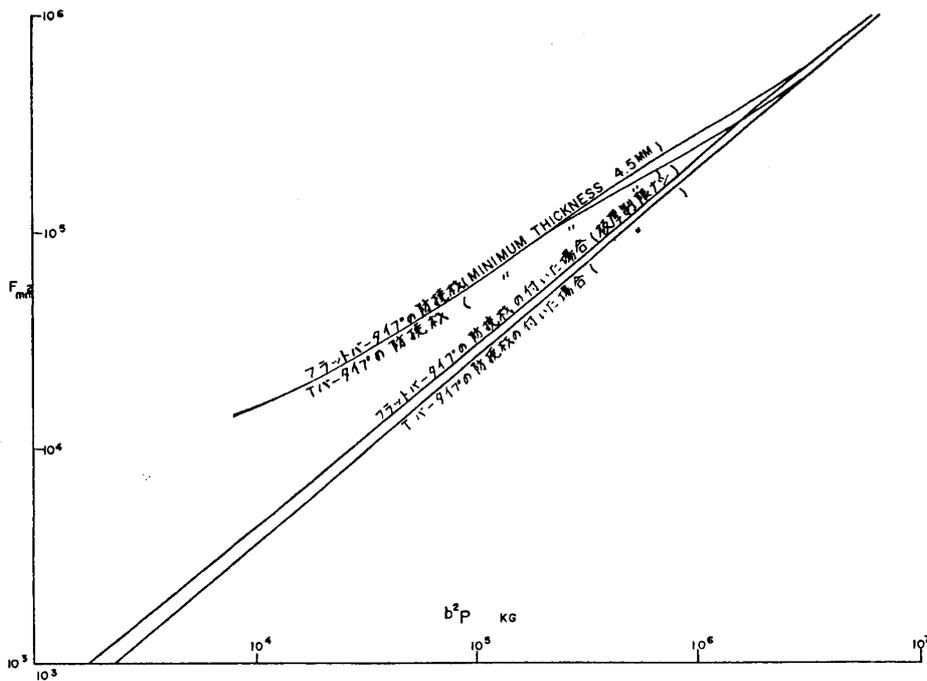
T-BAR 付防撓板が $P=10^{-6} \times b \text{ kg/mm}^2$ の横荷重を受ける場合の最適設計
Minimum Thickness を 4.5 mm とする

防撓材の端部		単 純 支 持
荷 重 形 式		等 分 布
拘束条件常数	σ_{ap}	20kg/mm ²
	σ_{as}	20kg/mm ²
	δ_s	$b/100$
	δ_p	$b\lambda/100$

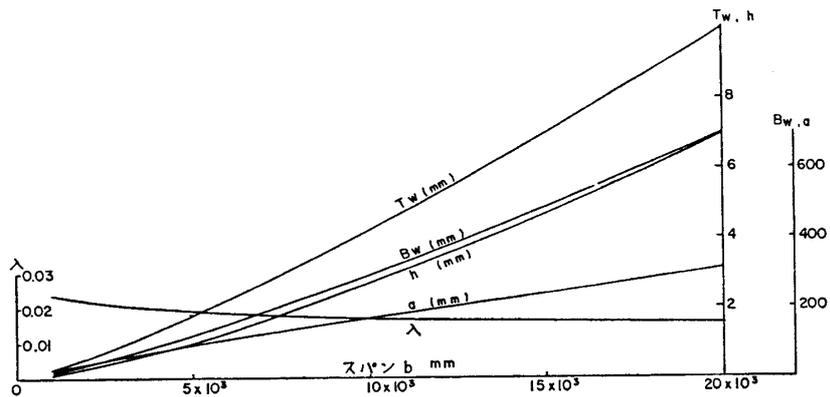
ケース番号								
項 目								
防 撓 材 の 形 式		T-BAR	T-BAR	T-BAR	T-BAR	T-BAR	T-BAR	
固定常数	スパン b mm	2500	5000	7500	10000	15000	20000	
	荷重 P kg/mm ²	0.0025	0.005	0.0075	0.01	0.015	0.02	
設計変数	初期値	h	5.0	10.0	15.0	20.0	20.0	50.0
		λ	0.15	0.1	0.075	0.05	0.05	0.06
		B_w	150	400	750	1000	1500	2000
		T_w	10.0	20.0	20.0	20.0	25.0	40.0
		A_F	100	100	100	100	100	100
	計算結果	h	4.5005	4.5005	4.5003	4.5001	4.5878	6.7783
		λ	0.22866	0.08065	0.04389	0.02852	0.0158	0.0152
		B_w	93.862	225.69	314.99	335.25	374.28	536.54
		T_w	4.5010	4.5004	4.5003	4.7894	5.3470	7.6662
		A_F	144.97	304.48	557.11	913.89	1033.0	2086.7
		B_F	32.216	67.662	123.80	203.09	229.56	382.23
		T_F	4.5	4.5	4.5	4.5	4.5	5.4604
拘束条件満足度	$\sigma_{ap}/(\sigma_x)_{x=0} - 1$ $y=b/2$	0.2688×10^{-3}	0.1012×10^{-3}	0.6059×10^{-4}	0.4306×10^{-4}	0.3377×10^{-4}	0.2109×10^{-3}	
	$\sigma_{as}/(\sigma_s)_{\max} - 1$	0.1982×10^{-3}	0.8725×10^{-4}	0.5625×10^{-4}	0.4966×10^{-4}	0.3281×10^{-4}	0.2303×10^{-3}	
	$CT_w/B_w - 1$	2.357	0.3958	0.9520×10^{-4}	0.4125×10^{-4}	0.2498×10^{-4}	0.1779×10^{-3}	
	$\delta_{as}/(w_s)_{\max} - 1$	2.894	4.016	6.035	518.9	0.3359×10^{-4}	0.2258×10^{-3}	
	$\delta_p/w_{rp} - 1$	1.443	2.054	2.517	2.904	3.5529	4.103	
目的関数	初 期 値	0.3383×10^5	0.2120×10^6	0.5152×10^6	0.1004×10^7	0.1804×10^7	0.3700×10^7	
	計 算 結 果	0.1621×10^5	0.5524×10^5	0.1237×10^6	0.2217×10^6	0.4518×10^6	0.9510×10^6	



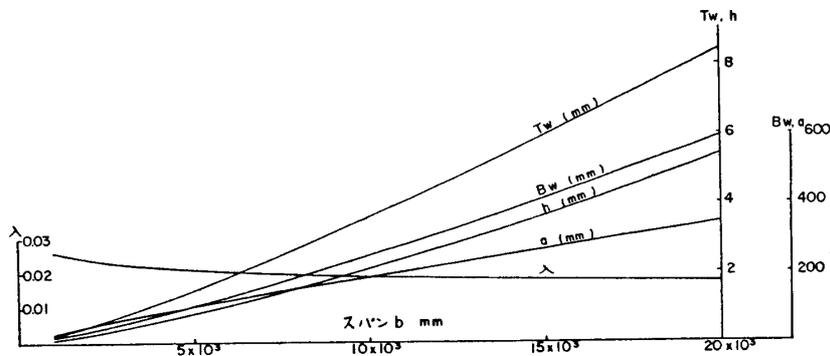
第5図 $P=10^{-6} b \text{ kg/mm}^2$ の場合



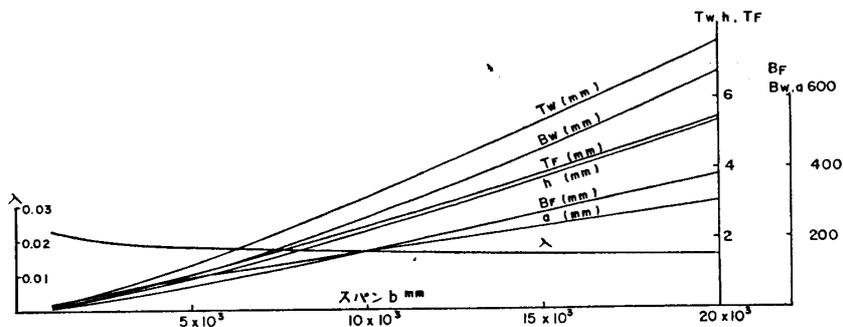
第6図 $P=0.5 \times 10^{-6} b \text{ kg/mm}^2$ の場合



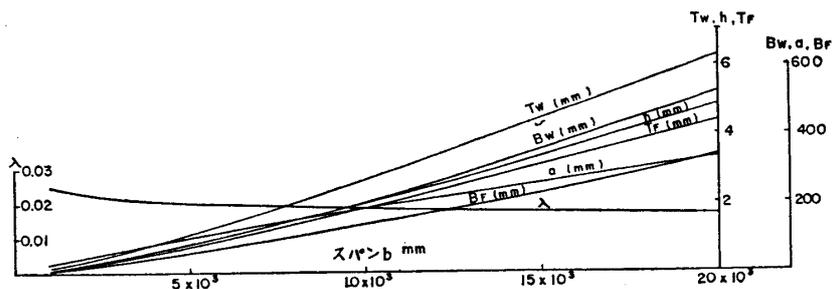
第7図 フラットバー付 $P=10^{-6} b \text{ kg/mm}^2$ の場合
Minimum Thickness を規定しない時



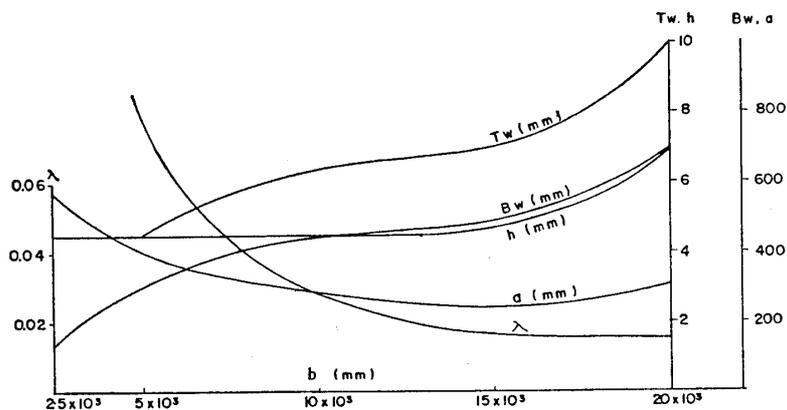
第8図 フラットバー付 $P=0.5 \times 10^{-6} b \text{ kg/mm}^2$ の場合
Minimum Thickness を規定しない時



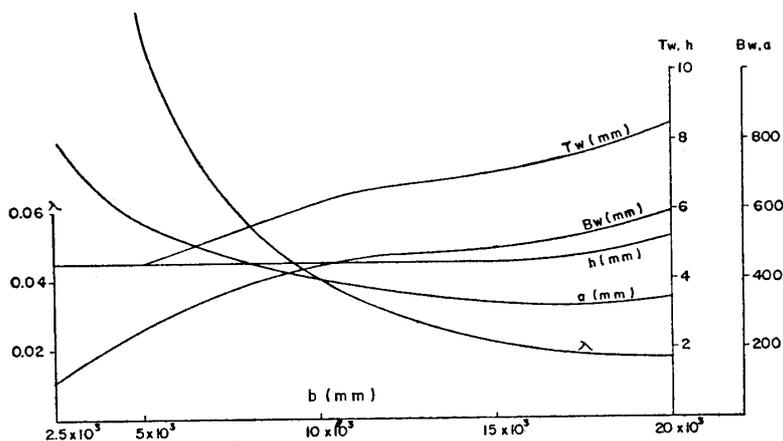
第9図 フラットバー付 $P=10^{-6} \times b \text{ kg/mm}^2$ の場合
Minimum Thickness を規定しない時



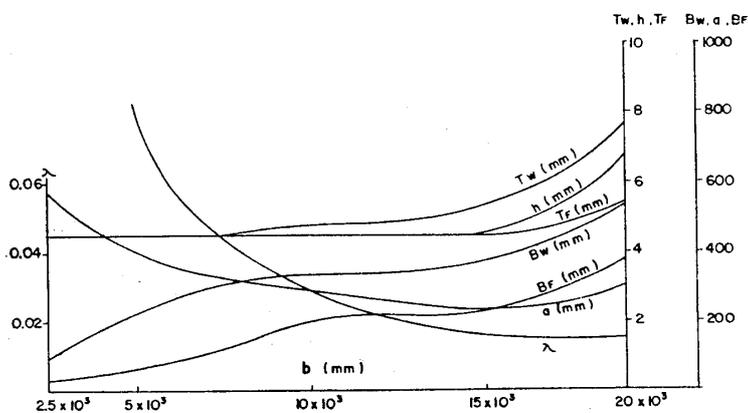
第10図 T-BAR 付 $P=0.5 \times 10^{-6} b \text{ kg/mm}^2$ の場合
Minimum Thickness を規定しない時



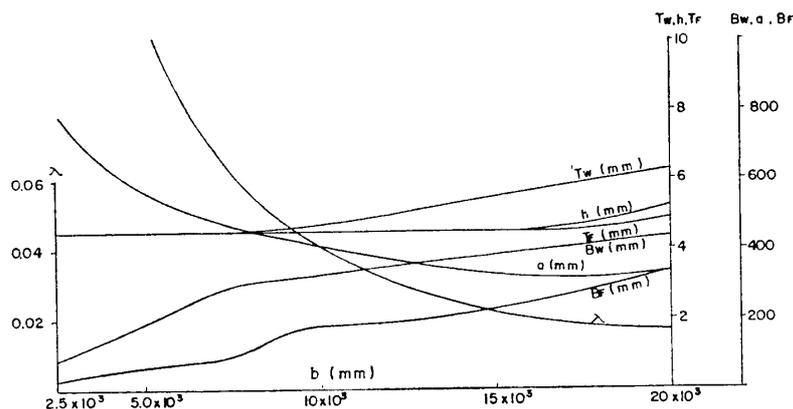
第 11 図 フラットバー付 $P=10^{-6} \times b \text{ kg/mm}^2$ の場合
Minimum Thickness を 4.5 mm とする時



第 12 図 フラットバー付 $P=0.5 \times 10^{-6} \times b \text{ kg/mm}^2$ の場合
Minimum Thickness を 4.5 mm とする時



第 13 図 T-BAR 付 $P=10^{-6} \times b \text{ kg/mm}^2$ の場合
Minimum Thickness を 4.5 mm とする時



第 14 図 T-BAR 付 $F=0.5 \times 10^{-6} \times b \text{ kg/mm}^2$ の場合
Minimum Thickness を 4.5 mm とする時

又上記の表の中の各設計変数値を b を横軸とつて曲線にしたものが第 7 図～第 14 図である。

5 結 論

(1) 最小板厚を規定しない場合防撓材間隔は最適解に於いては非常に小さく $\lambda=0.015 \sim 0.024$ 程度である。しかしながら最小板厚を h 及び T_w に於て規定すると λ は相当大になつているが、最小板厚に拘束されない b の大なる範囲では相変わらず λ は小さい。従つて此の範囲では最適設計をやつて重量は最小になつたととしても溶接のための費用並びに防撓材の製作費が大となり、Cost Minimum とは言い難い。しかしながら、船体構造等で極度に重量軽減を要求される場合には此の様な設計も使用されるわけである。

(2) 当然の事ながら防撓材は T-BAR タイプのものがフラットバータイプのものよりも重量的に軽くなる。

(3) 拘束条件満足度を見ると最小板厚を規定しない場合には板の相対撓を除いて拘束条件はほぼ一杯に満足されて居り、板の相対撓のみが余つている。之は $\delta_p = a/100$ とした為で、 δ_p をもつと小さくとれば余らなくなるであろう。又、最小板厚を規定した場合には板の相対撓及び防撓材の絶対撓が余つてくる。此の場合も δ_p, δ_s の大きさによつては余らなくなる可能性はある。

(4) 当然の事ながら最小板厚を規定すると最適解の重量は最小板厚を規定しないものより大である。

謝 辞

本研究は日本鋼構造協会塑性設計小委員会最適化研究班に於いて検討されたものである。主査秋田好雄博士はじめ委員の皆様の多大の忠告と援助に深謝します。

参 考 文 献

- 1) 「SUMT による構造の最適設計について」, 日本鋼構造協会誌, 1971 年 6 月号
- 2) 「防撓矩形板の撓について」, 樋口道之助, 日本造船学会論文集第 96 号
- 3) 「横荷重を受ける防撓矩形板の電子計算機による数値解析(その 1)」, 樋口道之助, 日本造船学会論文集第 127 号