

(昭和47年10月日本造船学会秋季講演会において講演)

## 一様な伴流による波の変形について

正員 丸 尾 孟\* 正員 早 峯 和幸\*\*

On the Transfiguration of Water Waves Propagating into a Uniform Wake

by Hajime Maruo, *Member* Kazuyuki Hayasaki, *Member*

## Summary

In order to investigate the interference between surface waves and a frictional wake of a ship, a simple mathematical model, such as a current of uniform width and uniform velocity in the surrounding still water upon which a regular train of waves propagates, is considered. The analysis is based on the assumption that the fluid is inviscid and the motion is irrotational except on the boundary of the wake or current. The result of calculation shows a remarkable change of the incident wave when it propagates across the boundary of the wake. When the direction of the incident wave is parallel to the wake belt, a considerable attenuation of the wave height is resulted. An experiment in a circulating water channel is conducted to observe the transfiguration of waves inside the wake, and a qualitative agreement with the theoretical result is obtained.

## 1 緒 言

非粘性流体に関する線型理論によって、船の波あるいは造波抵抗を計算した結果が実測値と一致しない原因は、流体が粘性を持つことと運動の非線型性に基づくものと考えられている。このうち流体の粘性が船の波にどのような形で影響を与えるかを理論的に解明しようとする試みは既にいくつかの論文によって知られているが、これらの結果はいずれも理論値と実測値との間の不一致を合理的根拠をもって説明するのに完全に成功したとはいえない。船の波に対する粘性影響の理論解析法として最初に現われたのは、粘性の影響が境界層の排除効果として現われるという仮定によるものである。この方法は岡部、神中<sup>1)</sup>両氏によって最初に提案されたものであり、その後 Lavrentieff<sup>2)</sup>, Wigley<sup>3)</sup>, Wu<sup>4)</sup>等の各氏によって境界層排除厚を船体に附加した形状の造波抵抗が計算されたが、その結果は粘性の影響が全般的に造波抵抗を増加させるという実際の現象とは逆の傾向を示した。第2の方法として粘性伴流による船尾あるいは船体後方の流場の変化を考慮して造波抵抗を求めようとする考え方がある。Havelock<sup>5)</sup>はこの問題を直観的に捉え、粘性の影響を船体後端部を見掛け上滑かに延長することによってあらわそうとし、また Milgram<sup>6)</sup>は伴流の存在によって船体表面に沿う流線が後端で閉じず、無限下流まで平行な死水領域が存在すると仮定した。これらはいずれも伴流の影響を船体表面の形状の変化としてあらわし、Michellの薄い船の理論をそのまま適用して造波抵抗を計算するものである。これに対して船体の摩擦伴流が渦度分布よりなるとして、その造波作用に対する影響を考えたのが Brard<sup>7)</sup>であり、Tatinclaux<sup>8)</sup>は簡単な渦度分布を仮定して実際に造波抵抗の計算を行った。これに似た考え方として Beck<sup>9)</sup>は船体後方に平行な平面的渦層を考慮して造波抵抗を求めている。以上はいずれも船体後方の流れに特定の非粘性模型をあてはめる方法であるが、姫野、高木両氏<sup>10)</sup>は船体周囲の流れが Oseen 方程式を満足する粘性流であるとして水面の境界条件から物体の起こす波および造波抵抗を導いた。これら各種の方法によって造波抵抗を計算した結果を非粘性流体における値と比較すると、船尾波の減少により造波抵抗が全般的に減少する点では実際と一致するが、抵抗曲線の山谷の位相が実測値でずれるという傾向を説明するには至らない。船の波に対する粘性の影響を明らかにするためには、単に造波抵抗値を検討するだけでは明らかに不十分であり、船の造る波そのものについて調べ

\* 横浜国立大学工学部

\*\* 明石船型研究所

てみる必要がある。模型船が実際に造る波を詳細に理論値と比較して粘性の影響を調べる研究は乾<sup>11)</sup>等によってはじめて行われた。氏は模型船後方の中心線上における波形を測定して、その波長が理論値よりも短くなることを認めた。この事実は波そのものの性質が摩擦伴流中において理想流体中とは異なることを意味している。波の構造に対する摩擦伴流の影響を示す例として、Gadd<sup>12)</sup>による薄い平板の後流中においてその側方に置かれた模型船の起こす波を測定し、これが著しい変形を受けることを観察した実験がある。また Savitsky<sup>13)</sup>は水槽内に格子を走行させることによって造られた伴流の上に、造波装置によって伴流と同方向の規則波を起こし、伴流内で波が著しく変形する模様を計測した。この問題は造波抵抗に対する粘性の影響を明らかにする上ばかりでなく、横切法による波形解析を行うにあたって調査面が伴流領域を横切る影響に直接結びつく点で、造波抵抗の直接決定法を論ずるに当たって極めて重要な問題でもある。

物体の後流は乱れを含む複雑な構造を持つが、乱れによる変動を平均した定常流れとして捉えれば物体のはるか後方ではある速度勾配を持つ shear flow と考えることができる。事実この問題を shear flow の上の波の伝播として取扱おうとする考え方もある。しかしながら shear flow のように回転を含む流場では、たとえ粘性を無視するとしてもポテンシャル流のように運動方程式が自動的に満足されるという訳にはいかないで、これを単なる境界値問題として解くことはできず、数学的取扱いは極めて困難である。ここでは伴流の最も簡単な模型として船体後方に船の前進速度より小さい一様な速度を持つ一定幅の流れを考え、その外側を船速に等しい速度で進行する規則波が伴流領域内でどのような形となるかをポテンシャル流の境界値問題の解として求める。さきに紹介した各種の研究では、いずれも伴流の強さは極めて微小であり、これによって波の伝播に影響を受けないと考えているが今回の研究のねらいは伴流による速度変化が有限であるとして波の伝播の様相がこれによってどのような影響を受けるかを明らかにすることにある。

## 2 伴流模型と境界値問題の解

伴流の模型として Fig.1 に示すように速度  $U_1$  なる一様な流れの中に固定された船体の後方に、速度  $U_2 < U_1$  なる帯状の一様な流れの領域があると考え。これによって船体後方の流場は3つの領域 I, II, III に分けられ、それらの境界面では切線方向の速度が不連続であり一様な渦層を形成し、一方これら境界面以外では

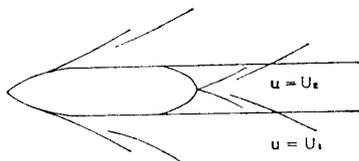


Fig.1

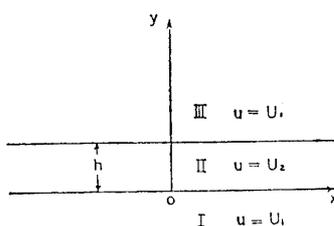


Fig.2

流れは非回転運動と仮定する。これは Beck の採用した平行な渦層による伴流模型と同等のものともみることができる。船の造る船首波は最初 I あるいは III の領域に発生し、船尾で II の領域に伝わり、一方船尾波は II の領域に発生し I あるいは III に伝わる。なお流体運動は常に定常的であると考え。このような伴流模型を用いて波の伝播する模様を調べるために、簡単のため船体の無限後方を考え、Fig.2 のように幅が一様に  $h$  なる帯状部分で  $u = U_2$ 、その外側で  $u = U_1$  なる一様な流れを考え、図に示すように境界面の1つに沿って水面上に  $x$  軸を、境界面に直角に  $y$  軸を、また鉛直上向きに  $z$  軸をとる。まず I の部分に波の運動に相当する初期攪乱ポテンシャル  $\phi_0$  を考えると、これが  $y=0$  にある不連続面を乱すことにより I の領域に攪乱ポテンシャル  $\phi_1$  を、また II の領域には攪乱ポテンシャル  $\phi_2$  を生ずる。船の造る波を攪乱と考えればこれは伴流領域 II の中心面  $y=h/2$  に関して対称であるから、III の領域では  $\phi_0 + \phi_1$  に対称な運動が存在し、また  $\phi_2$  は  $y=h/2$  に関して対称である。境界面  $y=0$  および  $y=h$  では  $x$  方向の流速は不連続であるが、法線方向すなわち  $y$  方向の流速は連続でなければならない。従って

$$\frac{\partial}{\partial y} (\phi_0 + \phi_1) = \frac{\partial \phi_2}{\partial y} \quad (1)$$

さらに境界面は自由流線であるからその両側の圧力は等しい。攪乱による流速変化が一般流速  $U_1, U_2$  に比して微小であるとして二次の微小量を省略すれば、

$$U_1 \frac{\partial}{\partial x} (\phi_0 + \phi_1) = U_2 \frac{\partial \phi_2}{\partial x} \quad (2)$$

が成立する。次に水面の条件を考える。よく知られた線型化された定常運動の自由表面条件をとれば、 $z=0$  の平面上で I の領域では

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}(\phi_0 + \phi_1) + K_1 \frac{\partial}{\partial z}(\phi_0 + \phi_1) = 0 \quad (3)$$

ただし  $K_1 = g/U_1^2$  であるが,  $\phi_0$  はもともと I の領域の波をあらわすから水面の条件を満足し,

$$\frac{\partial^2 \phi_0}{\partial x^2} + K_1 \frac{\partial \phi_0}{\partial z} = 0 \quad (4)$$

であるから,  $\phi_1$  についても同様に

$$\frac{\partial^2 \phi_1}{\partial x^2} + K_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial z} = 0 \quad (5)$$

が成立する。次に II の領域では  $K_2 = g/U_2^2$  とおいて

$$\frac{\partial^2 \phi_2}{\partial x^2} + K_2 \frac{\partial \phi_2}{\partial z} = 0 \quad (6)$$

である。ここに考えている運動では  $z < 0$  の部分で境界面の渦層以外に特異点は存在しないとしているから

$$\left. \begin{array}{l} \text{I の領域で} \quad \nabla^2 \phi_0 = 0, \quad \nabla^2 \phi_1 = 0 \\ \text{II の領域で} \quad \nabla^2 \phi_2 = 0 \end{array} \right\} \quad (7)$$

であり, III の領域では I の領域と  $y = h/2$  の平面に関して対称な運動がある。 $\phi_1$  および  $\phi_2$  はそれぞれ  $z=0$  で境界条件 (5) あるいは (6) を満足し,  $x \rightarrow -\infty$  で攪乱点の無限上流には波ができないという条件を満足するグリーン関数を用いてあらわすことができる。これらを  $G^{(1)}(x, y, z; x', y', z')$  および  $G^{(2)}(x, y, z; x', y', z')$  と書けば,  $z=0$  で

$$\frac{\partial^2 G^{(1)}}{\partial x^2} + K_1 \frac{\partial G^{(1)}}{\partial z} = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial^2 G^{(2)}}{\partial x^2} + K_2 \frac{\partial G^{(2)}}{\partial z} = 0 \quad (9)$$

であり,  $x \rightarrow -\infty$  で  $G^{(1)}, G^{(2)} \rightarrow 0(1/x)$  となる。今  $y=0$  の面上における  $\phi_1$  の値を  $\Phi_1(x, z)$  と書くと, グリーンの定理によって

$$\phi_1 = -\frac{1}{2\pi} \iint \Phi_1(x', z') G_{y'}^{(1)}(x, y, z; x', 0, z') dx' dz' \quad (10)$$

となることが証明できる。ここに積分は  $y'=0$  の面上  $z' < 0$  の部分について行う。次に II の領域において  $\phi_2$  が  $y = h/2$  の鉛直面に関して対称なることを考慮し

$$\begin{aligned} \phi_2 = & \frac{1}{2\pi} \iint \mu(x', z') G_{y'}^{(2)}(x, y, z; x', 0, z') dx' dz' \\ & - \frac{1}{2\pi} \iint \mu(x', z') G_{y'}^{(2)}(x, y, z; x', h, z') dx' dz' \end{aligned} \quad (11)$$

と置けば,  $y=0$  における  $\phi_2$  の値を  $\Phi_2(x, z)$  として

$$\Phi_2(x, z) = \mu(x, z) - \frac{1}{2\pi} \iint \mu(x', z') G_{y'}^{(2)}(x, 0, z; x', h, z') dx' dz' \quad (12)$$

が得られる。以上の式中  $G_{y'}^{(1), (2)}$  はグリーン関数を  $y'$  で偏微分したものを意味する。さて (1) 式に (10), (11) を用い,  $\partial \phi_0 / \partial y$  の  $y=0$  における値を  $v_0$  と書けば

$$\begin{aligned} v_0 = & \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{\partial}{\partial y} \iint \Phi_1(x', z') G_{y'}^{(1)}(x, 0, z; x', 0, z') dx' dz' \right. \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \iint \mu(x', z') G_{y'}^{(2)}(x, 0, z; x', 0, z') dx' dz' \\ & \left. - \frac{\partial}{\partial y} \iint \mu(x', z') G_{y'}^{(2)}(x, 0, z; x', h, z') dx' dz' \right] \end{aligned} \quad (13)$$

となる。ところで (2) を  $x$  で積分し, (12) を用いることにより,  $\phi_0$  の  $y=0$  における値を  $\Phi_0(x, z)$  と書いて

$$\begin{aligned} U_1 \Phi_1(x, z) = & -U_1 \Phi_0(x, z) + U_2 \mu(x, z) \\ & - \frac{U_2}{2\pi} \iint \mu(x', z') G_{y'}^{(2)}(x, 0, z; x', h, z') dx' dz' \end{aligned} \quad (14)$$

が得られるから, これを (13) に用いると

$$v_0 + \frac{1}{2\pi} \iint \Phi_0(x', z') G_{y'y'}^{(1)}(x, 0, z; x', 0, z') dx' dz'$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2\pi} \left[ \iint \mu(x', z') \left\{ \frac{U_2}{U_1} G_{yy'}^{(1)}(x, 0, z; x', 0, z') \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + G_{yy'}^{(2)}(x, 0, z; x', 0, z') - G_{yy'}^{(2)}(x, 0, z; x', h, z') \right\} dx' dz' \right] \\
&\quad - \frac{1}{4\pi^2} \frac{U_2}{U_1} \iint \mu(x', z') dx' dz' \iint G_{yy'}^{(2)}(x'', 0, z''; x', h, z') \\
&\quad \times G_{yy'}^{(1)}(x, 0, z; x'', 0, z'') dx'' dz'' \tag{15}
\end{aligned}$$

となる。 $v_0$  および  $\Phi_0(x, z)$  が与えられた関数であるとしてこの式を  $\mu(x, z)$  に関する積分方程式と考えれば、その解を (11) に用いて  $\phi_2$  を、(14) および (10) に用いて  $\phi_1$  を決定することができる。

I の領域で  $\phi_0$  が規則波をあらわすならば

$$\Phi_0 = A(z) \cos Kx + B(z) \sin Kx \tag{16}$$

$$v_0 = a(z) \cos Kx + b(z) \sin Kx \tag{17}$$

と書くことができる。この場合は  $\Phi_1$  および  $\mu$  も当然  $x$  の周期関数となるから、

$$\mu(x, z) = p(z) \cos Kx + q(z) \sin Kx \tag{18}$$

と書き得る。次にグリーン関数はよく知られているように

$$\begin{aligned}
G^{(1)}(x, y, z; x', y', z') &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} e^{-k|z-z'|} \cos\{k \cos \theta (x-x')\} \cos\{k \sin \theta (y-y')\} dk \\
&\quad + \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} \frac{K_t + k \cos^2 \theta}{K_t - k \cos^2 \theta} e^{k(z+z')} \cos\{k \cos \theta (x-x')\} \cos\{k \sin \theta (y-y')\} dk \\
&\quad + 2 K_t \int_{-\pi/2}^{\pi/2} e^{K_t(z+z') \sec^2 \theta} \sin\{K_t \sec \theta (x-x')\} \cos\{K_t \sec \theta \tan \theta (y-y')\} \sec^2 \theta d\theta \tag{19}
\end{aligned}$$

で与えられることを考慮すると

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G^{(1)}(x, y, z; x', y', z') \frac{\cos Kx'}{\sin Kx'} dx' \\
&= C^{(1)}(y, z; y', z') \frac{\cos Kx}{\sin Kx} \pm S^{(1)}(y, z; y', z') \frac{\sin Kx}{\cos Kx} \tag{20}
\end{aligned}$$

ただし

$$\begin{aligned}
C^{(1)}(y, z; y', z') &= \frac{1}{\pi} K_0 \{K \sqrt{(y-y')^2 + (z-z')^2}\} + \frac{1}{\pi} K_0 \{K \sqrt{(y-y')^2 + (z+z')^2}\} \\
&\quad + \frac{1}{\pi} K \int_{-\infty}^{\infty} e^{K(z+z') \cosh u} \cos\{K(y-y') \sinh u\} \frac{du}{K_t \cosh u - K} \tag{21}
\end{aligned}$$

$$S^{(1)}(y, z; y', z') = \frac{2 e^{K(z+z') K^2 / K_t} \cos\{K \sqrt{(K/K_t)^2 - 1} (y-y')\}}{\sqrt{1 - (K_t/K)^2}} \quad (K > K_t), = 0 \quad (K < K_t) \tag{22}$$

と書き得る。ここに  $K_0$  は変形ベッセル関数である。(15)式に(16), (17), (18)を代入し、 $\cos Kx$  および  $\sin Kx$  の係数を等しいと置けば

$$\begin{aligned}
a(z) + \int_{-\infty}^0 \{A(z') C_{yy'}^{(1)}(0, z; 0, z') - B(z') S_{yy'}^{(1)}(0, z; 0, z')\} dz' \\
= \int_{-\infty}^0 p(z') M(z, z') dz' - \int_{-\infty}^0 q(z') N(z, z') dz' \tag{23}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
b(z) + \int_{-\infty}^0 \{B(z') C_{yy'}^{(1)}(0, z; 0, z') + A(z') S_{yy'}^{(1)}(0, z; 0, z')\} dz' \\
= \int_{-\infty}^0 q(z') M(z, z') dz' + \int_{-\infty}^0 p(z') N(z, z') dz' \tag{24}
\end{aligned}$$

ただし  $y, y'$  の下添字はこれらの変数による偏微分をあらわし、

$$\begin{aligned}
M(z, z') &= \frac{U_2}{U_1} C_{yy'}^{(1)}(0, z; 0, z') + C_{yy'}^{(2)}(0, z; 0, z') - C_{yy'}^{(2)}(0, z; h, z') \\
&\quad - \frac{U_2}{U_1} \int_{-\infty}^0 \{C_{yy'}^{(2)}(0, z''; h, z') C_{yy'}^{(1)}(0, z; 0, z'') - S_{yy'}^{(2)}(0, z''; h, z') S_{yy'}^{(1)}(0, z; 0, z'')\} dz'' \\
N(z, z') &= \frac{U_2}{U_1} S_{yy'}^{(1)}(0, z; 0, z') + S_{yy'}^{(2)}(0, z; 0, z') - S_{yy'}^{(2)}(0, z; h, z') \tag{25}
\end{aligned}$$

$$-\frac{U_2}{U_1} \int_{-\infty}^0 \{C_{yy'}^{(2)}(0, z''; h, z') S_{yy'}^{(1)}(0, z; 0, z'') + S_{yy'}^{(2)}(0, z''; h, z') C_{yy'}^{(1)}(0, z; 0, z'')\} dz'' \quad (26)$$

である。(23), (24) を未知関数  $p(z), q(z)$  に関する連立積分方程式と考えて解けば, (18) より  $\mu(x, z)$  が求まり, さらに (14) より  $\Phi_1(x, z)$  が求まるから, (10), (11) を用いて  $\phi_1, \phi_2$  が得られる。

後流幅が無限に大きい場合は速度の不連続面は  $y=0$  のみである。このとき (23), (24) の積分方程式の核は  $M, N$  の代りに

$$M'(z, z') = \frac{U_2}{U_1} C_{yy'}^{(1)}(0, z; 0, z') + C_{yy'}^{(2)}(0, z; 0, z') \quad (27)$$

$$N'(z, z') = \frac{U_2}{U_1} S_{yy'}^{(1)}(0, z; 0, z') + S_{yy'}^{(2)}(0, z; 0, z') \quad (28)$$

となり, かなり簡単になる。このとき  $\phi_2$  は

$$\phi_2 = \frac{1}{2\pi} \iint \mu(x', z') G_{yy'}^{(2)}(x, y, z; x', 0, z') dx' dz' \quad (29)$$

であり, この  $y=0$  における値は

$$\Phi_2(x, z) = \mu(x, z) \quad (30)$$

となる。

### 3 単一不連続面における規則波の変形

速度の不連続面における波の変形の模様を調べるために,  $y=0$  の不連続面のみ考え, 入射波のポテンシャル  $\phi_0$  が境界条件 (4) を満足する規則的な自由波であるとすれば, これは次のような形であらわされる。

$$\phi_0 = C e^{K_1 z \sec^2 \alpha} \cos\{K_1 \sec^2 \alpha (x \cos \alpha + y \sin \alpha)\} \quad (31)$$

ここに  $\alpha$  は波の向きと  $x$  軸の負の方向となす角である。 $y=0$  における値と (16) とを比較すると

$$K = K_1 \sec \alpha \quad (32)$$

である。前節に示した方法で領域 I における攪乱運動  $\phi_1$  および領域 II における攪乱運動  $\phi_2$  を求めると,  $y$  が充分大きい所の漸近値が

$$\phi_1 \approx C_1 e^{K_1 z \sec^2 \alpha} \cos\{K_1 \sec^2 \alpha (x \cos \alpha + y \sin |\alpha|) - \tau_1\} \quad (33)$$

$$\phi_2 \approx C_2 e^{K_2 z \sec^2 \alpha'} \cos\{K_2 \sec^2 \alpha' (x \cos \alpha' - y \sin \alpha') - \tau_2\} \quad (34)$$

の形となることが証明できる。ここで  $\phi_1$  は不連続面で反射された波であり,  $\phi_2$  は不連続面を透過した波をあらわす。規則的自由波が実際に不連続面に入射するのは  $\alpha < 0$  の場合に限るが, 以下で  $U_2/U_1 < 1$  のとき  $\alpha > 0$  の場合も計算しているのは, 船の造る船首波の素成波が  $\alpha > 0$  の領域にあるため, 今回の結果を船の波の問題に関係付けることを考慮したからである。従って単独の自由波では  $\alpha > 0$  の場合は物理的意味はない。領域 II における運動は  $x$  軸の負の方向と  $-\alpha'$  なる傾きをなす方向に進む波をあらわし,  $\alpha$  と  $\alpha'$  との間には次の関係がある。

$$\frac{\cos \alpha'}{\cos \alpha} = \frac{K_2}{K_1} = \frac{U_1^2}{U_2^2} \quad (35)$$

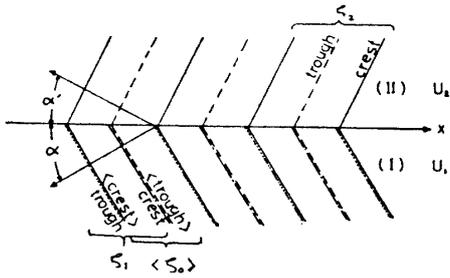
この関係は光の屈折に関する Snell の法則に合致する。 $U_1 > U_2$  なるときは  $K_2 > K_1$  であるから,  $\cos \alpha' > \cos \alpha$  すなわち  $\alpha' < |\alpha|$  である。

$$\alpha_{cr} = \cos^{-1}(K_1/K_2) = \cos^{-1}(U_2/U_1)^2 \quad (36)$$

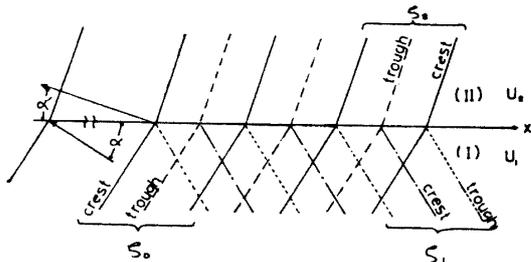
を臨界面と呼び,  $\alpha = \alpha_{cr}$  のとき  $\alpha' = 0$  となり, これより小さい  $\alpha$  の波については  $\alpha'$  は存在せず, 従って透過波はなくなり波は不連続面で全反射する。Fig. 3 には入射波, 反射波および透過波の配列が示してあるが,  $\alpha > 0$  のときは入射波と反射波は同方向に合成される。

入射波を与えて反射波および透過波を決定するには, (23), (24) 両式において  $A(z), B(z), a(z), b(z)$  を既知として未知関数  $p(z), q(z)$  を与える積分方程式を解かねばならぬ。今回用いた方法は  $z$  の充分大きな有限値 (入射波の一波長位) までを  $m-1$  等分し ( $m=25\sim 35$ ), 核の特異性に注意した上で Simpson 法等によって積分方程式を  $2m$  元の連立 1 次代数方程式にかえて解く方法, および未知関数を指数関数と未定係数を持つ多項式 (3 次式を用いた) の積と置いて最小自乗法により係数を決定する方法の両方法を用いた。計算結果は両者の間で良い

$$\Phi_0 = C e^{kz} \frac{\sec^2 \alpha}{\cos \{k, \sec^2 \alpha (X \cos \alpha + Y \sin \alpha)\}}$$



s<sub>0</sub> = INCIDENT WAVE  
 s<sub>r</sub> = REFLECTED WAVE  
 s<sub>t</sub> = TRANSMITTED WAVE



$$\Phi_0 = C e^{kz} \frac{\sec^2 \alpha}{\cos \{k \sec^2 \alpha (X \cos \alpha - Y \sin \alpha)\}}$$

Fig. 3

C<sub>r</sub> = (H<sub>r</sub>)<sub>∞</sub> / H<sub>i</sub>  
 (H<sub>r</sub>)<sub>∞</sub> : wave height of reflected wave  
 H<sub>i</sub> : wave height of incident wave

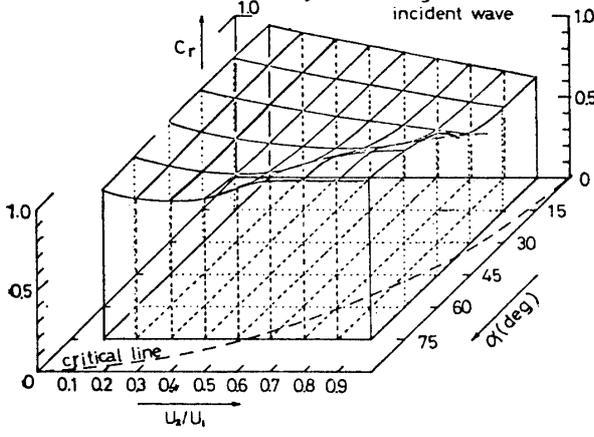


Fig. 4 Reflection Coefficients

C<sub>r</sub> = (H<sub>r</sub>)<sub>∞</sub> / H<sub>i</sub>  
 (H<sub>r</sub>)<sub>∞</sub> : wave height of reflected wave  
 H<sub>i</sub> : wave height of incident wave

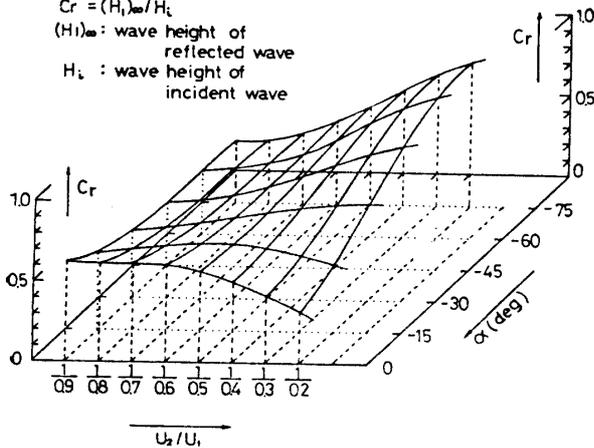


Fig. 5 Reflection Coefficients

C<sub>t</sub> = (H<sub>t</sub>)<sub>∞</sub> / H<sub>i</sub>  
 (H<sub>t</sub>)<sub>∞</sub> : wave height of transmitted wave  
 H<sub>i</sub> : wave height of incident wave

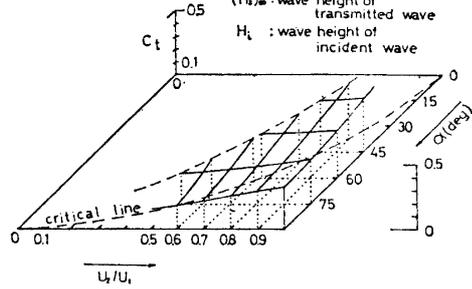


Fig. 6 Transmission Coefficients

C<sub>t</sub> = (H<sub>t</sub>)<sub>∞</sub> / H<sub>i</sub>  
 (H<sub>t</sub>)<sub>∞</sub> : wave height of transmitted wave  
 H<sub>i</sub> : wave height of incident wave

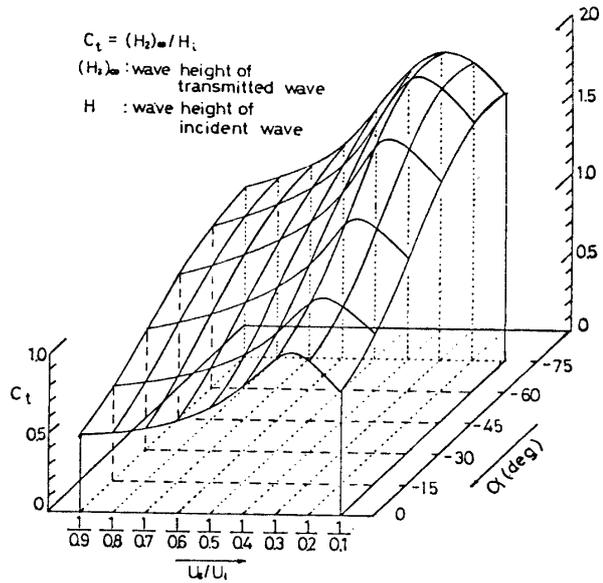


Fig. 7 Transmission Coefficients

critical line

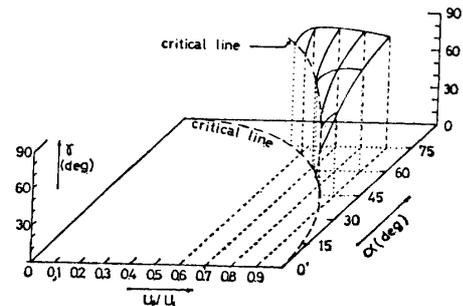


Fig. 8 Phase Angle of Transmitted Wave for Incident Wave (case of h=∞)

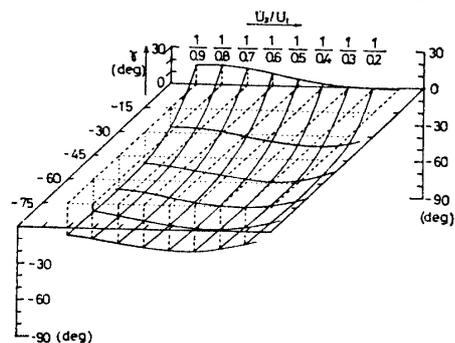


Fig. 9 Phase Angle of Transmitted Wave for Incident Wave (case of h=∞)

一致が見られた。反射波および透過波の大きさをそれらの振幅と入射波の振幅との比であらわし、

$$\left. \begin{aligned} \text{反射率} \quad C_r &= C_1/C \\ \text{透過率} \quad C_t &= C_2/C \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

を定義する。Fig. 4, Fig. 5 は入射角  $\alpha$  および速度比  $U_2/U_1$  の各種の値に対し反射率を計算した結果を図示したものであり、Fig. 6, Fig. 7 は同様に透過率を求めた結果である。また Fig. 8, Fig. 9 は入射波に対する透過波の位相のずれ  $\gamma_2$  を示している。

水面の形状は領域 I では

$$\zeta_s = -\frac{U_1}{g} \left( \frac{\partial \phi_0}{\partial x} + \frac{\partial \phi_1}{\partial x} \right) = \zeta_0 + \zeta_1 \quad (38)$$

領域 II では

$$\zeta_2 = -\frac{U_2}{g} \frac{\partial \phi_2}{\partial x} \quad (39)$$

で与えられる。ここに  $\zeta_0$  は入射波、 $\zeta_1$  は反射波、 $\zeta_2$  は透過波である。 $\alpha \geq 0$  のときは入射波と反射波は同方向に進むから合成された波は 1 つの二次元波となる。 $|\alpha| < \alpha_{cr}$  ならば II の領域には境界面より遠ざかるにつれてすみやかに減衰する局部攪乱のみ存在する。 $\alpha = 0$  で  $U_2/U_1 < 1$  のときはその典型的な場合であり、Fig. 10 には  $y$  方向の波頂線の高さの分布が I の領域における波の高さを基準にして示してある。ここに横軸は入射波の波長  $\lambda_0$  で無次元化してある。すなわち

$$\bar{y} = y/\lambda_0$$

である。 $U_2$  と  $U_1$  の差が大きい程不連続面附近の水面の変化が大きいことが認められる。I における入射波  $\zeta_0$  と反射波  $\zeta_1$  とは一般に符号が反対で打ち消し合うため合成波高は  $\zeta_0$  の波高よりかなり小さい。 $\alpha \neq 0$  の時は水面の

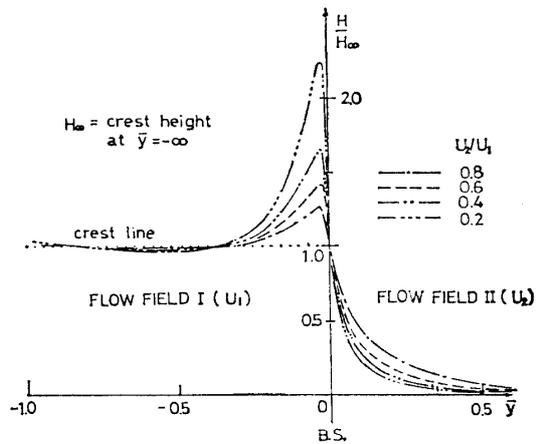


Fig. 10 Crest Heights in Various Velocity Ratios ( $\alpha=0^\circ$ )

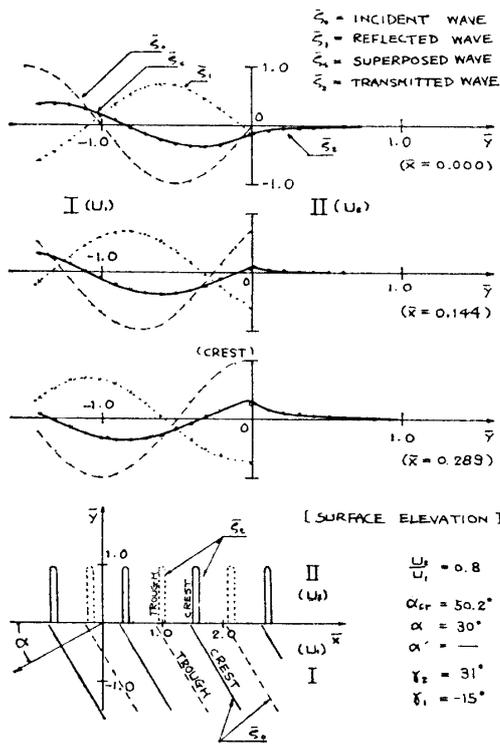


Fig. 11

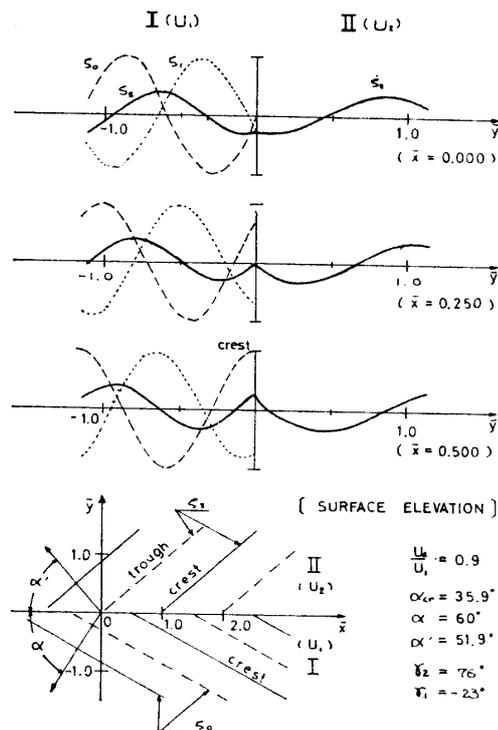


Fig. 12

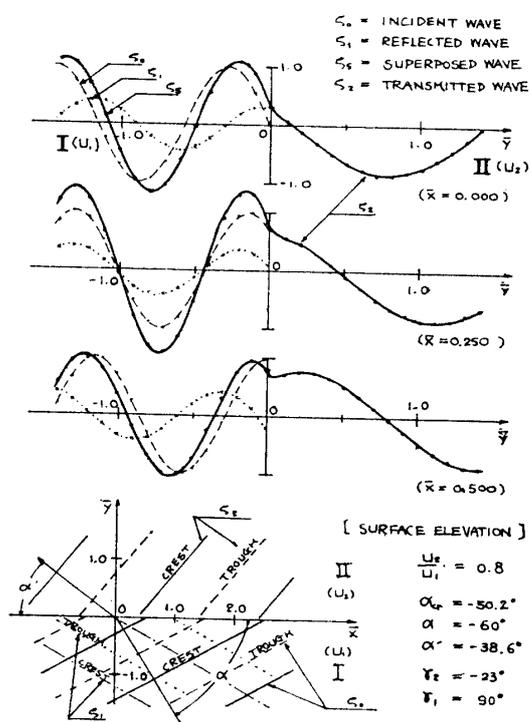


Fig. 13

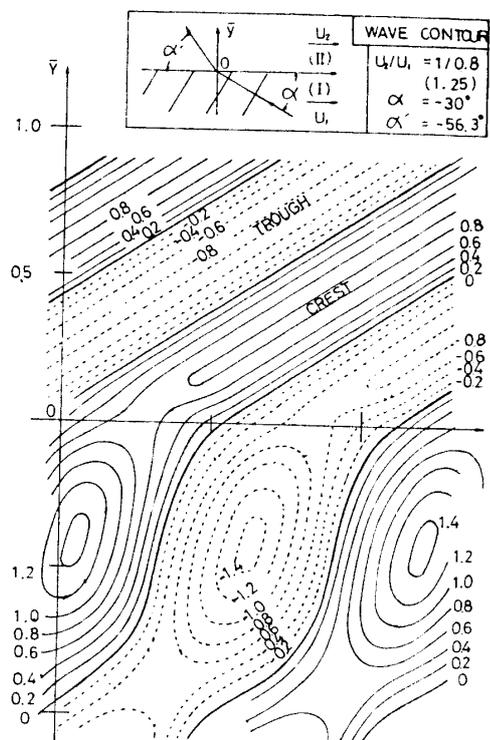


Fig. 14

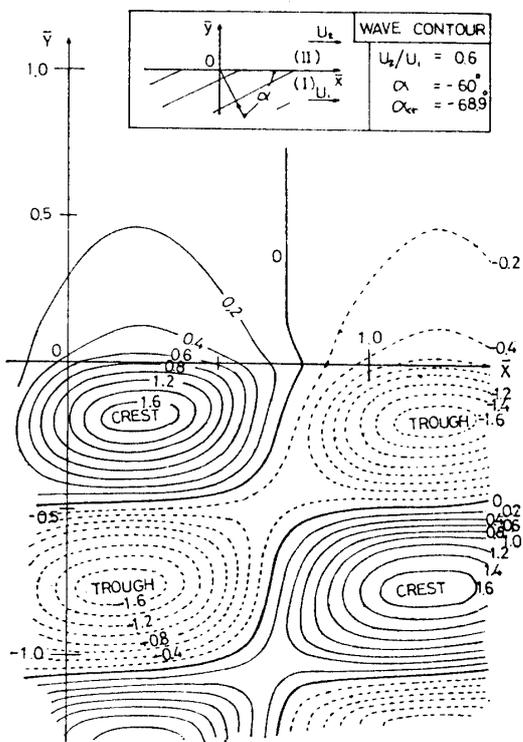


Fig. 15

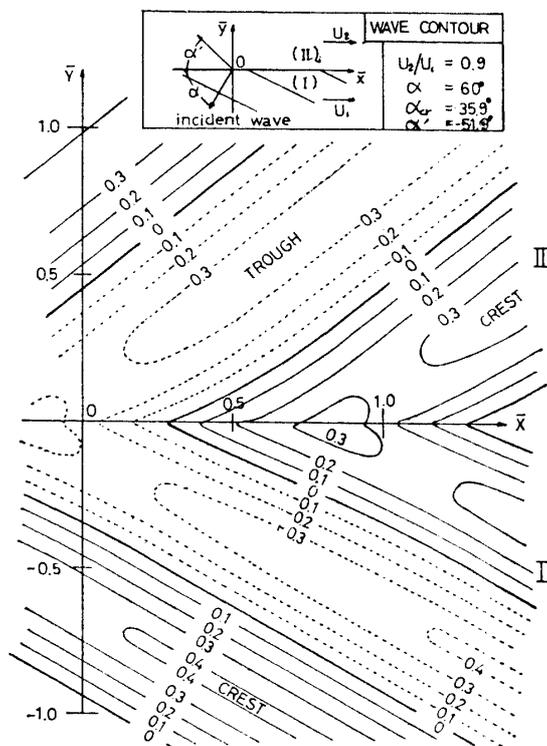


Fig. 16

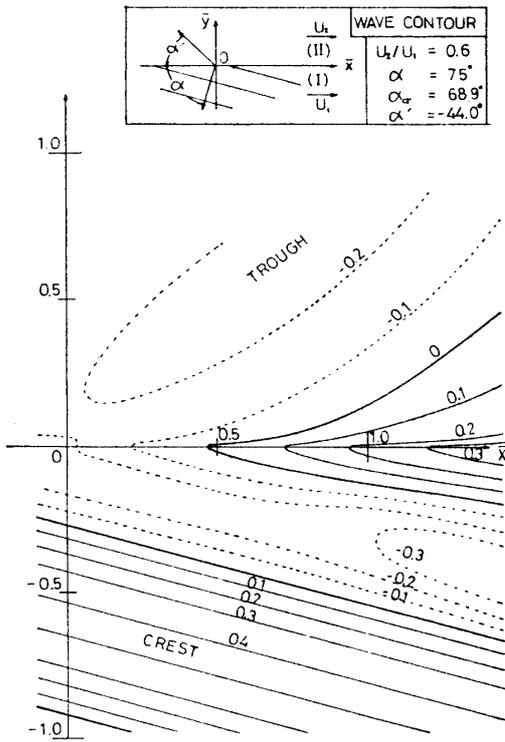


Fig. 17

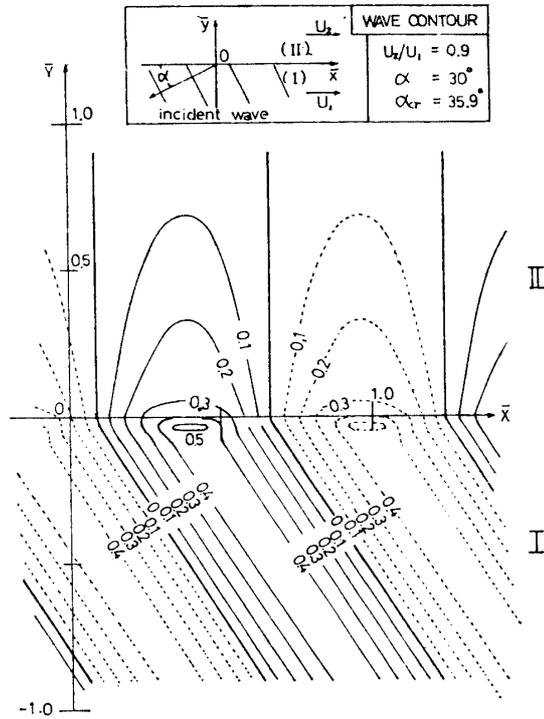


Fig. 18

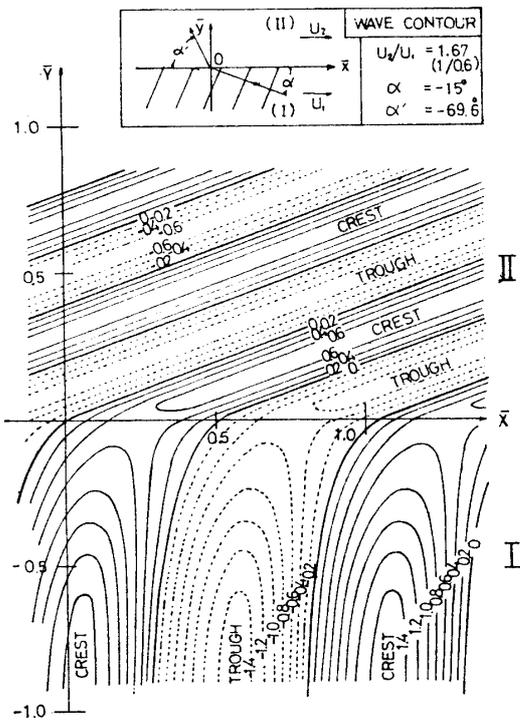


Fig. 19

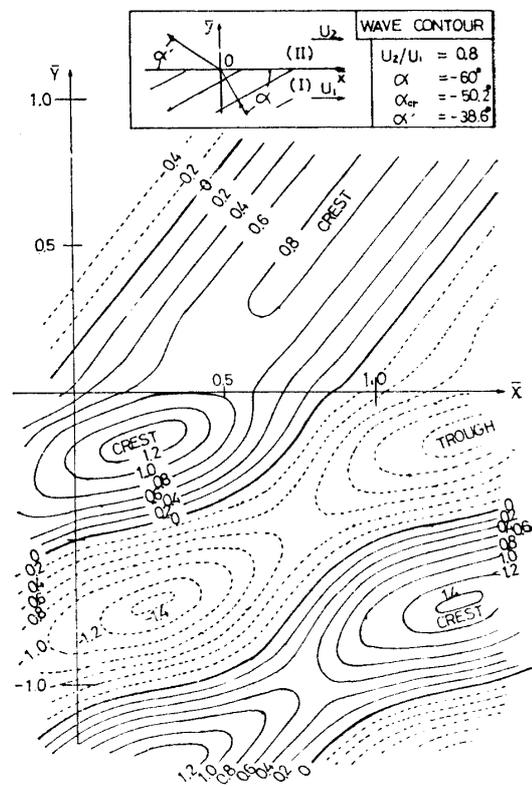


Fig. 20

形状が複雑となるが、Fig.11, Fig.12, Fig.13 に  $x$  に直角な断面で切った水面の形の若干の例を示した。これらの図で  $\bar{x} = x/\lambda_0$  である。Fig.14, Fig.15, Fig.16, Fig.17, Fig.18, Fig.19, Fig.20 にはいくつかの例について水面の形が等高線で示してある。 $\alpha < 0$  のときは入射波と反射波との向きが異なるために、I の領域に short crested wave を生ずる模様がわかる。

#### 4 有限幅の伴流帯による波の変形

$\phi_0$  として考えた規則波を船の造る波の素成波と見て船の波の問題を論ずるには領域 II の幅は有限としなければならぬ。ここで考えている問題は帯状の伴流領域の外側に一方向から規則波が伝わる場合とは異なるものであることに注意しなければならぬ。入射波はあくまでも船の素成波と考えているから、伴流の両側の領域 I と領域 III では対称な波が存在すると仮定しており、従って I における入射波の傾きが  $\alpha$  であれば III の領域の入射波の傾きは  $-\alpha$  である。伴流幅が有限であっても解法は前記と同様であるが、計算量は著しく増加する。

数値例として、まず  $\alpha = 0$  の場合について  $U_2/U_1$  が 0.9 および 0.6 としたとき伴流幅  $\bar{h} = h/\lambda_0$  のいくつかの値に対して計算した結果が Fig.21 に示してある。ここでは乱されない入射波  $\zeta_0$  の振幅を一定に保って比較してあるが、伴流の存在により伴流外の波高が減少することおよび伴流幅が小さいとき不連続面の内側に局部的盛り上がりが見られるのが特徴である。一方伴流幅が大きいときは2つの不連続面の夫々について伴流幅の無限大のときの計算を行い、それらの結果を組合わせたものに近くなる。

$\alpha \neq 0$  の場合については計算例として  $\alpha = 30^\circ, 60^\circ, -60^\circ$  の3通りの結果を Fig.22, Fig.23, Fig.24 に示した。これらは伴流幅  $\bar{h}$  を 0.5 と 0.9 の2通りに選ん

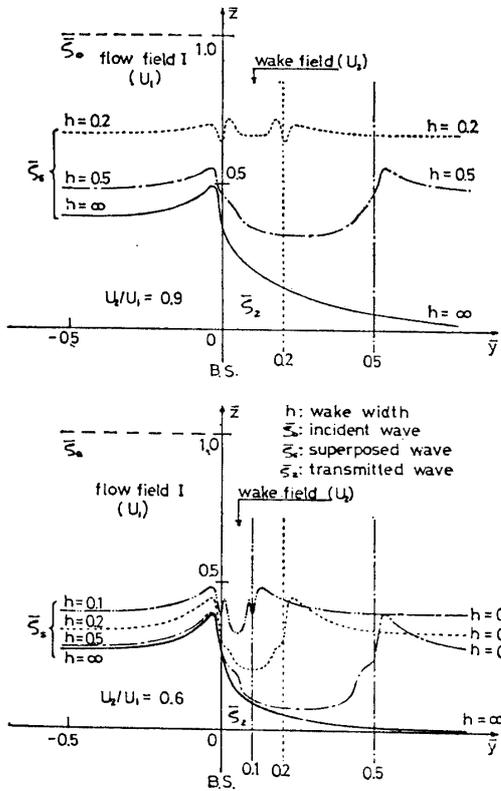


Fig.21 Wave Crest Heights in Various Wake Widths ( $\alpha = 0^\circ$ )

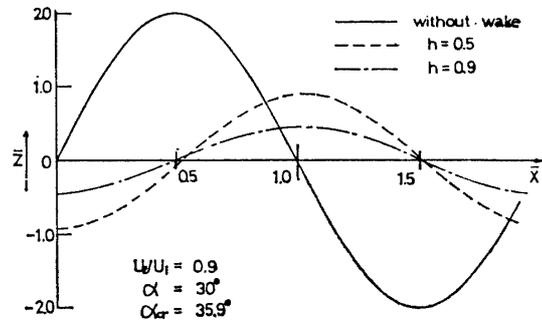


Fig.22 Wave Profile at Center Plane of Wake Belt

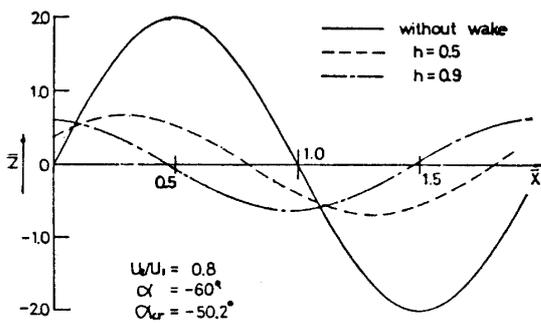


Fig.23 Wave Profile at Center Plane of Wake Belt

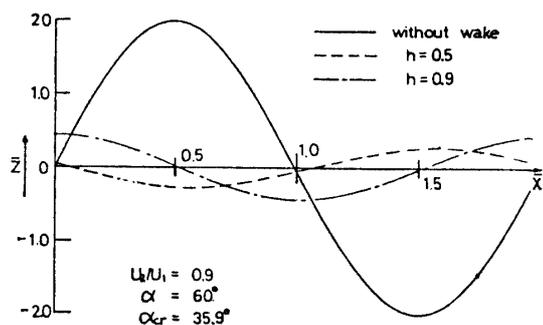


Fig.24 Wave Profile at Center Plane of Wake Belt

だとき伴流の中心線上の波形を伴流のない場合と比較したものである。 $\alpha < 0$  のときは Gadd<sup>12)</sup> の行った実験の状態に近いものをあらわし、波高および位相の変化が定性的に合致していることが認められる。

### 5 実 験

伴流の存在による波の変形の模様を実際に観察するために、川崎重工業技術研究所の回流水槽を用いて簡単な実験を行った。実験方法は Fig.25 に示すように、水面幅 2 m の回流水槽の中央に幅 19 cm の有孔金属板を水流に直角に挿入して伴流を造り、水槽測定部前端にある水面押え板によって水面に起こした波の有孔板後方における形状を波高計を横方向に移行させて測定したものである。同時にピトー管により測定した伴流の速度分布を Fig.26 に示すが、理論計算で仮定した

一様な矩形型とはやや異なり、流れの方向に次第に広がって行く梯形型であった。有孔板後方 47 cm における水面の形状を板を挿入する前の伴流のない場合の波と比較したのが Fig.27 である。この図には有孔板が波のない様な流れの中に置かれているときの水面形状も入れてあるが、板による水面攪乱は比較的小さいことがわかる。伴流の形が計算で仮定したものとはかなり異なるため定量的な比較はできないが、伴流のあるときの水面の形は Fig.21 の計算結果と良く似ている。ただし波高が減少する位置が伴流の境界より外側にずれている点が計算とは異なっており、有孔板による排除効果などさらに検討を要する問題も残されている。Fig.28 は有孔板後方の水面の写真で

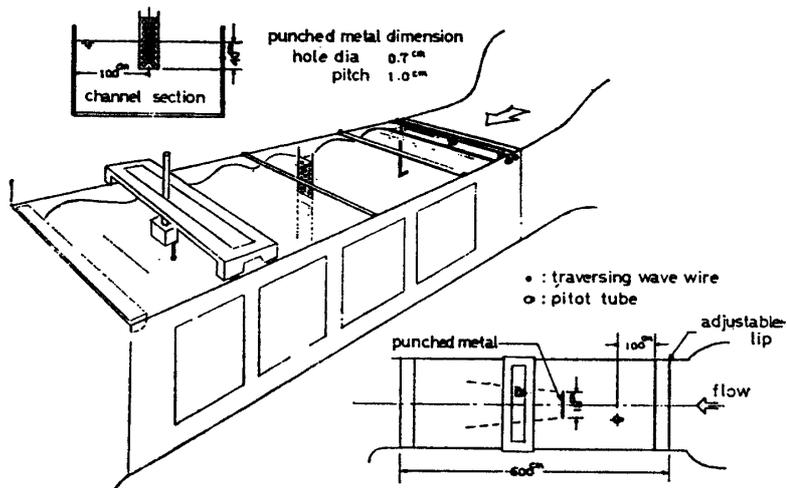


Fig.25 Test Set-Up in Circulating Water Channel

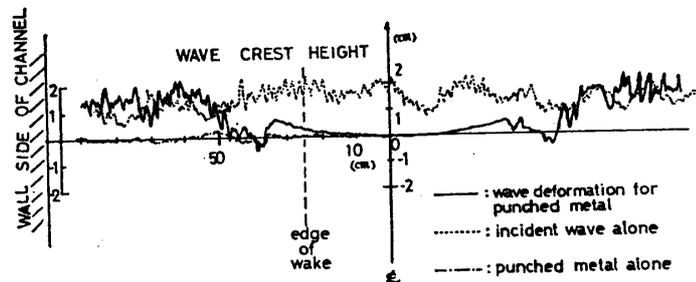


Fig.27 Transverse Crest Height Aft of The Punched Metal (47 cm Aft from P. M.— $U_1=0.7$  m/s,  $\lambda=31$  cm)  $U_2/U_1=0.2$   $U_1$ : uniform velocity

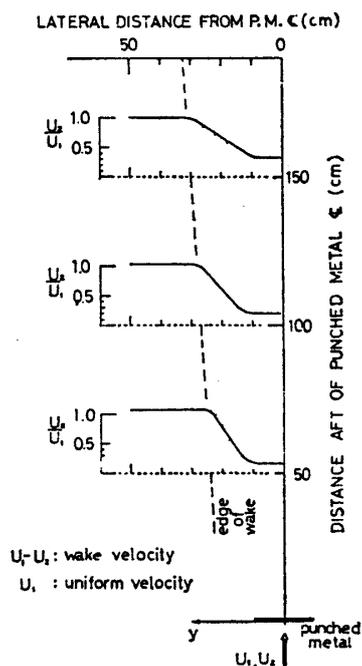


Fig.26 Longitudinal Velocity Distribution

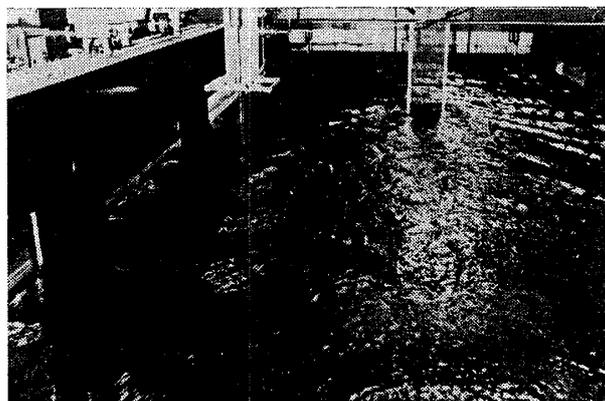


Fig.28 有孔板後方の水面

ある。伴流中で波が減少している様子ははっきり観察される。

## 6 結 び

摩擦伴流の存在によって波の変形する模様を知るために、一様な速度を持つ帯状の伴流を仮定してこの上を伝わる規則波を計算し、実際の現象と少なくとも定性的には一致する結果を得た。伴流幅が無限に広く、速度の不連続面が唯一の場合については、入射波の進行方向および伴流内外の速度比の各種の値について波の反射率、透過率位相のずれが求められたが、伴流幅の有限な場合については少数の例が示されたに過ぎない。有限幅の伴流についての計算を各種の入射角について広範囲に行い、その結果を船首波の素成波に適用することによって船の波が伴流の存在によってどのような影響を受けるかを明らかにすることが今後に残された問題である。

本研究の計算は最初東大大型計算機センターの HITAC 5020 E を用い、後に川崎重工業技術研究所の FACOM 230-35 を使用して行われた。これらの関係者各位およびプログラミングに種々の助言をいただいた横浜国立大学助手笠原和子氏に厚くお礼を申し上げる。また川崎重工業技術研究所における実験および計算に暖かいご配慮とご協力を賜った坂尾室長をはじめとする流体研究室の方々、並びに明石船型研究所池畑光尚博士に深甚な謝意を表す。

## 参 考 文 献

- 1) J. Okabe, T. Jinnaka: On the waves of ships. Reports of the Research Inst. for Fluid Engineering, Vol.7 (1950).
- 2) V. M. Lavrentieff: The influence of the boundary layer on the wave resistance of a ship, Akad. Nauk. URSS, Vol.80, No.6 (1951).
- 3) C. Wigley: Effects of viscosity on wave resistance, International Seminar on Theoretical Wave-resistance, (1963).
- 4) T. Y. Wu: Interaction between ships waves and boundary layer, Internat. Seminar on Theoretical Wave-resistance, (1963).
- 5) T. H. Havelock: Calculation illustrating the effect of boundary layer on wave resistance, T. I. N. A., Vol.90 (1948).
- 6) J. H. Milgram: The effect of a wake on the wave resistance of a ship, Journal of Ship Research, Vol.13, No.1 (1969).
- 7) R. Brard: Viscosity, wake and ship waves, J. S. R., Vol.4, No.4 (1970).
- 8) J. C. Tatinclaux: Effect of a rotational wake on the wavemaking resistance of an ogive, J. S. R. Vol.14, No.2 (1970).
- 9) R. F. Beck: The wave resistance of a thin ship with a rotational wake, J. S. R., No.15, No.3 (1971).
- 10) 姫野洋司, 高木又男: 粘性流体における造波抵抗, 日本造船学会論文集第130号 (1971).
- 11) 乾 崇夫, 菊地義男, 岩田達三: 安息香酸塗膜による模型船 Wave Profile の測定, 造船協会論文集第100号 (1957).
- 12) G. E. Gadd: Viscous effects on ship stern waves, N. P. L., Ship Report, 132 (1969).
- 13) D. Savitsky: Interaction between gravity waves and finite turbulent flow fields, 8th Symposium on Naval Hydrodynamics, Pasadena (1970).