The Society of Naval Architects of Japan

(昭和 48 年 11 月日本造船学会秋季講演会において講演)

粘性流体における船の波及び造波抵抗

正員 丸 尾 孟* 正員 松 村 純 一**

Ship Waves and Wave-Resistance in a Viscous Fluid

by Hajime Maruo, *Member* Jun-ichi Matsumura, *Member*

Summary

A linearized theory for ship waves in a viscous fluid is developed under the assumption of Oseen's equation and appropriate boundary conditions for stresses on the free surface. The wave pattern and the wave resistance at large Froude number are determined by the potential component of the flow field, and the effect of the rotational component is negligible. An inviscid wake model which becomes a suitable representation of the pressure field around a double model can be employed as the abovementioned potential flow. The open wake model and the cusped wake model are examined by means of the linearized free streamline theory for thin struts. Comparisons between measured and computed results are made concerning the wave profile and the wave resistance of a strutlike model. A qualitative but plausible agreement is obtained when the cusped wake model is employed.

1 はしがき

船の波あるいは造波抵抗に対する粘性影響はこれを二つの現象に分類して考えることが出来る。その一つは船によって起こされた波が伝わって行く媒質が粘性流体であるために，非粘性流体を仮定した理論による波の性質とは異ったものとなることであり，他は船の造波作用が粘性の影響によって非粘性流体中とは異るという点である。第一の点は粘性流体中における波の伝播に関する問題であり，単純な二次元的規則波については Lamb[1] の教科書にも出ているように古典的課題であるが，船のように攪乱が水中を一様な速度で進行する際の運動は比較的近年になってはじめて取り上げられた問題で，海外における研究としては Sretenski (1957)[2] によるものが知られているのみである。しかしながら我が国においてはこれよりさき坂尾 (1948)[3] が水面を走行する圧力分布についてこの問題を論じている。坂尾の研究はその独創性にもかかわらず何故か学界の注目を受けるところとはならなかった。Sretenski は水面を走行する圧力による波の他に，水中を進行する吹き出し分布に伴う波についても論じているが，粘性流体では物体まわりの流れを吹き出し分布のみを用いて表現することは出来ないので，その結果を船の波に適用することは出来ない。以上の研究はいずれも攪乱によって生じた波の振幅が粘性の作用により遠くへ行くに従って減衰する問題に主眼を置いているが，高レーノルズ数ではこのような減衰は極めて僅かであり，造波抵抗に目立った影響を与えるとは考えられない。一方粘性流体中で船が波を起こす作用が非粘性流体中とはかなり異った様相を呈するであろうということは一般に認められており，これが船の波及び造波抵抗に対する粘性影響の主要部分を占めるものと信ぜられて来た。この問題を理論的に解析するために従来用いられた方法は，主として船のまわりの粘性流体の流れを適当な非粘性流の模型で置き換えるものであるが，このとき採用された模型は二種に大別することが出来る。第一には境界層の排除効果などによる流線の非粘性ポテンシアル流よりの偏りを，船体表面形状の見掛け上の変化であらわす方法であり，たとえば境界層の排除厚を船体表面に加えたものについて境界条件を立てる考え方がこれである。これは岡部，神中両氏 (1950)[4] によってはじめて提案され，Lavrentiev (1951)[5]，Wigley (1963)[6]，Wu (1963)[7] 等の結果が知られている。伴流の影響

* 横浜国立大学
** 運輸省

NII-Electronic Library Service

The Society of Naval Architects of Japan

を考慮して船尾の流線に部分的修正を加えた Havelock (1948)[8] の計算や，船体に沿う流線が後端で閉じず，無限後方に伸びる平行な伴流域を形成すると考えた Milgram (1969)[9] の計算もこの種の考え方に属する。第二の方法は船体後方に渦分布によって構成される伴流域を考え，船体と伴流渦との組合せによって起こされる波を考えるもので，その一般論は Brard (1970)[10] によって立てられ，Tatinclaux (1970)[11] は伴流中に簡単な渦分布を仮定し，また Beck (1971)[12] は伴流が二枚の平行な渦層より成るものとして造波抵抗の計算を行った。以上のような各種の模型のいずれを取るかは全く任意であり，どれが実際の現象に最も近いかを判定する決め手はない。何となればこれらはいずれも粘性流の解とは無関係に設定された模型であり，且境界層の排除厚を用いる方法を除いていずれの模型を用いても造波抵抗値に関するかぎり類似の傾向を持つ結果を与えるからである。船の波に対する粘性影響の研究がこのような現状にある中で，姫野，高木両氏 (1971)[13]により Navier-Stokes 方程式の線型化である Oseen 方程式の特解を船体を代表する特異点として採用する提案がなされたことは，この問題の解決に向って重要な一歩を踏み出したものとして極めて意義深いものがある。何故ならば従来の研究はすべて粘性流体の方程式とは無関係な任意の模型を仮定するところから出発したのに対し，姫野等は粘性流体の運動方程式の解を出発点として理論を立てようとしているからである。しかしながら水面における境界条件に関しては両氏の研究では粘性が省略されている点でなお一考の余地がある。粘性が存在するとき水面における条件は，これに垂直な応力が一定であり，一方切線応力は零となるということである。Brard は彼の理論を立てるにあたって，垂直応力における粘性項を考慮し，粘性の影響を部分的に取り入れたが，切線応力に関する条件はこれらの解によっては満足されない。この点で Sretenski は水面の応力条件をすべて満足する解を求めているようであるが，解の導き方の詳細が不明であり，その結果を直ちに応用することは出来ない。

粘性流体中の船の波に関する解析は，粘性流体の運動方程式より出発するのが最も合理的であり，水面の応力条件が完全に満足される解が求められれば船体周囲の流場の表現として最適のものであることは言う迄もない。この際線型化の近似を用いることは不可避であるが，少くとも船体より離れた所では妥当な近似解を与えるものと考えて差支えないであろう。

2 運動方程式及び境界条件の線型化

速度Uなる一様な流れの中に船体が固定されており，座標系は静止水面上一様流の方向にx軸を，同じくこれに直角にy軸を，鉛直上向きにz軸をとる。x軸方向の単位ベクトルを$\boldsymbol{i}$として流速を$U\boldsymbol{i}+\boldsymbol{v}$と書き，非圧縮性の条件$\nabla\boldsymbol{v}=0$を仮定すれば，Navier-Stokes の方程式は

$$[(U\boldsymbol{i}+\boldsymbol{v})\nabla]\boldsymbol{v}=-\nabla\left(\frac{p}{\rho}+gz\right)+\nu\nabla^2\boldsymbol{v} \tag{1}$$

と書くことが出来る。ここでνは動粘性係数μ/ρである。長さに比して幅の狭い船を考えると，高レーノルズ数では境界層及び伴流の外側で$\boldsymbol{v}$はUに比して微小である。また伴流中においても船尾近くの局部的に伴流の強い部分を除けば伴流率は1よりかなり小さいから$|\boldsymbol{v}|/U$に関して二次の項が省略出来て上式は

$$U\frac{\partial\boldsymbol{v}}{\partial x}=-\nabla\left(\frac{p}{\rho}+gz\right)+\nu\nabla^2\boldsymbol{v} \tag{2}$$

のように線型化される。これが Oseen の方程式である。

次に水面での境界条件を考える。水面ではこれに垂直な応力は大気圧に等しく一定であり，また切線応力は空気の摩擦力を考えなければ零とならねばならぬ。攪乱速度$\boldsymbol{v}$の成分をu, v, wとし，水面の上昇を微小であるとしてこれらの条件を線型化すれば，$z=0$において

$$p-2\mu\frac{\partial w}{\partial z}=\text{const.} \tag{3}$$

$$\frac{\partial w}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial z}=0 \tag{4}$$

$$\frac{\partial w}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial z}=0 \tag{5}$$

である。一方 kinematical surface condition は水面の上昇を$z=\zeta$と書いて線型化すれば

$$w=U\frac{\partial\zeta}{\partial x} \tag{6}$$

となる。さて Oseen の方程式は次のように置くことによって満足される。

NII-Electronic Library Service

The Society of Naval Architects of Japan

$$v=\nabla\phi+v' \tag{7}$$

$$\frac{p}{\rho}=-U\frac{\partial\phi}{\partial x}-gz \tag{8}$$

ここでϕは速度ポテンシアルで，考えている流場内でラプラスの方程式 $\nabla^2\phi=0$ を満足し，v' は次の方程式を満足するベクトルである。

$$\nabla^2 v'=\frac{U}{\nu}\frac{\partial v'}{\partial x} \tag{9}$$

$$\nabla v'=0 \tag{10}$$

従って流速はポテンシアル流による部分 $\nabla\phi$ と回転運動による部分 v' との和であらわされる。$v'=0$ であるような非回転運動も運動方程式を満足するが，水面の条件のすべてを満足させることは出来ない。

3 水面に加えられた圧力分布による運動

水面の条件を満足する運動方程式の解を求める準備として次のような簡単な運動を考える。これはx軸とθなる角をなす方向に速度が正弦的に変化する運動である。このような運動の速度ポテンシアルは

$$\phi=e^{kz+ik(x\cos\theta+y\sin\theta)} \tag{11}$$

の形となる。以下複素数表示の式はすべてその実数部をとることとする。これに回転運動を加えて水面で切線応力が零になるようにする。このとき速度が満足すべき条件は

連続方程式 $$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0 \tag{12}$$

切線応力の条件 $z=0$ において

$$\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial x}=0,\quad \frac{\partial v}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial y}=0 \tag{13}$$

運動方程式 $$\frac{\partial v'}{\partial x}-\frac{1}{2k_0}\nabla^2 v'=0 \tag{14}$$

但し $k_0=U/2\nu$

これらの条件のうち (12) 及び (13) は回転運動による流速部分を次のように選べば満足される。

$$u'=-\frac{2ik^2m\cos\theta}{k^2+m^2}e^{mz+ik(x\cos\theta+y\sin\theta)} \tag{15}$$

$$v'=-\frac{2ik^2m\sin\theta}{k^2+m^2}e^{mz+ik(x\cos\theta+y\sin\theta)} \tag{16}$$

$$w'=-\frac{2k^3}{k^2+m^2}e^{mz+ik(x\cos\theta+y\sin\theta)} \tag{17}$$

更にこれらが運動方程式 (14) の解であるためにはkとmとの間に次のような関係が必要である。

$$m^2=k^2+2ikk_0\cos\theta \tag{18}$$

次に水面に直角な圧力，すなわち垂直応力は

$$\frac{P_z}{\rho}=-\frac{p}{\rho}+2\nu\frac{\partial w}{\partial z}=U\frac{\partial\phi}{\partial x}+g\zeta+2\nu\frac{\partial w}{\partial z} \tag{19}$$

である。水面の上昇ζは (6) より

$$\zeta=\frac{1}{U}\int w_{z=0}dx=-\frac{i}{U\cos\theta}\left(1-\frac{2k^2}{k^2+m^2}\right)e^{ik(x\cos\theta+y\sin\theta)}$$
$$=\frac{1}{U}\frac{k_0}{k+ik_0\cos\theta}e^{ik(x\cos\theta+y\sin\theta)} \tag{20}$$

で与えられる。従って水面の圧力は

$$-\frac{P_z}{\rho}=-\left\{iUk\cos\theta+\frac{g}{U}\frac{k_0}{k+ik_0\cos\theta}+\frac{2\nu k^2(m-k)^2}{k^2+m^2}\right\}e^{ik(x\cos\theta+y\sin\theta)}$$

となるが，(18) を用いてmをkであらわし，$K_0=g/U^2$ と置いて書き直せば

$$-\frac{P_z}{\rho}=\frac{Uk_0}{k+ik_0\cos\theta}\left\{k\left(\cos\theta-i\frac{k}{k_0}\right)^2-K_0+\left(\frac{k}{k_0}\right)^2\sqrt{k^2+2ik_0k\cos\theta}\right\}e^{ik(x\cos\theta+y\sin\theta)} \tag{21}$$

が得られる。もし水面の圧力が

$$-P_z=Pe^{ik(x\cos\theta+y\sin\theta)} \tag{22}$$

NII-Electronic Library Service

The Society of Naval Architects of Japan

の形で与えられたとすれば，これに伴う水面の形は

$$\zeta=\frac{P}{\rho U^2}\frac{e^{ik(x\cos\theta+y\sin\theta)}}{k(\cos\theta-ik/k_0)^2-K_0+(k/k_0)^2\sqrt{k^2+2ik_0k\cos\theta}} \tag{23}$$

となる。

次に水面に任意の圧力分布が加えられた場合を考えよう。圧力分布を

$$-P_z=P(x,y) \tag{24}$$

とし，これがフーリエ積分であらわされるとすれば

$$P(x,y)=\frac{1}{4\pi^2}\int_{-\pi}^{\pi}d\theta\int_0^{\infty}F(k,\theta)e^{ik(x\cos\theta+y\sin\theta)}kdk \tag{25}$$

となる。但し

$$F(k,\theta)=\iint_{-\infty}^{\infty}P(x,y)e^{-ik(x\cos\theta+y\sin\theta)}dxdy \tag{26}$$

このときの水面の形は

$$\zeta=\frac{1}{4\pi^2\rho U^2}\int_{-\pi}^{\pi}d\theta\int_0^{\infty}\frac{F(k,\theta)e^{ik(x\cos\theta+y\sin\theta)}kdk}{k(\cos\theta-ik/k_0)^2-K_0+(k/k_0)^2\sqrt{k^2+2ik_0k\cos\theta}} \tag{27}$$

である。このように水面を一定の圧力分布が進行するときの造波抵抗は水面上の圧力積分から容易に求められる。

$$\begin{aligned}R&=-\iint_{-\infty}^{\infty}P(x,y)\frac{\partial\zeta}{\partial x}dxdy\\&=-\frac{i}{4\pi^2\rho U^2}\int_{-\pi}^{\pi}\cos\theta d\theta\int_0^{\infty}\frac{|F(k,\theta)|^2k^2\cdot dk}{k(\cos\theta-ik/k_0)^2-K_0+(k/k_0)^2\sqrt{k^2+2ik_0k\cos\theta}}\end{aligned} \tag{28}$$

この結果は Sretenski の得たものに一致している。

4 細長い物体による攪乱

薄い船のように一様な流れの方向に細長い物体が置かれているときは，強い剪断応力のあらわれる境界層内部及び物体直後の強い伴流内部を除けば，攪乱による速度は一様な流速に比して小さいので，線型の運動方程式及び境界条件が成立すると考えてよい。非粘性ポテンシアル流れでは物体はその中心面上の吹き出し分布であらわすことが出来，その強さは物体表面の法線速度に関する境界条件より決定される。吹き出し分布による流れは粘性流体の運動方程式の解でもあるが，粘性流体では物体表面で切線方向の流速も零であるという条件があるから吹き出し分布のみで物体をあらわすことは出来ない。しかしながら Oseen の方程式に関しては吹き出しの他に原点に一位の特異点を有する特解が存在することがわかっており，運動方程式が線型であるためこれら特解の一次結合によって物体表面の法線速度及び切線速度に関する境界条件を満足する解を組み立てることも可能である。このために Oseen 方程式を満足する流速を前節と同様に

$$\boldsymbol{v}=\nabla\phi+\boldsymbol{v}'$$

と書き，圧力が

$$\frac{p}{\rho}=-U\frac{\partial\phi}{\partial x}-gz$$

であらわされるものとして更に回転運動の流速をスカラー関数χを用いて

$$\boldsymbol{v}'=-\frac{1}{2k_0}\nabla\chi+\chi\boldsymbol{i} \tag{29}$$

と置く。これを (2) に代入し (7) を考慮すればχの満足すべき方程式として

$$\nabla^2\chi-2k_0\frac{\partial\chi}{\partial x}=0 \tag{30}$$

を得る。この方程式を満足するχより導かれる流速 $\boldsymbol{v}'$ は連続方程式 $\nabla\boldsymbol{v}'=0$ を満足することが容易に示される。今，

$$\chi=e^{k_0x}\psi \tag{31}$$

と置いて (30) に代入すると，関数ψに関して

$$(\nabla^2-k_0^2)\psi=0 \tag{32}$$

なる Helmholtz の方程式を得る。原点に一位の特異点を有するこの方程式の解は

$$r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$$

NII-Electronic Library Service

The Society of Naval Architects of Japan

と置いて $e^{-k_0 r}/r$ であることが知られている。故に (30) の特解は

$$\chi=e^{-k_0(r-x)}/r \tag{33}$$

である。このとき $\boldsymbol{v}'$ は回転運動であり，渦度は $(0,\ \partial\chi/\partial z,\ -\partial\chi/\partial y)$ で x 軸に直角である。χ は渦度関数と呼ばれる。今速度ポテンシアルと渦度関数として

$$\phi=-1/r \tag{34}$$

$$\chi=-2\,k_0 e^{-k_0(r-x)}/r \tag{35}$$

なる組合せをとると，いたるところで発散が零となるから流場は渦度より導かれたものとなり，また原点における流速は x 軸の負の方向を向き $-k_0/r$ の割合で無限大となる。このような特異点は Oseenlet と呼ばれ，原点で x 軸の負の方向に作用する粘性力による流れをあらわすものと考えられる。物体によって生ずる攪乱をこのような吹き出しポテンシアル及び Oseenlet の適当な分布によってあらわし得ると考えれば，薄い船についてはその中心面上の分布によってその周囲の流場を表現することが可能であろう。しかしながらこのような仮定は物体の表面近くでは成立しない。何となればそこでは攪乱速度が一様流速 U に比して微小であるとは考えられなくなり，運動方程式の線型化が不適当となるからである。このため物体表面における境界条件によって特異点分布を決定することは出来ないという難点が生ずる。高いレーノルズ数では粘性力の顕著にあらわれるのは極めて薄い境界層の内部においてのみであり，その外側は殆ど非粘性流体のポテンシアル流に近いと考えられているが，物体後方の伴流部分では粘性の影響が無視出来ないであろう。しかし今問題としているような薄い船については伴流の幅は船の幅と同程度となるので，運動方程式の非線型項が問題となるのは中心面の両側の微小な厚さを持つ層の内部のみと考えてよい。境界条件はこのような層，いわば境界層の外側で定義される量によって立てなければならない。この問題については後に論ずる。

次に自由表面の条件を考えよう。これは前節において既に $z=0$ における応力条件 (3), (4), (5) 及び kinematical condition (6) で与えられている。これらのうち切線応力の条件は xy 平面に関して対称な運動，すなわち物体をあらわす特異点の鏡像を考えることによって満足される。一方垂直応力の条件を満足するためには付加的な運動を考えねばならぬ。このためにまず (34) 及び (35) で定義される基礎特異点による運動を考えよう。$x=x'$, $y=y'$, $z=z'$ にある単位吹き出しによる速度ポテンシアルは $z=0$ に関する鏡像を考慮して

$$\phi=-\frac{1}{r}-\frac{1}{r'}=-\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}d\theta\int_0^\infty\left(e^{-k|z-z'|}+e^{-k|z+z'|}\right)e^{ik\{(x-x')\cos\theta+(y-y')\sin\theta\}}dk \tag{36}$$

但し

$$r=\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+(z-z')^2}$$

$$r'=\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+(z+z')^2}$$

である。水面における垂直応力は

$$\frac{P_z}{\rho}=\left(U\frac{\partial\phi}{\partial x}+2\nu\frac{\partial^2\phi}{\partial z^2}\right)_{z=0}=-\frac{U}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}d\theta\int_0^\infty e^{kz'+ik\{(x-x')\cos\theta+(y-y')\sin\theta\}}\left(i\cos\theta+\frac{k}{k_0}\right)kdk \tag{37}$$

となる。従って水面の条件を満足させるためにはこれを打ち消すような圧力を水面に加えてやらねばならぬ。水面に圧力を加えたときの運動は前節に与えられている。すなわち (24) によって水面に加わる圧力を $P(x,y)$ とすれば

$$P(x,y)=P_z$$

と置けばよく，(25) と比較して

$$F(k,\theta)=-4\pi\rho U\left(i\cos\theta+\frac{k}{k_0}\right)e^{kz'-ik(x'\cos\theta+y'\sin\theta)}\equiv F_1 \tag{38}$$

を得る。水面の形はこれを (27) に代入することによって求められる。次に $x=x'$, $y=y'$, $z=z'$ に単位特異点を持つ渦度関数による運動を考える。$z=0$ に関する鏡像をとって

$$\begin{aligned}\frac{\chi}{2k_0}&=-\frac{e^{-k_0(r-x+x')}}{r}-\frac{e^{-k_0(r'-x+x')}}{r'}\\&=-\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}d\theta\int_0^\infty\left(e^{-\sqrt{k^2+2ik_0k\cos\theta}|z-z'|}+e^{-\sqrt{k^2+2ik_0k\cos\theta}|z+z'|}\right)\frac{e^{ik\{(x-x')\cos\theta+(y-y')\sin\theta\}}}{\sqrt{k^2+2ik_0k\cos\theta}}kdk\end{aligned} \tag{39}$$

と書くことが出来る。従って水面の垂直応力は

$$\frac{P_z}{\rho}=-\frac{\nu}{k_0}\frac{\partial^2\chi}{\partial z^2}\Big)_{z=0}=\frac{2\nu}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}d\theta\int_0^\infty e^{\sqrt{k^2+2ik_0k\cos\theta}\,z'+ik\{(x-x')\cos\theta+(y-y')\sin\theta\}}$$

NII-Electronic Library Service

The Society of Naval Architects of Japan

$$\times\sqrt{k^2+2ik_0k\cos\theta}\,kdk \tag{40}$$

であり，これを打ち消すために水面に加えられる圧力によって生ずる水面の上昇は

$$F(k,\theta)=4\pi\rho U\frac{1}{k_0}\sqrt{k^2+2ik_0k\cos\theta}\,e^{\sqrt{k^2+2ik_0k\cos\theta}\,z-ik(x\cos\theta+y\sin\theta)}\equiv F_2 \tag{41}$$

を (27) に代入して求められる。

薄い船はその中心面上に吹き出し及び Oseenlet を分布させることによってあらわし得ることは既に述べた。今，吹き出し分布の密度を m_1，Oseenlet の分布密度を m_2 とする。物体が閉じていることから m_1 の総和は零である。Oseenlet には吹き出しの項が含まれているから速度ポテンシアルにおける吹き出しの強さは m_1+m_2 である。従って水面の形を決定する関数 $F(k,\theta)$ は

$$F(k,\theta)=\iint\{(m_1+m_2)F_1+m_2F_2\}dx'dz'=-4\pi\rho U\iint\left\{(m_1+m_2)\left(i\cos\theta+\frac{k}{k_0}\right)e^{kz'}\right.$$
$$\left.+\frac{m_2}{k_0}\sqrt{k^2+2ik_0k\cos\theta}\,e^{\sqrt{k^2+2ik_0k\cos\theta}\,z'}\right\}e^{-ikx'\cos\theta}dx'dz' \tag{42}$$

となる。

5 高レーノルズ数における造波抵抗

既に示したように水面に圧力が加えられたときの造波抵抗は圧力積分より式を導くことが出来る。しかしながら船のように水中を進行する物体については，その表面の近傍で線型理論が成立しないから，表面上の応力から造波抵抗を求めることは出来ない。物体の受ける抵抗を求める方法として，はるか離れた所に調査面をとり，この上で運動量定理を適用することも考えられるが，これを実行することはさ程簡単ではない。何となれば理想流体のように無限遠方における漸近値を用いることが出来ないからである。今回はこの問題にこれ以上立入って論ずることはせず，ただ水面に圧力が加えられた場合との類推によって物体の造波抵抗も (28) と同様の形にあらわし得ると考えてレーノルズ数が極めて大きいときの漸近値を求めよう。物体の受ける造波抵抗が (28) 式の $F(k,\theta)$ に (42) 式を用いてあらわされることは，今のところ根拠が明らかとはいえないが，薄い船で境界層が極めて薄く Michell の理論における如く船体が中心面上の吹き出し分布のみであらわされるときは，表面上の圧力積分より (28) 式が導かれることから，ほぼ妥当な結論と考えられる。

われわれが現実に対象とするのは 10^6 というように極度に高いレーノルズ数における現象である。k_0 はレーノルズ数に相当するから，これが極めて大きいとき (28) 式で k/k_0 の高次の項を省略すれば

$$R=-\frac{ik_0}{4\pi^2\rho U^2}\int_{-\pi}^{\pi}\cos\theta\,d\theta\int_0^\infty\frac{|F(k,\theta)|^2k^2dk}{k_0k\cos^2\theta-K_0k_0-2ik^2\cos\theta} \tag{43}$$

となる。今，k に関して

$$k_0k\cos^2\theta-K_0k_0-2ik^2\cos\theta=0$$

の根を K_1, K_2 とすると上式は

$$R=\frac{1}{8\pi^4\rho U^2}\int_{-\pi}^{\pi}d\theta\int_0^\infty\frac{k_0}{K_1-K_2}\left(\frac{1}{k-K_1}-\frac{1}{k-K_2}\right)|F(k,\theta)|^2k^2dk$$

と書くことが出来る。ここに

$$\left.\begin{matrix}K_1\\K_2\end{matrix}\right\}=\frac{k_0\cos\theta}{4i}\left(1\pm\sqrt{1-8i\frac{K_0}{k_0}\sec^3\theta}\right)$$

である。K_0/k_0 はフルード数の自乗とレーノルズ数との積の逆数であり，普通 10^{-5} のオーダーであるからやはり微小である。従って

$$|\cos^3\theta|>8K_0/k_0$$

なるときは

$$\sqrt{1-8i\frac{K_0}{k_0}\sec^3\theta}=1-4i\frac{K_0}{k_0}\sec^3\theta+8\left(\frac{K_0}{k_0}\right)^2\sec^6\theta\cdots$$

のように展開出来て

$$K_1=k_0\cos\theta\left(-\frac{i}{2}+\frac{K_0}{k_0}\sec^3\theta-\cdots\right)$$

$$K_2=K_0\sec^2\theta+\frac{2iK_0^2}{k_0}\sec^5\theta+\cdots$$

NII-Electronic Library Service

The Society of Naval Architects of Japan

となる。また

$$|\cos^3\theta|\leq 8\,K_0/k_0$$

のときは上のような展開は出来ないが，これは $\theta=\pm\pi/2$ の極く近くのかぎられた範囲であり，diverging wave の成分になるから，高いレーノルズ数でも diverging wave には粘性の影響が無視出来ないかも知れない。しかし造波抵抗の積分ではこの影響は無視し得る程度であり，高レーノルズ数における造波抵抗を

$$R=-\frac{i}{4\pi^2\rho U^2}\int_{-\pi}^{\pi}\sec\theta\,d\theta\int_0^{\infty}\frac{|F(k,\theta)|^2k^2dk}{k-K_0\sec^2\theta(1+2\,i\sec^3\theta K_0/k_0)} \tag{44}$$

として差支えなかろう。レーノルズ数が極めて高いとき K_0/k_0 を零とした極限値が造波抵抗の漸近値であるから，上式の実数部をとり，

$$\lim_{n\to\infty}\int_a^b\frac{nf(x)\,dx}{1+n^2(x-\alpha)^2}=\frac{\pi}{2}\{f(\alpha-0)+f(\alpha+0)\}$$

なる関係を用いれば

$$R=\frac{K_0{}^2}{2\pi\rho U^2}\int_{-\pi/2}^{\pi/2}|F(K_0\sec^2\theta,\theta)|^2\sec^5\theta d\theta \tag{45}$$

が得られる。これは非粘性流体での造波抵抗の式に一致する。

既に述べたように船の造波抵抗は上式の $F(k,\theta)$ に (42) を用いて求められる。しかしながら高レーノルズ数の流れを考えるとき問題となる点が一つある。それはこれまでの議論では流体運動はすべて層流であるとして式を立てたが，実際の運動は乱流であるということである。流れをレーノルズの方程式を出発点として解析することは不可能であるが，レーノルズ応力を分子運動による分子粘性との類推から渦動粘性係数の概念を用いてあらわすことは，物体より充分に離れた自由な流れの中では剪断応力が小さく，渦動粘性係数が場所によってあまり変化しないと考えられるので便利な方法であろう。水面の波の運動における粘性影響が分子粘性によるものか渦動粘性によるものかはまだ確定されていないようである[14]。いずれにせよ波の運動に対するレーノルズ数と伴流に対するレーノルズ数とは異る値を想定するのが合理的であるように思われる。しかしながら高レーノルズ数に対する最終結果を導くのにこれらの議論は不要である。何となれば伴流に関するレーノルズ数は(42)式の根号内にあらわれる k_0 のみであり，波動に関するレーノルズ数が極めて高いとしてその逆数を零とした極限では(42)は

$$F(k,\theta)=-4\pi i\rho U\cos\theta\iint(m_1+m_2)e^{kz'-ikx'\cos\theta}dx'dz' \tag{46}$$

となって式中にあらわれないからである。(46) を (45) に代入すると造波抵抗は

$$R=8\pi\rho K_0{}^2\int_{-\pi/2}^{\pi/2}|H(K_0\sec^2\theta,\theta)|^2\sec^3\theta d\theta \tag{47}$$

$$H(k,\theta)=\iint(m_1+m_2)e^{kz'-ikx'\cos\theta}dx'dz' \tag{48}$$

となり，非粘性流体における m_1+m_2 なる密度の吹き出し分布による造波抵抗に等しく，姫野等の結果と一致する。

6 非粘性伴流模型の採用

一様な流れの中に置かれた薄い船のまわりの流場が，その中心面上に分布する吹き出し及び Oseenlet を用いてあらわし得ることは既に述べた。完全流体のポテンシアル流れでは特異点は吹き出し分布のみであり，その密度は船体表面の法線速度によって一意的に決定されるが，粘性流体に対する Oseen の方程式は物体表面近くでは成立しないから，物体表面の速度より境界条件を導くことは出来ない。しかし高いレーノルズ数では境界層は極めて薄く，また薄い船では粘性伴流の幅もまた微小量であると考えられるから，Oseen の方程式が適用出来ないのは $y=0$ の平面に接した薄い層の内部においてのみである。もし境界層の外側において定義される物理量によって船体に関する境界条件を立てることが出来れば，これを線型理論における $y=0$ の平面上の境界条件として採用出来る。前節迄に論ぜられたところによって，船の起こす波及びそれによる造波抵抗は，水面が平面のままで変形しないとしたとき，あるいは二重模型のまわりの流れで $z=0$ の平面上における圧力場から決定されることがわかった。すなわち造波抵抗等を決定する基礎となっているのは船体周囲の圧力場である。ところが (8) 式によって圧力は流速のポテンシアル成分によって決定され回転運動の部分は関係しない。そこで今回の問題で必要なのは一様な流れの中におかれた二重模型のまわりの圧力場を適切に表現出来るようなポテンシアル流れで

NII-Electronic Library Service

The Society of Naval Architects of Japan

あり，薄い船についてはこのような運動を与える $y=0$ の平面上の吹き出し分布である。これまで粘性流体の一様な流れの中に置かれた物体のまわりの流れをあらわすような非粘性ポテンシアル流の模型について色々な提案がなされて来た。これらのうち圧力場の類比を基礎とした模型として典型的なものは不連続流あるいは自由流線理論によるものである。その最も古いものは Rayleigh や Kirchhoff による理論であるが，伴流中の圧力分布について更に実際に近い結果を与えるものとして Roshko[15] の提案した模型がある。これは円柱に関するもので，剥離点より出発した自由流線が有限な長さで終り，それ以後の流線は一様流に平行となるものである。このようにすると円柱の後の死水領域の圧力を実測値に合致させることが出来，且伴流中の圧力上昇をもあらわし得て，円柱表面の圧力分布及び円柱の受ける抗力が実測値にかなり近付くことが認められる。薄い Strut 状の断面を持つ物体では円柱のような鈍い物体とは異り，明瞭な剥離は無く物体表面の圧力分布も完全流体における値とほとんど差は無い。ただ後端で完全流体では圧力が岐点圧まで上昇するところが粘性の影響によりこれより低い値となり粘性伴流の存在が認められる。この部分の圧力は鈍い物体の死水領域におけるように一定ではないがこれを近似的に一定と見れば自由流線の理論が適用出来る。このような薄い物体に関する自由流線の線型理論は主として空洞現象の問題として研究されて来たが[16]，その結果を伴流模型に応用することは容易であり，そこに採用された非粘性伴流模型に必要な吹き出し分布を決定することが出来るから，船の波及び造波抵抗は容易に求められる。

7 伴流を伴う二次元ポテンシアル流の決定

ここに取り上げたポテンシアル流の模型は Fig. 1 に示すようなものである。物体表面に沿う流線は B 点で表面を離れ自由流線となって C 点に至り，C 点より後方ではこの流線は x 軸に平行となる。B 点は普通の意味では剥離点であるが，薄い strut では明瞭な剥離点は観察されないので，この点は流れに粘性影響のあらわれはじめる点と解釈すべきである。strut の中心線を x 軸とし，原点はその前端 A にとる。strut あるいは船の長さを $2l$, AB 間の長さを l_1, AC 間を l_2 とする。xy 平面内の二次元運動を考え，strut が極めて薄いとして線型理論を適用する。

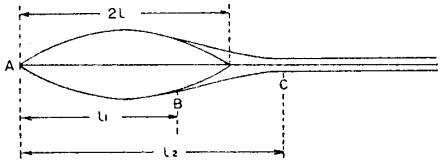

Fig. 1

物体表面の方程式を

$$y=\pm f(x) \tag{49}$$

と書けば，AB 間では境界条件は $y=0$ にて

$$\frac{\partial\phi}{\partial y}=U\frac{\partial y}{\partial x} \tag{50}$$

BC 間では圧力が一定である。圧力方程式を線型化して

$$p-p_0=-\rho U\frac{\partial\phi}{\partial x} \tag{51}$$

但し p_0 は無限遠方の圧力である。BC 間の圧力係数を

$$\sigma=\frac{p-p_0}{\frac{1}{2}\rho U^2}=\sigma_c \tag{52}$$

とすると境界条件は

$$\frac{\partial\phi}{\partial x}=-\frac{1}{2}U\sigma_c \tag{53}$$

である。$x<0$ 及び $x>l_2$ では $y=0$ で $\partial\phi/\partial y=0$ である。これらの条件を満足する解を求めるために，中心線上 $0\leq x\leq l_2$ に密度 $U\gamma$ なる二次元的吹き出し分布を考えると，速度ポテンシアルは

$$\phi=U\int_0^{l_2}\gamma(x')\ln\sqrt{(x-x')^2+y^2}\,dx' \tag{54}$$

である。$0\leq x\leq l_1$ における境界条件は

$$\gamma(x)=\frac{1}{\pi}f'(x) \tag{55}$$

とすれば満足される。従って (54) は

$$\phi=\frac{U}{\pi}\int_0^{l_1}f'(x')\ln\sqrt{(x-x')^2+y^2}\,dx'+U\int_{l_1}^{l_2}\gamma(x')\ln\sqrt{(x-x')^2+y^2}\,dx' \tag{56}$$

NII-Electronic Library Service

The Society of Naval Architects of Japan

となる。$l_1 \leq x \leq l_2$ における境界条件 (53) より

$$\sigma_c = -\frac{2}{\pi}\int_0^{l_1} f'(x')\frac{dx'}{x-x'} - 2\oint_{l_1}^{l_2} \gamma(x')\frac{dx'}{x-x'} \tag{57}$$

これは σ_c 及び $f'(x)$ を既知とすると $\gamma(x)$ に関する積分方程式であり，その解は薄翼理論で良く知られた方法により

$$\gamma(x) = \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{x-l_1}{l_2-x}}\left(\frac{\sigma_c}{2} + \frac{1}{\pi}\int_{l_1}^{l_2} f'(x')\sqrt{\frac{l_2-x'}{l_1-x'}}\frac{dx'}{x-x'}\right) \tag{58}$$

のように得られる。この式は流線 BC が B 点で物体表面から接線的に離れている条件として

$$\gamma(l_1) = \frac{1}{\pi}f'(l_1) \tag{59}$$

であることを用いている。また C 点において流線が x 軸と平行となると仮定しているから $\gamma(l_2)=0$ 従って

$$\frac{\sigma_c}{2} + \frac{1}{\pi}\int_0^{l_1} f'(x')\frac{dx'}{\sqrt{(l_1-x')(l_2-x_1)}} = 0 \tag{60}$$

なる関係がある。次に BC 間の自由流線の形を

$$y = \pm f_c(x) \tag{61}$$

とすると，B 点で

$$f_c(l_1) = f(l_1) \tag{62}$$

でなければならない。無限後方の伴流の半幅を δ とすると連続の条件から

$$2\pi U\int_{l_1}^{l_2}\gamma(x)\,dx = 2\delta U - 2f(l_1)U$$

すなわち

$$\pi\int_{l_1}^{l_2}\gamma(x)\,dx = \delta - f(l_1)$$

となる。よって伴流の半幅は

$$\delta = f(l_1) + \pi\int_{l_1}^{l_2}\gamma(x)\,dx = \frac{\pi\sigma_c}{4}(l_2-l_1) + \int_0^{l_1} f'(x')\sqrt{\frac{l_2-x'}{l_1-x'}}\,dx' \tag{63}$$

で与えられる。自由流線の形は連続の条件から

$$f_c(x) - f(l_1) = \pi\int_{l_1}^{x}\gamma(x')\,dx'$$

であるから $\gamma(x)$ に (58) を代入して計算し (63) を用いると結局

$$f_c(x) = -\frac{\sigma_c}{2}\sqrt{(l_2-x)(x-l_1)} + \frac{2}{\pi}\int_0^{l_1} f'(x')\tan^{-1}\sqrt{\frac{(l_1-x')(l_2-x)}{(l_2-x')(x-l_1)}}\,dx' + \frac{2}{\pi}\delta\tan^{-1}\sqrt{\frac{x-l_1}{l_2-x}} \tag{64}$$

となる。計算例として

$$f(x) = b\left[1-\left(\frac{x}{l}-1\right)^2\right] \tag{65}$$

$$f'(x) = \frac{2b}{l}\left(1-\frac{x}{l}\right) \tag{66}$$

のような二次曲線であらわされる strut をとると，吹き出し密度は

$$\gamma(x) = \frac{2b}{l}\left[\frac{1}{\pi^2 l}\sqrt{(l_2-x)(x-l_1)}\ln\frac{\sqrt{l_2}+\sqrt{l_1}}{\sqrt{l_2}-\sqrt{l_1}} + \frac{2(l-x)}{\pi^2 l}\tan^{-1}\sqrt{\frac{l_1(l_2-x)}{l_2(x-l_1)}}\right] \tag{67}$$

で与えられる。自由流線の形は

$$f_c(x) = \frac{b}{2\pi l}\left[\sqrt{l_1 l_2} + \left(x-\frac{l_1+l_2}{2}\right)\ln\frac{\sqrt{l_2}+\sqrt{l_1}}{\sqrt{l_2}-\sqrt{l_1}}\right]\sqrt{(l_2-x)(x-l_1)}$$
$$+\frac{2b}{\pi l}\left(lx-\frac{x^2}{2}\right)\tan^{-1}\sqrt{\frac{l_1(l_2-x)}{l_2(x-l_1)}} \tag{68}$$

である。次に AB 間の圧力係数を求めると

$$\sigma = \frac{p-p_0}{\frac{1}{2}\rho U^2} = \frac{2b}{l}\frac{2}{\pi}\left[\left(1-\frac{x}{l}\right)\ln\left|\frac{\sqrt{l_1(l_2-x)}+\sqrt{l_2(l_1-x)}}{\sqrt{l_1(l_2-x)}-\sqrt{l_2(l_1-x)}}\right|\right.$$
$$\left.+\left(\frac{l_1+l_2}{2l}-1-\frac{\sqrt{(l_2-x)(l_1-x)}}{l}\right)\ln\frac{\sqrt{l_2}+\sqrt{l_1}}{\sqrt{l_2}-\sqrt{l_1}}-\frac{\sqrt{l_1 l_2}}{l}\right] \tag{69}$$

NII-Electronic Library Service

The Society of Naval Architects of Japan

となり，BC 間では

$$\sigma_c=\frac{2b}{l}\frac{2}{\pi}\left(\frac{l_1+l_2}{2l}-1\right)\ln\frac{\sqrt{l_2}+\sqrt{l_1}}{\sqrt{l_2}-\sqrt{l_1}}-\frac{\sqrt{l_1 l_2}}{l} \tag{70}$$

である。

具体的に数値計算を行うにあたって二種類の場合を取り上げた。第一の場合は自由流線の終点Cが物体の後端に来るようなものである。これを open wake と呼ぼう。このときは

$$l_2=2l \tag{71}$$

であるから，伴流の半幅は

$$\delta=\frac{2b}{l}\left[\sqrt{l_1 l_2}\left(\frac{l_2+l_1}{4}-l\right)-\frac{(l_2-l_1)^2}{8}\ln\frac{\sqrt{l_2}+\sqrt{l_1}}{\sqrt{l_2}-\sqrt{l_1}}\right] \tag{72}$$

となる。第二の場合は伴流が有限な長さで閉じているもので，いわゆる cusped wake と呼ばれるものである[17]。これでは粘性の影響は極めて局部的にのみあらわれ，無限後方に伴流は存在せず粘性抵抗は零である。剥離点Bと伴流の終点Cの位置の間の関係は

$$\sqrt{l_1 l_2}\left(\frac{l_2+l_1}{4}-l\right)-\frac{(l_2-l_1)^2}{8}\ln\frac{\sqrt{l_2}+\sqrt{l_1}}{\sqrt{l_2}-\sqrt{l_1}}=0 \tag{73}$$

から求められる。

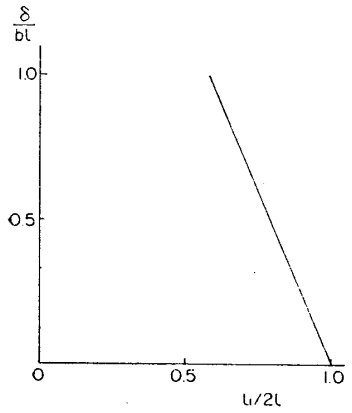

Fig. 2

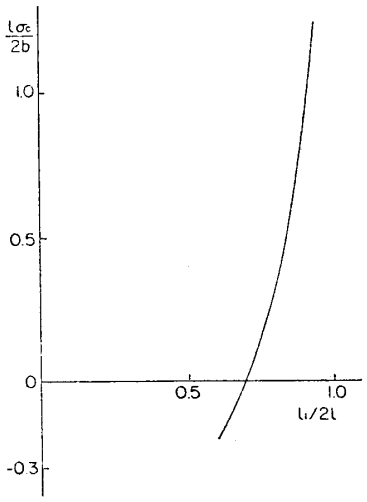

Fig. 3

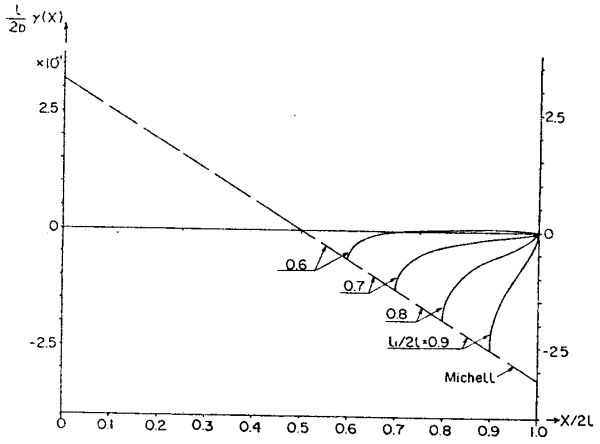

Fig. 4 Source Distribution (Open Wake)

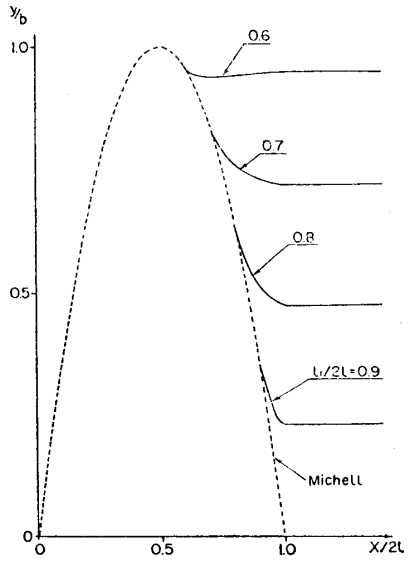

Fig. 5 Free Streamlines (Open Wake)

NII-Electronic Library Service

The Society of Naval Architects of Japan

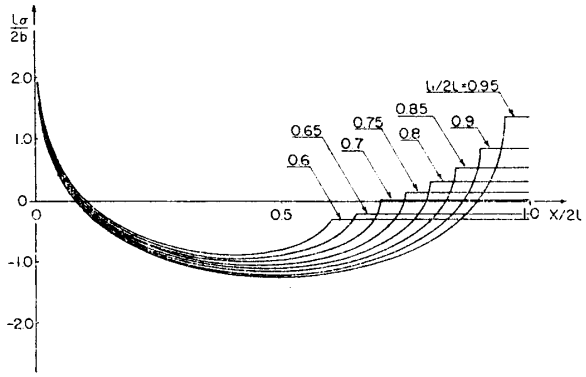

Fig. 6 Pressure Distribution (Open Wake)

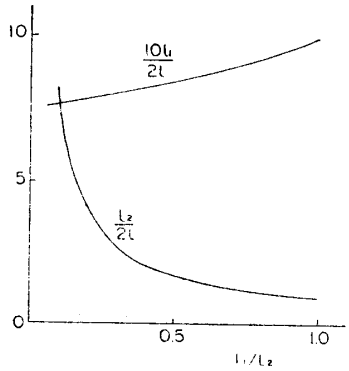

Fig. 7

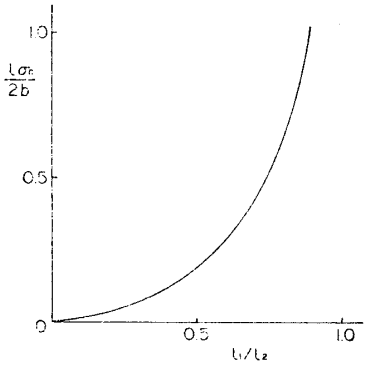

Fig. 8

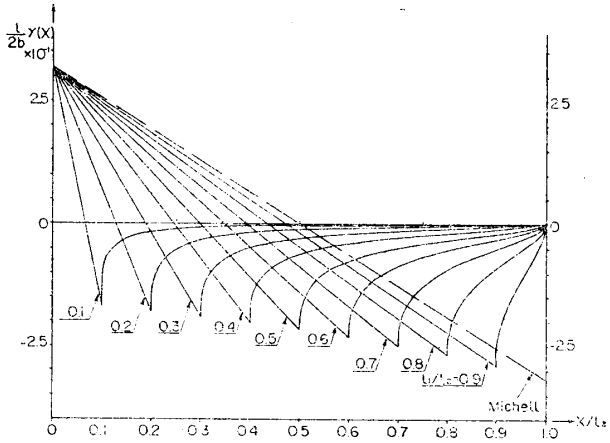

Fig. 9 Source Distribution (Cusped Wake)

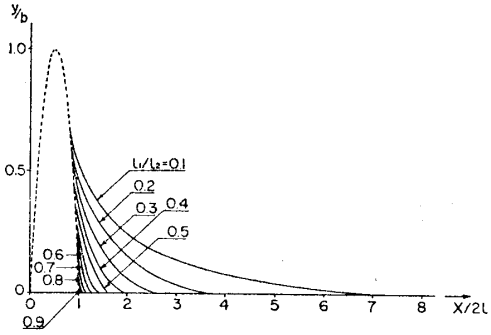

Fig. 10 Free Streamlines (Cusped Wake)

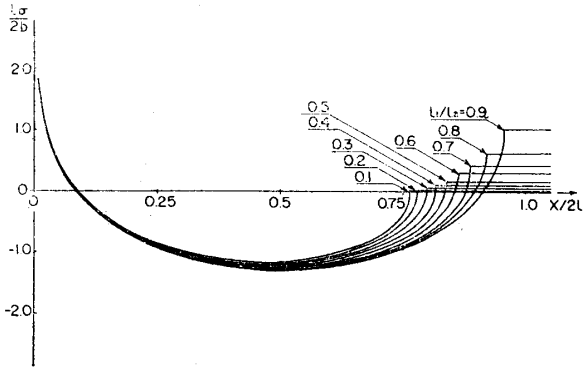

Fig. 11 Pressure Distribution (Cusped Wake)

open wake の場合に剥離点Bの位置と伴流幅との関係を Fig. 2 に，また伴流内の圧力係数 σ_c の値を Fig. 3 に示す。このとき中心線上の吹き出し分布は Fig. 4 に示されている。自由流線の形を求めると，Fig. 5 の如くなり，物体表面の圧力分布は Fig. 6 に示す通りである。cusped wake ではB点の位置と伴流後端C点の位置との関係が Fig. 7 に示してあり，伴流内の圧力係数 σ_c は Fig. 8 に与えられている。吹き出し分布を求めると Fig. 9 のようになり，自由流線の形状は Fig. 10 に，また圧力分布は Fig. 11 に示されている。

8 船側波形及び造波抵抗の計算

$z=0$ の平面を静止水面とするとき，x 軸方向の速度Uなる一様な流れの中で $x=x'$, $y=y'$, $z=z'$ なる点に単位強さの三次元的吹き出しが存在するときの水面の上昇はレーノルズ数の極めて大きいとき次式であらわされる。

$$\zeta=-\frac{i}{\pi U}\lim_{k_0\to\infty}\int_{-\pi}^{\pi}\sec\theta\, d\theta\int_0^{\infty}\frac{\exp[kz'+ik\{(x-x')\cos\theta+(y-y')\sin\theta\}]}{k-K_0\sec^2\theta(1+2i\sec^3\theta K_0/k_0)}kdk \tag{74}$$

NII-Electronic Library Service

The Society of Naval Architects of Japan

ここに $K_0=g/U^2$, $k_0=U/2\nu$ である。$y=0$ なる平面上に前節で求めたような密度の吹き出し分布を考えると，その密度は

$$m(x,z)=\frac{1}{2}U\gamma(x,z) \tag{75}$$

であり，$y=0$ における波形は

$$\zeta=-\frac{i}{\pi U}\lim_{k_0\to\infty}\iint m(x',z')dx'dz'\int_{-\pi}^{\pi}\sec\theta d\theta\int_0^\infty\frac{\exp[kz'+ik(x-x')\cos\theta]}{k-K_0\sec^2\theta(1+2i\sec^3\theta K_0/k_0)}kdk \tag{76}$$

で与えられる。今簡単のために一様な水平断面を有する無限喫水の strut 状模型を考えると

$$\zeta=-\frac{i}{\pi U}\lim_{k_0\to\infty}\int_0^{l_2}m(x')dx'\int_{-\pi}^{\pi}\sec\theta d\theta\int_0^\infty\frac{\exp[ik(x-x')\cos\theta]}{k-K_0\sec^2\theta(1+2i\sec^3\theta K_0/k_0)}dk \tag{77}$$

となるが，k に関する積分を複素平面上で Cauchy の定理を用いて変形し，Bessel 関数 J_0, Y_0 及び struve 関数 $\boldsymbol{H}_0$ に関する公式を用いると

$$\begin{aligned}\zeta&=-\frac{2}{U}\int_0^{l_2}m(x')dx'\left[\mathrm{sgn}(x-x')\int_0^\infty\frac{J_0\{uK_0(x-x')\}}{u+1}du+\pi\{1+\mathrm{sgn}(x-x')\}Y_0\{K_0(x-x')\}\right]\\&=-\frac{\pi}{U}\int_0^{l_2}m(x')dx'[\mathrm{sgn}(x-x')\{\boldsymbol{H}_0(K_0|x-x'|)+Y_0(K_0|x-x'|)\}+2Y_0(K_0|x-x'|)]\end{aligned} \tag{78}$$

が得られる。実際の数値計算には $0\leq x\leq l_2$ の間を細く分割し，分割点の間で m が一定値をとるとして積分を和の形に置きかえた。i と $i+1$ 番目の分割点の間で $m=m_i$ として

$$\zeta=\frac{2}{UK_0}\sum_i m_i\Delta x[P_0(K_0|x-x_{i+1}|)-P_0(K_0|x-x_i|)-Q_0(K_0|x-x_{i+1}|)+Q_0(K_0|x-x_i|)] \tag{79}$$

但し

$$\begin{aligned}P_0(K_0x)&=-\frac{\pi}{2}\int_0^{K_0x}Y_0(t)dt &&x>x_i\\&=0 &&x<x_i\\Q_0(K_0x)&=\frac{\pi}{2}\int_0^{K_0x}\{\boldsymbol{H}_0(t)-Y_0(t)\}dt\end{aligned}$$

を用いて計算した。関数 P_0, Q_0 に対しては数表が与えられている[18]。

造波抵抗は普通の公式

$$R=8\pi\rho K_0^2\int_{-\pi/2}^{\pi/2}(P^2+Q^2)\sec^3\theta d\theta \tag{80}$$

$$\left.\begin{matrix}P\\Q\end{matrix}\right\}=\int_0^{l_2}dx\int_{-T}^{0}dz\cdot m(x,z)e^{K_0z\sec^2\theta}\left.\begin{matrix}\cos\\\sin\end{matrix}\right\}K_0x\sec\theta$$

を用い，P, Q は数値積分によって求めた。ここに T は模型の喫水である。

9 計算値と実験値との比較

前節 (78) 式あるいは (79) 式によって計算した水面の形状及び (80) 式による造波抵抗の値と比較するため，次のような実験を行った。使用した模型は長さ 1.200 m，幅 0.120 m，喫水 0.600 m の一様な水平断面を持つ strut 状のもので，水線形状は次式に示すような抛物線である。

$$y=\frac{B}{2}\left[1-\left(\frac{2x}{L}\right)^2\right]$$

模型船後方の中心線に沿った波形を測定するために，長さ 1.200 m，厚さ 3.3 mm の合成樹脂板を模型船に接続した。船側及び後方中心線に沿う波形は写真撮影により求めた。

実験値との比較を目的として模型速力 0.9 m/sec ($F_n=0.2687$)，1.0 m/sec ($F_n=0.2931$，1.1 m/sec ($F_n=0.3225$)，1.2 m/sec ($F_n=0.3549$)，1.3 m/sec ($F_n=0.3892$)，1.4 m/sec ($F_n=0.4123$) において非粘性流体に対する Michell の理論，並びに open wake 及び cusped wake を仮定したときの波形を $l_1/2l$ あるいは l_1/l_2 の値を変化させたものについて計算した。結果は Fig. 12～Fig. 17 に示す。これらの図には模型による実測結果をも示してある。二種類の伴流模型のいずれを用いても，剥離点位置を適当に仮定すれば非粘性流体の計算結果よりも実測値に近い値が得られる。従ってこれら伴流模型によって船の波に対する粘性影響を少くとも定性的にはあらわし得ると結論してよかろう。但しこの結果から open wake と cusped wake との優劣を判定することは

NII-Electronic Library Service

The Society of Naval Architects of Japan

困難である。また実測値に合致するように仮定した剥離点位置は速力によって変化しているが，今回の資料の範囲ではその一般的傾向を把握することは困難である。模型船の後方で測定した波形の振幅は計算値より一般に小さいように思われる。これは測定用の板の境界層の影響と共に，伴流内における波の減衰の影響[19]があらわれたものと考えられる。今回使用した模型の造波抵抗については，既に池畑等[20]によって抵抗試験及び波形解析が行われている。Fig. 18 及び Fig. 19 にはこれらの実験値と二つの伴流模型を用いた計算値とが比較してある。open wake model を用いると抵抗曲線の hump, hollow が低速側へずれるため実測値の傾向と異る。これに対して cusped wake model ではこのようなことがなく，Hughes の摩擦抵抗係数に形状係数 $K=0.31$ を用いて求め

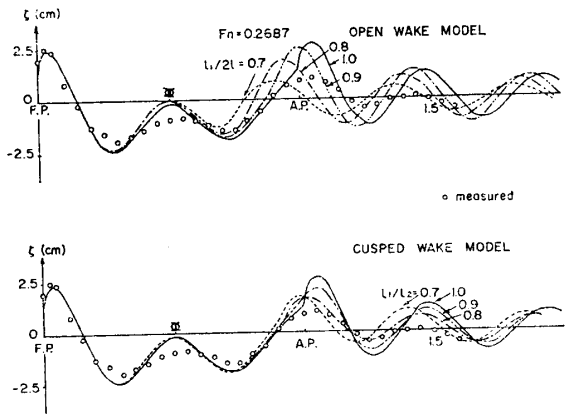

Fig. 12 Wave Profile

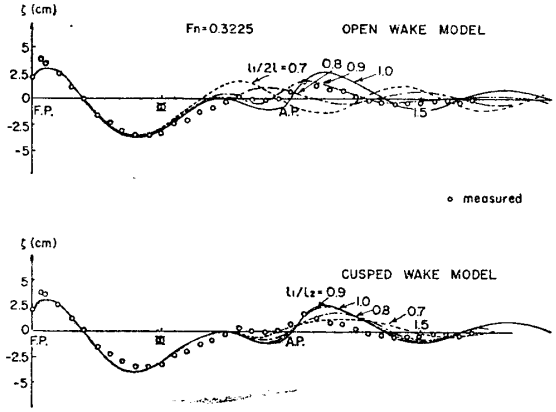

Fig. 13 Wave Profile

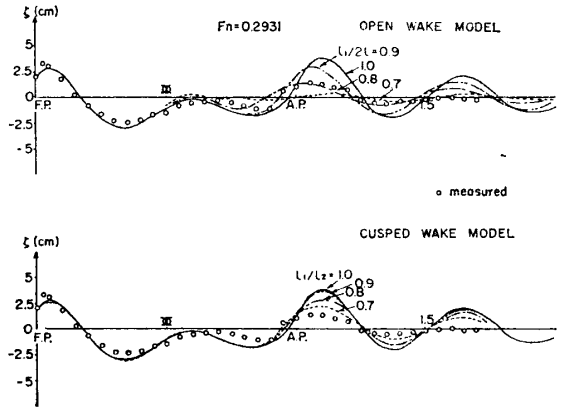

Fig. 14 Wave Profile

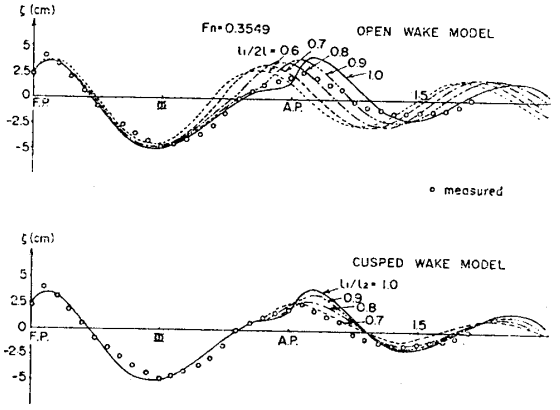

Fig. 15 Wave Profile

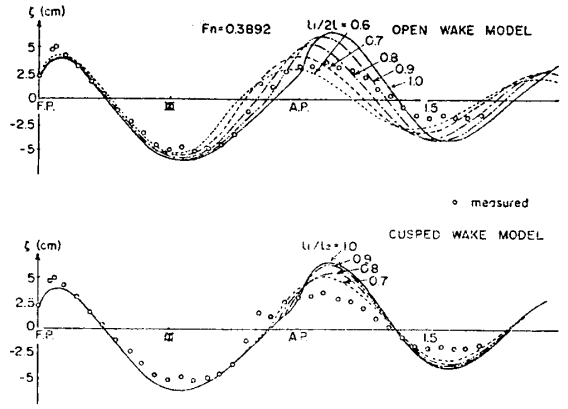

Fig. 16 Wave Profile

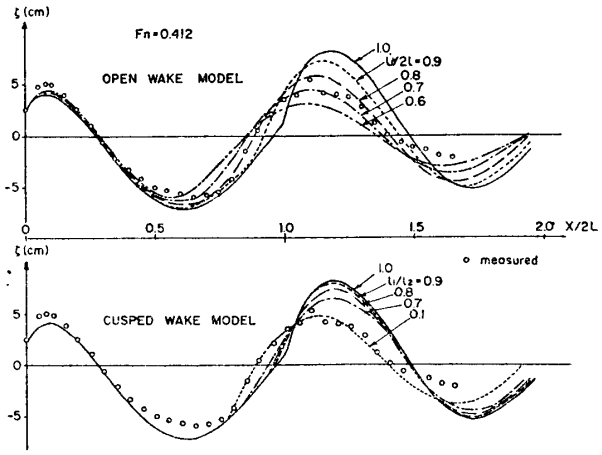

Fig. 17 Wave Profile

NII-Electronic Library Service

The Society of Naval Architects of Japan

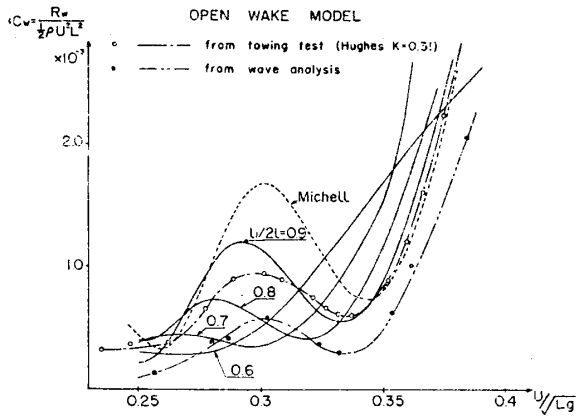

Fig. 18 Weve Resistance Coefficient

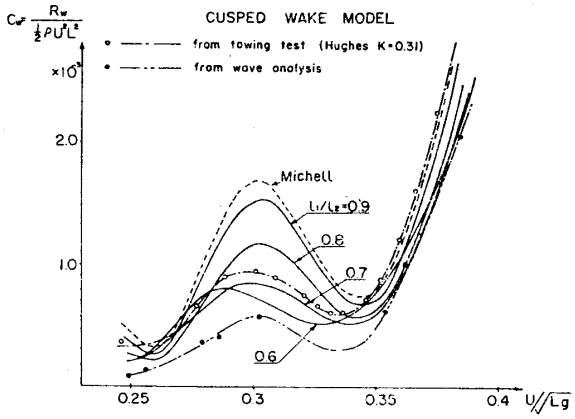

Fig. 19 Wave Resistance Coeffiaient

た剰余抵抗と定性的に合致する。波形の比較で見られたように，計算での剥離点位置がフルード数によって変化するので，一本の曲線を実測値と一致させることは出来ないが，フルード数 0.3 の前後で cusped wake の $l_1/l_2=0.7$ をとったときに実測波形に近い値が得られたことと，Fig. 19 の傾向とが合致することから，このような伴流模型が粘性影響の近似として妥当なものであろうと推察される。波形解析の結果との一致は良好でないが，この点については今後検討を要する。

10 結　　論

船の波及び造波抵抗に対する粘性影響を求めるために Oseen の方程式を仮定すると，船体による攪乱をあらわす特異点と共に自由表面の条件を満足する解が得られる。われわれの対象とするのはレーノルズ数が極めて高いときであるから，船の波や造船抵抗は船体周囲の圧力場を適切にあらわすようなポテンシアル流によって決定される。今回の解析によって得られた結論は次の通りである。

（1） 粘性流体における船の波及び造波抵抗を求めるには，二重模型のまわりの圧力場を正しく与えるような非粘性ポテンシアル流の模型が出発点となる。

（2） 船の波及び造波抵抗は非粘性ポテンシアル流模型における $y=0$ の平面上の吹き出し分布から決定される。

（3） 上記の吹き出し分布は船体中心面内ばかりでなく，船尾直後の渦が強く運動方程式の非線型項が効いて来る部分にも考えられる。

（4） 船尾直後の強い伴流域を除くと，伴流中の渦は波を発生する源とはならず，従って造波抵抗には寄与しない。

（5） 採用する非粘性伴流模型としては自由流線理論によるものが適しており，特に cusped wake model が波形及び造波抵抗に対して実測値と合致する結果を与える。渦伴流模型は前項の理由によって原理的に不適当である。

最後に，実験に協力していただいた横浜国立大学工学部造船工学科船型試験水槽職員の方々，並びに宮坂英一君に対し謝意を表する。

参 考 文 献

1) H. Lamb : Hydrodynamics, 6 th ed. p. 623.
2) L. N. Sretenski : Wageningen Symposium (1957).
3) 坂尾　稔：東大工学部船舶工学科卒業論文，(昭和 23 年).
4) J. Okabe, T. Jinnaka : Report of the Research Inst. for Fluid Engineering, Kyushu Univ. Vol. 7 (1950).
5) V. M. Lavrentiev : Akad. Nauk URSS Vol. 80, No. 6 (1951).
6) C. Wigley : International Seminar on Theoretical Wave-Resistance (1963).
7) T. Y. Wu, 同上.
8) T. H. Havelock : T. I. N. A. Vol. 90 (1948).

NII-Electronic Library Service

The Society of Naval Architects of Japan

9) J. H. Milgram : Journal of Ship Research (J. S. R.) Vol. 13, No. 1 (1969).
10) R. Brard : J. S. R. Vol. 14, No. 4 (1970).
11) J. C. Tatinclaux : J. S. R. Vol. 14, No. 1 (1970).
12) R. F. Beck : J. S. R. Vol. 15, No. 3 (1971).
13) 姫野洋司，高木又男：日本造船学会論文集 130 号，(1971).
14) J. V. Wehausen, E. V. Laiton : Surface Waves, Handbuch der Physik Vol. 9.
15) A. Roshko : Journ. Aero. Sci. Vol. 22 (1955).
16) M. P. Tulin : DTMB Rep. 834 (1953).
17) M. J. Lighthill : A. R. C. R & M 2328 (1945).
18) 乾　崇夫，菊池義男，岩田達三：造船協会論文集第 100 号，(1957).
19) 丸尾　孟，早嵜和幸：日本造船学会論文集第 132 号，(1972).
20) 池畑光尚，野沢和男：造船協会論文集第 121 号，(1967).

NII-Electronic Library Service