

(昭和 49 年 5 月日本造船学会春季講演会において講演)

## 保針操舵の評価関数 (その 1)

— 経 済 性 —

正員 広 田 実\*

Performance Index for Course-Keeping (Part 1)

—Economic Run—

by Minoru Hirota, *Member*

## Summary

The main purpose of an auto-pilot is the course-keeping. The author has determined a performance index for course-keeping from the viewpoint of economic run. It consists of (1) path elongation due to detour, (2) speed reduction due to steering, and (3) fuel consumption increase per unit time due to steering. Full-scale experiments are carried out with M. S. Fukae Maru (360 Gross Ton.) to obtain the dynamic loss factors corresponding to (2) and (3). The performance index is given as follows :

$$J = \lim_{z \rightarrow \infty} \int_0^z \frac{1}{2} \{ (\theta - \beta)^2 + \lambda \delta^2 \} dt$$

where  $\lambda \doteq 4 \sim 5$  for the shortest time of propulsion, and  $\lambda \doteq 6 \sim 7$  for the minimum of fuel consumption.

The optimum control law is derived from the performance index and given below,

$$\delta = -[\theta/\sqrt{\lambda} + \dot{\theta} \{ \sqrt{1 + 2KT/\sqrt{\lambda} + K\beta^2/\lambda} - 1 \} / K]$$

The control character is of PD-control. Some results of computer simulation are shown.

## 1 は し が き

現在までの自動操舵装置の主目的は保針である。これまでこの装置は線型フィードバック回路で構成され、さらに主回路に非線型素子の不感帯またはヒステリシス素子を加えられていた<sup>1)</sup>。この非線型素子は風浪による外乱高周波の成分から操舵機を保護するのに役立っているが、他方ではリミットサイクルによる自励発振を誘起し、これによる船首揺は推力に大きな馬力損を与えることが知られていた<sup>2,3)</sup>。また主回路の調節器は近年 I 動作が追加され、PID 制御となったが、非線型素子も含めてそれらの調節をどのように行なえば好ましい応答が得られるかは明確でなく、乗組員の調節に委されていた。

近年最適制御論の進展に伴い、パラメータ最適化あるいは二次型式評価関数による動的最適化が研究されるようになり、模型による水槽試験の結果が報告されている。小山<sup>4)</sup>は船体運動と外乱による抵抗増加を広範囲に検討し、二次型式の評価関数を導入した。またこの中に含まれる重み付けを決定するため、操舵状態で模型を直進に拘束しスラスト増加を測定したが、実船の運動とは質的にかなり異なるものであり、その後の処理もパラメータ最適化であった。田古里、田中ら<sup>5)</sup>は風浪中の保針操舵を模型実験のデータを用い二次型式の評価関数によって最適制御化した。しかし重み付けの実験が含まれず、未知のパラメータあるいは適当に定めるものとして扱われていた。また制御も電算機による複雑な計算によって与えられ、その物理的な意味が明らかでなかった。

二次型式の評価関数を採用すると、状態ベクトルによるフィードバック制御が可能になる。しかし問題処理の容易さと、評価関数としての妥当性とは自ら別であるから、はたして評価関数が二次型式になるかどうか、また何を考慮に入れるべきかを理論的に検討し、また実船を用いて実験的に評価関数を決定してみたい。次に操舵による速力低下、あるいは燃料増加は動的に実験を行なってみる必要がある。さらに評価関数および船体運動の式が複雑であれば、制御も複雑な数値計算で与えられる。ここでは評価関数と船体運動を実船実験で同定できる程度の簡単な形式にまとめ、制御法則をなるべく簡潔な解析的形式で得ることに努め、その物理的意義を究明したい。

船の安全に関する評価は確率的取扱いが必要で、信頼性工学の手法が適当だろう。今回は実測可能な確定的取

\* 神戸商船大学

扱い、つまり経済的な評価に留める。安全性については、従来の auto-pilot の検討に関し意義を考える。

## 2 経済性に注目した大洋航行中の保針操舵の評価

保針のための操舵を評価するには、全航程における航海時間、燃料消費、あるいは荒天危険海域における安全性などが考えられるであろう。大きくみれば海上運送業としての経済性や、配船方法、最適航路の選定などが問題の前提となる。これらは必要とする情報量が龐大で、また時間的に変動する経済活動、気象、海況などを利用するに当って、確率のみでなく予測予報が不可欠な点などから、人間の介在しないシステムを考えることは困難である。したがって、ここでは大洋航行中の経済的な自動操舵という点に注目して評価方法を考える。

保針操舵は外乱の下で針路を保持することが目的であるから、短い有限時間の積分値をもって評価することは

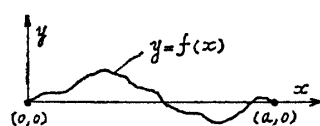


Fig. 1 Ship's path

合理的でなく、制御法則は一種の状態を与えるものでなければならない。後に述べるように、そのことは積分時間を無限大とすることによって可能となる。

蛇航による距離増加率を  $L_d$ 、操舵その他による速力低下率を  $L_s$ 、単位時間の燃料消費増加率を  $L_f$ 、経済速力を  $V_0$  と置く。固定点から固

定点までの全航海を考え、各項の相対的時間関係を無視すると

$$\text{時間増加} \quad \int_0^a \left[ \frac{(1+L_d)}{(1-L_s)} - 1 \right] \frac{dx}{V_0} \doteq \int_0^Z (L_d + L_s) dt \quad (1)$$

$$\text{燃料増加} \quad \int_0^a \left[ \frac{(1+L_d)(1+L_f)}{(1-L_s)} - 1 \right] \frac{dx}{V_0} \doteq \int_0^Z (L_d + L_s + L_f) dt \quad (2)$$

ここで積分上限  $Z$  は経済速力で予定航路（原則的に最短時間航路）を航行する場合の全航海時間である。これは船の操縦性から定まる時間  $T$ ,  $K^{-1}$  などに比べ遙かに大きく、無限大として扱って支障ない。

## 3 制御困難な外乱と損失係数の考察

安定な船は勿論、不安定な船を考えても外乱のない理想状態では直進を維持できるであろう。したがって、保針操舵は外乱があって初めて意味を持つものである。言い換えれば、外乱によって起きる損失と、これを減少させるための操舵による損失の和を如何に小さくできるかで保針操舵を評価する。それ故防止不能の外乱による損失は、評価関数に一定値を加えるのみであって、除いて考えても支障ない。まず上記パラメータ  $L_d$ ,  $L_s$ ,  $L_f$  の成分を外乱に起因するものと操舵に起因するものとに分解して考えてみる。

### (A) 距離増加率 $L_d$ の幾何学的決定

外乱と操舵によって船は蛇航する。このうち風浪と海潮流による sway は実測できないため自動操舵の対象としない(注1)。Yawing の針路誤差は実測可能で、蛇航はこれのみで表現できるものと仮定する。Fig. 1 に示すように、重心の航跡を  $y=f(x)$  で表わすと、全航程は

$$\text{全航程} = \int_0^a \sqrt{1+(y')^2} dx \quad (3)$$

評価関数として便利のように  $L_d$  を微分形式で求めると

$$L_d \doteq \frac{1}{2} (y')^2 = \frac{1}{2} \tan^2 (\theta - \beta) \doteq \frac{1}{2} (\theta - \beta)^2 \quad [\text{角度: ラジアン}] \quad (4)$$

ここに  $\theta$ : 針路誤差,  $\beta$ : 偏流角である。

### (B) 速力低下率 $L_s$ と外乱に関する考察

外乱の影響を考えるために Fig. 2 に示すような操舵系を考える。外乱  $D_\delta(s)$  は残留舵角、風浪による回頭モーメントの直流成分で、 $D_\theta(s)$  は主に浪による回頭角速度の交流成分である。外乱の入口は  $D_\delta$  を推定し、 $D_\theta$  を実測するのに便利なよう選んだもので、図示の位置に限定するという意味ではない。

速力低下の主原因は遠心力の船首方向成分とされ、回頭速度  $\dot{\theta}$  の自乗にはほぼ比例する。 $\dot{\theta}$  には風浪の外乱によるものと、これを訂正するための操舵によるものとがある。前者の周波数スペクトルの主成分は船と波の出会周

(注1) sway の時間積分を lee way と呼び、経験則より推定して針路に修正を加える方法を用いる。正確な船位が決定されたとき、D.R. 船位との差から lee way が得られるけれども、測定が間歇的に行なわれるので、連続フィードバックは不可能である。

期  $f_w^{-1}$  に一致し、荒天において大約 5~20 秒である。一方舵角入力に対する回頭角速度を一次遅れ系と考えれば、L. P. F. の性格を持ち、遮断周波数  $f_c = (2\pi T)^{-1}$  である。 $T$  は小型船で 4~6 秒位、肥大船で 100 秒にも達するので、 $f_w \gg f_c$  となり外乱を有効に訂正できない(注 2)。したがって従来の自動操舵装置では操舵機を疲労から保護する目的で、非線型素子を導入し外乱の高周波成分を濾波してきた(注 3)。ここでも外乱の高周波成分の訂正は操舵機に有害として考慮しないことにする(注 4)。

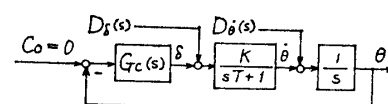


Fig. 2 Automatic steering system

この考えによれば、操舵に起因するものと、外乱の低周波数成分が遠心力として考慮されることになる。なおこの外に、操舵による抵抗増加、推力変化などが速力低下の原因として挙げられるので、これらをまとめて実測する方法を 4 節で述べる。

### (C) 燃料消費増加率 $L_f$ と外乱

燃料消費増加は風浪の外乱による抵抗増、速力と推力の変化に関係あるものと考えられるが、外乱によるものは、風浪による速力低下も含めて制御が困難で、最適航路設定問題として別個に研究されるべきであろう。したがってこれらは省き操舵によるもののみを対象とする。これらは主機の運転状態と関係深く、出力パワー一定のタービン、トルク一定のディーゼル機関では操舵状態で回転数が低下し速力低下を増加させる。また回転数一定の運転状態では必ず燃料の消費増加が起きる。

### (D) その他の要因

**操舵機の消費パワー** 主機出力に比べ小さいので省略する。たとえば小型船「深江丸」においてさえ、主機出力約 600 馬力に対し、操舵機用油圧源モータの定格は 1 kw にすぎない。なお(注 4)を参照のこと。

**正横方向の位置誤差** 狭水域、危険水域において予定航路から正横方向の誤差  $y$  は衝突座礁等の危険を増大させる。しかし必ず何らかの損失を伴う訳ではないから、確率的取扱いが必要で、(注 4)と同主旨で省略する。また  $y$  が常時正確に得られなければ、連続フィードバック系に採り入れたとき、測定誤差を混入し却って制御の質を低下させる。現状では近海区域においてのみ decca system を利用できるが、decca の位置の線が航路に一致することは稀で、二組の位置の線より  $y$  を求める計算処理も複雑である。さらに大洋航行中で、 $y$  が全航程増加に寄与する量は極めて少なく、また残航程によって変化する欠点もある。ここでは考慮しない。

## 4 操舵による速力低下の理論的考察

操舵による船体運動の基本式は注目する船速の近傍で線型化してある。しかし遠心力の項が非線型項を作り、解析的な解が得られない。初めに速力低下は小さいものとして旋回運動の式を求め、実船実験で同定できる程度の簡単な式として一次系近似をとる。データ利用の都合から進入速力によって無次元化し Fig. 3 に実測結果<sup>7)</sup>を示す。

$$T\ddot{\theta} + \dot{\theta} = K\delta \quad (5)$$

$$T_\beta\ddot{\beta} + \dot{\beta} = K_\beta\delta \quad (6)$$

正弦操舵の模型実験<sup>3)</sup>で  $\dot{\theta}$  と  $\beta$  の位相差はあまり大きくないことが知られているので、先例<sup>8)</sup>にならい(7)の仮定を置く。これは二次系近似において  $\ddot{\delta}$  の項を省略して一次系近似をしたものと考えてもよい。

$$T_\beta = T \quad (7)$$

次にこのようにして得た旋回運動が原因で速力低下が起きるものとする。素朴な第一近似として船体運動は左右対称であるから、 $\dot{\theta}$ ,  $\delta$  に起因する速力低下では一次の微小項より二次の微小項が優先するであろう。

(注 2) 波によって直接誘起される船首揺は、江田<sup>9)</sup> の計算が示すように、 $\dot{\theta}$  と  $\beta$  の位相差が殆ど  $90^\circ$  となる。後出(8)の右辺第 2 項を  $(m+m_y)\dot{\theta}U \sin \beta$  と書き直してみると、この原因による推力増、ひいては速力減は起きないと考えられる。

(注 3) 線型の L. P. F. を用いると、減衰率が  $f_c/f_w$  にはほぼ比例し、小型船では必要な減衰率をとるのが困難になる。2 段の L. P. F. を作ると、これによる位相遅れが  $180^\circ$  に近くなって発振の危険を増大する。巨大船では不安定船が多いので新たな困難を生ずる。

(注 4) 操舵機の保護を積極的に評価関数に加えるには、操舵機の転舵速度、油圧弁の開閉、逆転回数等を採用すればよい。この時エネルギー消費は小さいので、重み付けは故障時の修理費、寿命や船に及ぼす危険度を重視すべきである。故障は必ず起きる訳ではないから、確率的現象として捕えなければならないので、信頼性工学的取扱いが必要となる。したがって実船実験による測定は困難で、今回は省くことにする。

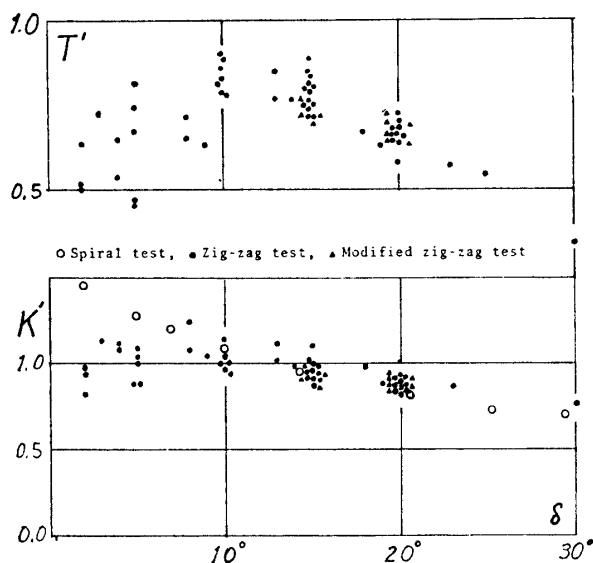


Fig. 3 Maneuverability constants (M. S. Fukae Maru, Approach speed 8'~11')

定常応答を求めると、 $\dot{u}=0$  となるから (5), (11) より

$$\delta = D, \quad \dot{\theta} = KD \quad (12)$$

$$u_{\text{spiral}} = u_0 (1 - k_1 K^2 D^2 - k_2 D^2) \quad (13)$$

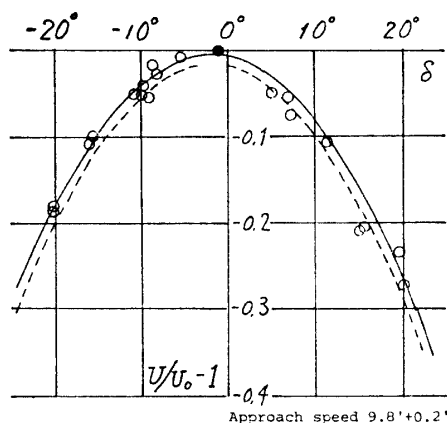


Fig. 4 Speed reduction ratio vs. rudder angle (PAL-test, a kind of spiral test)

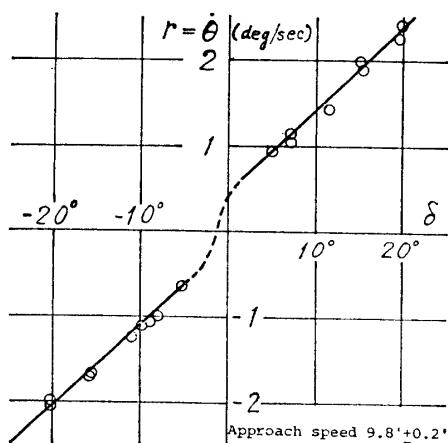


Fig. 5 Angular velocity vs. rudder angle

$$(m+m_x) \dot{u} = X_u u + (m+m_y) \dot{\theta} v + X_{\delta} \delta^2 + X_{\dot{\theta}} \dot{\theta} \delta + X_{\delta^2} \delta^2 + X_T (1-t) \quad (8)$$

遠心力については、(7)の仮定から  $\beta = \dot{\theta} K_\beta / K$  が得られるので、 $\dot{\theta} v = U \dot{\theta}^2 K_\beta / K$  となる。また推力の変化項  $t$  も  $\dot{\theta}, \delta$  の二次微小項に比例すると考えられるので、それぞれに分割する。 $\dot{\theta} \delta$  に比例する項は問題を複雑化し測定も困難で、またこのような実験結果も殆どないので省き、(8)の両辺を  $X_u$  で割って次式のようにまとめる。

$$T_s \dot{u} + u = f_1(T) - f_2(\dot{\theta}^2) - f_3(\delta^2) \quad (9)$$

ここで  $T_s$  は速力変化に関する時定数、 $f_1, f_2, f_3$  はそれぞれ直進推力、回頭角速度、舵角に関する項である。直進の定常速力を  $u_0$  とすると

$$u_0 = f_1(T) \quad (10)$$

$$T_s \dot{u} + u = u_0 (1 - k_1 \dot{\theta}^2 - k_2 \delta^2) \quad (11)$$

(11)に含まれるパラメータ  $k_1, k_2$  を実験的に決定する方法を考えてみる。初めに入力舵角一定として

次に入力として正弦波状の舵角を加えれば、定常応答として(5)より

$$\left. \begin{aligned} \delta &= A \sin \omega t, \quad \dot{\theta} = B \sin (\omega t - \phi) \\ \text{ただし } B &= KA / \sqrt{1 + \omega^2 T^2}, \quad \phi = \tan^{-1}(\omega T) \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

(14)を(11)に代入し、周期  $2\pi/\omega$  に比べ充分長い期間  $P$  について平均すると、位相  $\phi$  を含む項は無視される。

$$\begin{aligned} u_{\text{mean}} &= \frac{1}{P} \int_0^P u(t) dt = u_0 [1 - k_1 B^2/2 - k_2 A^2/2] \\ &= u_0 [1 - \{k_1 K^2 / (1 + \omega^2 T^2) + k_2\} A^2/2] \end{aligned} \quad (15)$$

(13), (15)を比較すれば、 $1 \ll \omega T$  となる充分高い周波数で測定することにより、 $k_1, k_2$  を実験的に決定できると考えられる。しかし正弦波状に実船を操舵すると、蛇航するばかりでなく、残留舵角や風の影響によって平均的な航跡は大きな円を描いて、他船の航行に支障を来す欠点を持っている。また蛇航運動中の船速を正確に測定する方法がないので採用できない。

## 5 速力低下率と燃料消費増加率の実船による測定

実験に使用した「深江丸」は  $L_{pp}=37.0$  m,  $B=7.80$  m,  $D=4.10$  m,  $C_b=0.555$ ,  $C_p=0.647$ , 主機ディーゼル機関で、可変ピッチプロペラ、サイドスラストを備える学内実習用練習船である。総トン数 360 T, 実験時吃水  $d_f=2.30$  m,  $d_a=3.20$  m, 排水量約 420 t, 重心位置は  $lrw=18.2$  m である。舵面積比  $1/35.8$ , 舵面積  $2.788$  m<sup>2</sup>,

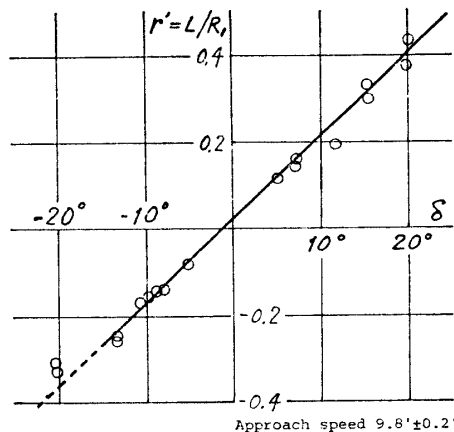


Fig. 6 Turning radius at the steering room

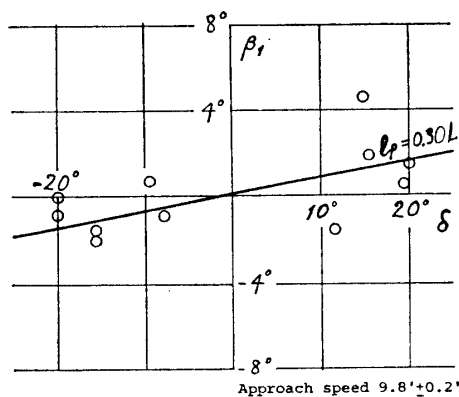


Fig. 7 Drift angle at the steering room (PAL-test)

するので、(13)の結果を確認したことになる。

次に Fig. 6 より船橋位置における旋回半径（重心の旋回半径にはほぼ等しい）が次式で与えられる。

$$R = 50 L_{pp} / (\delta + 1.0) \quad [\delta : \text{deg}] \quad (18)$$

さらに Fig. 7 に示す船橋（重心より  $0.238 L_{pp}$  前方）の偏流角  $\beta$  の測定値より、転心と重心間は  $l_p = 0.30 L_{pp}$  であることが判るから、残留舵角 port  $1^\circ$  を無視して次式を得る。

$$\begin{aligned} \beta &\doteq \sin \beta = 0.30 L_{pp} / R = 0.30 (\delta \cdot 180 / \pi) / 50 \\ \therefore \beta &= 0.340 \delta = K_\beta \delta \end{aligned} \quad (19)$$

## 5.2 Zig-zag test による速力低下と燃料消費増加率の測定

前節に述べたように正弦操舵は実験に向かないので、mile post の間を Z 試験によって蛇航しながら往復して平均速力を決定する。片道の航行時間を  $P$  とするとき、平均速力は (1), (11) より (20) のように与えられる。

$$\text{mile post 間の距離} = \text{時間} \times [\text{見掛け速力} \pm \text{潮流補正}] = P [u_{\text{mean}} \cdot \cos(\theta - \beta) \pm v_c] \quad (20)$$

$$\text{平均速力} \quad u_{\text{mean}} = \frac{1}{P} \int_0^P u(t) dt = u_0 [1 - k_1 \bar{\theta}^2 - k_2 \bar{\delta}^2] \quad (21)$$

ここに  $v_c$  は潮流による補正である。また (5)(6)(7) および (19) より

$$\beta / \dot{\theta} = K_\beta / K \quad \therefore \beta = 0.340 \dot{\theta} / K \quad (22)$$

実験は昭和 47 年 7 月家島群島南方で、船底清浄、進入速力  $10'$ 、ついで昭和 48 年 11 月 (2 回) 淡路島東方で、船底汚染、進入速力  $9'$  で行なわれた。初め通常の速力試験を行ない、次に  $D/\theta = 20^\circ/20^\circ, 15^\circ/15^\circ, 10^\circ/10^\circ$  の Z 試験、後に  $D/\theta = 20^\circ/10^\circ, 20^\circ/5^\circ, 20^\circ/3^\circ, 20^\circ/0^\circ, 15^\circ/0^\circ$  の変形 Z 試験を行なった。この間針路、舵角をレコーダに記録し、2 秒ごとのサンプル値により数値積分によって平均を求め、(20) によって平均速力を決定した。参考データとして  $T, K$  も決定し、Fig. 3 に▲印で記入して従来の結果と一致することを確認した。実測の一部を Table 1 に示す。これらから得た低下率の平均は 1.61 であった。

Z 試験の周期は 60~80 秒、変形 Z 試験は 35~70 秒であるが、充分短い周期の Z 試験が困難であるためと、船

アスペクト比 1.507、翼厚比 1/5.66、バランス比 1/3.0 で角型船尾を持つ。また実験時は機関の回転数を下げ、操舵時の負荷増加でも回転数を一定に保った。ピッチ角  $20^\circ$  固定で、進入速力  $9' \sim 10'$  である。

### 5.1 PAL-test による旋回圈試験の要約<sup>9)</sup>

この方法は陸上に平行な見透し線を複数個用意し、これを横切って旋回試験を行なうものである。見透し線通過時刻、その時の船首方位を記録し、これから幾何学的に航跡を決定し、最小自乗法によって定常旋回中の速力と偏角その他を決定するものである。電算機処理で結果が得られ、作図の必要ない点も特徴である。実船実験は昭和 45 年 10, 11 月に行なわれ、進入速力は  $9.8'$  であった。この結果のうち必要なものを再録する。

Fig. 4 のプロットより定常旋回中の速力を最小自乗法を用いて表わすと

$$u_{\text{spiral}} = u_0 (0.993 - 0.137 \delta - 1.87 \delta^2) \quad [\delta : \text{rad}] \quad (16)$$

この式の計算値を同図の実線で示す。中心が約  $1.5^\circ$  左 (port) に寄っているので修正すると次式のようにになる。

$$u_{\text{spiral}} = u_0 (0.996 - 1.87 \delta^2) \quad (16')$$

さらに Fig. 5 に記入された実線より  $\dot{\theta}$  を求め、速力低下を (17) のように仮定して記入すると Fig. 4 の点線となる。

$$u_{\text{spiral}} = u_0 (1 - 160 \dot{\theta}^2) \quad [\dot{\theta} : \text{rad/sec}] \quad (17)$$

実線と点線はかなりよく一致する。 $\delta$  と  $\dot{\theta}$  はほぼ比例

Table 1 Some examples of speed reduction ratio due to zig-zag maneuvering test

| 年 月   | 操舵法     | 進入速力   | 振 幅 | 周 期  | 見掛速力   | $\cos(\theta-\beta)$ | 速力減比  | $\bar{\delta}^2$ | $\bar{\theta}^2$ | 減速係数 | 燃料比    |
|-------|---------|--------|-----|------|--------|----------------------|-------|------------------|------------------|------|--------|
| 47/ 7 | 20°/20° | 9.98'  | 65° | 76 s | 7.57'  | 0.9208               | 0.169 | 316.8            | 3.029            | 1.73 | ...    |
| 48/10 | 20°/ 5° | 9.024' | 36° | 52 s | 7.712' | 0.9729               | 0.124 | 293.8            | 2.314            | 1.48 | 1.0506 |
| "     | 20°/ 3° | "      | 33° | 47 s | 7.778' | 0.9769               | 0.118 | 275.2            | 2.254            | 1.41 | 1.0447 |
| "     | 20°/ 0° | 9.048' | 25° | 40 s | 8.041' | 0.9854               | 0.099 | 242.6            | 1.851            | 1.76 | 1.0429 |

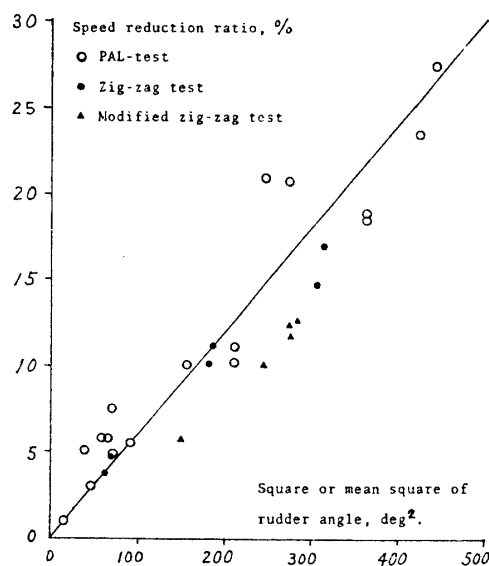


Fig. 8 Speed reduction ratio

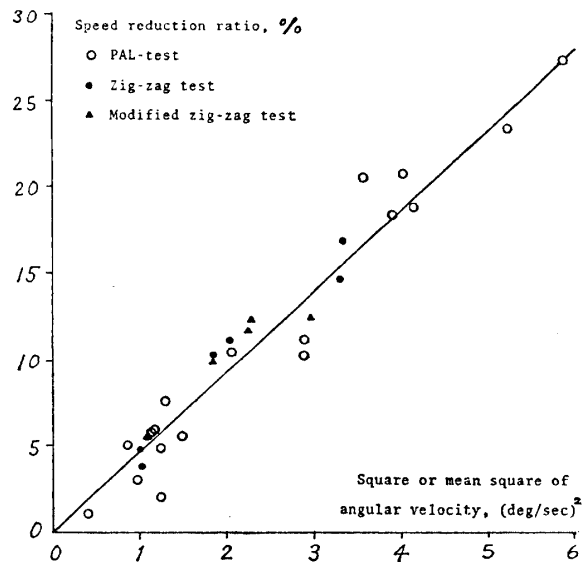


Fig. 9 Speed reduction ratio

底汚染, 風潮等の誤差があるため, 十分な精度で  $k_1$ ,  $k_2$  を分離することはできなかった。そこで不充分であるが,  $k_1$  と  $k_2$  の寄与を識別する目的で, 実測された速力低下を  $\bar{\delta}^2$ ,  $\bar{\theta}^2$  に関連させてプロットし Fig. 8, Fig. 9 に示す。ここで○は旋回試験 (PAL-test) の成績で, ●はZ試験, ▲は変形Z試験である。両者を比較すると, Fig. 9 の方が相関度が高く因果関係をより正確に表わしている。すなわち速力低下の主要項は回頭角速度による遠心力であろう。

Fig. 8, Fig. 9 のデータから速力低下に関し次の式を得る(注5)。

$$u_{\text{mean}} = u_0 (1.0 - 1.95 \bar{\delta}^2) \quad [\delta : \text{rad}] \quad (23)$$

$$u_{\text{mean}} = u_0 (1.0 - 150 \bar{\theta}^2) \quad [\theta : \text{rad/sec}] \quad (24)$$

同じ測定値を  $\sqrt{\bar{\delta}^2}$  と対応させて Fig. 10 に示す。図中の実線は (16') の計算値である。●はZ試験, ▲は変形Z試験である。この図より周期無限大に相当する旋回試験の速力低下が最大で, Z試験から変形Z試験と周期が短くなる程速力低下が小さいこと, すなわち(15)が定性的に正しいことが判る。このことは操舵機の負担増を無視して短周期の保針操舵を行なえば速力低下が小さいことを意味する。したがって評価関数を精密化するには, 今後(注4)に述べた点を考慮すべきである。

### 5.3 燃料消費増加率

燃料消費増加率を旋回試験●, Z試験×, 変形Z試験▲で求めて Fig. 11, 12 に示す。旋回試験においては, 操舵後30秒~1分間のデータを棄て, それ以後30秒ごとの燃料計の指度差をとってある。Z, 変形Z試験は共に mile post 間を航走したときの平均値である。「深江丸」は通常6月初めと12月中旬に入渠するので, 7月の船底は清浄であるが, 10, 11月は汚染が激しい。また吃水, トリムも変化があるため測定値に大きい差があった。原因別に  $\delta$  と  $\theta$  の寄与を分離しようと試みたが困難で,  $\theta$  の場合非対称が目立ち,  $\delta$  の方が対称で現象をより良く説明できるように思われた。最小自乗法によって  $\delta$  の二次式を決定した。

$$F = 0.657 (1.0 - 0.017 \delta + 1.48 \delta^2) [1/30\text{sec}], L_f = 1.48 \text{ (clean bottom)} \quad (25)$$

$$F = 0.716 (1.0 - 0.02 \delta + 0.74 \delta^2) [1/30\text{sec}], L_f = 0.74 \text{ (fouled bottom)} \quad (25')$$

(注5) 実際の保針操舵では  $\delta < 10^\circ$  であろう。Fig. 8 で  $\delta^2 < 100$  の部分を見ると減速係数は1.95より30%位大きいように見える。これは Fig. 5に見られる  $\delta, \theta$  間の非線型特性に起因する。

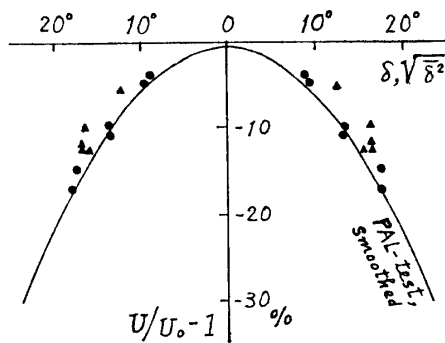


Fig. 10 Speed reduction ratio

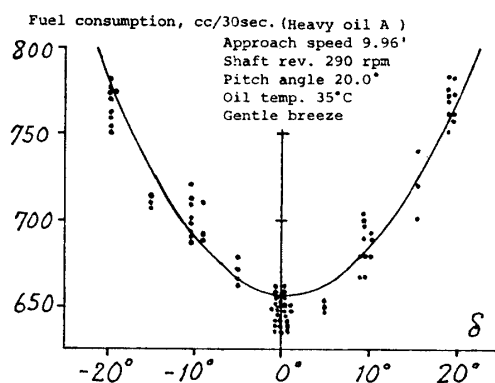


Fig. 11 Fuel consumption (Clean bottom)

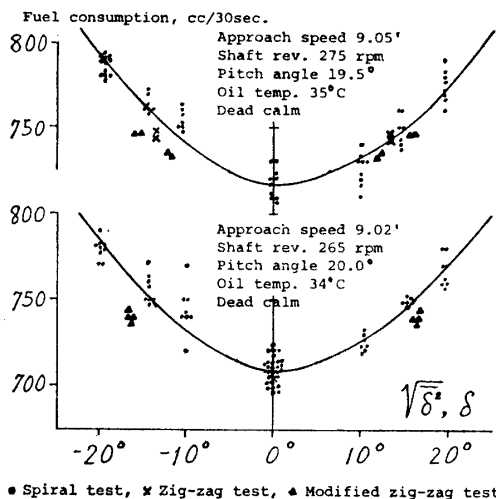


Fig. 12 Fuel consumption (Fouled bottom)

ると、制御過程は非振動的で変化が遅いから、 $\delta$  と  $\dot{\theta}$  は殆ど比例する。結局この評価関数の決定には短周期の操舵による実験結果が必須ではなかったと言い得よう。

## 7 最適保針操舵の制御法則

### 7.1 制御法則の誘導<sup>10)</sup>

$$\text{運動方程式} \quad \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}\mathbf{x} + \mathbf{G}\mathbf{u} \quad (29)$$

$$\text{評価関数} \quad J = \lim_{z \rightarrow \infty} \int_0^z \frac{1}{2} (\mathbf{x}'\mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{u}'\mathbf{B}\mathbf{u}) dt \quad (30)$$

この問題を解くために、ハミルトニアン  $H$  を次のように定義する。

$$H = 1/2 (\mathbf{x}'\mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{u}'\mathbf{B}\mathbf{u}) + \phi' (\mathbf{F}\mathbf{x} + \mathbf{G}\mathbf{u}) \quad (31)$$

通常の航海中は clean bottom に近い値を採用すべきであろう。また回転数一定の試験であるから、主機種類、運転状態、ガバナーの働き、噴射ポンプのリミッターなど各船ごとの条件に支配される点に留意が必要である。

## 6 評価関数の決定

速力低下は主として  $\dot{\theta}^2$  に比例する遠心力によって、燃料消費増加は恐らく  $\delta^2$  によって定まると推定されたが、これらを  $\delta, \dot{\theta}$  の原因別に分離することは成功しなかった。実船実験では管理できない外乱が多いためでもあるが、主要原因を考えてみると、(5)において  $\omega T \gg 1$  となるような短周期の  $Z$  試験が不可能であったことによる。「深江丸」の  $T \div 5$  秒で、 $f^{-1} = 2\pi/\omega \ll 2\pi T$  より、できれば 10 秒程度の周期で操舵するとよいが、保針しながら手動操舵は困難で、何らかの機械的な操舵が必要となる。この件は理論的にも興味ある問題であり、また評価関数を精密化する場合必要が起きるので、将来の課題として残し、この実験結果から評価関数を決定してみよう。

風浪によるレーシングあるいは抵抗増による速力低下は最適航路設定問題で考えるべきものとする。浪によって直接誘起される  $\dot{\theta}$  は速力低下に殆ど関係ないから、これは濾波することによって操舵機を保護する。結局  $\dot{\theta}$  は操舵によって発生する。外乱が集積して現われる針路誤差を訂正する保針のためにとり得る手段は操舵（まれにはサイドスラスター）しかあり得ないから、船の速力低下を舵角の関数として表わす。同様の理由から、燃料消費増も舵角の関数とする。したがって評価関数は

$$J = \lim_{z \rightarrow \infty} \int_0^z \frac{1}{2} \{ (\dot{\theta} - \beta)^2 + \lambda \delta^2 \} dt \quad (26)$$

右辺第 1 項は航跡の距離増加で、第 2 項は航海時間最小のとき  $\lambda = 2L_s$  を、燃料消費最小のとき  $\lambda = 2(L_s + L_f)$  を使用する。実測結果の (16') (23) (25) (25') (注 5) より

$$\text{航海時間最小} \quad \lambda \div 3.82 \div 4 \sim 5 \quad (27)$$

$$\text{燃料消費最小} \quad \lambda \div 5.30 \sim 6.78 \div 6 \sim 7 \quad (28)$$

後出の制御法則 (40) とそのシミュレーション実験によ

随伴微分方程式は  $\dot{\phi} = -\partial H / \partial x$  で与えられるから

$$\dot{\phi} = -Ax - F'\phi \quad (32)$$

最大原理によると、最適制御  $u^0$  は  $\partial H / \partial u^0 = 0$  を満足する。

$$Bu^0 + G'\phi = 0 \quad \therefore u^0 = -B^{-1}G'\phi \quad (33)$$

(33) を (29) に代入して得る式と (32) を連立させて解くと  $u^0$  が得られる。この時初期条件  $x(0) = x_0$ 、終端条件  $\phi(z) = 0$  として与えるが、二点境界値問題となって解くのが繁雑である。代りに

$$\phi = Sx \quad (34)$$

と仮定すると、(32) より  $S$  は次式を満足すればよいことが判る。

$$\begin{aligned} \dot{S}x + S\dot{x} &= -Ax - F'Sx \\ \therefore \dot{S}x + S(Fx - GB^{-1}G'Sx) &= -Ax - F'Sx \\ \therefore \dot{S} &= -SF - F'S - A + SGB^{-1}G'S \end{aligned}$$

上式はリッカチの微分方程式で、状態変数の終端無指定であるから、 $S(z) = 0$  を境界条件として終端時刻より逆時間で解くのが普通である。いま  $z \rightarrow \infty$  として定常状態を考えると、 $\dot{S} = 0$  である。ゆえに

$$SF + F'S + A = SGB^{-1}G'S \quad (35)$$

(35) を満足する正定値マトリックス  $S$  を求めれば、(33) よりフィードバック制御法則が与えられる。

$$u^0 = -B^{-1}G'Sx \quad (36)$$

## 7.2 制御法則の物理的意味

最適制御は通常電算機を用いて数值的に解くので、全体の見透しがむずかしい。また船体運動の式も複雑で、システム同定がむずかしい。ここでは船体運動の同定および評価関数の決定も実船を用いて確認できるものに留めてなるべく簡単化し、重要な項のみを採って制御法則を解析的に求めてみる。

$$\text{船体運動} \quad \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -T^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ KT^{-1} \end{bmatrix} \delta, \quad \text{ただし } r = \dot{\theta} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} \text{評価関数} \quad J &= \lim_{z \rightarrow \infty} \int_0^z \frac{1}{2} \{ (\theta - \beta)^2 + \rho r^2 + \lambda \delta^2 \} dt \\ &= \lim_{z \rightarrow \infty} \int_0^z \frac{1}{2} \left\{ \begin{bmatrix} \theta & r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -\kappa \\ -\kappa & \kappa^2 + \rho \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ r \end{bmatrix} + \lambda \delta^2 \right\} dt \end{aligned} \quad (38)$$

ただし  $\beta = \kappa r = (K_\beta/K)r$  と置いた。(26) の評価関数では  $\rho = 0$  であるが理論的興味と将来の必要性から加えてある。制御法則は(注6)

$$\delta = - \left[ \frac{\theta}{\sqrt{\lambda}} + \frac{r}{K} \left\{ \sqrt{1 + 2KT/\sqrt{\lambda} + (K_\beta^2 + \rho K^2)/\lambda} - 1 \right\} \right] \quad (39)$$

進入速力  $9'$  で実測された「深江丸」のデータ  $T = 5.5 \text{ sec}$ ,  $K = 0.11 \text{ sec}^{-1}$ , 燃料消費最小として  $\lambda = 6.0$ , を代入する。

$$2KT/\sqrt{\lambda} = 2.0 \times 0.11 \times 5.5/\sqrt{6} = 0.494, \quad \kappa^2 K^2/\lambda = K_\beta^2/\lambda = 0.34^2/6 = 0.0193$$

$$\delta = -[0.408\theta + 2.11\dot{\theta}] = -0.408[1 + 5.16 d/dt]\theta \quad (40)$$

(40) の制御法則の微分時間 5.16 秒は  $T$  に殆ど等しい。これは (39) の平方根内で  $1 > 2KT/\sqrt{\lambda} \gg K_\beta^2/\lambda$  が成立することから予想されることである。この制御法則を用い、電算機によって 0.25 秒ごとのサンプル値制御のシミュレーションを行ない、デジタルプロッタで描せて Fig. 13 に示す。初期に誤差  $\theta = 10^\circ$ ,  $\dot{\theta} = 1^\circ/\text{s}$  を与えたところ、単調にゆっくり減少して設定針路  $C_0 = 0^\circ$  に向うことが判る。この場合評価関数の積分上限  $z$  を短い時間に固定し、終端  $\theta(z)$  を指定すると、舵角、針路共に波打つことが知られているので、 $z \rightarrow \infty$  とすることは操舵機保護の面から好ましいことである。次に外乱  $D_\delta(s)$  として残留舵角  $1^\circ$ 、或は正規ランダム雑音  $N(0^\circ, (5^\circ)^2)$  を 5 秒ごとに 1 秒間与えた場合の応答を同図に示す。残留舵角によって針路の定常偏差が認められる。

制御法則(39)を検討してみよう。評価関数を小さくするために、 $\theta$  のみでなく  $\dot{\theta}$  にも注目することは事態の動きを予測することで有効な手段である。 $\dot{\theta}$  をフィードバック回路に組み込むには角速度計が必要となるが、高価

(注6)  $S = \begin{bmatrix} a & b \\ b & c \end{bmatrix}$  と置いて(35)に代入すると、 $1 = b^2 K^2 / T^2 \lambda$ ,  $a - b/T - \kappa = bc K^2 / T^2 \lambda$ ,  $2(b - c/T) + \kappa^2 + \rho = c^2 K^2 / T^2 \lambda$  を得る。これらを解いて  $b = \sqrt{\lambda} T/K$ ,  $c = (T\lambda/K^2) \{ \sqrt{1 + 2KT/\sqrt{\lambda} + (\kappa^2 + \rho)K^2/\lambda} - 1 \}$  を、(36) より得る  $\delta = -(K/\lambda T)(b\theta + cr)$  に代入すれば (39) となる。

で使用時間が短いため、現状の船舶では実現性が低いのではなかろうか。電子回路で微分して $\dot{\theta}$ を求めることにすれば、従来の auto-pilot のあて舵調整となり、PD 制御と全く同じになってしまう。このことから古典制御論の立場で与えた Fig. 2 の回路をみると、外乱の直流成分によって針路に定常偏差が生ずることを理解できる。Fig. 2 において定常偏差を求めると次式のようになる。

$$D_\delta(s) = D_r/s, \quad G_c(s) = (1 + T_D s)/\sqrt{\lambda}, \quad C_0 = 0$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \theta(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \Theta(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s D_r}{s}$$

$$\times \frac{1}{s(sT+1)/K + (1+T_D s)/\sqrt{\lambda}} = D_r \sqrt{\lambda} \quad (41)$$

結局 (39) において (舵角/針路誤差) が  $1/\sqrt{\lambda}$  に比例し、従来の auto-pilot に比べて小さいので、外乱たとえば残留舵角  $D_r$  によって比較的大きい定常偏差  $D_r \sqrt{\lambda}$  を生ずるのである。残留舵角は経験によって修正できるが、風による回頭モーメントでは定常偏差を生ずることになる。

## 8 評価関数の意味と auto-pilot

(26) で与えた評価関数について最適制御法則 (39) を解析的に求め、その物理的意味を検討した結果、次のことが明らかになった。

〔1〕 PD 制御 状態変数として  $\theta, \dot{\theta}$  をとったから、 $\delta$  を定めるフィードバック制御法則は PD 制御となる。この場合  $\dot{\theta}$  に注目して  $\theta$  の未来を予測することは評価関数を最小にするため有効な処置である。この時舵ぎきの悪い船 ( $K$ , 小) では微分項が強調される。なお操舵比  $\delta/\theta$  が  $\theta^2 = \lambda \delta^2$  となるよう定められることは興味深い。

〔2〕 外乱による針路の定常偏差 PD 制御は残留舵角と外乱の直流成分によって針路に定常偏差を生ずる。評価関数の中で針路誤差が全体に寄与することが少いから、比較的大きい定常偏差を生ずる。最適航路設定の考えからすれば、最短航路は必ずしも最小時間航路とならないと同様に、予定針路は必ずしも経済的な針路ではないという意味であって、ある程度風浪に従って損失の少ない針路を選ぶことになる。

〔3〕 高周波外乱対策 実用上の問題を考えると、PD 制御は波による高周波の外乱を微分によって強調し、この制御困難で評価関数に殆ど無関係な外乱が操舵機に無駄な努力を強制して負担を増加させる。操舵機の負担増を評価関数に加えない現状では、この外乱を阻止する L. P. F. の設計が問題になるが、3 節および (注 3) で述べたので省略する。結局小型船では、小山が指摘したように<sup>4)</sup>、むしろ微分項がない方がよいという考え方もできる。しかしこれは最適制御の良さを棄てることになるので、今後操舵機の負担増を評価関数に加える必要がある。

〔4〕 従来の auto-pilot 針路の定常偏差を防止するには積分項を追加すればよい。安定性と運動性能を害なわないためには充分大きな積分時間が必要である。また実質的に同じことであるが、定常偏差を推定しこの分だけ目標針路  $C_0$  を修正してもよい。最適制御でこれを行なうには終端指定で制御を決定する方法もある。しかし外乱によって指定終端から外れるごとに細かな操舵を行なうので、いわゆるチャタリングを生ずる。それよりも評価関数に  $ky^2 = k \left( \int V \sin(\theta - \beta) dt \right)^2$  を加える方がより合理的である。この場合  $\int ky^2 dt$  を抑えるために、 $\sin(\theta - \beta) \doteq 0$  となって定常偏差を抑えるが、この時  $\delta = -k_3 y - k_1 \theta - k_2 \dot{\theta}$  となって PID 制御である。電子回路で積分項を追加した場合、針路誤差に現われる定常偏差を修正するが、最適制御論では  $y$  を実測してフィードバックさせるので sway も共に修正される点異なる。

このことを評価関数に直して考えると、位置誤差  $y$  による船の危険性増大よりも、むしろ乗組員の不安増大を経済価値に換算することになる。位置情報を連続のフィードバック系に加えることは困難で、これが可能となる位頻繁に精度よく船位が得られるなら、安全性の点でも問題はないであろう。思うに従来の大洋航海では天候に支配され、一日一回の船位確認も困難な場合があったため、経済性よりも D. R. 位置の精度を重視して定常偏差の防止に熱心であったのであろう。また高周波外乱から操舵機保護も安全第一であって、経済性に優先して評

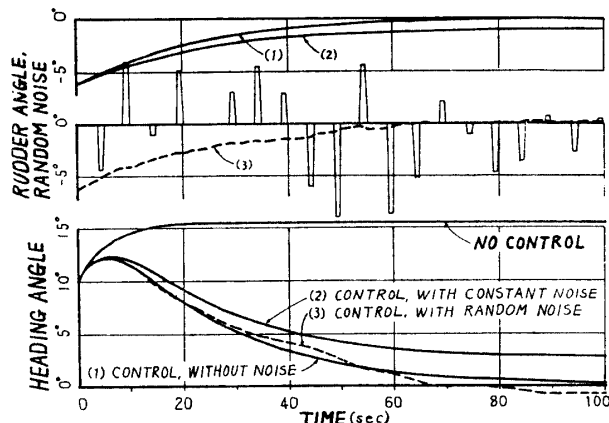


Fig. 13 Simulation of course-keeping by the optimum control

価されたといえよう。さらに変針性能が云々されることもあったが、この点是非線型制御による最短時間変針<sup>7)</sup>にとって代られるべきものである。結局現在までの auto-pilot の設計思想に一貫した指導原理が見出し難く、対症療法に終始していたように見える原因は、1つの機器で万能を求められ、評価が多面的であったことを物語っている。

〔5〕 1つの将来像 人工衛星やオメガ方式によって位置決定が全天候化されれば、保針操舵も経済性を主とするものに移行すべきであろう。上記の機器は測定時間間隔或は精度の点から考えて、間歇的に位置情報をフィードバックして、針路情報から得られない風浪、海流による sway を主として針路補正を行なうべきであろう。また積極的な操舵機保護のため、信頼性の考えに立って、評価関数には  $\delta$  などを含む項を追加すべきであろう。

## 9 む す び

(1) 通常の航海速力における保針操舵で経済性にのみ注目すれば、次の評価関数が適当であろう。

$$J = \lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t \frac{1}{2} \{(\theta - \beta)^2 + \lambda \delta^2\} dt$$

深江丸による実船実験によれば、主機回転数一定の場合、航海時間最小のとき  $\lambda \doteq 4 \sim 5$ 、燃料消費最小のとき  $\lambda \doteq 6 \sim 7$  である。

(2) 上記の評価関数と一次系近似の船体運動の式を用いて、終端無指定の制御法則を求めると次のようになる。

$$\delta = - \left[ \frac{\theta}{\sqrt{\lambda}} + \frac{\dot{\theta}}{K} \left\{ \sqrt{1 + 2KT/\sqrt{\lambda} + K^2/\lambda} - 1 \right\} \right] \doteq -(\theta + T\dot{\theta})/\sqrt{\lambda}$$

制御法則は PD 制御形式で、アナログ式の機器でよいから、現在の auto-pilot の調節範囲を拡げれば実施できる。制御過程は非振動的で、一定値外乱で定常偏差を生ずる。

(3) 安全性を考慮して、評価関数をより精密化するには、確率論的取り扱い(信頼性工学)が必要となる。

## 謝 辞

本研究の実験に当りご助力を受けた内地研究員田原正信氏、専攻科大木国起学生、航海学科 47 年度と、機関学科 48 年度の卒研学生諸君に感謝いたします。また文献について本学の松木哲教授、実船実験について深江丸船長杉浦昭弘教授はじめ乗組員の方々、シミュレーション実験について計算機室大谷幸治技官のお世話になりました。記して厚く感謝いたします。

## 参 考 文 献

- 1) 野本謙作：自動操舵の安定性について、造船協会論文集 104 巻, 53/61 頁, (昭 33-11)。
- 2) 元良誠三：荒天中の自動操舵と Yawing について、造船協会論文集第 94 号, 61/68 頁, (昭 28-11)。
- 3) 野本, 元山：船首揺れにもとづく推進馬力の損失について、造船協会論文集 120 巻, 71/80 頁, (昭 41-11)。
- 4) 小山健夫：外洋航行中の船の最適自動操舵系に関する研究、造船協会論文集 122 巻, 18/35 頁, (昭 42-11)。
- 5) 田古里, 田中外：回流水槽における操縦性試験および設定航路自動航行実験, I, II, III, 日本造船学会論文集 126 巻, 153/166 頁, (昭 44-11), 128 巻, 141/151 頁, (昭 45-11), 130 巻, 95/107 頁, (昭 46-11)。
- 6) H. Eda, C. L. Crane, Jr. : Steering Characteristics of Ship in Calm Water and Waves, TSNAME, Vol. 63, 135/177, (1965)。
- 7) 広田実：変針の最短時間制御法則とその手動操舵実験, 日本造船学会論文集 131 巻, 65/78 頁, (昭 47-5)。
- 8) 渡辺, 不破, 小山, 元良：船の自動誘導について, 日本造船学会論文集 124 巻, 81/91 頁, (昭 43-11)。
- 9) 広田実：新しい旋回圏試験法とその実船実験, 日本造船学会論文集 129 巻, 273/280 頁, (昭 46-5)。
- 10) たとえば A. E. Bryson, Jr., Y. C. Ho : Linear Systems with Quadratic Criteria ; Linear Feedback, "Applied Optimal Control", 148/176, Ginn and Company (1969)。