

(昭和 49 年 5 月日本造船学会春季講演会において講演)

鋼材の低サイクル疲労に関する研究 (第3報)

——切欠き材の低サイクル疲労きれつ発生寿命——

正員 八 木 順 吉* 正員 富 田 康 光*
 正員 藤 原 静 雄** 正員 遠 山 泰 美**

Studies on the Low Cycle Fatigue of Steels (3rd Report)

——On the low cycle fatigue crack initiation life of notched plates——

by Junkichi Yagi, *Member* Yasumitu Tomita, *Member*
 Shizuo Fujiwara, *Member* Yasumi Toyama, *Member*

Summary

In the previous paper, a cumulative damage law for prediction of fatigue life of unnotched plate was proposed and in this report, using the proposed cumulative damage law, fatigue crack initiation life of notched plates subjected to cyclic loading in low cycle range was discussed.

It is assumed that initiation of an engineering size crack at a tip of notch was not only dependent on the local cyclic plastic strain $\Delta\epsilon_p$ and cyclic creep rate $\Delta\epsilon_m$ at the notch root, but on strain ratio $|\epsilon_x|/\epsilon_y$ at the notch root and plastic strain concentration factor K_ϵ , which represent some mechanical condition near the notch root.

As fatigue damage by $\Delta\epsilon_p$ and $\Delta\epsilon_m$ was assumed to be $\Sigma\Delta\epsilon_p^a$ and $\Sigma\Delta\epsilon_m$ respectively, so the effect of $|\epsilon_x|/\epsilon_y$ and K_ϵ are assumed to be represented by a following form.

$$a_N = a_P \cdot F(|\epsilon_x|/\epsilon_y, K_\epsilon)$$

where a_P and a_N are exponent for unnotched plate and for notched one.

In the above expression, decrease of $|\epsilon_x|/\epsilon_y$ and K_ϵ shorten the initiation life.

In order to decide an experimental formula of function "F", notched specimens of mild steel were tested under constant repeated axial load and function "F" was found as follows

$$a_N = a_P \{0.483 \exp(1 + |\epsilon_x|/\epsilon_y) - 1.01\} \{-1/K_\epsilon^{0.12} + 2\}$$

1 緒 言

構造物には、ほとんどの場合構造的な不連続部や溶接継手などの応力集中が生ずる切欠き部が存在する。これらの構造物では、一般に全体的な1次応力が降伏点を超えることはまずないが、切欠き部では応力集中によって降伏点を超える2次応力を生じ、したがって切欠き底近傍では塑性ひずみ状態が生ずる場合があり外力の繰返しにより塑性ひずみの繰返しを受ける可能性がある。たとえば最近の実船の損傷調査によれば多くのきれつ発生などの損傷が生じており、しかもこれらの損傷の多くは繰返し荷重による疲労とくに繰返し回数の少ない低サイクル疲労によるきれつであると考えられている。したがって低サイクル疲労の研究としては、平滑材と同様切欠き材の疲労きれつ発生挙動を切欠き底近傍の局部ひずみの観点から検討する必要がある。

低サイクル疲労破壊防止設計法ではこれら構造物の応力集中部のひずみの繰返し挙動が近似的に一定のひずみ振幅になっているという定性的事実に基づいて、小型平滑試験片によるひずみ制御試験の $\epsilon-N$ 線図が用いられているようである。すなわち疲労きれつ発生は、力学的な面からはきれつ発生点の応力およびひずみ挙動に支配

* 大阪大学工学部

** 大阪大学大学院工学研究科

されるとききれつ発生点のひずみ挙動（繰返しひずみ範囲）が同じであれば、平滑材でも切欠き材でも疲労きれつ発生寿命は同じと仮定（ひずみ挙動が同じなら応力挙動も同じと仮定）していることになる^{1)~4)}。それ故切欠き底でのひずみ挙動を知ることができれば平滑材の資料から疲労きれつ発生寿命を推定できる。飯田ら⁵⁾はエネルギー論的な面から中間サイクル寿命域（ $10^4 \sim 10^6$ ）において、疲労きれつ発生点におけるヒステリシスエネルギーの累積和が等しいとき弾性応力集中係数のいかににかかわらず同一寿命で肉眼きれつを発生すると仮定して、きれつ発生寿命に対する $S-N$ 線図を導き実験と比較検討している。以上は切欠き底で平均応力がほぼ零のサイクリック・クリープ現象が生じない場合で、しかも公称応力が弾性限をあまり超えないときに適用できるものと思われる。またこれらの仮定を確かめる意味で、J. H. Crews ら⁶⁾ および安藤ら⁷⁾ は繰返し中の切欠き底でのひずみ履歴を記録しこれを平滑材に再現することにより両者の相関を調べ、安藤らは累積被害則を提案している。

本研究では、著者が前報⁸⁾で提案した平滑材の低サイクル疲労における定変位試験および定荷重試験の両試験法による実験結果を統一的に取扱えるような一般の場合の累積被害則を切欠き材に適用し、さらに平滑材と切欠き材でのきれつ発生点の力学的状態の差を検討するため、応力状態を示す目安となるものと考えられるひずみ場とひずみ分布状態を考慮することにより低サイクル疲労きれつ発生寿命を考察し、軟鋼 SM-41B 材の3種類の切欠き付平板に対し荷重比 R が 0 と -0.8 の定荷重試験を実施し、切欠き底の繰返しひずみ挙動、ひずみ場、ひずみ分布などの力学的状態を考慮した累積被害則を求めた。

2 切欠き材の低サイクル疲労きれつ発生寿命に対する考察

2.1 累積被害則

累積被害の基本的な考え方は前報⁸⁾で示した累積被害則を適用する。その概略は以下に示すようである。

材料は繰返し負荷を受けると被害を生ずる。低サイクル領域での被害に関係する量としては巨視的な立場から繰返し中のひずみが疲労被害の1つの主要因子であると考えることができる。すなわち材料は繰返しひずみを受けて被害を生じ、そのため延性が次第に消費されその累積値がある限界値 ϵ_{cr} に達した場合を寿命と仮定し、 i サイクルでの被害量を D_i で表わせば次式となる。

$$D = \sum D_i = \epsilon_{cr} \quad (1)$$

次に理想状態にある処女材料は、“最初に受けるひずみ履歴”と“それ以後のひずみ履歴”ではその被害度が異なると考えると全被害量は次式で表わせる。

$$D = \sum D_i = D_1 + D_2^{N-1} + D_N \quad (2)$$

ここで、 D_1 ：第1サイクルでの被害量、 D_2^{N-1} ：第2サイクルから第 $(N-1)$ サイクルまでの被害量、 D_N ：第 N サイクル（最終サイクル）での被害量である。すると疲労寿命は次式を満足する N で与えられる。

$$D_1 + D_2^{N-1} + D_N = \epsilon_{cr} \quad (3)$$

繰返し中のひずみは永久変形の進行を伴うひずみ $\Delta\epsilon_m$ と永久変形の進行を伴わない全ひずみ幅 $\Delta\epsilon$ あるいは塑性ひずみ幅 $\Delta\epsilon_p$ との2つに分けることができ、それぞれのひずみによる疲労被害を次のように表わすことにする。

$$(D)_{\Delta\epsilon_m} = \sum \Delta\epsilon_m, \quad (D)_{\Delta\epsilon_p} = \sum \Delta\epsilon_p^a \quad (4)$$

ただし指数 a に関係する主要な因子としては次のようなものが考えられる。

$$a = a\{\Delta\epsilon_m/\Delta\epsilon_p, \text{ 繰返し数, 応力ひずみ関係 (加工硬化係数), ひずみ場, ひずみ分布, 材料, 表面状態, 温度, 時間}\} \quad (5)$$

したがって全サイクルに対する累積被害は次式となる。

$$D = D_1 + D_2^{N-1} + D_N = D_1 + \sum (\Delta\epsilon_m + \Delta\epsilon_p^a) + D_N = \epsilon_{cr} \quad (6)$$

ここで D_1 および D_N の被害度は静的負荷と等価である。

2.2 巨視的破壊条件

材料の破壊は破壊発生点の力学的状態、機械的性質あるいは冶金学的性質などの材料学的特性値および履歴などに支配されると考えられる。ここでは巨視的破壊条件として破壊発生点の力学的状態について検討する。

2.2.1 切欠き材の低サイクル疲労きれつ発生に対する破壊条件

きれつが最初に発生する場所はなんらかの原因で応力が集中している部分である。完全弾性体の破壊の必要十分条件は、応力集中部で局所応力が原子結合の破断を許し、しかも系の全自由エネルギーが減少することである。

しかし実在の多結晶金属材料は一般に靱性を有し応力集中部では塑性変形が生じ前述の破壊条件はそのままでは適用できない。応力集中部で塑性変形が生ずる場合の巨視的破壊条件として、Tetelman ら⁹⁾ は応力集中部近傍の微小部分に生じた塑性ひずみの量と関係があるとし集中部前方の材料は一連の長さ l 、幅 w の仮想小型試験片と考えこれらの試験片が破壊したとき、すなわち仮想小型試験片のひずみが引張り延性(破断延性)に達したとき破壊が生ずるとしている。横堀¹⁰⁾ は塑性変形が生ずる場合に応力集中が緩和され局所応力が原子結合力に達しないと考えるのは応力集中源として巨視的な集中源(切欠き、きれつなど)のみを考えているためで、微視的な応力集中源(転位などによる応力集中)をも考慮すればそれらの和は局所応力として原子結合力に達し得るとして、前述の応力集中部で局所応力が原子結合の破断を許しかつ系の全自由エネルギーが減少するという条件を統一則として提案している。また Thomason¹¹⁾ は自身の延性破壊の理論から破壊ひずみを導き、この考え方を切欠き底近傍に適用し切欠き前方各位置での破壊時の局部破壊ひずみを求め切欠き底での実際のひずみ分布との交点が破壊発生点としている。これによると切欠き底では塑性ひずみが局部破壊ひずみに達せず、破壊は切欠き底より内部に生ずるとの解析結果を示している¹²⁾。しかし切欠き底近傍のような大変形領域での応力ひずみ関係は確立されておらず局部破壊ひずみの値も異なる可能性があるものと思われる。このように塑性変形が生ずる場合の巨視的な破壊条件は完全に解決されているとはいえないようである。

材料の破壊は本質的には力と変形の組合わさった状態で実現されるから、巨視的な破壊条件のパラメータとしては破壊発生点近傍の力学的状態(応力またはひずみ分布、応力状態など)を一意的に規定できる量を用いることが要求される。たとえば弾性きれつの場合には、応力拡大係数によりきれつ底近傍の力学的状態を完全に代表させることができる。(ただし2次元状態で考えているので3軸応力状態までは明確に表示していない)また弾性状態にある切欠き底に疲労きれつが発生(高サイクル疲労)する場合は西谷^{13),14)}によると、結晶粒程度の領域での平均の応力が関係するとして力学的状態を表わすパラメータとしては第1近似で最大応力と応力勾配で規定することができるとしている。ふつう弾性状態では応力勾配は主として切欠き半径 ρ のみによって支配されると考えてよいから結局最大応力と切欠き半径によってほぼ規定できる。また切欠きにおいて切欠き半径が等しければ特別な場合(たとえば極端に浅い切欠き)を除いて、応力勾配だけでなく応力分布も切欠き底から 0.5ρ 程度の深さまで等しくなる。さらに最大応力と切欠き半径を与えたとき、切欠きの他の寸法が変化しても破壊や降伏など力学的原因強さが一意的に決まることを示している。

しかし切欠き底近傍が塑性状態にある場合の力学的状態を一意的に規定するパラメータは未だ明らかでないようである。そこで本研究では Tetelman らの考え方を適用し、さらに切欠き底近傍の力学的状態をも考慮して切欠き底に Δw のきれつが発生する条件すなわち切欠き底に Δw の破壊が生ずる破壊条件を次のように考えることにする。

切欠き底に隣接する長さ l 幅 w の仮想小型試験片を考えこの試験片が破壊したときに Δw のきれつが発生すると仮定する。切欠き底における Δw の破壊は切欠き底前方のある限界距離(仮想小型試験片の幅 w)における平均ひずみを用いるのが合理的であるが、この限界距離を理論的に導くことは容易でない(たとえば石橋¹⁵⁾は、疲労限に対し試験片の表面付近に存在する弱い結晶粒程度の領域を限界距離とすることを提案しているが必ずしも明確でなく、またこれを低サイクル疲労にそのまま適用するのも問題がある)近似的に板表面での切欠き底におけるひずみを用いることにする。仮想小型試験片(長さ l 、幅 w は無限小)の破壊は、この試験片のひずみ ϵ (gauge length が l で測定した板表面での切欠き底におけるひずみ)が限界値 ϵ_{cr} に達したときとする。 ϵ_{cr} より小さいひずみが繰返し加わる場合には、各サイクルごとに被害が蓄積されその和が限界値 ϵ_{cr} に等しくなったとき Δw のきれつが発生することになる。しかし切欠き底のひずみだけでは切欠き底の力学的状態を十分に表示していない。そこで3軸応力状態を表わす目安と考えられるひずみ場およびひずみ分布状態の目安と考えられるひずみ勾配を考え、その影響を指数 a で考慮し、結局切欠き底でのきれつ発生条件を板表面での切欠き底のひずみ挙動、ひずみ場、ひずみ勾配の3つの因子で表わすことにする。

2.2.2 限界値 ϵ_{cr}

前述のように材料の寿命は被害の累積値が ϵ_{cr} に達したときと仮定した。前報にも示したように限界値 ϵ_{cr} は厳密には各々の負荷条件に対して独立に与えられるべきものである。しかし工学的な立場から近似的に荷重の種類に無関係に一定と考えることにする。

永久ひずみが蓄積され巨視きれつ発生の後破壊に至るような $\Delta\epsilon_m$ が支配的は繰返し挙動の場合は、巨視的に

は静的負荷とほぼ同じと考えられるので静的負荷を繰返し負荷の極限と考え ϵ_{cr} を静的負荷の条件から材料の機械的性質を用いて決定する。

永久ひずみの進展が無いあるいは進展があっても少ない繰返し挙動の場合には、疲労被害は菊川¹⁶⁾によると表面損傷と内部損傷に大別でき、多くの場合試験片の表面付近に存在する結晶粒にきれつが発生し疲労強度（とくに平滑材）は試験片の表面状態に大きく支配されることが指摘されている。これら試験片の表面付近の結晶粒の疲労強度を決める因子は材料の機械的性質、冶金的性質の他に結晶粒の分布状態、外力との相対的位置関係、表面損傷度などに影響をうけるので限界値 ϵ_{cr} としては材料特性値の他に繰返し荷重に特有の現象である表面状態の影響を導入することが必要となる。ところが材料の機械的性質は必ずしも試験片表面の状態に大きく支配されるとは考え難いので限界値 ϵ_{cr} を材料の機械的性質のみから決定することは合理的とはいえないが、これら繰返し荷重に対する表面状態の特性を定量的に把握して限界値に考慮することは困難であるからこの場合にも限界値 ϵ_{cr} は材料の機械的性質から決定し、それ以外の影響は材料の与えられた状態における特性値として指数 a で考慮する。

限界値 ϵ_{cr} を材料の機械的性質から決める場合、切欠き底近傍の塑性変形による破壊現象は小さな尺度でみればボイドの形成と合体によるくびれを起こして破壊する引張り試験片と同様であるから、破壊時の切欠き底の最大ひずみは同じ条件下の平滑試験片で測定した破断延性 ϵ_f と近似的に等しいと考えられる。すなわち切欠き材の破壊（きれつ発生）は、切欠き底で局部変形能力（材料の破断延性）に支配されることができると考えることができる。結局累積被害則 (6) 式は次式となる。

$$D_1 + \Sigma(\Delta\epsilon_m + \Delta\epsilon_p^a) + D_N = \epsilon_f \quad (7)$$

ただし ϵ_f : 材料の破断延性

2.3 指数 a に対する考察

塑性ひずみ幅 $\Delta\epsilon_p$ による疲労被害を理論的に導くことは困難であるのでそれを $\Delta\epsilon_p^a$ と仮定した。それ故指数 a は (5) 式に示すように多くの因子に影響される。その詳細は前報⁹⁾ に示したので、ここでは 2.2.1 で述べた平滑材と切欠き材とのきれつ発生点の力学的状態に関して検討する。

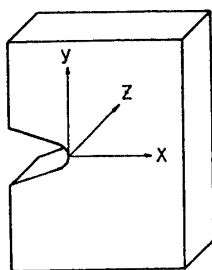


Fig. 1 Schematic Illustration of the Coordinate for Notched Plate

平滑材の指数 a_P と切欠き材の指数 a_N には次の関係があるものと仮定する。

$$\begin{aligned} a_N &= a_P \cdot F(\text{ひずみ場, ひずみ勾配}) \\ &= a_P \cdot F(|\epsilon_x|/\epsilon_y, d\epsilon_y/dx) \end{aligned} \quad (8)$$

ϵ_x : 板表面における切欠き底の x 方向の真ひずみ, ϵ_y : 板表面における切欠き底の y 方向の真ひずみ (Fig. 1 参照)

関数 F の具体的な表示を理論的に導出することは容易ではないので、 $|\epsilon_x|/\epsilon_y$ および $d\epsilon_y/dx$ に対する力学的な考察から定性的に関数形を検討し実験結果を基にして近似的に関数 F を求める。

ひずみ場 $|\epsilon_x|/\epsilon_y$ は切欠き底の 3 軸応力状態を表わすものと考えることができる。すなわち平面ひずみ状態に近づく ($|\epsilon_x|/\epsilon_y \rightarrow 0$) に従い、切欠き底の 3 軸応力度 (3 軸引張り応力状態) が強まりきれつ発生寿命は減少すると考えられる。したがって定性的にはひずみ場の影響は $|\epsilon_x|/\epsilon_y$ が小さくなれば指数 a を小さくするような増加関数的になるものと推定できる。

ひずみ勾配 $d\epsilon_y/dx$ は解析的にも実験的にも精度良く求めることは困難である。そのため切欠き底近傍のひずみ分布状態を必ずしも正確には表わしていないが近似的にはひずみ分布状態の目安となると考えられる塑性ひずみ集中係数 K_ϵ をひずみ勾配の代りに用いることにする。すると (8) 式は次式となる。

$$a_N = a_P \cdot F(|\epsilon_x|/\epsilon_y, K_\epsilon) \quad (9)$$

きれつ発生寿命に及ぼす塑性ひずみ集中係数 K_ϵ の影響は K_ϵ が大きくなるに従い、きれつ発生寿命は増加するものと考えられる。したがって定性的には K_ϵ が大きくなると指数 a も大きくなるような増加関数的になるものと推定できる。

Table 1 Chemical Composition (%)

	C	Si	Mn	P	S
SM-41 B	0.13	0.21	0.81	0.012	0.021

Table 2 Mechanical Property

Specimen	Yield Point (kg/mm ²)	Tensile Strength (kg/mm ²)	Elongation (%)	Reduction of Area (%)	Fracture Ductility
JIS No. 1	38.0	47.3	30.2	53.4	1.1

3 実 験

3.1 試 験 片

使用した鋼材は公称板厚 3.2 mm の軟鋼 SM-41 B でミルシートから引用した化学成分を Table 1 に示す。Table 2 には JIS 1 号引張り試験片による機械的性質を示す。

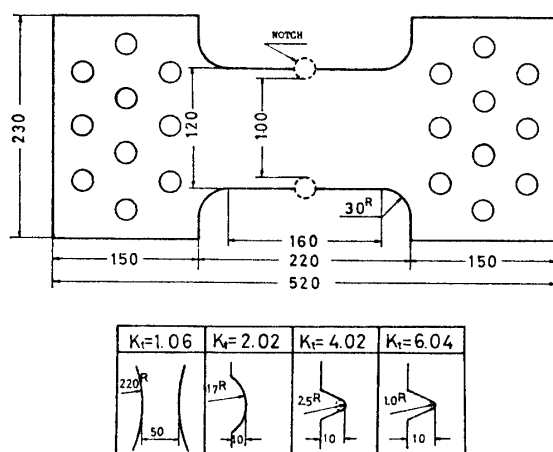


Fig. 2 Shape and Dimension of Specimen

静的試験および疲労試験に用いた試験片の形状、寸法などを Fig. 2 に示す。試験片の荷重方向は圧延方向に一致しており機械加工後の熱処理は実施していない。試験片の弾性応力集中係数 K_t は Peterson の線図¹⁷⁾より求めた。

3.2 実験方法

使用した試験機は油圧式低速度繰返し荷重試験機（東京衡機製）で、その容量は動的最大荷重 ± 25 トン、毎分繰返し数は 1~30 回で、荷重波形は 3 角波形である。

疲労試験は疲労きれつ発生寿命 N_c が 2×10^3 回程度以下、破断寿命 N_f が 5×10^3 回程度以下の定荷重低サイクル疲労で、毎分の繰返し速度は約 10 回である。種々の最大荷重に対して荷重比 R を 0 および -0.8 の定荷

重試験を行った。なお平滑材 ($K_t=1.06$) については定ひずみ試験のみを実施した。疲労試験の第 1 サイクルはすべて引張り側から始め、圧縮サイクルの際の座屈防止には座屈防止の治具を用いた。平滑材の定ひずみ試験の実験方法などは前報⁸⁾と同じである。

切欠き試験片の静引張り試験には疲労試験と同じ試験機を用いた。

3.3 ひずみ計測法

3.3.1 静的試験

切欠き試験片および JIS 1 号試験片の静引張り試験でのひずみ計測はストレンゲージとモワレ法を併用した。

JIS 1 号試験片は、ストレンゲージ YF-5 およびモワレグリッドシート MS-200D (500 line/inch) を試験片に貼布し弾性域から破断直前までひずみを計測した。

切欠き試験片においては、切欠き底近傍にひずみ集中ゲージ KFC-2-D9-11 あるいは 1 mm ゲージ Fb-1 を、その他の部分には 2 方向ゲージ SFC-2bD を用い、弾性域での切欠き底最小断面上の x 方向および y 方向のひずみを計測した。塑性域でのひずみ計測はモワレ法によった。すなわち切欠き底近傍 (20 mm 程度まで) にはグリッドシート MS-200D を使用し、切欠き底近傍以外には写真食刻法により格子 (150 line/inch) を食刻しそれらの格子を直接写真撮影してひずみの解析を行った。グリッドシート MS-200D の撮映条件は次の通りである。カメラ；アサヒペンタックス SV (標準レンズ)、フィルム；ミニコピーフィルム、接写リングを用いたストロボ撮映。

モワレ法のひずみ解析はミス・マッチ法を用い求めるひずみの大きさにより適当な縞間隔を選んで解析した。なお静試験はグリッドシートの貼り換えのため途中数回除荷している。したがって静試験とは、このように除荷

過程を含む場合を意味する。

3.3.2 疲労試験

疲労試験のひずみ計測はモワレグリッドシート MS-200D を用い、荷重比 $R=0$ の片振り試験は動的繰返し中1サイクルでの最大荷重時および最小荷重時に写真撮影を行い繰返し中のひずみ挙動を計測した。荷重比 $R=-0.8$ の場合には、繰返し中適当な繰返し数で中断し1サイクル中応力がほぼ零の2点で写真撮影を行いひずみ挙動を計測すると共に、切欠き底から2mmの位置にストレンゲージ NF-2b を貼布し繰返し中のひずみ挙動を連続的に記録した。写真撮影、ひずみ解析法などは静的試験と同様である。

4 実験結果および考察

本研究でのひずみはすべて真ひずみを用いる。

4.1 静試験

4.1.1 平滑試験片

供試材の静破断延性 ϵ_f を求めるため JIS 1 号試験片を用い静引張り試験を実施し、破断直前までの x 方向(板幅方向)および y 方向(荷重方向)などのひずみ ϵ_x, ϵ_y を計測した。静破断延性 ϵ_f としては、1) $\epsilon_f = \ln \{100/(100-R.A.)\}$, $R.A.$: 断面収縮率, 2) $\epsilon_f = k \cdot \ln(t_0/t)$, $k=1/(1-|\epsilon_x|/\epsilon_y)$, t_0 : 原板厚, t : きれつ発生点の破断後の板厚, 3) $\epsilon_f = (\epsilon_y)_c$, $(\epsilon_y)_c$: きれつ発生点の破断直前のひずみ, などが考えられる。1), 2), 3) による ϵ_f の値はそれぞれ 0.767, 1.13, 1.12 であった。これらのうち 1) による ϵ_f は必ずしも材料の局部変形能力を示さず平均値的な量である。2) および 3) は工学的には 1) に比べて一応材料の局部変形能力に近い値を与えるものと思われる。それ故供試材の静破断延性としては $\epsilon_f=1.1$ を用いることにする。なお塑性域における $|\epsilon_x|/\epsilon_y$ の値はおよそ 0.43 であり破断直前のきれつ発生点での値はおよそ 0.33 であった。

4.1.2 切欠き試験片

切欠き試験片の静引張り試験を実施し、弾性域から破断(切欠き底にきれつ発生)直前までの切欠き底の最小断面上各位置でのひずみを計測した。

切欠きのようなひずみ集中部がある近傍のひずみ解析にはひずみ計測の場合の gauge length (G.L.) が問題となる。ひずみ計測点の変位 u, v を求め $\epsilon_x = \partial u / \partial x$ などからひずみを求めれば G.L. の問題は無いようであるが、実際は変位 u, v の解析のため計測点周辺での情報が必要となりこの点で精度上問題がある。そこで著者らは計測点での縞間隔を直接測定してひずみを解析する方法を用いた。500 line/inch の格子では G.L. はおよそ 0.15 mm~0.2 mm で測定可能となる。切欠き底近傍で G.L. を 0.2 mm~2 mm に数種類かえてひずみを計測し、G.L. 無限小の値を推定することにより G.L. の影響を調べた。その結果切欠き底からおよそ 2 mm 程度離れた位置からは G.L. の影響は少なく 1 mm~2 mm 程度でよく、切欠き底から 2 mm の範囲ではひずみの値が

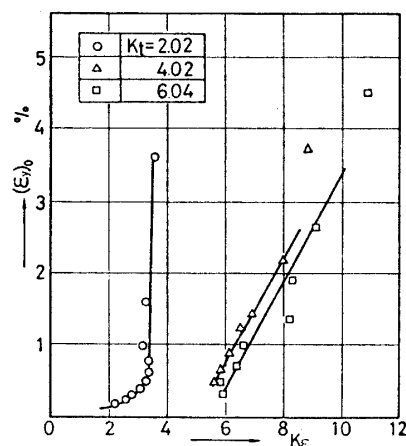


Fig.3(a) Strain at a Tip of Notch $(\epsilon_y)_0$ vs. Plastic Strain Concentration Factor K_t Curve (0~5%)

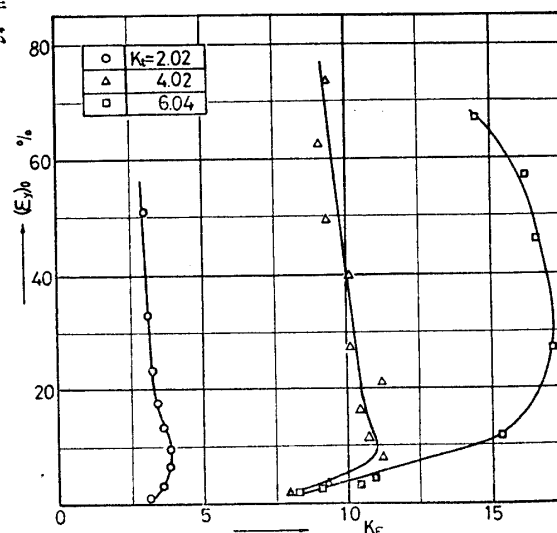


Fig.3(b) Strain at a Tip of Notch $(\epsilon_y)_0$ vs. Plastic Strain Concentration Factor K_ϵ Curve (0~80%)

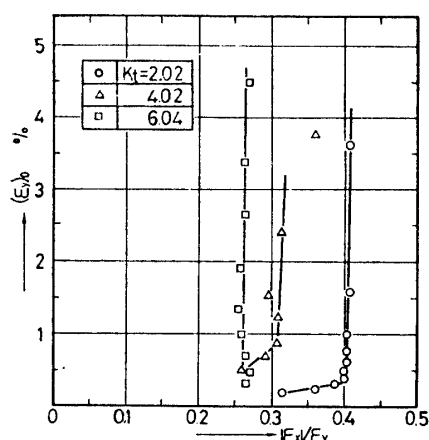


Fig. 4(a) Strain at a Tip of Notch $(\epsilon_y)_0$ vs. Strain Ratio $|\epsilon_x|/\epsilon_y$ Curve (0~5%)

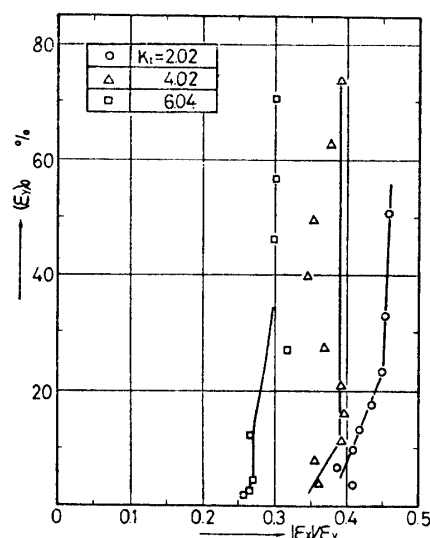


Fig. 4(b) Strain at a Tip of Notch $(\epsilon_y)_0$ vs. Strain Ratio $|\epsilon_x|/\epsilon_y$ Curve (0~80%)

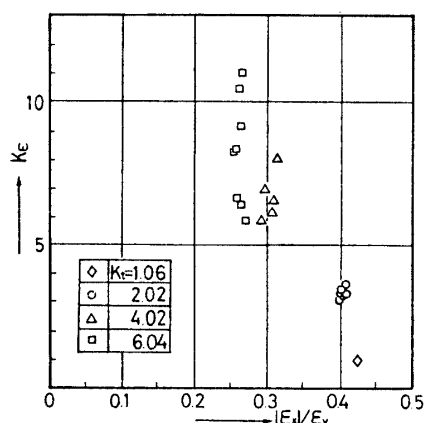


Fig. 5 Plastic Strain Concentration Factor K_e vs. Strain Ratio $|\epsilon_x|/\epsilon_y$ Curve

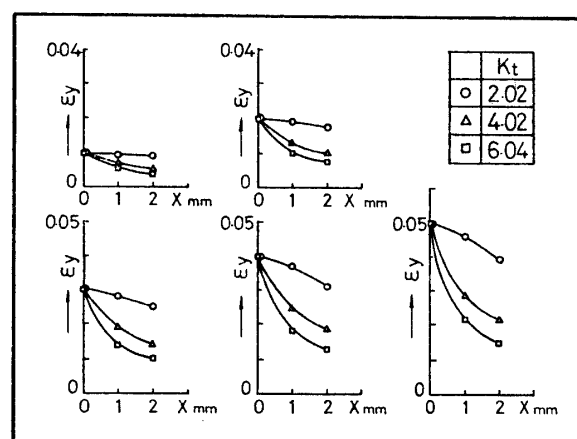


Fig. 6 Strain Distribution of Static Tension Test near a Notch Root

小さい場合 (およそ 10%) $K_t=2.02$, 4.02 で $0.5 \text{ mm} \sim 1 \text{ mm}$, $K_t=6.04$ で 0.3 mm 程度で近似的には満足できる値が得られることを確かめた。それ故切欠き底近傍では G.L. を $K_t=6.04$ で 0.3 mm 程度, $K_t=2.02$, 4.02 で $0.5 \text{ mm} \sim 1 \text{ mm}$ としてひずみを求め, 大ひずみの場合にはできるだけ G.L. を小さくした。

切欠き底のひずみ $(\epsilon_y)_0$ と塑性ひずみ集中係数 K_e との関係を Fig. 3(a) ($0 < (\epsilon_y)_0 < 0.05$) および Fig. 3(b) ($0 < (\epsilon_y)_0 < 0.8$) に示す。図からひずみの小さい間は K_e は増加しおよそ 10% ($K_t=6.04$ では 30%) 程度から減少する傾向にある。

切欠き底のひずみ $(\epsilon_y)_0$ とひずみ場 $|\epsilon_x|/\epsilon_y$ との関係を Fig. 4(a) ($0 < (\epsilon_y)_0 < 0.05$) および Fig. 4(b) ($0 < (\epsilon_y)_0 < 0.8$) に示す。切欠き底近傍が塑性変形状態になると切欠き底のひずみ場は, はじめの切欠き形状 (深さと切欠き底半径) に支配されそれぞれの定常状態となりさらにひずみが大きくなるに従い漸増する。これらから塑性ひずみ集中係数 K_e は切欠き形状と板幅に, ひずみ場 $|\epsilon_x|/\epsilon_y$ は切欠き形状と板厚に強い影響をうけるものと推定できる。Fig. 5 に K_e と $|\epsilon_x|/\epsilon_y$ の関係を示した。軸力を受ける切欠き平板の塑性ひずみ集中係数と切欠き底のひずみ場は互いに独立でなく, 定性的に切欠きの幾何学的拘束が増加し $|\epsilon_x|/\epsilon_y$ が減少するに従い切欠き底近傍のひずみ勾配が鋭くすなわち K_e が大きくなる傾向がある。結局弾性域の場合と同様 K_e および $|\epsilon_x|/\epsilon_y$ は第 1 に切欠き形状に影響されることが推定できる。

Fig. 6 に切欠き底から 2 mm までの ϵ_y のひずみ分布状態を切欠き底のひずみをそろえて弾性ひずみ集中係

Table 3 Fatigue Test Results (1)

R	K_t	σ_{max}	$\Delta\sigma$	$\Delta\epsilon_m$	$\Delta\epsilon_p$	$\Delta\epsilon_p \left(\div \frac{N_c}{2} \right)$	$(\epsilon_p)_c$	$N_c(\text{exp})$	$N_c(\text{cal})$	N_f	N_c/N_f	$a_N(\text{exp})$	$a_N(\text{cal})$
0	2.02	45.0	45.0	0.000092	0.0021/0.0070	0.0047	0.650	4,850		4,912	0.988	1.732	1.83
		47.0	47.0	0.000451	0.004 / 0.006	0.0051	0.966	930		935	0.995	1.676	1.83
		49.0	49.0	0.00175	0.007 / 0.012	0.0105	0.980	330		339	0.973	1.738	1.83
0	4.02	42.0	42.0	0.000139	0.009 / 0.014	0.0121	0.440	1,220		1,950	0.626	1.704	1.75
		45.0	45.0	0.000442	0.012 / 0.018	0.014	0.720	520		731	0.712	1.720	1.75
		47.0	47.0	0.00357	0.017 / 0.029	0.0232	1.125	155		163	0.951		1.75
0	6.04	37.5	37.5	0.000062	0.0108/0.0155	0.011	0.186	1,200		2,785	0.431	1.59	1.50
		40.0	40.0	0.000381	0.010 / 0.030	0.017	0.470	642		1,463	0.437	1.70	1.50
		42.5	42.5	0.00125	0.029 / 0.066	0.044	0.880	316		568	0.555	2.32	1.50

Table 3 Fatigue Test Results (2)

R	K_t	σ_{max}	$\Delta\sigma$	$\Delta\epsilon_m$	$\Delta\epsilon_p$	$\Delta\epsilon_p \left(\div \frac{N_c}{2} \right)$	$(\epsilon_p)_c$	$N_c(\text{exp})$	$N_c(\text{cal})$	N_f	N_c/N_f	$a_N(\text{exp})$	$a_N(\text{cal})$
-0.8	2.02	32.0	57.6		0.007 / 0.016	0.0145	0.076	1,540	1,560	1,641	0.938	1.728	1.73
		32.5	58.5		0.008 / 0.0195	0.0170	0.054	1,225	1,220	1,477	0.829	1.733	1.73
		34.5	62.1		0.01 / 0.025	0.0220	0.078	725	740	764	0.949	1.719	1.73
		36.0	64.8		0.015 / 0.0315	0.0290	0.212	480	405	571	0.841	1.776	1.73
-0.8	4.02	25.0	45.0		0.006 / 0.008	0.0072	0.004	1,600	1,180			1.477	1.41
		27.5	49.5		0.010 / 0.025	0.0100	0.014	950	864	1,942	0.489	1.470	1.45
		30.0	54.0		0.012 / 0.022	0.0150	0.022	520	525	1,147	0.453	1.469	1.47
		32.5	58.5		0.0165/0.045	0.0240	0.020	220	285	380	0.579	1.422	1.49
-0.8	6.04	22.5	40.5		0.0052/0.01	0.0075	0.0086	950	710			1.383	1.322
		25.0	45.0		0.0075/0.012	0.0090	0.017	690	623	3,980	0.173	1.370	1.35
		27.5	49.5		0.0105/0.022	0.0130	0.016	385	380	1,852	0.208	1.351	1.35
		30.0	54.0		0.0148/0.026	0.0160	0.005	250	262	931	0.269	1.312	1.325
Strain Control	1.06					0.010		1,400	1,290			1.552	1.535
						0.009		1,780	1,550			1.57	1.535
						0.015		550	720			1.49	1.535
						0.0195		500	458			1.56	1.535

数 K_t による差を示した。ひずみ分布状態すなわち切欠き底近傍のひずみ勾配と塑性ひずみ集中係数 K_e の相関は Fig. 3 を参照して得られるが、たとえば K_e がほぼ同じ $(\epsilon_y)_0=0.02$ の $K_t=6.04$ と $(\epsilon_y)_0=0.03$ の $K_t=4.02$ を比較することなどにより切欠き底から 1 mm 程度の範囲でのひずみ分布状態と K_e はかなり良い相関があるものと思われる。

4.2 疲労試験

疲労試験結果をまとめて Table 3 に示す。

4.2.1 低サイクル疲労きれつ発生状況

どの程度のきれつの出現をもって疲労きれつ発生とするかは必ずしも明確ではなく、きれつの大きさの物理的意義も明らかではないようである。巨視的にはきれつ発生は肉眼の直接観察によって発見した時を基準としていることが多いようである。それ故肉眼できれつを発見する以前にもきれつは発生しているからきれつ発生寿命には個人差があり得る。

切欠き試験片の低サイクル疲労きれつ発生は切欠き形状によりその様相は異なる。すなわち切欠き底近傍の応力状態より考えると板表面より内部の方がきれつは発生し易い。しかし繰返し荷重に対しては内部より表面のほうが弱きれつが発生し易い状態にある。したがってこれら2つの作用度により発生状況は異なる。繰返し回数の少ないところでは応力状態の影響が強く板厚中央付近から発生し板表面に向かって成長するが、繰返し回数が増すにつれ次第に表面の影響があらわれ表面付近からも発生するようになる。本研究はモワレ法により板表面でのひずみを対象にしているので、板表面にきれつが到達した時をきれつ発生と考えた。きれつは 10 倍のルーペを用いて観察し板表面できれつ長さがおよそ 0.1 mm~0.3 mm をきれつ発生とした。実験範囲内 ($N_c < 2 \times 10^8$) でのきれつ発生は $K_t=2.02$ では板厚中央付近と表面付近にもきれつ発生が観察されたが、それ以外は板厚中央付近に発生し徐々に板表面に成長するという様式であった。

4.2.2 静的負荷と繰返し負荷でのひずみ分布

繰返し中の引張り最高荷重付近の切欠き底近傍のひずみ分布と静引張り試験によるひずみ分布との比較を切欠き底のひずみ $(\epsilon_y)_0$ を同じにしてその一例を荷重比 $R=-0.8$ について Fig. 7 に示した。なお Fig. 7 には圧

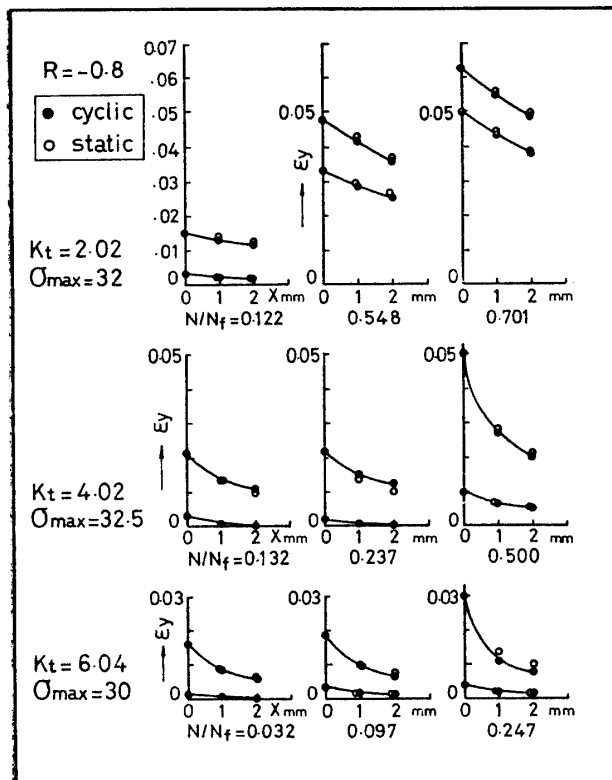


Fig. 7 Comparison of Strain Distribution near a Notch Root of Static Tension Test and Cyclic Test ($R=-0.8$)

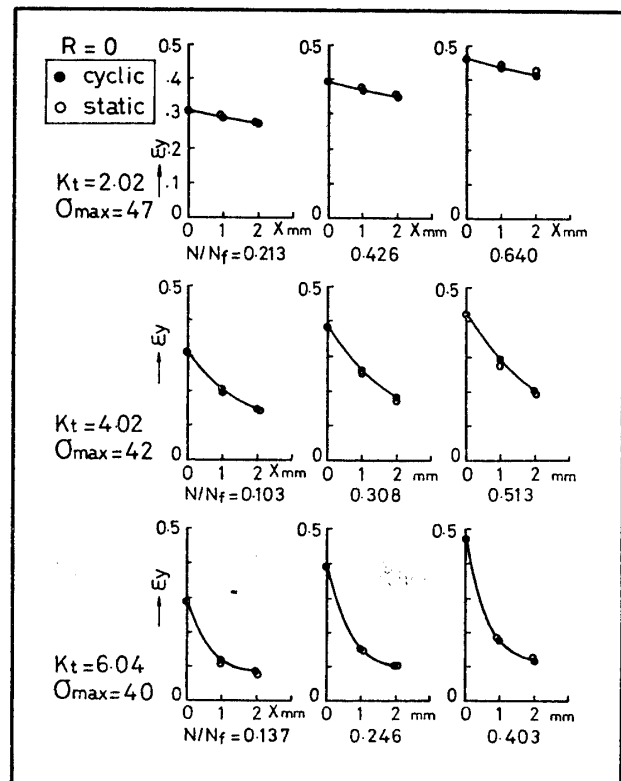


Fig. 8 Comparison of Strain Distribution near a Notch Root of Static Tension Test and Cyclic Test ($R=0$)

縮最高荷重から除荷した場合のひずみ分布の比較も示してある。Fig. 8 には $R=0$ の場合の最高荷重付近における例を示した。図からひずみ分布状態は静試験と繰返し試験で近似的には等しいことが認められる。したがって繰返し中の塑性ひずみ集中係数 K_e および切欠き底のひずみ場 $|\epsilon_x|/\epsilon_y$ も切欠き底のひずみ $(\epsilon_y)_0$ をパラメータにして静試験の場合と等しくなる。以上のことからひずみ挙動のみを考えれば切欠き底からある距離はなれた1点でのひずみ挙動を計測し静試験結果を用いれば、近似的には切欠き底近傍のひずみ挙動、塑性ひずみ集中係数、ひずみ場などが推定できることになる。

4.2.3 荷重比 $R=-0.8$ の定荷重試験

繰返し中の切欠き底における塑性ひずみ幅 $\Delta\epsilon_p$ および永久ひずみ ϵ_m を各々の試験片について計測した。その一例を Fig. 9 に示す。 $\Delta\epsilon_p$ および ϵ_m は切欠き形状あるいは応力振幅により程度の差はあるが、繰返し中一定かもしくは漸増しきれつ発生直前で増加する傾向にある。実験から得られた値をまとめて Table 3 に示す。きれつ発生寿命 N_c のほぼ半分における $\Delta\epsilon_p$ の値を用い累積被害則 (7) 式から指数 a_N を求めた。また平滑試験片 ($K_t=1.06$) の定ひずみ試験を行い指数 a_p を求めた。平滑試験片の場合の $|\epsilon_x|/\epsilon_y$ はおよそ 0.42 であった。

指数 a と K_e の関係を Fig. 10 に、 $|\epsilon_x|/\epsilon_y$ との関係を Fig. 11 に示す。ここで K_e 、 $|\epsilon_x|/\epsilon_y$ の値は繰返し中の最大荷重付近における切欠き底のひずみ $(\epsilon_y)_0$ に対応する値である。 $K_e=1$ と $K_e=3.6$ を比較すると後者がきれつ発生寿命は増加しており K_e の影響と考えられる。また K_e がある程度大きくなると、 K_e の影響は少なくなり (Fig. 10) ひずみ場 $|\epsilon_x|/\epsilon_y$ の影響が大となり (Fig. 11) きれつ発生寿命は減少している。2.3 に示した定性的考察および Fig. 10, Fig. 11 を基に (9) 式に示した関数 F を考察する。

$|\epsilon_x|/\epsilon_y$ および K_e の影響はそれぞれが単独に働くものとし (9) 式は次式で表示できるものと仮定する。

$$a_N = a_p \cdot F(|\epsilon_x|/\epsilon_y, K_e) = a_p \cdot g(|\epsilon_x|/\epsilon_y) \cdot h(K_e) \quad (10)$$

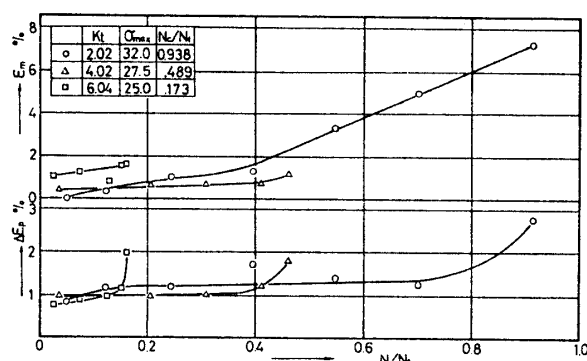


Fig. 9 Cyclic Behaviours of Plastic Strain Range $\Delta\epsilon_p$ and Permanent Strain ϵ_m at a Tip of Notch ($R=-0.8$)

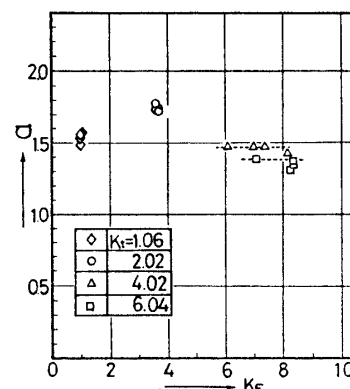


Fig. 10 Exponent "a" vs. Plastic Strain Concentration Factor K_e Curve

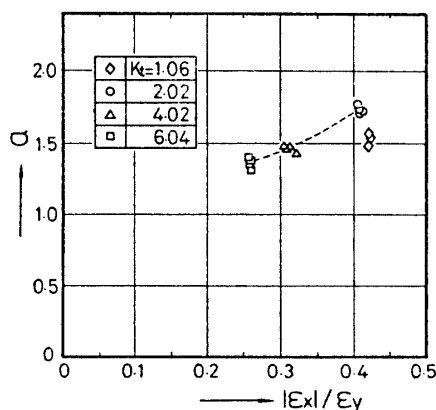


Fig. 11 Exponent "a" vs. Strain Ratio $|\epsilon_x|/\epsilon_y$ Curve

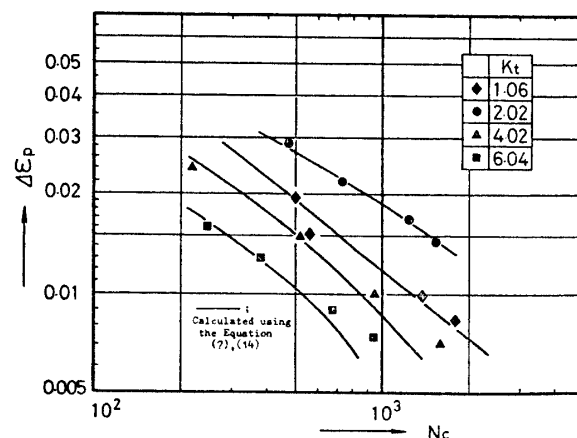


Fig. 12 Plastic Strain Range $\Delta\epsilon_p$ at a Notch Root vs. Crack Initiation Life N_c Curve ($R=-0.8$)

関数 g および h は収束型の増加関数と考え次式を仮定する。

$$a_N = a_P \{ A \exp(B + |\epsilon_x|/\epsilon_y) + C \} (-1/K_t^D + 2) \quad (11)$$

(11)式の係数は実験結果を用いると近似的に次のように求められた。 $A=0.483$, $B=1$, $C=-1.01$, $D=0.12$ したがって指数 a に切欠き底でのひずみ場 $|\epsilon_x|/\epsilon_y$ および塑性ひずみ集中係数 K_t を考慮した実験式は次式となる。

$$a_N = a_P \{ 0.483 \exp(1 + |\epsilon_x|/\epsilon_y) - 1.01 \} (-1/K_t^{0.12} + 2) \quad (12)$$

(12)式を用いて指数 a を計算した値を $a(\text{cal})$ として、またこの計算で求めた指数と累積被害則(7)式から計算したきれつ発生寿命を $N_c(\text{cal})$ として Table 3 に示す。Fig. 12 に塑性ひずみ幅 $\Delta\epsilon_p$ ときれつ発生寿命 N_c の関係を示す。図中の実線は累積被害則(7)式と指数 a の実験式(14)式を用いて得られたものである。

きれつ発生点でのひずみ挙動が同じならきれつ発生寿命が等しいと仮定することは、関数 F を 1 とすることである。J. H. Crews ら⁶⁾ は $K_t=2$ の 2024-T3 アルミ合金について $10^3 \sim 10^5$ の範囲内でこれを実験的に検証し、必ずしも一致しないことを示している。安藤ら⁷⁾ は $K_t=5, 10, 14$ の軟鋼および高張力鋼 SM-50B の片振り定荷重試験で切欠き底のひずみ挙動を調べ、これを平滑試験片に模擬することにより実験的に確かめ、一般に切欠き平板が短寿命側となりそれは K_t が大きくなるに従い著しくなるという結果を得ている。それ故 $F=1$ と仮定することは危険側の評価をする傾向が大きく、きれつ発生寿命に関して切欠き底の力学的状態の考慮が必要である。なお安藤ら⁷⁾ は切欠き形状の影響として破断延性 ϵ_f に切欠き試験片の静的特性値を用いることを提案している。

(7)式は近似的に $\Delta\epsilon_p^a \cdot N = \epsilon_f$ としても良いので、同一きれつ発生寿命を与える平滑材と切欠き材の塑性ひずみ幅の関係は $(\Delta\epsilon_p)_P = (\Delta\epsilon_p)_N^F$ であり、疲労強度減少係数 K_f をひずみで表示すれば $K_f = (\Delta\epsilon_p)_N^{F-1}$ となる。ただし $(\Delta\epsilon_p)_P$: 平滑試験片の塑性ひずみ幅, $(\Delta\epsilon_p)_N$: 切欠き試験片の塑性ひずみ幅である。

切欠き底から 2 mm の位置にストレインゲージ NF-2b を貼布し繰返し中のひずみ挙動を計測した。その値から静試験によるひずみ分布状態を基に切欠き底のひずみ挙動を推定した値は、実験結果と近似的には十分な一致を示した。したがって静試験結果を用いれば繰返し中に切欠き底からある距離でのひずみ挙動を計測することにより、きれつ発生寿命を推定できるものと思われる。

4.2.4 荷重比 $R=0$ の定荷重試験

繰返し中の切欠き底における塑性ひずみ幅 $\Delta\epsilon_p$ および永久ひずみ ϵ_m などを各々の試験片について計測した。その一例を Fig. 13 に示す。塑性ひずみ幅の繰返し中の変化、サイクリック・クリープ速度 $\Delta\epsilon_m$, きれつ発生時のひずみ $(\epsilon_y)_c$ などの詳細は Table 3 にまとめている。

永久ひずみ ϵ_m の変化の様子は、 $K_t=2.02$ の場合平滑材のサイクリック・クリープ曲線とほぼ同様の形状をとる。 $K_t=4.02$ および 6.04 では、初期を除いてきれつ発生直前まで繰返し数と共に直線的に増加している。きれつ発生時のひずみ $(\epsilon_y)_c$ は、公称応力振幅が減少し塑性ひずみ幅の影響が大きくなるに従い減少している。

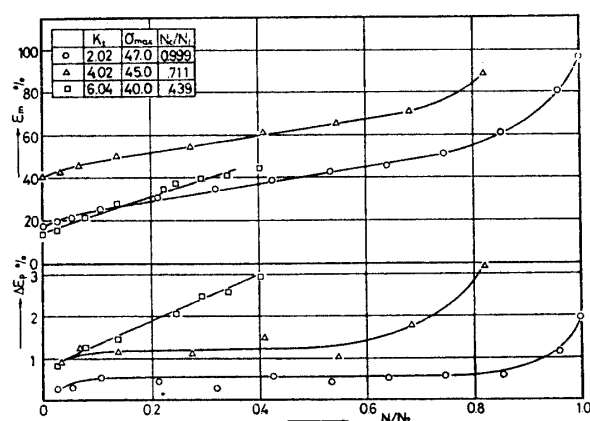


Fig. 13 Cyclic Behaviours of Plastic Strain Range $\Delta\epsilon_p$ and Permanent Strain ϵ_m at a Tip of Notch ($R=0$)

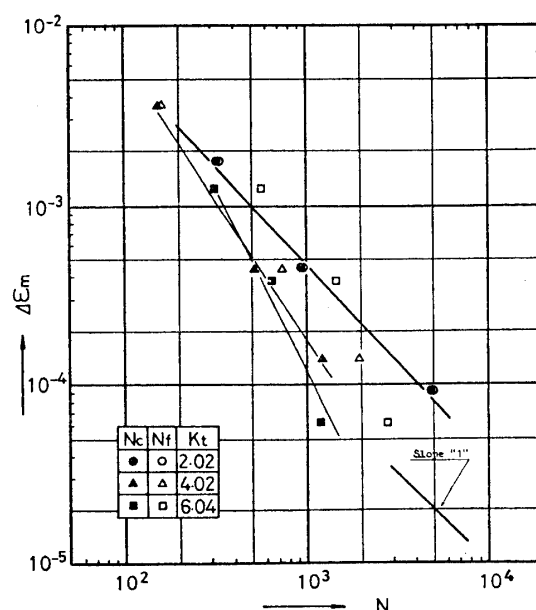


Fig. 14 Cyclic Creep Rate $\Delta\epsilon_m$ vs. Crack Initiation Life N_c and Fracture Life N_f Curve ($R=0$)

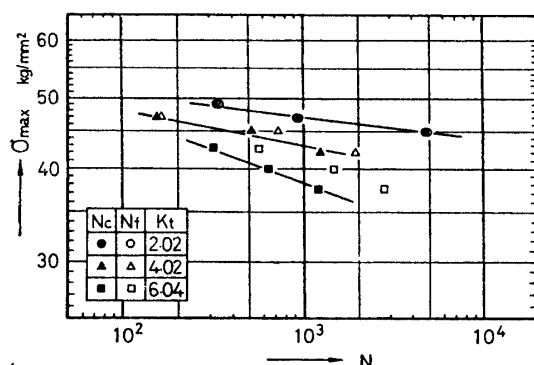


Fig. 15(a) Nominal Maximum Stress $\sigma_{\max}$ vs. Crack Initiation Life N_c and Fracture Life N_f Curve ($R=0$)

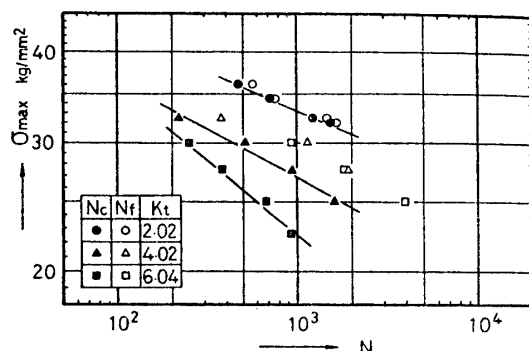


Fig. 15(b) Nominal Maximum Stress $\sigma_{\max}$ vs. Crack Initiation Life N_c and Fracture Life N_f Curve ($R=-0.8$)

塑性ひずみ幅は繰返し中漸増し、その傾向は切欠きが鋭くなるほど著しいようである。きれつ発生寿命のほぼ半分での塑性ひずみ幅を用い累積被害則 (7) 式から近似的に指数 a_N を求め Table 3 に示した。指数 a_N を (12) 式から計算した値と比較すると多少の差がある。これは前報⁸⁾ に示したように $\Delta\epsilon_m$ の影響なども考えられるが、近似的には (12) 式から得られる値で良いものと思われる。これらの結果と安藤ら¹⁸⁾ による結果とは定性的にはほぼ一致している。

Fig. 14 に定常状態でのサイクリック・クリープ速度 $\Delta\epsilon_m$ ときれつ発生寿命 N_c と破断寿命 N_f の関係を示す。 $N_c/N_f \geq 0.95$ のいわゆるサイクリック・クリープ型の破壊に対しては $\Delta\epsilon_m \cdot N = \text{定数}$ の直線関係が切欠き材についても成立し、永久変形が少なくきれつ発生の後伝播の期間がある場合には平滑材の場合と同様に¹⁹⁾ $\Delta\epsilon_m \cdot N = \text{定数}$ の関係からはずれ短寿命側に移行する傾向にある。これは永井ら^{20), 21)} も認めており、定数が $\epsilon_f/2$ になると報告している。著者らの場合も定常状態でのサイクリック・クリープ速度 $\Delta\epsilon_m$ を用いればほぼ $\Delta\epsilon_m \cdot N_f = \epsilon_f/2$ が成立する。したがってサイクリック・クリープ型の破壊を生ずる場合には、累積被害則 (7) 式は $\Sigma\Delta\epsilon_m = \epsilon_f - \epsilon_0$, ϵ_0 : 第1サイクルでの永久ひずみ, $\Delta\epsilon_m$ として定常状態での値を用いれば $\Delta\epsilon_m \cdot N_f = \epsilon_f/2$ が成立するようである。切欠き底できれつの発生、伝播の後破壊に至る場合のきれつ発生寿命に対しては $\Sigma(\Delta\epsilon_m + \Delta\epsilon_p^a) = \epsilon_f - \epsilon_0$, $\Delta\epsilon_m$ および $\Delta\epsilon_p$ の値は近似的には定常状態および $N_c/2$ での値, 指数 a は (12) 式から得られる値などを用いて良いものと思われる。

公称最大応力 $\sigma_{\max}$ ときれつ発生寿命 N_c および破断寿命 N_f の S-N 線図を Fig. 15(a) に $R=0$ の場合および Fig. 15(b) に $R=-0.8$ の場合について示した。

5 結 言

平滑材について提案した累積被害則を切欠き材のきれつ発生寿命に適用し、切欠き底の力学的状態を示すパラメータとしてひずみ挙動 ($\Delta\epsilon_m$ および $\Delta\epsilon_p$) の他にひずみ場 $|\epsilon_x|/\epsilon_y$ および塑性ひずみ集中係数 K_t を考慮することにより低サイクル疲労きれつ発生寿命を検討した。そして軟鋼 SM-41B の切欠き平板に静試験および荷重比 $R=0$ および $R=-0.8$ の定荷重試験を行った結果次のことが判明した。

(1) 切欠き底近傍のひずみ値は, gauge length の影響をうけるが, 切欠き底から 2 mm 程度からはあまり影響がないようである。

(2) 切欠き底近傍のひずみ分布状態は, 近似的に塑性ひずみ集中係数で表わすことができる。

(3) 切欠き底近傍のひずみ分布状態は, 静試験と繰返し試験では近似的に等しいと考えることができる。

(4) きれつ発生点でのひずみ挙動が同じならきれつ発生寿命が等しいと仮定することは危険側の評価をする傾向がある。したがって切欠き底のひずみ挙動の他に, 力学的状態を表わすパラメータを考慮する必要がある。

(5) 切欠き材のきれつ発生寿命は次式で与えることができる。

$$D_1 + \Sigma(\Delta\epsilon_m + \Delta\epsilon_p^a) + D_N = \epsilon_f$$

切欠き底の力学的状態を表わすパラメータとして, ひずみ場および塑性ひずみ集中係数を考慮した指数 a_N の近似式は次式で表わされる。

$$a_N = a_P \{0.483 \exp(1 + |\epsilon_x|/|\epsilon_y|) - 1.01\} (-1/K_t^{0.12} + 2)$$

謝 辞

本研究に対し大阪大学寺沢一雄名誉教授には種々有益なご意見, ご討論を賜った。モワレの写真撮影, 実験および解析には橋本聖史技官の多大の助力を得た。以上の方々に心から謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) S. S. Manson, M. H. Hirschberg : Crack Initiation and Propagation in Notched Fatigue Specimen, Proceedings of the First International Conference on Fracture, Vol.1(1966) 479~498.
- 2) R. M. Wetzel : Smooth Specimen Simulation of Fatigue Behavior of Notches, JOM, Vol.3, No.3 (1968), 646~657.
- 3) T. H. Topper, R. M. Wetzel, J. Morrow : Neuber's Rule Applied to Fatigue of Notched Specimen, JOM, Vol. 4, No.1 (1969), 200~209.
- 4) JoDean Morrow, R. M. Wetzel, T. H. Topper : Laboratory Simulation of Structural Fatigue Behavior, ASTM STP, No. 462 (1970), 74~91.
- 5) 飯田國廣, 高 允 宝 : ヒステリシスエネルギーに基づいた疲労強度減少係数の一考察, 日本造船学会論文集 第 134 号 (1973), 371~380.
- 6) J. H. Crews, H. F. Hardrath : A Study of Cyclic Plastic Stresses at a Notch, Experimental Mechanics, Vol. 6, No. 6 (1966), 313~320.
- 7) 安藤良夫, 飯田國廣, 征矢勇夫 : 切欠付広幅平板の低サイクル疲労寿命に関する一考察, 日本造船学会論文集 第 129 号 (1971), 189~201.
- 8) 八木順吉, 富田康光 : 鋼材の低サイクル疲労に関する研究, 第 2 報, 日本造船学会論文集第 134 号 (1973).
- 9) A. S. Tetelman, A. J. McEvily, Jr. : Fracture of Structural Materials, John Wiley & Sons (1967).
- 10) たとえば横堀武夫 : ミクロとマクロを結合した破壊力学の概念, 第 17 回材料強度と破壊国内総合シンポジウム論文集, (1972), 28~33.
- 11) P. F. Thomason : A Theory for Ductile Fracture by Internal Necking of Cavities, Journal of the Inst. of Metals, Vol. 96 (1968), 360~365.
- 12) P. F. Thomason : A Theoretical Relation between K_{IC} and Basic Material Properties in Ductile Metals, International Journal of Fracture Mechanics, Vol. 7, No. 4 (1971), 409~419.
- 13) 西谷弘信 : 炭素鋼の回転曲げ試験における分岐点ならびに疲れ限度の寸法効果, 日本機械学会論文集, Vol. 34, No. 259 (1968), 371~382.
- 14) 西谷弘信 : 線型破壊力学, 破壊力学とその応用に関する講習会, (1973), 14~25.
- 15) 石橋 正 : 多結晶金属試験片の両振り疲れ限度に対する応力こう配の影響, 日本機械学会論文集, Vol. 32, No. 235 (1966), 379~383.
- 16) 菊川 真 : 低サイクル疲れにおける累積損傷, 第 15 回材料強度と破壊国内総合シンポジウム論文集, (1970), 71~84.
- 17) R. E. Peterson : Stress Concentration Design Factors, John Wiley & Sons (1953).
- 18) 安藤良夫, 飯田國廣, 征矢勇夫 : 低サイクル疲労き裂の発生, 伝播と歪の繰返し挙動, 日本造船学会論文集第 128 号 (1970), 343~357.
- 19) 八木順吉, 富田康光, 福岡哲二 : 鋼材の低サイクル疲労に関する研究, 第 1 報, 日本造船学会論文集, 第 133 (1973), 257~264.
- 20) 永井欣一, 大塚昭夫, 小川量也 : 低サイクル片振り引張り疲れにおける鋼材の塑性ひずみ挙動, 日本造船学会論文集第 124 号 (1968), 355~374.
- 21) 永井欣一, 岩田光正, 西村誠二 : 低サイクル片振り引張り疲れにおける鋼材の塑性ひずみ挙動におよぼす切欠き効果, 日本造船学会論文集第 127 号 (1970), 207~214.