

(昭和 49 年 11 月日本造船学会秋季講演会において講演)

船体応答試験に使用する過渡水波の 非線型特性 (その 1)

正員 平 山 次 清*

On non-linear characters of Transient Water Waves used for
ship response tests (Report 1)

by Tsugukiyo Hirayama, *Member*

Summary

In recent years, the utility of Transient Water Wave has been proved for ship response tests and for the research of wave impact on ships, etc. Although it is apparent that its utility depends on Linearity, but the significance of non-Linear effects had not been recognized.

In this report, introducing a new type averaged Lagrangian, the author shows the non-Linear character of finite amplitude Transient Water Waves and the controllability of it.

1 緒 言

近年, 船体応答試験, 或いは波浪衝撃研究等に対して所謂“過渡水波”(Transient Water Wave)の有効性が実証されつつあるが(例えば 4, 5, 6), 過渡水波の最もユニークな点は, 従来の規則波発生に於て欠落していた“位相のコントロール”に着目した所にある。位相の制御に波の分散性を巧みに導入する事によって, 波のエネルギーを時空の或る一点の近傍に集中出来, その結果造波機の正弦駆動では実現出来ない大波高の波も発生させる事が出来る。又, 原理的には任意の空間波形及び時間波形をもつ波も発生可能である。

波は“エネルギー”と“位相”により表現される事を考えれば, その様な過渡水波が, 従来の規則波と実際の海象が有する不規則波とのギャップを埋める為の有力な武器になり得るものと思われる。

前述の過渡水波は, 現象が線型領域にある場合には伝達函数の手法で制御, 解析が可能で, 応用の手法についても竹沢他により大略完成されていると考えられるが, 非線型現象については, 実験的にも理論的にも, その特性は殆んど明らかにされておらず, 2, 3の研究例を見るに過ぎない。一方, 有限振幅ストークス波は基本的に不安定である事が明らかにされているが, 必ずしも広く認識されてはいない様に思われる。これは造波機運動振幅の微小な偏位に対して, 造波された波形が時間的に大きく変形して行く傾向が見られるというものである。この事自体, 有限振幅規則波を使用する様な水槽試験に問題がある事を意味するが, 過渡水波は振幅, 波数とも偏位しているわけであるので, その様な傾向が過渡水波についても認められる可能性もある訳である。従って, この様な特異性を過渡水波についても検討しておく事は, 過渡的水槽試験だけでなく, 船体運動を生ずる環境としての海洋波についての認識を深める上でも是非必要であると考えられる。

著者は, “過渡水波の有効性を示すには自らの制御可能限界が示される事も又必要である”との観点から, 上述した様な, 船体応答試験に用いる一次元過渡水波が, 水波としての性質を顕にする非線型の領域, 特にエネルギー集中を生ずる過渡水波の特性を, マクロ的視点から考察した結果, 興味ある結果を得たので報告する次第である。

なお, 本報告は2回にわけて行う予定であり, “その1”に於ては主として過渡水波の不安定性を扱い, “その2”に於て制御の可能性並びに波崩れを生ずる場合の問題点について言及する。但し実験は全て東京大学船舶工学科航海性能水槽で行った事を付記する。又, 過渡水波の基礎的部分に関しては文献¹⁻³⁾を参照されたい。

* 横浜国立大学工学部

2 造波に於る問題点

2.1 有限振幅定常波の不安定性

ここでは、振幅及び波長一定の進行波を“定常波”と呼ぶ事にする。有限振幅定常波の理論については、非回転流体では、ストークス以来色々な手法が試みられ、現在では任意の近似度に対する解が、電算機により求められる様になった。又、ストークス展開の収束の問題も決着がついている事は周知の事実である。ストークス波の基本的な性質としては、第2近似では波形の変形のみ、第3近似で初めて位相速度に修正項が現われる事、又、単位面積当りのポテンシャルエネルギーよりも運動エネルギーが卓越する事は良く知られている事柄であるが（最大波傾斜は $1/7$ 、この時頂角 120° 、波頂近傍の粒子の加速度は $1/2 \cdot g$ 、位相速度は 10% 増、但し g は重力の加速度）、この展開方法では高次の波数が線型周波数分散関係を満足し得ず、有限振幅による振幅分散と周波数分散効果の相互バランスにより定常波形が保たれる事になる。しかしながら、この様な有限振幅定常波が、波を支配するパラメーター（即ち波長、波高等）の徐変化に対して、特に深水に於て、基本的に不安定である事が明らかにされている^{12,13)}。

即ち、 h_0 を静水深、 k を角波数とした時、 $kh_0 > 1.363$ なる条件を満たす場合には、造波機振幅等の微小なパラツキによる定常波への微小攪乱が、波の進行に伴い成長して、造波機より遠方では最早や規則性を有しない波になってしまう。前述の条件は通常の、長水槽造波に於ては常に満されている。従って長水槽に定常波を発生させて試験を実施する際には慎重な配慮が必要となる。これは又、大振幅船体運動による発散波計測等についても言える事である。

2.2 有限振幅単一波群の不安定性

前述の現象はスペクトル上では線スペクトルに対応する波連であって、有限振幅過渡水波の場合には、最終的には連続スペクトル全体の変化を評価する必要がある。しかしながら、スペクトルの変形機構を捉えるという観点から、ここではいきなり任意の連続スペクトルを考察する⁷⁾ 事をせず、まず比較的狭帯域の矩形スペクトル

を有する過渡水波について考える。Fig. 1 にスペクトルを示す。位相部分は通常 2 次曲線であるが、狭帯域と言う事から接線近似してフーリエ逆変換した時間波形を Fig. 2 に示す。これは一定周波数を有する素成波の包絡線振幅が周期変動しつつ減少するエネルギーが一点の近傍に集中した形

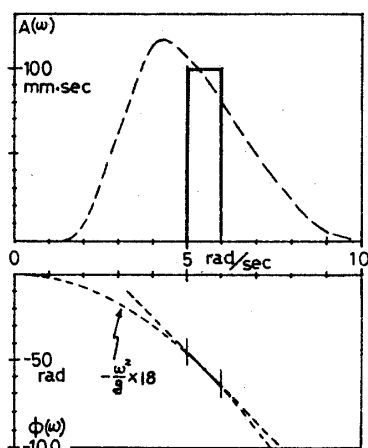


Fig. 1 狭帯域矩形スペクトル

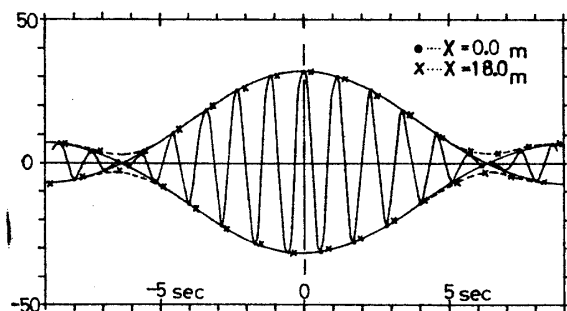


Fig. 2 狭帯域矩形スペクトル (Fig. 1 に相当) を有する波群

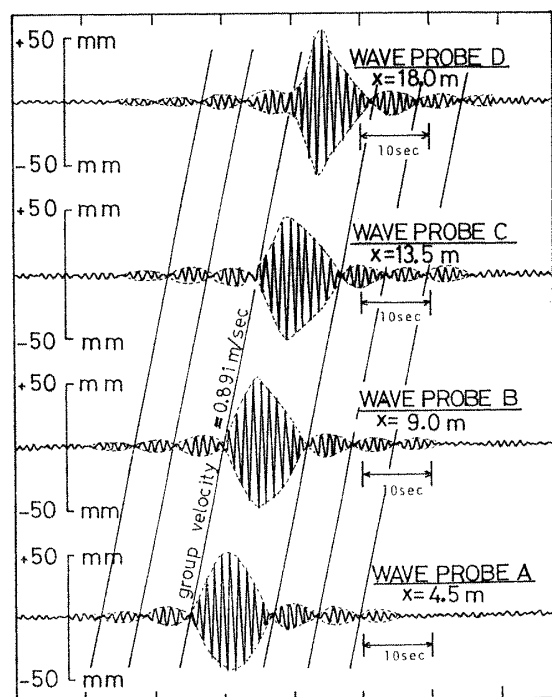


Fig. 3 矩形スペクトルを有する波群の造波例、

の波群となっている。スペクトル幅の有限性により、矢張り分散効果による包絡線変形を生ずるはずであるが、この程度の狭帯域の場合は極く僅かである。具体例として、Fig. 2 の実線で示した波群の包絡線が、18m 移動した場所で如何なる形となるか、線型分散関係によりフーリエ逆変換したものが同図に点線で示してある。この場合殆んど差異が生じておらず、この程度では、完全に波の“かたまり”として捉える事が出来ると言えよう。

この様な矩形スペクトルを有する有限振幅波群が不安定である事は、包絡線の変化が規則波のパラメーター(振幅)の徐変化によるものであると解釈すれば、前述の有限振幅定常波と同じ状況である故、直ちに推察出来る事であり、著者の行った実験でも確認された。これは Fig. 3 に実測例として示してある。波高計Aは造波板より4.5m位置、Dは18mであるが、包絡線自体があたかも長波に於る波峰の如く急峻化の特性を示している。これは、前述した様な線型周波数分散効果では説明出来ない現象である。なお、包絡線を構成する素成波の角周波数は5.5rad/secであり、各々の時間波形に対応するスペクトルを Fig. 4 に示す。漸近展開からも推察出来るように^{3,9)}、時間波形の変化とスペクトル変化の関係が良くわかる。又、一種の不安定性として、波群が分裂する例を Fig. 5 に示すが、これもスペクトルが大きく変化している事がわかる。

以上、有限振幅狭帯域過渡水波に於ても不安定性が存在する事は明らかであるが、連続スペクトルを矩形スペクトルの和として捉えた場合には、更に、スペクトル間の相互作用が問題になるので、次にその点に関して検討を加える事にする。

3 狭帯域過渡水波間の相互作用

異った波数ベクトルを有する定常波間の相互作用に関しては、Phillips¹⁰⁾等の研究があるが、前述した様な波群間の相互作用については知られていない。ここでは、波群の相互作用を考察する為に、所謂“Whithamの変分原理”を拡張した形で使用する。従ってまず、水波に於る変分原理から述べる。座標系は Fig. 6 に示す。

3.1 水波に於る変分原理

流体運動の圧力方程式と等価な変分原理は古くから知られているわけであるが、境界条件も含めて等価である事は確認されていなかった。Luke⁸⁾は後に述べる Whitham の方法と関連して、汎函数として、運動エネルギーマイナスポテンシャルエネルギーではなく、圧力をとれば、それが水波に於る微分原理と等価である事を示した。即ち、非回転運動の場合は速度ポテンシャル $\phi(x, y, t)$ を導入すれば、変分原理は

$$\delta J = \delta \int_{t_1}^{t_2} \int_{x_1}^{x_2} L dx dt = 0 \quad (1)$$

と表現される。但し

$$L = \int_0^{\eta(x,t)} P dy \quad (2)$$

$$-P/\rho = \phi_t + (\text{grad} \phi)^2/2 + gy \quad (3)$$

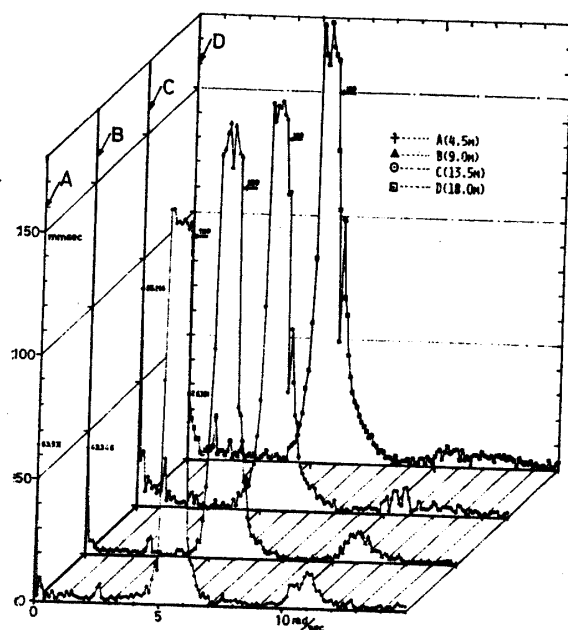


Fig. 4 Fig. 3 に対応するスペクトル

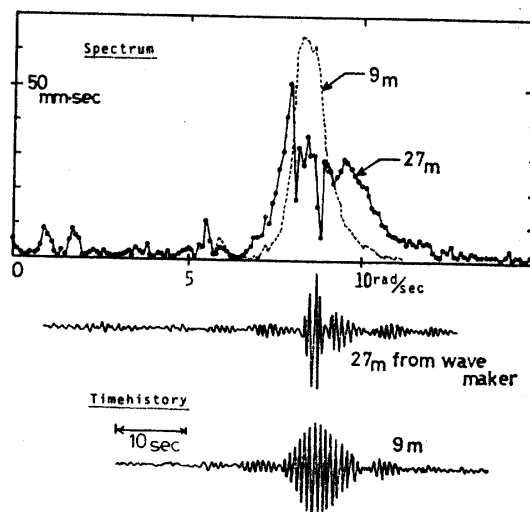


Fig. 5 狭帯域スペクトルを有する波群の造波例

であり、変分計算を実行すれば、Eulerの運動方程式並びに境界条件の全てが得られる事がわかる。深水の場合は波を決定するパラメーターとしては、振幅 a の他に位相函数 θ を導入すれば、角波数 $k=\theta_x$ 、角周波数 $\omega=-\theta_t$ であるから、 L としては

$$L=L(\theta, \theta_t, \theta_x, a) \quad (4)$$

なる形が考えられる。但し添字は偏微分を示す。

3.2 Whithamの方法

非線型分散波で、しかも振幅及び波数が時空の函数である様な、より一般的な場合の取扱いについては、前述の結果を踏まえ、更に非線型振動論で準線型系を取扱う一手法である平均法を取入れた“Whitham¹⁵⁾の方法”が知られている。これは(2)のラグランジアンを一周期にわたって平均化したものを改めて汎函数として用いる方法である。これを平均ラグランジアンと呼ぶ事にし、 $\mathcal{L}$ と書けば

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} L d\theta \quad (5)$$

と表現され、(4)に於る θ が消えて次式となる。

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}(\omega, k, a) \quad (6)$$

或いは分散関係

$$\omega = f(k, a) \quad (7)$$

より

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}(k, \omega) \quad (8)$$

の形を有すると考えられる。この手法はもともと、Whithamも述べている様に、海岸へ入射する波の碎波の問題への応用を主眼としたものであったが、その場合に限らず、環境がゆっくりと変化する場合に有効であって、色々な方面で応用されている。

Whithamの方法による重要な結果は、非線型重力波の支配方程式が双曲型となる領域と楕円型となる領域が存在し、楕円型の領域(即ち $kh_0 > 1.36$)では波速の振幅が攪乱要素の存在により時間に関して指数函数的に増大する新しい型の“衝撃的な波”の出現を予想した事である。これは一種の不安定現象であって、波数の変化が速い時、振幅が大なる時は消滅し、振幅が限界振幅の3/4を超える時は双曲型となり、波数の分裂(2つの群速度の存在)を生ずる。この様な不安定性は Benjamin¹²⁾も異った手法を用いて見出し、実験的にも確かめている。

3.3 2つの波群への拡張

前述した Whitham の平均ラグランジアン法を2つの波群の相互作用の場合に拡張する。流体の非粘性、非圧縮性、非回転を仮定し、2次元かつ有限水深の場合を扱う。又、表面張力は無視出来るものとする。波群を添字1, 2で区別し、ポテンシャル ϕ 、波高 η を

$$\left. \begin{aligned} \phi &= \phi_1 + \phi_2 \\ \eta &= \eta_1 + \eta_2 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

の形で求める。ここで ϕ, η の形については Whitham¹³⁾にならい、有限水深のストークス展開を仮定する。

$$i=1, 2 \left\{ \begin{aligned} \phi_i &= \Psi_i + \Phi_i(\theta_i, y) \end{aligned} \right. \quad (10)$$

$$\eta_i = b_i + \sum_{n=1}^{\infty} a_{in} \cdot \cos n\theta_i \quad (11)$$

$$\Phi_i = \sum_{n=1}^{\infty} (A_{in}/n) \cdot \cosh nk_i(h_0 + y) \cdot \sin n\theta_i \quad (12)$$

ここで θ は位相函数であり、次式で定義されるものである。

$$\partial\theta/\partial x = k, \quad \partial\theta/\partial t = -\omega \quad (13)$$

k, ω は規則波の場合は各々、角波数、角周波数となる。又、 Ψ は

$$\partial\Psi/\partial x = \beta, \quad \partial\Psi/\partial t = -\gamma \quad (14)$$

により定義されるもので、規則波の場合 $\Psi = \beta \cdot x - \gamma \cdot t$ であり、 β は有限振幅効果による有限水深の場合の平均流速、 γ は吸収されたベルヌーイ定数を意味するものである。(10), (11)より(2)に従ってラグランジアン L を求めた後に、(5)の代りに次式で定義される新たな平均ラグランジアン“ $\tilde{\mathcal{L}}$ ”を導入する。

$$\tilde{\mathcal{L}} = \left(\frac{1}{2\pi} \right)^2 \cdot \iint_0^{2\pi} L d\theta_1 d\theta_2 \quad (15)$$

変分原理

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} \int_{x_1}^{x_2} \tilde{\mathcal{L}} dx dt = 0 \quad (16)$$

よりオイラーの方程式を求めれば $i=1, 2$ に対して次式を得る。

$$\frac{\partial \tilde{\mathcal{L}}}{\partial a_i} = 0, \quad \frac{\partial \tilde{\mathcal{L}}}{\partial b_i} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \tilde{\mathcal{L}}}{\partial k_i} \right) - \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \tilde{\mathcal{L}}}{\partial \omega_i} \right) = 0, \quad \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \tilde{\mathcal{L}}}{\partial \beta_i} \right) - \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \tilde{\mathcal{L}}}{\partial r_i} \right) = 0 \quad (17 \cdot 1, 2, 3, 4)$$

更に、位相関数 θ , 擬位相関数 Ψ を仮定した事により

$$\frac{\partial k_i}{\partial t} + \frac{\partial \omega_i}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \beta_i}{\partial t} + \frac{\partial r_i}{\partial x} = 0 \quad (18 \cdot 1, 2)$$

が成立する必要がある。(17), (18) がシステムの支配方程式を与える。この手法の妥当性を確認する為に簡単な定常波の例について計算し, Longuet-Higgins¹⁶⁾ の示した相互作用と同一式を導ける事を確認した³⁾。(15) で導入した $\tilde{\mathcal{L}}$ について 4 次のオーダーまで求めれば, 少々面倒な演算の後次式を得る。但し水深は有限としている。

$$\begin{aligned} \tilde{\mathcal{L}} = & \left\{ \frac{1}{2} (\beta_1 + \beta_2)^2 - (r_1 + r_2) \right\} \cdot h + \frac{g}{2} \cdot (b_1 + b_2)^2 \\ & + \left[\underbrace{\frac{1}{2} E_1 \left\{ 1 - \frac{(\beta k_1 - \omega_1)^2}{g k_1 \tanh(k_1 h)} \right\}}_{(イ)} + \underbrace{\frac{1}{2} E_1^2 \frac{k_1^2 D_{01}}{g T_{01}}}_{(ロ)} \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} E_1 E_2 \frac{k_1^2}{g} + \frac{1}{8} E_1 E_2 \frac{\omega_{01} \cdot \omega_{02}}{g^2 T_{02}} \cdot \frac{(1 - T_{02}^2)^2}{1 + T_{02}^2} \left\{ \frac{k_1}{T_{02}} + \frac{k_2}{T_{01}} \right\} \right]^{(1,2)} + O(\varepsilon^6) \end{aligned} \quad (19)$$

(19) に於る大括弧の肩添字 (1, 2) は, 大括弧の中で添字 1, 2 を入れ替えたものの和をとる事を意味する。(19) 式中の記号の意味は次の通りである。

$$E_i = g a_i^2 / 2, \quad T_{0i} = \tanh k_i h_0, \quad \omega_{0i}^2 = g k_i \tanh k_i h_0 \quad i=1, 2 \quad (20 \cdot 1, 2, 3)$$

$$h = h_0 + b_1 + b_2 \quad (21)$$

(19) の (イ), (ロ) の部分が相互作用に関する項であって水深が無限大の場合は, (ロ) の部分が消える。(17・1) より有限水深の場合の非線型分散関係が得られる。

$$\omega_i \approx \beta k_i \pm \left\{ \begin{aligned} & |\omega_{01}| + k_1 \cdot b \cdot |B_{01}| / h_0 + k_1^2 \cdot D_{01} \cdot E_1 / |C_{01}| \\ & + |\omega_{01}| \cdot (k_1^2 + k_2^2) \cdot E_2 / 2g + |\omega_{01}| \cdot \omega_{01} \cdot \omega_{02} \cdot S_0 \cdot P_0 \cdot E_2 / 8g^2 \end{aligned} \right\} + O(\varepsilon^4) \quad (22)$$

但し $\pm$ は $\omega_i \geq \beta k_i$ に対応する。 ω_2 についても添字を入れ替えた同様の式が成立する。ここで

$$B_{01} = \frac{k_1 g \cdot h_0}{2 \omega_{01} \cdot \cosh^2(k_1 h_0)}, \quad P_0 = \frac{(1 - T_{02}^2)^2}{T_{02}(1 + T_{02}^2)} + \frac{(1 - T_{01}^2)^2}{T_{01}(1 + T_{01}^2)}, \quad S_0 = \frac{T_{01} \cdot k_1 + T_{02} \cdot k_2}{T_{01} \cdot T_{02}} \quad (23)$$

である。無限大水深の場合の位相速度は

$$C_1 = \frac{\omega_1}{k_1} = C_{01} \left\{ 1 + \frac{1}{g} k_1^2 E_1 + \frac{1}{2g} (k_1^2 + k_2^2) E_2 \right\} = C_{01} \left\{ 1 + \frac{1}{2} (k_1 a_1)^2 + \frac{1}{4} (k_1^2 + k_2^2) a_2^2 \right\} \quad (24)$$

となり第 2 波群の存在により位相速度が増大する事がわかる。更に無限大水深の場合について (17) に相当するオイラーの方程式を求めれば, 第 1 波群に関して

$$\frac{\partial k_1}{\partial t} \pm \frac{\partial}{\partial x} \left\{ |\omega_{01}| + \frac{k_1^2}{|C_{01}|} \cdot E_1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{k_1^2 + k_2^2}{|C_{01}|} \cdot E_2 \right\} = 0 \quad (25)$$

$$\frac{\partial E_1}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \{ C_{01g} \cdot E_1 \} = 0 \quad (26)$$

を得る。第 2 波群についても同型式の式が成立つ。但し

$$\omega_{01}^2 = g k_1, \quad C_{01} = \omega_{01} / k_1, \quad C_{01g} = \partial \omega_{01} / \partial k_1 \quad (27 \cdot 1, 2, 3)$$

であって $\pm$ の符号は $\omega \geq 0$ に対応する (Fig. 6 参照)。(25), (26) が, パラメーターがゆるやかに変化する 2 つの波群の相互作用をも含めた非線型効果に関する支配方程式であって, これを解く事により包絡線 a 及び波数 k の時間的变化が明らかとなる。

4 数 値 計 算

前節に於て波群の支配方程式が得られたので, 具体的な波群について数値計算を試みた。無限大水深に対する

基礎方程式 (25), (26) 並びに第 2 波群に対応する式を, No. 1 波群の線型群速度で移動する座標系に変換した後, 無次元振幅 A_1, A_2 , 無次元波数 W_1, W_2

$$A_1^2 = (a_1/\bar{a}_1)^2, A_2^2 = (a_2/\bar{a}_2)^2, W_1 = k_1/\bar{k}_1 - 1, W_2 = k_2/\bar{k}_2 - 1 \quad (28 \cdot 1, 2, 3, 4)$$

但し $\bar{a}, \bar{k}$ は初期最大振幅及び初期波数

を導入し, 差分近似で陽的に解いた結果を次に記す。

4.1 数値計算に用いた Model

数値計算に使用した波群は Fig. 6 で示される包絡線を有する 2 つの波群であって, 初期条件として, 各々の波群の中心周波数, 包絡線形状, 及び波群の間隔を与える。スペクトルを Fig. 7 の中にパラメーターを Table 1 に示す。周波数範囲は水槽試験との関連に於て決定した。又, パラメーターの記号の意味は Fig. 6 に示す通

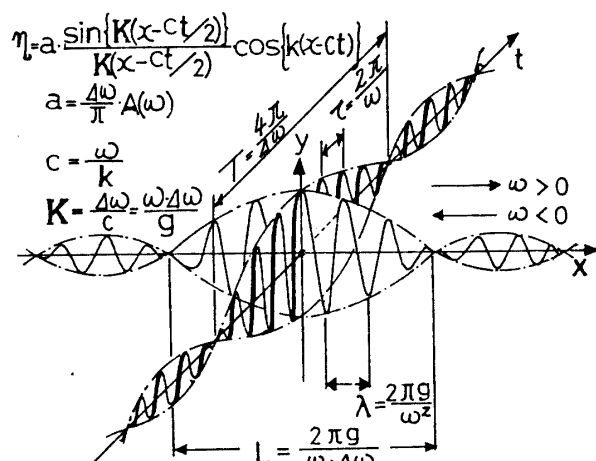


Fig. 6 矩形スペクトルを有する波群のパラメーター

Table 1 数値計算に用いた波群のパラメーター
(Fig. 6 参照)

Wave Group		No. 1	No. 2
ω	(rad/sec)	8.5	5.5
$A(\omega)$	(m·sec)	0.15	0.15
$\bar{a} = A \cdot \Delta\omega / \pi$	(m)	0.047746	0.047746
$E = g\bar{a}^2/2$	(m ³ /sec ²)	0.011170	0.011170
$H = 2\bar{a}$	(m)	0.09549	0.09549
$L = 2\pi g / \omega \Delta\omega$	(m)	7.2441	11.1955
$\lambda = 2\pi g / \omega^2$	(m)	0.8523	2.0355
$C_0 = g / \omega$	(m/sec)	1.1529	1.7818
H/λ		1/8.9286	1/21.3163
$L/\lambda = \omega / \Delta\omega$		8.5	5.5

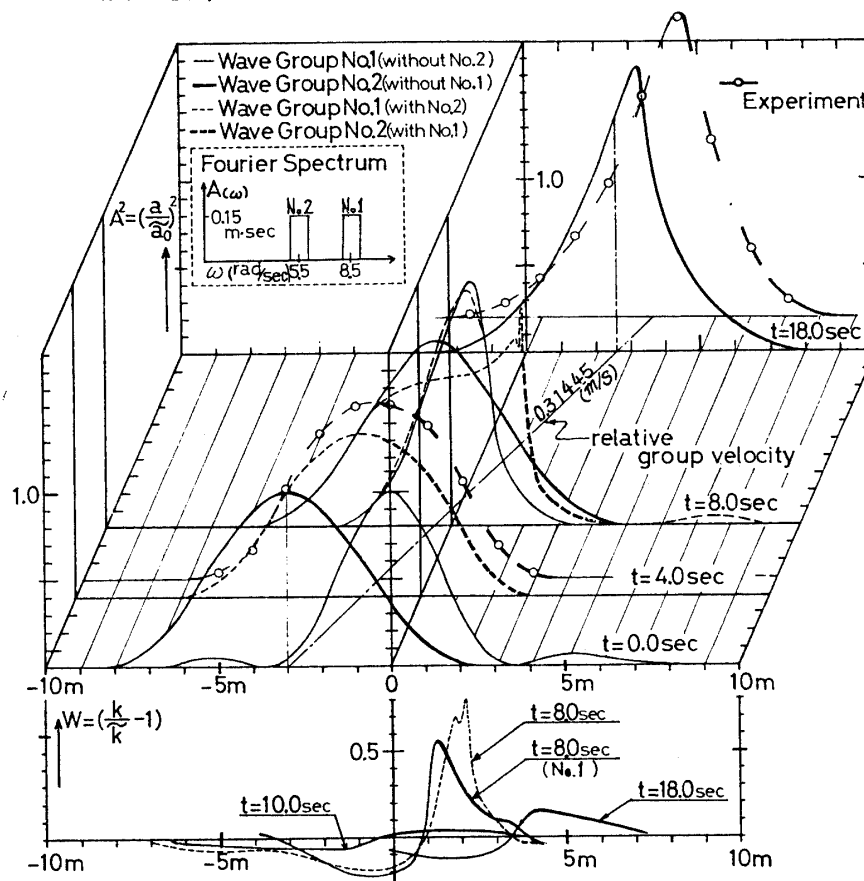


Fig. 7 波群の包絡線及び波数分布の時間的変化

りである。なお隣接した矩形スペクトルとせず、スペクトル間の間隔をとったのは、実験解析に於て合成波形より2つの波群の分離を考えた為である。

4.2 数値計算結果

波群の相互作用について述べる前に、ここで使用した Model 波群に対する Whitham の方法の妥当性を実験的に検討しておく。単独波群の場合は2つのうち一方の波群の振幅を零に設定すれば良いわけであって、計算結果を Fig. 7 の実線で示す。No. 2 単独波群について見てみると、 $t=0$ で対称であった包絡線が $t=18$ sec では非対称かつピークが尖ってくる傾向となっている。一方 Fig. 3 で示した実験は、ほぼこの計算モデルと合致しているので、この包絡線をプロットしたのが Fig. 7 の $-O-$ 印である。モデルと実験に於るスペクトルの違い等を考慮すれば、定量的にもかなり合っていると見てよく、Whitham の方法はこの程度の包絡線変化を有する波群の場合にも適用可能であると考えられる。但し Fig. 3 は時間波形であるので波長と周期の関係からスケールを変更しているが、“徐変化”である故、包絡線の空間波形、時間波形は大略相似であると考えられる。

次に相互作用を含んだ結果については Fig. 7 の点線で示す。特性を少し具体的に説明する。まず図の縦軸は包絡線振幅の2乗である事に注意されたい。座標系は No. 1 の群速度で移動しているので、No. 1 波群の位置は殆んど変化していない。一方 No. 2 波群の素成波波長は No. 1 のそれよりも大である為、No. 2 波群は No. 1 波群との相対群速度で移動し、一定時間後に No. 1 波群を超越してしまう。単独 (実線) である場合と否とでは、包絡線の時間的変化が明らかに異っており、この差異が相互作用に基づくものであると言えよう。包絡線のピークの値の時間的変化をとり出したものが Fig. 8 に示されているが、後から来る波群の発達に相互作用により抑えられている傾向が明らかである。又、Fig. 7 の下半分のグラフは、波数分布の時間的変化の様子を示している。一般的に包絡線のピーク前面では波数が増大し、後面では減少する事がわかる。波数の増大は波長の減少、従って波群中の素成波の位相速度減少を意味し、波数の減少はその逆の傾向となるから、相対的にエネルギーが波群の中央に寄る事になり、それがピークの増大、ひいては包絡線の急峻化を招く事になる。線型分散効果では包絡線が分散するはずであるのにピークが増大していくのは明らかに非線型効果である。しかし、この急峻化がある程度以上になると包絡線の曲率の影響が現象の発達を抑制する方向に働き、波群が崩壊するとしても、それは可成り遅れると思われるが、この点を説明出来ないのは本法の1つの弱点であると考えられる。即ち単独波群について、Chu-&Mei^{17,18)} 等は包絡線が発達した後、分裂して安定化する事を別法の数値計算により示し、その違いがストークス展開の Cnoid 波に対する限界に対比出来るとの注目すべき見解を示している。

2つの波群が存在する場合の抑制効果は波数分布のプラスとマイナスが打消しあうものとして説明出来ると考えられる (Fig. 9 参照)。この事は Fig. 10 に示す様に、

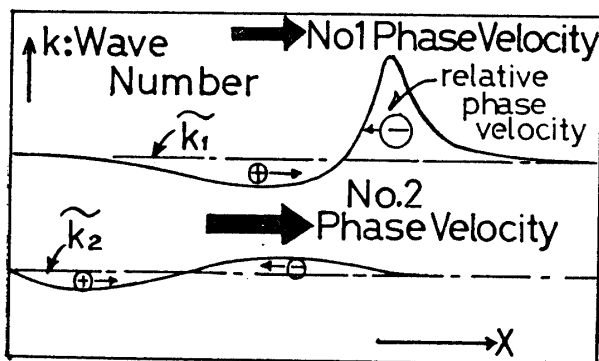


Fig. 9 抑制効果概念図

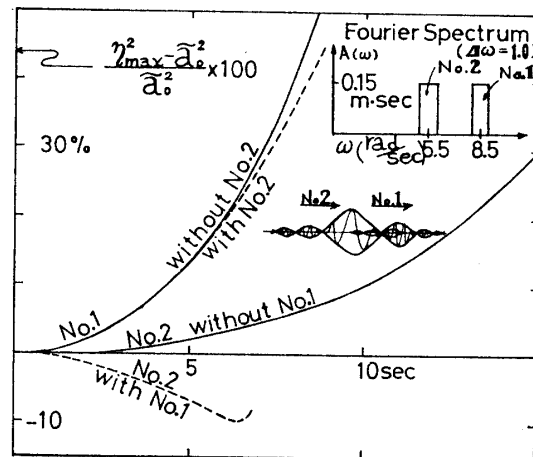


Fig. 8 包絡線最大振幅の時間的変化

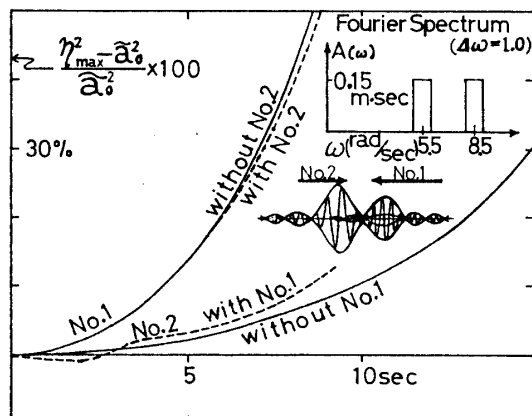


Fig. 10 包絡線最大振幅の時間的変化

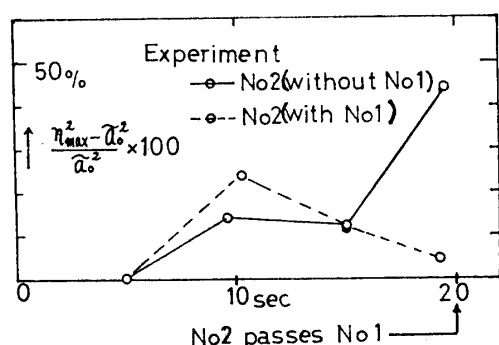


Fig. 11 中心周波数 $\omega=5.5$ rad/sec の波群の最大振幅変化率 (実験)

2つの波群が逆行する場合にも当てはまる。前述の解釈からすれば、No. 2 の波群については、まず発達が抑えられ、次に急激に増大し、又抑制されるはずであるが、Fig. 10 の矢印を見ればまさしくその様な傾向を示している事が知れよう。又、同方向に進行する2つの波群による相互作用に関する実験結果を Fig. 11 に示す。後方からの波群 No. 2 の発達が単独の場合に比べて可成り抑制されている傾向が示されている (合成波からの波群の分離については“その2”で述べる)。

5 非線型効果のスペクトルに及ぼす影響

過渡水波の制御という点からは、非線型効果により生ずるスペクトル変化に関心がある故、前節の結果を踏まえ、その事に関して定性的に述べる事にする。なお、定量的な面に関しては“その2”に於て述べる。

前節に述べた非線型波群の支配方程式並びに数値計算例は2つの波群に関するものであって、更に多くの波群が存在する場合への定量的拡大解釈は厳密性を欠く可能性がある。しかしながら、狭帯域スペクトルと言えども連続スペクトルであり、広帯域スペクトル特性の定性的評価は可能であると考えられる。数値計算で示した結果は波群の空間的特性の時間的変化であるが、勿論時間的特性の空間的変化も得られない事はない。しかしながら前節でも言及した様に、包絡線の波長程度の距離変化による空間波形分布の変化はそれ程大きくはないので、時間波形と空間波形が大略相似な傾向を持つと考えて差支えないであろう。従って、波数ベースのスペクトルについて言える事は周波数ベースのスペクトルについて言えると見てよいと考えられる。

狭帯域過渡水波は度々述べた様に不安定である。即ち包絡線のピークは時間と共に増大し、かつ尖って来る。これは、漸近展開から判断して、スペクトルのピークの増大を意味し、実験的にも裏付けられる (Fig. 4 参照)。しかしながら、広帯域過渡水波の集中を、狭帯域スペクトルを有する波群の集中として捉えるならば、前節に示した相互作用の結果、集中の前後では波群の発達が抑えられる傾向となり、スペクトル上でも単独波群から予想される程の振幅増大は現われない事になる。又、集中の極く近傍では分散効果の打消がなく、逆に発達が増大される効果となるが、近傍中での相互作用時間そのものが短いので、スペクトル上の変化も小さいと考えられる。但し過渡水波を構成する波群の先端と後端波群では上記の様な抑制効果がないので変形を生じ、帯域端部のスペクトル振幅の変形を招くと考えられるが、これは高周波部分の振幅増大という形で生じるであろう。不安定性は集中の極く近傍に限られているとすれば、過渡水波の非線型性は、定量的には Stokes 効果により大略説明がつくと考えられるが、この事は実験的事実と合致していると言える。又各々の波群の非線型性が更に強い時には、集中に於て非可逆的な波崩れを生ずるに到るが、Stokes 効果のみを考慮して推定した過渡水波の限界スペクトルは、不安定性の分だけ実際より大きめのスペクトルを与える事になる。又、以上の事から船体応答試験に用いる過渡水波として、高周波でスペクトル振幅の小さい所謂波傾斜一定の波が、安定性の見地からも、波崩れの点からも良い特性を有していると言えよう。なお、ここで Stokes 効果とは、Stokes 展開により得られる定常的な非線型効果を意味するものとする。

6 結 言

以上、紙面の制約上説明を割愛せざるを得なかった点も多々あるが、“その1”に於る結論を次に要約する。

1. 有限振幅過渡水波の安定性に関して、狭帯域の有限振幅過渡水波には不安定性が現われる事、広帯域の有限振幅集中性過渡水波ではそれが抑制される傾向がある事をモデル的な数値計算で示し、実験的にも定性的に確認した。
2. 1の結果から従来使用している様な過渡水波の、波崩れを生じない領域での非線型性は Stokes 効果のみで大略説明出来るとの見通しが得られた。
3. 過渡水波の集中を狭帯域波群の集中として理解しやすい形で示した。
4. 1の数値計算に関連して、変分原理に新たな平均ラグランジアンを導入する事により、波群の相互作用を含む支配方程式が導ける事を示し、所謂“Whithamの方法”の有効性を確認した。

謝 辞

緒言でも明らかな様に、本研究は未開拓の“境界領域”に属する問題を扱ったものであり、その研究の機会を与えられ、終始変わらずご鞭撻頂いた東京大学の元良誠三教授並びに藤野正隆助教授に深い謝意を表する次第です。

又、実験に関してご助力頂いた東大航海性能水槽の小柳氏を始め、和田、高橋、荒井、他の職員の方、並びに元良研究室の吉崎、伊田、杉田他職員諸氏、大学院生諸氏に対しても謝意を表する次第です。最後に本論文の図面に関しては本学の高山技官に負う所が大である事、数値計算には東大大型計算機センターの HITAC 8800/8700 を使用した事を付記させて頂く。

参 考 文 献

- 1) 竹沢誠二, 平山次清: 任意過渡水波の発生について, 日本造船学会論文集第 129 号 (1971).
- 2) 平山次清: 任意の過渡水波の発生について, 横浜国大修士論文 (1971).
- 3) 平山次清: 過渡水波の非線型挙動に関する研究, 東大博士論文 (1974).
- 4) 竹沢誠二: Transient Water Wave 中の船型試験法, 日本造船学会論文集第 128 号 (1970).
- 5) 竹沢誠二, 竹川正夫: 船体縦運動における過渡応答法による船型試験 (その 1~その 3), 日本造船学会論文集第 130 号 (1971), 第 131 号 (1972), 第 133 号 (1973).
- 6) 竹沢誠二: 船体縦運動における過渡応答法による船型試験 (その 4), 日本造船学会論文集第 134 号 (1973).
- 7) 別所正利: 船体運動のイムパルス応答とその発散波について, 防大理工学研究報告 Vol. 11 No. 2 (1973).
- 8) Luke, J.C.: A variational principle for a fluid with a free surface, J.F.M Vol. 27 Part 2 (1967).
- 9) Whitham, G.B.: Variational methods and applications to water waves, Proceedings of Royal Society Vol. 299 A (1967).
- 10) Lighthill, M.J.: Some special cases treated by the Whitham theory, P.R.S Vol. 299 A (1967).
- 11) Feir, J.E.: Discussion-Some results from wave pulse experiments, P.R.S Vol. 299 A (1967).
- 12) Benjamin, T.B.: Instability of periodic wave trains in nonlinear dispersive systems, P.R.S Vol. 299 A (1967).
- 13) Whitham, G.B.: Non linear dispersion of water waves, J.F.M Vol. 27 Part 2 (1967).
- 14) Whitham, G.B.: Non linear dispersive waves, P.R.S Vol. 283 A (1965).
- 15) Whitham, G.B.: A general approach to linear and non-linear dispersive waves using a Lagrangian, J.F.M Vol. 22 P 2 (1965).
- 16) Longuet-Higgins, M.S.: Resonant interactions between two trains of gravity waves, J.F.M Vol. 12 (1961).
- 17) Chu, V.H. & Mei, C.C.: On slowly-varying Stokes waves, J.F.M Vol. 41 P 4 (1970).
- 18) Chu, V.H. & Mei, C.C.: The non-linear evolution of Stokes waves in deep water, J.F.M Vol. 47 (1971).
- 19) Phillips, O.M.: On the dynamics of unsteady gravity waves of finite amplitude. Part-1. The elementary interactions, J.F.M Vol. 9 (1960).