

(昭和 49 年 11 月日本造船学会秋季講演会において講演)

# 制限水路中で水平および垂直振動する矩形断面 2次元柱体の付加質量について

正員 藤野正隆\* 正員 杉田松次\*

On the Added Mass of a Two-dimensional Rectangular Cylinder Vibrating  
in Parallel to the Free Surface and in a Perpendicular  
Direction in Restricted Waters

by Masataka Fujino, Member Matsuji Sugita, Member

## Summary

In the article [4], the authors have clarified that the hypercircle method is useful for estimating the added mass of two-dimensional cylinders with a rectangular or triangular section when vibrating in the horizontal direction very slowly. In this paper, the added mass of a rectangular cylinder floating on the surface of water and vibrating in the horizontal or vertical direction with a very high frequency is calculated by the same method also for the purpose of investigating the effect of the restricted waterway on the added mass.

As the result, it is concluded that the clearance between the side wall of the waterway and the nearer side wall of the cylinder has a considerable effect on the horizontal added mass, while the vertical added mass is affected remarkably by the clearance of water under the bottom of the body.

## 1 緒 言

3次元形状を有する船体が水面上で振動するときの付加質量に対する制限水路の効果を推定する簡便な方法は、適当な断面形状を有する2次元柱体の付加質量に対する制限水路の効果より見積ることである。そのような2次元物体が水面上で振動するときの付加質量に及ぼす制限水路の影響を論じたものとしては、Taylor<sup>1)</sup>、吉識他<sup>2)</sup>、松浦他<sup>3)</sup>等の研究がある。文献1)では制限水路影響を求めるのに、速度ポテンシャルを用いる解析的手法を探っているが、そこで取扱っている物体の形状は我々の主対象である船体で見受けられる通常の形状とはかなり異なったものである。2)では円柱について側壁影響・水深影響を論じているが、速度ポテンシャルの満たすべき境界条件は近似的に取扱われているので、極端に側壁に近い場合とか極端に水深が浅い場合などでは、推定精度がかなり甘くなる悔みがある。また文献3)では有限要素法を用いているので、原理的には任意の形状を有する2次元柱体について計算することが可能である。

本論文では著者が以前、制限水路中を横移動する2次元柱体（矩形および三角形断面形状の）の付加質量を求めるのに用いた、Hypercircle Methodを再度用いて<sup>4)</sup>、矩形断面2次元柱体が制限水路の水面において水平または垂直振動するときの付加質量を求めて、このような運動に対する付加質量に及ぼす側壁および水路底の影響の度合いを明らかにしようとするものである。

すなわち、運動の角周波数 $\omega$ が非常に大きいものとすれば、自由表面の条件  $\omega^2\phi = g\partial\phi/\partial y$  は  $\phi = 0$  と考えることができる。このような条件を自由表面が満たすときの付加質量は流体の運動エネルギーによって定義できることはよく知られているので、ここでも、そのような定義による付加質量を求ることにする。

なお2次元柱体の断面形状として矩形断面にとくに注目したのは、一般に3次元形状を有する船体の付加質量

\* 東京大学工学部船舶工学科

のうち船首尾端に近い部分のそれは、流れの3次元性の影響を受けるとともに、この部分の付加質量の全付加質量に対する比率が小さいこともある、主として船体中央部に対する付加質量に着目すればよいとの考慮から、船体中央部に見られる形状の代表として矩形断面を考えたということによるためである。

## 2 水平および垂直振動に対する付加質量の計算法

文献4)で述べたように、Hypercircle Methodで付加質量を推定する場合、下界の値  $q^2$  が付加質量の近似値としてすぐれていたので、ここでも付加質量の推定値として  $q^2$  の値を採用することにした。したがって、もっぱら下界  $q^2$  の値を求めるに専念している。

### 2.1 水路の中心で水平振動する場合の付加質量

後に水路中心からはずれた位置で水平および垂直振動する場合を取り扱うので、ここに述べる水路中心での振動の場合もそのうちの特別な場合として考えることができ、敢えて水路中心での振動の場合をわけて述べる必要はないのであるが、水路中心で振動する場合に限って考察する場合には、考察の対象となる流体領域を狭くすることができるので、一般には計算の精度を容易に上げることが可能である。そこでまず、水路中心で水平および垂直振動する場合を考える。Fig. 1にこの場合に考察すべき流体領域の右半分と、自由表面および水路中心線での条件を示した。垂直振動 ( $\omega = \infty$ ) の場合の自由表面および水路中心線上での条件は、 $\omega = 0$  での水平運動における水路中心線上および自由表面での条件にそれぞれ対応している。したがって垂直振動の付加質量はすでに述べた文献4)の方法で計算することができるし、さらに文献4)の水平移動に対する付加質量の結果も、側壁と水路底の役割を入れ換えて考えればそのまま垂直振動の付加質量と考えることができるので、ここでは水平振動 ( $\omega = \infty$ ) の場合のみを考察の対象とする。

$n$  を物体からの外向きの法線方向とすれば、Fig. 1 a) の流体運動を表わす速度ポテンシャル  $\phi$  は次の諸式で定式化される。

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 \quad \text{in } S \\ \frac{\partial \phi}{\partial n} = \begin{cases} 0 & \text{on } \Gamma_3, \Gamma_5, \Gamma_6 \\ 1 & \text{on } \Gamma_2 \\ 0 & \text{on } \Gamma_1, \Gamma_4 \end{cases} \\ \phi = 0 \end{array} \right\} \quad (1)$$

このような(1)式を満足する  $\phi$  の Dirichlet 内積  $s^2$  はとりもなおさず付加質量であり、

$$q^2 \leq s^2 = \iint_S \left\{ \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 \right\} dx dy \leq p^2 \quad (2)$$

のごとく下界  $q^2$  および上界  $p^2$  で上下から押えることができ、そのときの下界  $q^2$  は次のように定義された  $\Omega^*$  部分空間の任意個のベクトル  $J_k$  ( $k = 1, 2, \dots$ ) の線形結合として(3)式で表わされたベクトル  $q$  自身の内積である。さらに(3)式の未定係数  $b_k$  は、(4)式の連立1次方程式を解くことによって決定されるものである(詳しくは文献4)を参照のこと)。

$$q = \sum_{k=1}^M b_k J_k \quad (3)$$

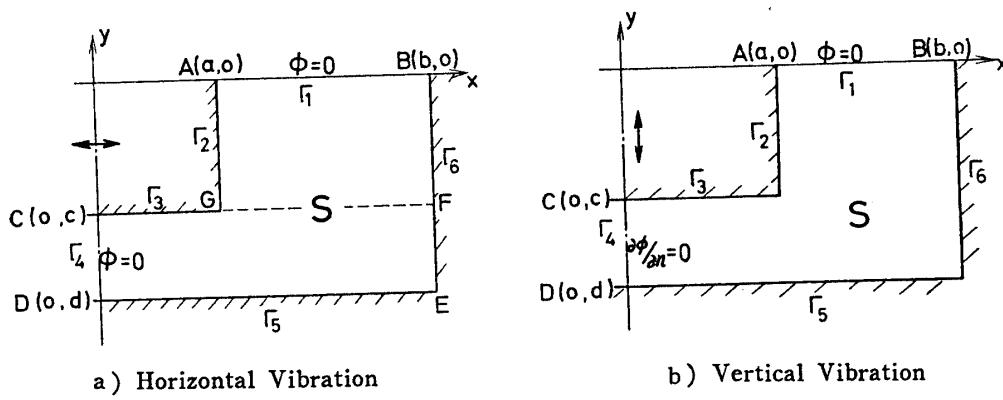


Fig. 1 Horizontal and Vertical Vibrations of a Rectangular Cylinder at the Center of a Rectangular Channel

$$\left( \sum_{k=1}^M b_k J_k - \bar{p}, J_l \right) = 0 \quad l = 1, 2, \dots, M \quad (4)$$

ただし  $\Pi$  ベクトル空間,  $\Omega^*$  部分空間は次のように定義されたものである。

a)  $\Pi$  ベクトル空間: この空間のベクトル  $p = (p_1, p_2)$  の2成分  $p_1, p_2$  は次の(5)式を満足する。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial p_1}{\partial x} + \frac{\partial p_2}{\partial y} &= 0 & \text{in } S \\ p_1 \frac{\partial x}{\partial n} + p_2 \frac{\partial y}{\partial n} &= \begin{cases} 0 & \text{on } \Gamma_3, \Gamma_5, \Gamma_6 \\ 1 & \text{on } \Gamma_2 \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

b)  $\Omega^*$  部分空間: この空間のベクトル  $q^* = (q_1^*, q_2^*)$  の2成分  $q_1^*, q_2^*$  は, 境界  $\Gamma_1, \Gamma_4$  で  $\phi^* = 0$  を満たす  $\phi^*$  より微分  $q_1^* = \frac{\partial \phi^*}{\partial x}, q_2^* = \frac{\partial \phi^*}{\partial y}$  によって決定される。

ここでは  $\Omega^*$  ベクトル  $J_k (k=1, 2, \dots)$  として, 次のように定義されたものを用いたことにした。まず  $\phi^*$  として,

$$\phi^* = A \sin \frac{(2n+1)\pi x}{2b} \sin \frac{(2m+1)\pi y}{2d} \quad (n, m = 0, 1, 2, \dots) \quad (6)$$

を採用する。ただし  $A$  は任意定数であるが, 以下では  $A = 2b$  とした。しかばん, ベクトル  $J_k$  は,

$$J_k = \left[ (2n+1)\pi \cos \frac{(2n+1)\pi x}{2b} \sin \frac{(2m+1)\pi y}{2d}, \frac{(2m+1)\pi b}{d} \sin \frac{(2n+1)\pi x}{2b} \cos \frac{(2m+1)\pi y}{2d} \right] \quad (7)$$

ただし  $k = \frac{n(n+1)}{2} + nm + \frac{m(m+3)}{2} + 1$

となる。 $J_l$  についても同様である。

$$J_l = \left[ (2n'+1)\pi \cos \frac{(2n'+1)\pi x}{2b} \sin \frac{(2m'+1)\pi y}{2d}, \frac{(2m'+1)\pi b}{d} \sin \frac{(2n'+1)\pi x}{2b} \cos \frac{(2m'+1)\pi y}{2d} \right] \quad (8)$$

$l = \frac{n'(n'+1)}{2} + n'm' + \frac{m'(m'+3)}{2} + 1$

また  $\Pi$  ベクトルの任意のベクトル  $\bar{p}$  としては次のものを採用した。

$$\left. \begin{aligned} \text{領域 AGFB では } \bar{p}_1 &= \frac{b-x}{b-a}, \quad \bar{p}_2 = \frac{y-c}{b-a} \\ \text{その他の領域では } \bar{p}_1 &= \bar{p}_2 = 0 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

以上に定義された  $J_k, J_l, \bar{p}$  を用いて(4)式を未定係数  $b_k$  について解くのに必要な内積  $(J_k, J_l), (\bar{p}, J_k)$  を求めた結果は下記のとおりである。

・内積  $(J_k, J_l)$  の値:

(a)  $n \neq n', m \neq m'$  のとき

$$\begin{aligned} (J_k, J_l) = & - (2n+1)(2n'+1)\pi^2 \left[ \frac{b}{2(n-n')\pi} \sin \frac{(n-n')\pi a}{b} + \frac{b}{2(n+n'+1)\pi} \sin \frac{(n+n'+1)\pi a}{b} \right] \\ & \times \left[ -\frac{d}{2(m-m')\pi} \sin \frac{(m-m')\pi c}{d} + \frac{d}{2(m+m'+1)\pi} \sin \frac{(m+m'+1)\pi c}{d} \right] \\ & - \frac{(2m+1)(2m'+1)\pi^2 b^2}{d^2} \left[ \frac{b}{2(n-n')\pi} \sin \frac{(n-n')\pi a}{b} - \frac{b}{2(n+n'+1)\pi} \sin \frac{(n+n'+1)\pi a}{b} \right] \\ & \times \left[ -\frac{d}{2(m-m')\pi} \sin \frac{(m-m')\pi c}{d} - \frac{d}{2(m+m'+1)\pi} \sin \frac{(m+m'+1)\pi c}{d} \right] \end{aligned} \quad (10)$$

(b)  $n \neq n', m = m'$  のとき

$$\begin{aligned} (J_k, J_l) = & - (2n+1)(2n'+1)\pi^2 \left[ \frac{b}{2(n-n')\pi} \sin \frac{(n-n')\pi a}{b} + \frac{b}{2(n+n'+1)\pi} \sin \frac{(n+n'+1)\pi a}{b} \right] \\ & \times \left[ -\frac{c}{2} + \frac{d}{2(2m+1)\pi} \sin \frac{(2m+1)\pi c}{d} \right] \\ & - \frac{(2m+1)^2 \pi^2 b^2}{d^2} \left[ \frac{b}{2(n-n')\pi} \sin \frac{(n-n')\pi a}{b} - \frac{b}{2(n+n'+1)\pi} \sin \frac{(n+n'+1)\pi a}{b} \right] \\ & \times \left[ -\frac{c}{2} - \frac{d}{2(2m+1)\pi} \sin \frac{(2m+1)\pi c}{d} \right] \end{aligned} \quad (11)$$

(c)  $n=n', m \neq m'$  のとき

$$\begin{aligned}
 (J_k, J_l) = & -(2n+1)^2 \pi^2 \left[ \frac{a}{2} + \frac{b}{2(2n+1)\pi} \sin \frac{(2n+1)\pi a}{b} \right] \\
 & \times \left[ -\frac{d}{2(m-m')\pi} \sin \frac{(m-m')\pi c}{d} + \frac{d}{2(m+m'+1)\pi} \sin \frac{(m+m'+1)\pi c}{d} \right] \\
 & - \frac{(2m+1)(2m'+1)\pi^2 b^2}{d^2} \left[ \frac{a}{2} - \frac{b}{2(2n+1)\pi} \sin \frac{(2n+1)\pi a}{b} \right] \\
 & \times \left[ \frac{d}{2(m-m')\pi} \sin \frac{(m-m')\pi c}{d} - \frac{d}{2(m+m'+1)\pi} \sin \frac{(m+m'+1)\pi c}{d} \right] \tag{12}
 \end{aligned}$$

(d)  $n=n', m=m'$  のとき

$$\begin{aligned}
 (J_k, J_l) = & -(2n+1)^2 \pi^2 \cdot \frac{bd}{4} \\
 & - (2n+1)^2 \pi^2 \left[ \frac{a}{2} + \frac{b}{2(2n+1)\pi} \sin \frac{(2n+1)\pi a}{b} \right] \left[ -\frac{c}{2} + \frac{d}{2(2m+1)\pi} \sin \frac{(2m+1)\pi c}{d} \right] \\
 & - \frac{(2m+1)^2 \pi^2 b^2}{d^2} \cdot \frac{bd}{4} \\
 & - \frac{(2m+1)^2 \pi^2 b^2}{d^2} \left[ \frac{a}{2} - \frac{b}{2(2n+1)\pi} \sin \frac{(2n+1)\pi a}{b} \right] \left[ -\frac{c}{2} - \frac{d}{2(2m+1)\pi} \sin \frac{(2m+1)\pi c}{d} \right] \tag{13}
 \end{aligned}$$

・内積  $(\bar{p}, J_k)$  の値

$$(\bar{p}, J_k) = \frac{4bd}{(2m+1)\pi} \sin \frac{(2n+1)\pi a}{2b} \left[ 1 - \cos \frac{(2m+1)\pi c}{2d} \right] \tag{14}$$

これら内積の値は、物体の形状  $a, c$ 、水路の形状  $b, d$  を与え  $n, m$  を決めれば直ちに求められるので、(4)式より  $b_k$  を定め、さらに(3)式より下界  $q^2$  (付加質量の近似値) を容易に計算することができる。なお、 $n, m$

の値の変化のさせ方は文献4)の場合と同じで、順次  $n, m$  を変えていき(すなわち  $k$  を  $1, 2, \dots$  と次第に大きくしていく)、 $q^2$  の値がほぼ定常値に達したと思われるところで計算を打切る。

## 2.2 水路の中心からはずれて水平および垂直振動する場合の付加質量

この場合に考察の対象となる流体領域をFig. 2に示した。境界  $\Gamma_1$  および  $\Gamma_5$  が自由表面で、 $\Gamma_6, \Gamma_8$  が側壁、 $\Gamma_7$  が水路底である。水平振動か垂直振動かで、2次元柱体の物体表面上の境界条件は異なるが、

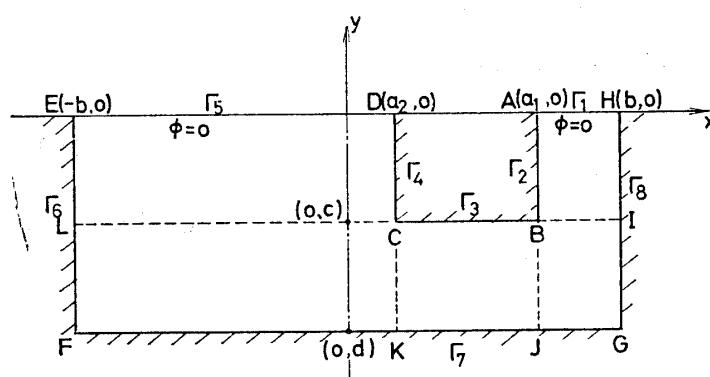


Fig. 2 Off-center Vibration of a Rectangular Cylinder in a Rectangular Channel

他の境界条件は同一である。すなわち水平振動では

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} &= 0 & \text{in } S \\
 \frac{\partial \phi}{\partial n} &= \begin{cases} 0 & \text{on } \Gamma_3, \Gamma_6, \Gamma_7, \Gamma_8 \\ 1 & \text{on } \Gamma_2 \\ -1 & \text{on } \Gamma_4 \end{cases} \\
 \phi &= 0 & \text{on } \Gamma_1, \Gamma_5
 \end{aligned} \right\} \tag{15}$$

であるのに対し、垂直振動では

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} &= 0 & \text{in } S \\
 \frac{\partial \phi}{\partial n} &= \begin{cases} 0 & \text{on } \Gamma_2, \Gamma_4, \Gamma_6, \Gamma_7, \Gamma_8 \\ 1 & \text{on } \Gamma_3 \\ -1 & \text{on } \Gamma_1, \Gamma_5 \end{cases} \\
 \phi &= 0
 \end{aligned} \right\} \tag{16}$$

である。

したがって自由表面  $\Gamma_1, \Gamma_5$  で  $\phi^*=0$  を満たす  $\phi^*$  より、微分  $q_1^* = \partial\phi^*/\partial x, q_2^* = \partial\phi^*/\partial y$  で 2 成分  $q_1^*, q_2^*$  が決定されるベクトル  $q^*$  の空間  $\Omega^*$  としては、水平振動および垂直振動のいずれにも対しても、同一の空間を選ぶことができる。

そこで本論文では  $\phi^*$  として

$$\phi^* = 2b \sin \frac{(2n+1)\pi y}{2d} \cos \frac{m\pi(x-b)}{2b} \quad n, m = 0, 1, 2, \dots \quad (17)$$

を用いることにした。その結果、 $J_k, J_l$  は

$$\left. \begin{aligned} J_k &= \left[ -m\pi \sin \frac{m\pi(x-b)}{2b} \sin \frac{(2n+1)\pi y}{2d}, \frac{(2n+1)\pi b}{d} \cos \frac{m\pi(x-b)}{2b} \cos \frac{(2n+1)\pi y}{2d} \right] \\ J_l &= \left[ -m'\pi \sin \frac{m'\pi(x-b)}{2b} \sin \frac{(2n'+1)\pi y}{2d}, \frac{(2n'+1)\pi b}{d} \cos \frac{m'\pi(x-b)}{2b} \cos \frac{(2n'+1)\pi y}{2d} \right] \\ \text{ただし} \quad k &= \frac{n(n+1)}{2} + nm + \frac{m(m+3)}{2} + 1 \\ l &= \frac{n'(n'+1)}{2} + n'm' + \frac{m'(m'+3)}{2} + 1 \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

となる。

したがって内積  $(J_k, J_l)$  は次のとおりである。

(a)  $n \neq n', m \neq m'$

$$\begin{aligned} (J_k, J_l) &= -mm'\pi^2 \left[ -\frac{d}{2(n-n')\pi} \sin \frac{(n-n')\pi c}{d} + \frac{d}{2(n+n'+1)\pi} \sin \frac{(n+n'+1)\pi c}{d} \right] \\ &\quad \times \left[ \frac{b}{(m-m')\pi} \left\{ \sin \frac{(m-m')\pi(a_1-b)}{2b} - \sin \frac{(m-m')\pi(a_2-b)}{2b} \right\} \right. \\ &\quad \left. - \frac{b}{(m+m')\pi} \left\{ \sin \frac{(m+m')\pi(a_1-b)}{2b} - \sin \frac{(m+m')\pi(a_2-b)}{2b} \right\} \right] \\ &\quad - \frac{(2n+1)(2n'+1)\pi^2b^2}{d^2} \left[ -\frac{d}{2(n-n')\pi} \sin \frac{(n-n')\pi c}{d} - \frac{d}{2(n+n'+1)\pi} \sin \frac{(n+n'+1)\pi c}{d} \right] \\ &\quad \times \left[ \frac{b}{(m-m')\pi} \left\{ \sin \frac{(m-m')\pi(a_1-b)}{2b} - \sin \frac{(m-m')\pi(a_2-b)}{2b} \right\} \right. \\ &\quad \left. + \frac{b}{(m+m')\pi} \left\{ \sin \frac{(m+m')\pi(a_1-b)}{2b} - \sin \frac{(m+m')\pi(a_2-b)}{2b} \right\} \right] \end{aligned} \quad (19)$$

(b)  $n \neq n', m = m', m \cdot m' \neq 0$  のとき

$$\begin{aligned} (J_k, J_l) &= -m^2\pi^2 \left[ -\frac{d}{2(n-n')\pi} \sin \frac{(n-n')\pi c}{d} + \frac{d}{2(n+n'+1)\pi} \sin \frac{(n+n'+1)\pi c}{d} \right] \\ &\quad \times \left[ \frac{a_1-a_2}{2} - \frac{b}{2m\pi} \left\{ \sin \frac{m\pi(a_1-b)}{b} - \sin \frac{m\pi(a_2-b)}{b} \right\} \right] \\ &\quad - \frac{(2n+1)(2n'+1)\pi^2b^2}{d^2} \left[ -\frac{d}{2(n-n')\pi} \sin \frac{(n-n')\pi c}{d} - \frac{d}{2(n+n'+1)\pi} \sin \frac{(n+n'+1)\pi c}{d} \right] \\ &\quad \times \left[ \frac{a_1-a_2}{2} + \frac{b}{2m\pi} \left\{ \sin \frac{m\pi(a_1-b)}{b} - \sin \frac{m\pi(a_2-b)}{b} \right\} \right] \end{aligned} \quad (20)$$

(c)  $n \neq n', m = m' = 0$  のとき

$$(J_k, J_l) = -\frac{(2n+1)(2n'+1)\pi^2b^2}{d^2} \left[ -\frac{d}{2(n-n')\pi} \sin \frac{(n-n')\pi c}{d} - \frac{d}{2(n+n'+1)\pi} \sin \frac{(n+n'+1)\pi c}{d} \right] (a_1 - a_2) \quad (21)$$

(d)  $n = n', m \neq m'$  のとき

$$\begin{aligned} (J_k, J_l) &= -mm'\pi^2 \left[ -\frac{c}{2} + \frac{d}{2(2n+1)\pi} \sin \frac{(2n+1)\pi c}{d} \right] \\ &\quad \times \left[ \frac{b}{(m-m')\pi} \left\{ \sin \frac{(m-m')\pi(a_1-b)}{2b} - \sin \frac{(m-m')\pi(a_2-b)}{2b} \right\} \right. \\ &\quad \left. - \frac{b}{(m+m')\pi} \left\{ \sin \frac{(m+m')\pi(a_1-b)}{2b} - \sin \frac{(m+m')\pi(a_2-b)}{2b} \right\} \right] \\ &\quad - \frac{(2n+1)^2\pi^2b^2}{d^2} \left[ -\frac{c}{2} - \frac{d}{2(2n+1)\pi} \sin \frac{(2n+1)\pi c}{d} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times \left[ \frac{b}{(m-m')\pi} \left\{ \sin \frac{(m-m')\pi(a_1-b)}{2b} - \sin \frac{(m-m')\pi(a_2-b)}{2b} \right\} \right. \\ & \left. + \frac{b}{(m+m')\pi} \left\{ \sin \frac{(m+m')\pi(a_1-b)}{2b} - \sin \frac{(m+m')\pi(a_2-b)}{2b} \right\} \right] \end{aligned} \quad (22)$$

(e)  $n=n'$ ,  $m=m'$ ,  $m \cdot m' \neq 0$  のとき

$$\begin{aligned} (J_k, J_l) = & -m^2\pi^2 \cdot \frac{bd}{2} - m^2\pi^2 \left[ -\frac{c}{2} + \frac{d}{2(2n+1)\pi} \sin \frac{(2n+1)\pi c}{d} \right] \\ & \times \left[ \frac{a_1-a_2}{2} - \frac{b}{2m\pi} \left\{ \sin \frac{m\pi(a_1-b)}{b} - \sin \frac{m\pi(a_2-b)}{b} \right\} \right] \\ & - \frac{(2n+1)^2\pi^2b^2}{d^2} \cdot \frac{bd}{2} - \frac{(2n+1)^2\pi^2b^2}{d^2} \left[ -\frac{c}{2} - \frac{d}{2(2n+1)\pi} \sin \frac{(2n+1)\pi c}{d} \right] \\ & \times \left[ \frac{a_1-a_2}{2} + \frac{b}{2m\pi} \left\{ \sin \frac{m\pi(a_1-b)}{b} - \sin \frac{m\pi(a_2-b)}{b} \right\} \right] \end{aligned} \quad (23)$$

(f)  $n=n'$ ,  $m=m'=0$  のとき

$$(J_k, J_l) = -\frac{(2n+1)^2\pi^2b^2}{d^2} \cdot bd - \frac{(2n+1)^2\pi^2b^2}{d^2} \left[ -\frac{c}{2} - \frac{d}{2(2n+1)\pi} \sin \frac{(2n+1)\pi c}{d} \right] (a_1-a_2) \quad (24)$$

一方、IIベクトルの  $\bar{p}$  は水平振動と垂直振動とでは異なる。

(i) 水平振動: この場合の  $\bar{p}$  としては下記の定義によるものを用いた。

$$\left. \begin{aligned} \text{領域 ABIH では} \quad \bar{p}_1 &= \frac{b-x}{b-a_1}, \quad \bar{p}_2 = \frac{y-c}{b-a_1} \\ \text{領域 CDEL では} \quad \bar{p}_1 &= \frac{x+b}{b+a_2}, \quad \bar{p}_2 = \frac{c-y}{b+a_2} \\ \text{その他の領域では} \quad \bar{p}_1 &= \bar{p}_2 = 0 \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

このとき、内積  $(\bar{p}, J_k)$  は

$$(\bar{p}, J_k) = \frac{4bd}{(2n+1)\pi} \left[ 1 - \cos \frac{(2n+1)\pi c}{2d} \right] \left[ \cos \frac{m\pi(a_1-b)}{2b} - \cos \frac{m\pi(a_2-b)}{2b} \right] \quad (26)$$

となる。

(ii) 垂直振動: この場合の  $\bar{p}$  としては下記の定義によるものを用いた。

$$\left. \begin{aligned} \text{領域 ABIH では} \quad \bar{p}_1 &= 0, \quad \bar{p}_2 = \frac{a_1-a_2}{2(b-a_1)} \\ \text{領域 BJGI では} \quad \bar{p}_1 &= -\frac{(a_1-a_2)(x-b)}{2(c-d)(b-a_1)}, \quad \bar{p}_2 = \frac{(a_1-a_2)(y-d)}{2(c-d)(b-a_1)} \\ \text{領域 BCKJ では} \quad \bar{p}_1 &= \frac{2x-a_1-a_2}{2(c-d)}, \quad \bar{p}_2 = \frac{d-y}{c-d} \\ \text{領域 CLFK では} \quad \bar{p}_1 &= -\frac{(a_1-a_2)(x+b)}{2(c-d)(b+a_2)}, \quad \bar{p}_2 = \frac{(a_1-a_2)(y-d)}{2(c-d)(b+a_2)} \\ \text{領域 CDEL では} \quad \bar{p}_1 &= 0, \quad \bar{p}_2 = \frac{a_1-a_2}{2(b+a_2)} \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

このときの内積  $(\bar{p}, J_k)$  は次のとおりである。

(a)  $m \neq 0$  のとき

$$(\bar{p}, J_k) = -\frac{4b^2}{m\pi} \sin \frac{(2n+1)\pi c}{2d} \left[ \sin \frac{m\pi(a_1-b)}{2b} - \sin \frac{m\pi(a_2-b)}{2b} \right] \quad (28)$$

(b)  $m=0$  のとき

$$(\bar{p}, J_k) = -2b(a_1-a_2) \sin \frac{(2n+1)\pi c}{2d} \quad (29)$$

以上に記した諸内積の値を用いて(4)式より  $b_k$  を求め、それを用いて付加質量の下界  $q^2$  を求めることは 2.1 と同様である。

### 3 計算の実例

まず矩形断面を有する水路の中心において矩形断面を有する2次元柱体が水平振動 ( $\omega=\infty$ ) する場合の付加質量  $m_x$  (下界の  $q^2$  を近似的な付加質量と見做す) を求めた例を Table 1 に示した。  $q^2$  の値の欄で括弧を付

Table 1 Added Mass of Two-dimensional Rectangular Cylinders vibrating in parallel to the Free Surface

a	b	c	d	lower bound of added mass $q^2 \left( \frac{1}{m_x} \right)$	$m_x/m$ ( $\omega = \infty$ )	$m_x/m$ ( $\omega = 0$ )
2.0	2.1	-2.0	-2.1	16.76 (16.38)*	4.191	26.68
2.0	2.2	-2.0	-2.2	8.530	2.133	13.64
2.0	2.4	-2.0	-2.4	4.485	1.121	7.203
2.0	2.6	-2.0	-2.6	3.194	0.7985	4.920
2.0	2.8	-2.0	-2.8	2.586	0.6466	—
2.0	3.0	-2.0	-3.0	2.245	0.5613	3.253
2.0	5.0	-2.0	-5.0	1.538 (1.543)	0.3845	1.565
2.0	7.0	-2.0	-7.0	1.481	0.3701	1.294
2.0	10.0	-2.0	-10.0	1.405 (1.448)	0.3512	1.152
2.0	3.0	-2.0	-2.1	3.013 (2.868)	0.7534	21.43
2.0	3.0	-2.0	-2.2	2.851	0.7127	11.36
2.0	3.0	-2.0	-2.4	2.617	0.6543	6.296
2.0	3.0	-2.0	-2.6	2.458	0.6144	4.594
2.0	3.0	-2.0	-2.8	2.338	0.5844	—
2.0	3.0	-2.0	-3.0	2.245	0.5613	3.252
2.0	3.0	-2.0	-5.0	1.929	0.4822	2.107
2.0	3.0	-2.0	-7.0	1.905	0.4763	2.009
2.0	3.0	-2.0	-10.0	1.877	0.4693	—
2.0	2.2	-2.0	-2.1	10.14	2.535	23.46
2.0	2.2	-2.0	-2.2	8.530	2.133	13.64
2.0	2.2	-2.0	-2.4	6.973	1.743	8.845
2.0	2.2	-2.0	-2.6	6.257	1.564	7.233
2.0	2.2	-2.0	-3.0	5.606	1.402	6.078
2.0	2.2	-2.0	-5.0	5.093	1.273	5.190
2.0	2.2	-2.0	-7.0	5.002	1.250	4.898
2.0	2.2	-2.0	-10.0	4.911	1.228	4.880
2.0	2.1	-2.0	-3.0	9.272 (7.483)	2.318	9.580
2.0	2.2	-2.0	-3.0	5.606	1.401	6.075
2.0	2.4	-2.0	-3.0	3.582	0.8955	4.248
2.0	2.6	-2.0	-3.0	2.851	0.7128	3.675
2.0	2.8	-2.0	-3.0	2.474	0.6184	—
2.0	3.0	-2.0	-3.0	2.245	0.5613	3.253
2.0	5.0	-2.0	-3.0	1.684	0.4209	2.973
2.0	7.0	-2.0	-3.0	1.641	0.4102	2.935
2.0	10.0	-2.0	-3.0	1.619	0.4046	2.895
4.0	4.2	-2.0	-3.0	6.631	0.8289	3.926
4.0	4.4	-2.0	-3.0	4.255	0.5319	3.109
4.0	4.8	-2.0	-3.0	2.833	0.3541	2.664
4.0	5.2	-2.0	-3.0	2.324	0.2905	2.551
4.0	6.0	-2.0	-3.0	1.963	0.2454	2.479
4.0	10.0	-2.0	-3.0	1.711	0.2139	2.436
4.0	14.0	-2.0	-3.0	1.692	0.2115	2.408
4.0	20.0	-2.0	-3.0	1.666	0.2083	2.379

0.5	0.525	-2.0	-3.0	27.98	27.98	112.4
0.5	0.550	-2.0	-3.0	14.94	14.94	59.74
0.5	0.600	-2.0	-3.0	8.153	8.153	32.68
0.5	0.650	-2.0	-3.0	5.812	5.812	23.49
0.5	0.750	-2.0	-3.0	3.884	3.884	15.74
0.5	1.250	-2.0	-3.0	2.004	2.004	7.921
0.5	1.750	-2.0	-3.0	1.697	1.697	6.623
0.5	2.500	-2.0	-3.0	1.559	1.559	6.125

\* Numbers in the bracket are the values of added mass calculated by finite element method

した値は、同じ付加質量を有限要素法で計算した値である。数少い計算例で、本方法と有限要素法による計算値の精度を云々することは適当ではないかもしれないが、概して流体領域が狭い場合のときは本方法による値の方が大きく、したがって精度がよいといえるが、逆に流体領域が広くなると本方法による推定値の方が幾分精度が落ちるようである。このことは、 $\omega=0$  の水平運動の場合にもそうであったので<sup>4)</sup>、上述の事は Hypercircle Method 固有の性質であるようだ。

また、有限水路幅が付加質量に及ぼす影響については、水路幅が物体の幅の 5 倍程度になると実用上は無視できる程度に小さくなることが Table 1 のいずれの例からも結論でき、この事も  $\omega=0$  の場合の付加質量に対する有限水路幅の影響と同様である。

さらに同表には、物体の密度  $\rho$  を流体の密度と同一と仮定したときの物体の質量  $m$  で  $m_x$  を除した、付加質量係数  $m_x/m$  の形で、 $\omega=0$  の場合（文献 4）の Tables 2, 3, 4 で lower bound  $q^2$  の値を引用）と比較して示した。

幅/吃水=2 のものについて、水深を一定にして水路幅を可変にした場合の付加質量係数と、水路幅を一定に保って水深を変化させたときの付加質量係数の変化の様子を比べてみると、 $\omega=0$  の付加質量では水路幅の変化よりも水深の変化の影響が大きいが、 $\omega=\infty$  の付加質量に対しては逆に水路幅の影響の方が顕著であることがわかる。もっとも、この事はあらかじめ予想できることではない。なぜならば、 $\omega=0$  のときには自由表面は剛体壁であるので、物体の水平運動に際しては、物体の前面にある流体は船底と水路底の間を通って物体の背後に

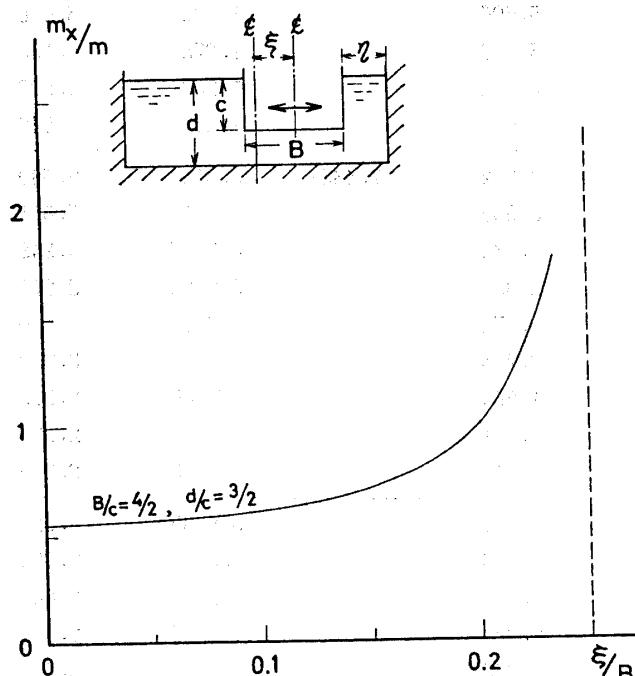


Fig. 3 An Example of Calculation of the Horizontal Added Mass of a Rectangular Cylinder Vibrating at the Various Off-center Positions

まわるために水深の大小が付加質量を大きく左右するのに対し、 $\omega=\infty$  では自由表面は等ポテンシャル面 ( $\phi=0$ ) となるので、物体側面と水路壁との間で大きな流体運動が生じ、したがって付加質量も側壁影響を強く受けことになるからである。

次に狭水路中で水路中心よりはずれた位置で水平振動する場合についての若干の計算例を示す。Fig. 3 および Fig. 4 に示した例は、幅/吃水=4.0/2.0 の矩形断面 2 次元柱体が水路幅 6.0、水深/吃水=3.0/2.0 の矩形断面狭水路中の種々の偏心位置で水平振動するときの付加質量係数  $m_x/m$  の変化の様子と、最寄りの側壁と物体との間隔  $\eta$  を  $\eta/B=0.1/4.0$  の一定に保ったまま水路の幅を変化させて、付加質量係数  $m_x/m$  に対する遠方の側壁の影響を調べた例である。とくに後者の計算例では物体の中心と側壁との間隔が物体の半幅の約 5 倍程度になると、その側壁の付加質量に及ぼす影響は、実用上考えなくとも済む程度に小さくなることを示している。そこで水平振動の付加

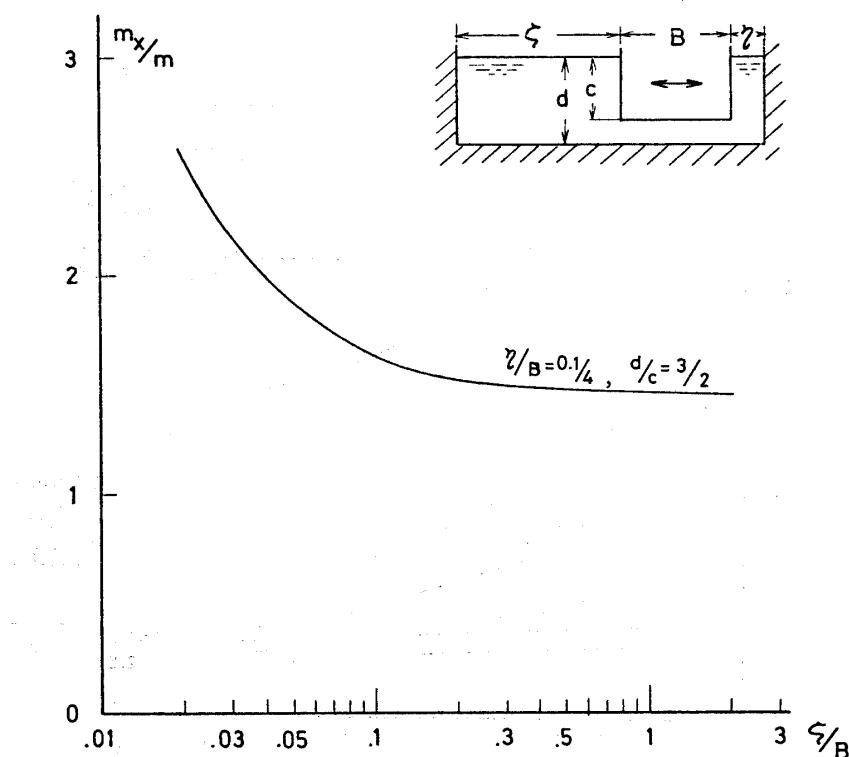


Fig. 4 An Example of Calculation of the Horizontal Added Mass of a Rectangular Cylinder with Special Attention being paid on the Side Wall Effect on the Added Mass

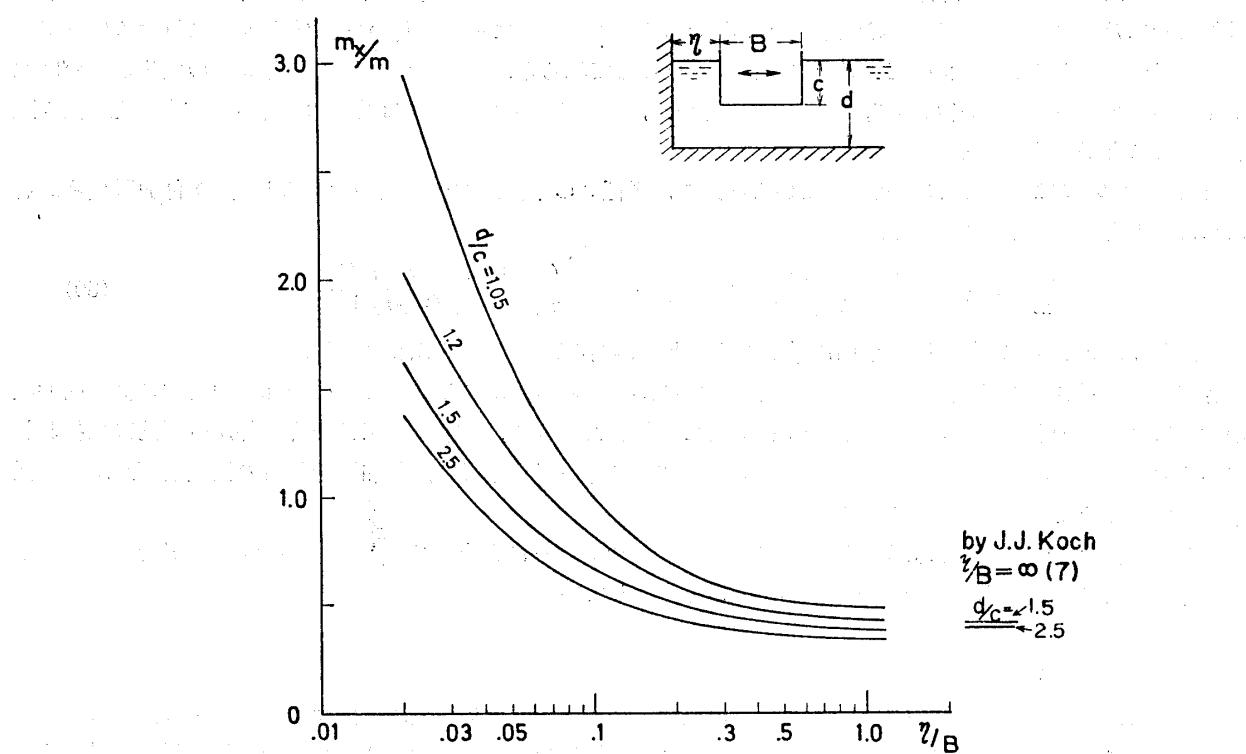


Fig. 5 The Side Wall Effect on the Horizontal Added Mass of a Rectangular Cylinder ( $B/c=2.0$ )

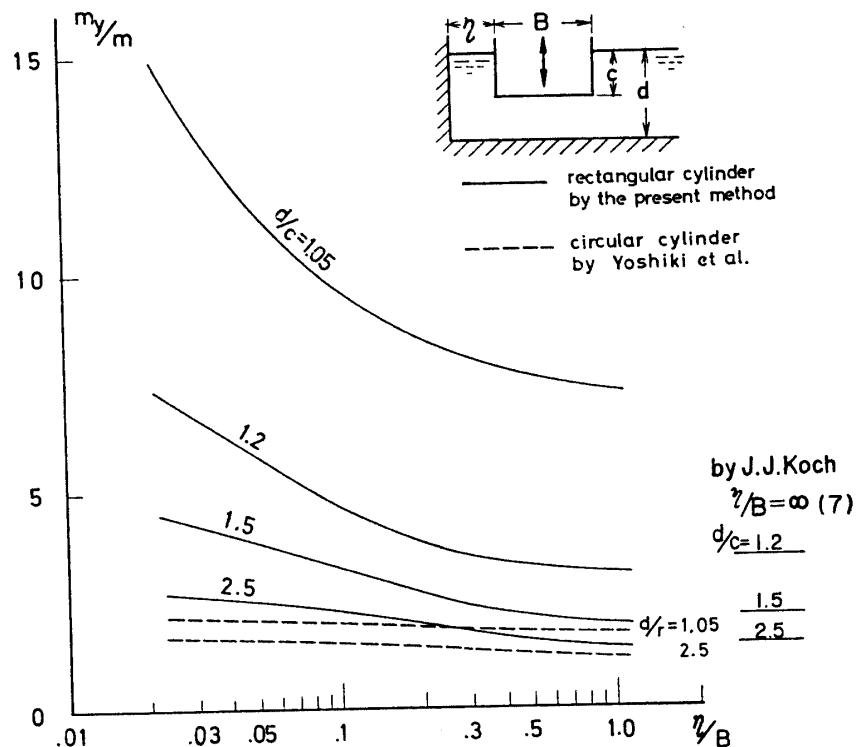


Fig. 6 The Side Wall Effect on the Vertical Added Mass of a Rectangular Cylinder ( $B/c=2.0$ )

質量に及ぼす最寄りの側壁との距離の影響を調べた次図の例でも、遠方の側壁は物体の半幅の約5倍程度離して計算した。すなわち物体の形状は幅/吃水=4.0/2.0と変えずに、水路の水深を水深/吃水=1.05, 1.2, 1.5, 2.5の4通り、最寄りの側壁と物体間の距離 $\eta$ を $\eta/B$ にして0.025~1.0の間で変えたときに、水平振動に対する付加質量に及ぼす側壁影響を調べたのがFig. 5である。同じように垂直振動の付加質量 $m_y$ に対する側壁影響を求めて図示したのがFig. 6である。この両図を比較してみると、垂直振動の付加質量 $m_y$ の値そのものは水平振動の付加質量 $m_x$ にくらべて、数倍程度大きいが、側壁影響という点では後者の水平振動に対する方が顕著であることが読み取れる。

またFig. 6には文献2)に与えられている次式で、半径 $r$ の半没円柱が垂直振動するときの付加質量係数を求めたものを点線で示しておいた。

$$\frac{m_y}{m} = 1 + \frac{\pi^2 r^2}{12 d^2} + \frac{r^2}{2(\eta+r)^2} + \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{r^2 \{(n+1)^2 d^2 - (\eta+r)^2\}}{\{(n+1)^2 d^2 + (\eta+r)^2\}^2} \quad (30)$$

ただし $\eta$ および $d$ はFig. 6の余白に示した側壁と物体間の距離および水深である。

さて同図に示された角柱の付加質量係数とは量的にかなりの差異がある。この差の一部は両物体の横断面形状の違いによるものと思われるが、また一部は緒言でも触れたように、文献2)では境界条件が近似的に取扱われているので水深が非常に浅い場合とか物体が側壁に非常に近い場合等では、付加質量係数の推定精度がかなり低下しているためではないかと思われる。

また同図には文献5)のJ.J. Kochによる電気的なアナロジーにより求められた $\eta/B$ が $\infty$ の場合の付加質量の値を示してあるが、本論文の計算値とかなりよく一致している。

#### 4 結 言

水面上に浮いた3次元物体(主として船舶)の振動運動に対する付加質量に及ぼす側壁影響・水深影響の大筋を掘るために、比較的簡単に計算のできる矩形断面2次元柱体の水平振動および垂直振動の付加質量に対する側壁影響・水深影響を求める比較検討した結果、水平振動の付加質量に対しては水深影響よりも、むしろ側壁影響の方が顕著であるのに対し、垂直振動の付加質量に対しては、逆に水深影響の方が比較的顕著であるといえる。ま

た側壁影響に関しては、水平振動および垂直振動のいずれに対しても、物体の幅の2倍程度以上側壁から離れば、ほぼその側壁の付加質量に対する影響は実用上無視できるほどに小さなものになるといえる。

終りに本論文を完成させるにあたり種々ご助言をいただいた東京大学元良誠三教授、九州大学田才福造教授、ならびに有限要素法による計算にご助力いただいた東京大学工学系大学院生山本茂氏の方々に心からお礼申し上げます。

なお本論文での数値計算には東京大学大型計算機センター HITAC 8700/8800 システムを利用したことと付記する。

#### 参考文献

- 1) J. L. Taylor : Some Hydrodynamical Inertia Coefficients, Phil. Mag. Vol. 9-Seven Series (1930).
- 2) 吉識雅夫, 山本善之, 佐久間武, 長本良男: 船体振動に於ける附加質量に関する一考察, 造船協会論文集第84号 (1952).
- 3) 松浦義一, 川上 肇: 有限要素法による船体振動の付加質量および付加慣性モーメントの計算, 日本造船学会論文集第124号 (1968).
- 4) 藤野正隆: Hypercircle Method による制限水路中における2次元柱体の横方向付加質量の推定, 日本造船学会論文集第134号 (1973).
- 5) J. J. Koch : Eine experimentelle Methode zur Bestimmung der reduzierten Masse des Mitchwingenden Wassers bei Schiffsschwingungen, Ingenieur-Archiv IV Band, 2 Heft, (1933).