(昭和 50 年 5 月日本造船学会春季講演会において講演)

船体の横揺れ運動における有効波傾斜係数について (第2報)

正員 水 野 俊 明*

On the Effective Wave Slope in the Rolling Motion of a Ship among Waves (the Second Report)

by Toshiaki Mizuno, *Member*

Summary

Since W. Froude[1] introduced the concept of the effective wave slope in the theory of rolling motion of a ship among waves, many papers have been presented on this problem. Watanabe[2] obtained the wave forces act on the ship among gentle trochoidal waves under Froude-Kriloff's assumption and introduced the reduction coefficient γ_W for the effective wave slope when a ship is rolling among the beam sea. Although his theory does not include the effect of, so called, active resistance following Froude-Kriloff's assumption, it is well known that γ_W predicts phenomena fairly well. On the other hand S. Motora[3] showed the varidity of the concept of the effective wave slope experimentally.

Recently, M. Bessho[4,5] deduced the wave forces act on the ship among waves by applying Haskind's theory and explained theoretically the reduction coefficient γ including the effect of active resistance.

In the previous paper[6], two dimensional problem on the effective wave slope in the rolling motion of a ship among waves is treated, theoretically and experimentally, that is, an expression for the reduction coefficent γ is presented according to Bessho's theory[4,5], experimental methods to measure the coefficient γ are discussed, presented expression for γ is compared with Watanabe's expression[2] and then it is shown that Watanabe's expression for γ gives considerably good agreement with the γ which includes the effect of active resistance except some special cases.

In this paper the expression for γ is expanded to three dimensional problem, calculated with the aid of the strip method and compared with Watanabe's γ_W and with the experimental results obtained by tank tests with several three dimensional ship models.

Among the results obtained in this paper, it is shown that in the three dimensional problems, Watanabe's γ_W gives fairly good agreement with the γ which includes the effect of active resistance except when the center of gravity of a ship is up above the statical water plane, as well as in the two dimensional cases.

1 概　　論

波の中で船体が受ける強制横揺れ外力の問題は W. Froude の有効波[1] の考え方にはじまり，有効波傾斜係数を導入しての渡辺の理論[2] によってその取扱い方がほぼ確立されると共に，比較的簡易な方法により実用的にも有用な推定がなされる様になったことは周知の通りである。この渡辺の理論は波の中で船体が受ける強制横揺れ外力を Froude-Kriloff の仮定に基づいて導いたもので，船体の存在による周囲の波の破壊に基づく力，いわゆ

* 防衛大学校機械工学教室

る active resistance は含まれていないけれども実際の現象を良く予測することはひろく知られている通りであり，またこの様な有効波傾斜の概念の正しいことは元良[3]により実験的に検証されている。

一方線形造波理論において Haskind の理論を応用すれば，左右揺れと横揺れとの連成を考慮し active resistance の影響も含めた波による強制横揺れモーメントを導びくことが出来[4,5]，したがって従来の有効波傾斜係数の概念をそのまま導入して，波による強制横揺れモーメントと水の表面の波の傾斜に対する傾斜モーメントの比で有効波傾斜係数を表わせば，active resistance の影響を含めた有効波傾斜係数を線形造波理論的に導びくことが出来る。

著者は前報[6]においてこの様な線形造波理論に従って前進速度のない2次元船体が規則横波中で横揺れ運動をする時の有効波傾斜係数 γ_0 を

$$\gamma_0=\frac{iH_1}{K\cdot V\cdot \overline{GM}}\left(\frac{H_5}{H_1}-\frac{f_{15}}{L'}\right) \tag{1.1}$$

の形に導びき，2次元模型実験を行って理論と比較すると共に，渡辺の理論[2]との比較を行った。この中特に渡辺の理論との比較の部分に関して得られた結論を要約すると次の通りである。先づ有効波傾斜係数に関する渡辺の理論はトロコイド波の中における船の横揺れ運動を扱っているが，波の強制横揺れモーメントを最終的に導くまでの過程で波数に関する高次の項を省略しているため結局正弦波中における横揺れの場合と同等になる。この渡辺の理論による有効波傾斜係数を γ_W と呼ぶことにすると，この γ_W にはこれを導びくまでの過程において省略して来た波数に関する高次の項の一部が省略し残されて含まれていることが判った。この高次の項を残すということには確たる根拠がなく，これを省略した方が線形理論としての斉一性が保たれる。そこで γ_W からこの高次の項を省いたものを γ_F と呼んでおくと，これは (1.1) を導く過程において流体運動の速度ポテンシアルとして正弦入射波のポテンシアルのみを考慮した（即ち渡辺の場合と同じく Froude-Kriloff の仮定に基づいた）場合の結果と全く等しくなる。この γ_W と γ_F との差の程度は波数のあまり大きくない範囲では大略

$$\frac{\gamma_W}{\gamma_F}\doteqdot 1-K\cdot\frac{\overline{OG}\cdot\overline{GB}}{\overline{GM}} \tag{1.2}$$

で示される。ただし $\overline{GB}$ は浮心 B が重心 G よりも下にある時に正とし，$\overline{OG}$ は重心 G と静止水面との垂直距離で重心 G が静止水面よりも下にある時に正とする。従って $\overline{GB}>0$，$\overline{GM}>0$ である場合を例にとると，$\overline{OG}>0$ 即ち重心が静止水面よりも下にある時には $\gamma_W<\gamma_F$ であり，$\overline{OG}<0$ 即ち重心が静止水面よりも上にある時には $\gamma_W>\gamma_F$ となる。一方 active resistance を考慮に入れた $|\gamma_0|$ と γ_F とを比較すると計算の結果では $\gamma_F>|\gamma_0|$ となっているので結局重心が静止水面より下にあれば γ_W は γ_F よりも $|\gamma_0|$ に近い値を示すことになる。しかし重心が静止水面よりも上にあればある程 γ_W は $|\gamma_0|$ とかけ離れた値をとることになり，この様な場合には渡辺の方法は実際の現象の予測にはあまり適さないことになると言える。

さて前報[6]で得られたこの様な結果は対象が3次元船体となってもそのまま通用すると考えられる。そこで前報の理論を3次元に拡張して有効波傾斜係数を定式化し，ストリップ法によって有効波傾斜係数を計算すると共に3次元模型実験を行って比較検討してみた。

2　3次元問題における有効波傾斜係数

ここでは前報において定式化された2次元問題における有効波傾斜係数の3次元問題への拡張を考える。従って定式化の過程は2次元の場合と殆んど同様である。

先づ空間固定の直交座標 $oxyz$ をとり，x-z 平面を静止水面に一致させる。y 軸は静止時の船体重心を通って x-z 平面と垂直下向きに，z 軸を船の長さ方向，x 軸を船の幅方向にとって右手座標系を作る。船体は重心 G を通り z 軸と平行な軸のまわりに微小振幅で横揺れ運動をし，また y-z 平面を中立位置として微小振幅の左右揺れ運動をするものとする。流体は自由表面と船体表面以外には境界を持たない半無限完全流体であるとする。

流体運動の速度ポテンシアルを

$$\Phi(x,y,z\,;\,t)=R_e[\phi(x,y,z)e^{i\omega t}] \tag{2.1}$$

とおくと，圧力の動的部分，水面変位は夫々

$$P(x,y,z\,;\,t)=\rho R_e[i\omega\phi(x,y,z)e^{i\omega t}] \tag{2.2}$$

$$\eta(x,\ z\,;\ t)=R_e\left[\frac{\omega}{ig}\phi(x,0,z)e^{i\omega t}\right] \tag{2.3}$$

で表わされる。船体の左右揺れ，横揺れの変位を夫々

$$\left.\begin{aligned} x_s &= R_e[Xe^{i\omega t}] \equiv R_e[X_1 e^{i\omega t}] \\ \theta &= R_e[\Theta e^{i\omega t}] \equiv R_e[X_{3,5} e^{i\omega t}] \end{aligned}\right\} \tag{2.4}$$

と書くと，静水中における船体の左右揺れ，横揺れ運動に伴う流体運動の速度ポテンシアルは

$$\Phi_j(x,y,z\,;t) = R_e[i\omega X_j \varphi_j(x,y,z)e^{i\omega t}] \qquad j=1,3,5 \tag{2.5}$$

と書くことが出来る。ただし添字 j は $j=1$ で左右揺れ，$j=3$ で原点まわりの横揺れ，$j=5$ で重心まわりの横揺れに関する量を表わすものとする。さてこの速度ポテンシアルはラプラスの方程式と自由表面条件

$$\left(K+\frac{\partial}{\partial y}\right)\varphi_j(x,0,z)=0 \tag{2.6}$$

および船体表面における境界条件

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial\varphi_1}{\partial n} = -\frac{\partial x}{\partial n}, \qquad \frac{\partial\varphi_3}{\partial n} = -\left\{x\frac{\partial y}{\partial n} - y\frac{\partial x}{\partial n}\right\} \\ &\frac{\partial\varphi_5}{\partial n} = -\left\{x\frac{\partial y}{\partial n} - (y-l)\frac{\partial x}{\partial n}\right\} \end{aligned}\right\} \tag{2.7}$$

を満足し且つ無限遠点において

$$\varphi_j \xrightarrow[Kr\gg 1]{} \frac{-K}{\sqrt{2\pi iKr}} e^{-Ky-iK(z\cos\theta+x\sin\theta)} \cdot H_j(K,\theta) \tag{2.8}$$

の様な発散波を持つ函数であるとする。ただしここに

$$z=r\cos\theta, \quad x=r\sin\theta$$

とおき，また $H_j(K,\theta)$ は

$$H_j(K,\theta) = -\iint_s \left(\varphi_j\frac{\partial}{\partial n} - \frac{\partial\varphi_j}{\partial n}\right) e^{-Ky+iK(z\cos\theta+x\sin\theta)}\,ds \tag{2.9}$$

を表わすものとし，積分範囲の s は船の浸水表面を表わすものとする。

次にラプラスの方程式および自由表面条件を満足する波高 a の入射波，ならびにこれの船体表面における反射波のポテンシアルを

$$\left.\begin{aligned} &\phi_j(x,y,z) = \frac{iga}{\omega}\varphi_j(x,y,z) \\ &\Phi_j(x,y,z\,;t) = R_e\left[\frac{iga}{\omega}\varphi_j(x,y,z)e^{i\omega t}\right] \quad j=0,7 \end{aligned}\right\} \tag{2.10}$$

と書いておく。ただし添字 j は $j=0$ で入射波に関する量，$j=7$ で船体表面における反射波に関する量を夫々表わすものとする。そうすると φ_0 は

$$\varphi_0(x,y,z) = e^{-Ky+iK(z\cos\alpha+x\sin\alpha)} \tag{2.11}$$

で与えられ，一方 φ_7 は船体表面において境界条件

$$\frac{\partial}{\partial n}(\varphi_0+\varphi_7)=0 \tag{2.12}$$

を満足しなければならない。ここに α は入射波の入って来る方向と z 軸とのなす角（反時計まわりを正）を表わし，x 軸の正の方向から入って来る横波を考える時は $\alpha=\pi/2$ とおいて

$$\varphi_0 = e^{-Ky+iKx} \tag{2.13}$$

となり2次元問題の場合と同様になる。

波浪中において船体が左右揺れおよび横揺れ運動をしている時の流体運動の速度ポテンシアルは，これら各速度ポテンシアルの線形重ね合せにより

$$\Phi(x,y,z\,;t) = \sum\Phi_j(x,y,z\,;t) \tag{2.14}$$

で表わされる。

運動と速度ポテンシアルをこの様に定義すると，船体が流体から受ける x 軸方向の水平力 F_x および横揺れ方向のモーメント m は，夫々運動の正方向むきの力，モーメントを正にとって2次元問題の場合と同じ形に

$$\begin{aligned} F_x &= -\iint_s P\frac{\partial x}{\partial n}\,ds = \rho\iint_s \Phi_t\frac{\partial\varphi_1}{\partial n}ds \\ &= F_{11}+F_{51}+E_1 \end{aligned} \tag{2.15}$$

$$m=-\iint_s P\left\{x\frac{\partial y}{\partial n}-(y-l)\frac{\partial x}{\partial n}\right\}ds=\rho\iint_s \Phi_t\frac{\partial\varphi_5}{\partial n}ds$$
$$=F_{15}+F_{55}+E_5 \tag{2.16}$$

と書くことが出来る。ただしここに

$$\left.\begin{aligned}F_{ij}&=\rho\omega^2R_e[X_j\cdot f_{ij}\cdot e^{i\omega t}]\\E_j&=\rho gaR_e[e_j\cdot e^{i\omega t}]\\f_{ij}&=-\iint_s\varphi_i\frac{\partial\varphi_j}{\partial n}ds\\e_j&=-\sum_{k=0,7}\iint_s\varphi_k\frac{\partial\varphi_j}{\partial n}ds\end{aligned}\right\}(i,j=1,3,5) \tag{2.17}$$

の様な定義を使った。この様にすると2次元問題の場合と同様に

$$\left.\begin{aligned}e_j&=-H_j(K,\alpha)\\f_{ij}&=f_{ji}\end{aligned}\right\} \tag{2.18}$$

が成り立つので[4]，α方向から入って来る規則波中における船体の左右揺れ，横揺れの運動方程式は，船体運動の変位速度に比例する様な線形粘性抵抗[6]を含めた形で夫々

$$\rho\cdot R_e\left[L'-\frac{f_{15}^2}{J'}\right]\ddot{x}_s+\rho\omega I_m\left[L'-\frac{f_{15}^2}{J'}\right]\dot{x}_s=\rho gaR_e\left[\left\{\frac{f_{15}}{J'}H_5(K,\ \alpha)-H_1(K,\alpha)\right\}e^{i\omega t}\right] \tag{2.19}$$

$$\rho\cdot R_e\left[Q'-\frac{f_{15}^2}{L'}\right]\ddot{\theta}+\rho\omega I_m\left[Q'-\frac{f_{15}^2}{L'}\right]\dot{\theta}+W\cdot GM\cdot\theta=\rho gaR_e\left[\left\{\frac{f_{15}}{L'}H_1(K,\alpha)-H_5(K,\alpha)\right\}e^{i\omega t}\right] \tag{2.20}$$

又これらから周期的要素 $e^{i\omega t}$ を省いた力の釣合の式[6]は

$$\left.\begin{aligned}L'X+f_{15}\Theta&=\frac{a}{K}H_1(K,\alpha)\\f_{15}X+J'\Theta&=\frac{a}{K}H_5(K,\alpha)\end{aligned}\right\} \tag{2.21}$$

と，夫々形式的には2次元の場合と全く同様に表わされる。ここで従来の有効波傾斜係数の概念を導入して，規則波中における横揺れ運動の方程式(2.20)の右辺を

$$W\cdot GM\cdot\gamma\cdot\theta_w$$

と等置して有効波傾斜係数γ（2次元問題における有効波傾斜係数 γ_0 と区別してこう書いた）を導くと結局

$$\gamma=\frac{iH_1(K,\alpha)}{K\cdot V\cdot GM}\left\{\frac{H_5(K,\alpha)}{H_1(K,\alpha)}-\frac{f_{15}}{L'}\right\} \tag{2.22}$$

となる。この式のうち，波の強制力中心と重心との距離を表わす $\dfrac{H_5(K,\alpha)}{H_1(K,\alpha)}$ は，3次元問題では一般に複素数であり[4]，2次元問題の時の様に実数値をとるとは限らないが，有効波傾斜係数の表現は形式的には (1.1) に示した2次元問題の場合と全く同様であり，前報で述べた有効波傾斜係数の測定法のうち横揺れ拘束法と倍率比較法の2方法も又そのまま3次元問題にも応用出来ることになる。一方静水中強制横揺れ時の発散波を測定することによって有効波傾斜係数を測定しようとする発散波高測定法の場合には2次元問題の場合とやや様子が変って来る。船が静水中において左右揺れおよび横揺れ運動をしている時にθ方向に出て行く波の，原点から距離rの充分大きな点における水面変位は (2.3)，(2.8) から

$$\eta\xrightarrow[Kr\gg1]{}\sum_{j=1,5}R_e\left[\frac{-K}{\sqrt{2\pi i(Kr)}}e^{iKr}X_jH_j(K,\theta)e^{i\omega t}\right] \tag{2.23}$$

で与えられることになり，今この右辺を

$$R_e\left[\frac{A_s(\theta)}{\sqrt{Kr}}e^{i\omega t}\right]$$

と書くと

$$|A_s(\theta)|=\left|\frac{K^2}{\sqrt{2\pi i}}\sum_{j=1,5}X_jH_j(K,\theta)\right|$$
$$=\frac{K^2}{\sqrt{2\pi}}\left|\Theta H_1(K,\theta)\left\{\frac{X}{\Theta}+\frac{H_5(K,\theta)}{H_1(K,\theta)}\right\}\right|$$
$$=\frac{K^2}{\sqrt{2\pi}}\left|\Theta H_1(K,\theta)\left\{\frac{H_5(K,\theta)}{H_1(K,\theta)}-\frac{f_{15}}{L'}\right\}\right| \tag{2.24}$$

これを(2.22)と比べると

$$|\gamma|=\frac{\sqrt{2\pi}}{K^2}\left|\frac{A_S(\alpha)}{K\cdot\nabla\cdot GM\cdot\Theta}\right| \tag{2.25}$$

即ちα方向から入って来る入射波に対する有効波傾斜係数は，静水中強制横揺れ時においてα方向に出て行く発散波の振幅を測定することにより求められることが判る。しかし乍らこの場合，波高測定位置を船から充分にはなすと（$Kr>1$），発散波振幅は $\frac{1}{\sqrt{Kr}}$ の割合で減少して行くので，波高測定精度の点で困難が生じることになろう。

3 ストリップ法による有効波傾斜係数の計算例

(2.22) の有効波傾斜係数の表示式のうちL'には線形粘性項が含まれている。しかしこの粘性項はこれを省いた残りの項（即ちL）に比べて極めて小さく $L'\doteqdot L$ とおいても良いことが実験的に確かめられている[6]ので，有効波傾斜係数の計算に当っては

$$\gamma=\frac{iH_1(K,\alpha)}{K\cdot\nabla\cdot GM}\left\{\frac{H_5(K,\alpha)}{H_1(K,\alpha)}-\frac{f_{15}}{L}\right\} \tag{3.1}$$

として考えることにする。これは3次元ポテンシアル $\varphi_j(x,y,z)$ ($j=1$, 3 or 5) およびそれらの船体浸水面に亘る積分 f_{ij}, $H_j(K,\alpha)$ 等が求められれば計算出来るが，一般の船型についてこれらの計算を行なうのは容易ではない。一方横波の中で船が左右揺れおよび横揺れ運動をしている場合に限ればストリップ法の適用が可能なことは良く知られているので[7]，ここでは2次元ポテンシアルを用いてストリップ法により上式を計算し，規則横波中における有効波傾斜係数を求めてみることにする。

今3次元船体の $z=z_n$ における断面と等しい断面を持つ長さ $\varDelta L_n$ の柱状体に関する流体力の係数を $f_{ij}^{(2)}(z_n)$, $H_j^{(2)}(K,z_n)$，また3次元船体に関するものを $f_{ij}^{(3)}$, $H_j^{(3)}\left(K,\frac{\pi}{2}\right)$ と書くと，ストリップ法により

$$f_{ij}^{(3)}=\iint_S\varphi_i^{(3)}\frac{\partial\varphi_j^{(3)}}{\partial n}ds\doteqdot\int_{-l'}^{l''}dz\int_c\varphi_i^{(2)}(z_n)\frac{\partial\varphi_j^{(2)}(z_n)}{\partial n}ds\doteqdot\sum_{n=1}^{N}[\varDelta L_n\cdot f_{ij}^{(2)}(z_n)] \tag{3.2}$$

$$\begin{aligned}H_j^{(3)}\left(K,\frac{\pi}{2}\right)&=\iint_S\left(\frac{\partial\varphi_j^{(3)}}{\partial n}-\varphi_j^{(3)}\frac{\partial}{\partial n}\right)e^{-Ky+iKx}ds\\&\doteqdot\int_{-l'}^{l''}dz\int_c\left(\frac{\partial\varphi_j^{(2)}(z_n)}{\partial n}-\varphi_j^{(2)}(z_n)\frac{\partial}{\partial n}\right)e^{-Ky+iKx}ds\\&\doteqdot\sum_{n=1}^{N}[\varDelta L_n\cdot H_j^{(2)}(K;z_n)]\end{aligned} \tag{3.3}$$

の様に表わすことが出来る。但しここに N はストリップ分割数を，又積分範囲の $-l'$, l'' は船の長さに亘る積分を示し，積分範囲 c は船体断面の水面下にある周に亘る積分を示している。従って (3.1) は

$$|\gamma|=\left|\frac{\sum_{n=1}^{N}\{\varDelta L_n\cdot H_1^{(2)}(K,z_n)\}}{K\cdot\nabla\cdot GM}\right|\times\left|\frac{\sum_{n=1}^{N}\{\varDelta L_n\cdot H_5^{(2)}(K,z_n)\}}{\sum_{n=1}^{N}\{\varDelta L_n\cdot H_1^{(2)}(K,z_n)\}}-\frac{\sum_{n=1}^{N}\{\varDelta L_n\cdot f_{15}^{(2)}(z_n)\}}{\sum_{n=1}^{N}[\{A_n+f_{11}^{(2)}(z_n)\}\cdot\varDelta L_n]}\right| \tag{3.4}$$

によって計算することが出来る。ただし A_n は各ストリップの断面積である。

この計算では各ストリップから出て行く発散波はすべて船体に関して真横の方向のみに向うことになるので勿論1つの近似計算結果を与えるにすぎないが，$\frac{H_5(K,\alpha)}{H_1(K,\alpha)}$ に相当する(3.4)式中の $\sum_{n=1}^{N}\{\varDelta L_n\cdot H_5^{(2)}(K,z_n)\}/\sum_{n=1}^{N}\{\varDelta L_n\cdot H_1^{(2)}(K,z_n)\}$ は一般的には実数値をとらず，この意味では3次元問題において $\frac{H_5(K,\alpha)}{H_1(K,\alpha)}$ が一般に複素数となることと一致している。

この様な方法による有効波傾斜係数の計算を SR-108 コンテナ船[8]，コンテナ船B，カーフェリーAの3船を対象モデルとして行った。船体は全体を 25 分割し（カーフェリーAのみ24分割），各ストリップの断面形状はその断面と幅喫水比 H_0 および断面積係数 σ を等しくするルイスフォーム断面で近似した。また各ストリップの

第1表 SR-108 コンテナ船主要寸法等

項目	記号	実船
垂線間長さ	L_{pp} (m)	175.00
幅	B (m)	25.40
喫水	T (m)	8.50
排水容積	∇ (m^3)	21,222
メタセンタ高さ	KM (m)	10.39
重心高さ	KG (m)	9.39
重心上メタセンタ高さ	GM (m)	1.00
固有横揺れ周期	τ_0 (sec)	18.00

第2.1表 コンテナ船B-1主要寸法等

項目	記号	実船	模型船
垂線間長さ	L_{pp} (m)	245.00	2.4500
幅	B (m)	32.20	0.3220
喫水	T (m)	10.10	0.1010
排水容積	∇ (m^3)	44,878	0.044878
メタセンタ高さ	KM (m)	14.88	0.1488
浮心高さ	KB (m)	5.72	0.0572
重心高さ	KG (m)	12.82	0.1282
重心上メタセンタ高さ	GM (m)	2.06	0.0206
固有横揺れ周期	τ_0 (sec)	15.37	1.537

第2.2表 コンテナ船 B-2 主要寸法等

項目	記号	実船	模型船
垂線間長さ	L_{pp} (m)	245.00	2.4500
幅	B (m)	32.20	0.3220
喫水	T (m)	10.10	0.1010
排水容積	∇ (m^3)	44,878	0.044878
メタセンタ高さ	KM (m)	14.88	0.1488
浮心高さ	KB (m)	5.72	0.0572
重心高さ	KG (m)	9.55	0.0955
重心上メタセンタ高さ	GM (m)	5.33	0.0533
固有横揺れ周期	τ_0 (sec)	10.99	1.099

第3表 カーフェリー A 主要寸法等

項目	記号	実船	模型船
垂線間長さ	L_{pp} (m)	127.00	3.0000
幅	B (m)	23.40	0.5528
喫水	T (m)	5.45	0.1288
排水容積	∇ (m^3)	7,230	0.095305
メタセンタ高さ	KM (m)	11.26	0.2660
浮心高さ	KB (m)	3.05	0.0720
重心高さ	KG (m)	9.42	0.2248
重心上メタセンタ高さ	GM (m)	1.74	0.0412
固有横揺れ周期	τ_0 (sec)	17.39	2.610

流体力係数はそのストリップの前後端各断面を持つ柱状体の流体力係数の平均値で近似することにした。これら柱状体の流体力係数の計算方法は前報[6]と全く同様である。

計算の対象モデルとしたSR-108コンテナ船，コンテナ船B，カーフェリーAの主要寸法ならびに計算時に想定した状態は，夫々第1表～第3表に示した通りである。

計算結果は γ_W, γ_F ならびに後に述べる測定値と共に第1図～第4図に示した。

4 3次元模型実験

有効波傾斜係数を実験的に測定する方法としては次の様なものが考えられる。その1つは元良が有効波傾斜の概念の検証に用いた方法で，波の中で船の横揺れを拘束し，その拘束モーメントを測定する横揺れ拘束法である。もう1つは静水中強制横揺れ，波浪中横揺れ時の各倍率を測定しそれらを比較する倍率比較法である。これら2つのやり方は対象模型が2次元，3次元の場合共有効な方法である。他の1つは静水中強制横揺れ時の発散波の振幅を測定することによって有効波傾斜係数を求めようとする発散波測定法であるが，これは第2節にも述べた様に3次元模型が対象の場合には今の所あまり適当であるとは言えない。

一方やや間接的ではあるが，有効波傾斜係数の理論値を実験的に検証するのに次の様な方法が考えられる。先づ船に $W\cdot GM\cdot\theta_0\sin\omega t$ の強制横揺れモーメントを与えて静水中強制横揺れをさせた時の倍率μは，同調率をeとすると

$$\mu=\left|\frac{\theta}{\theta_0}\right|=\frac{1}{\sqrt{(1-e^2)^2+e^4\left(\frac{2\alpha}{\omega}\right)^2}} \qquad (4.1)$$

と書くことが出来る[6]。この中の$\frac{2\alpha}{\omega}$は減衰項であるがこの部分には自由横揺れ実験により減衰を求めてこれを代用する方法がとられているのが現状[9,10]である。減衰抵抗として変位速度に比例する様な相当抵抗を考える場合には，同じ横揺れ周期での自由横揺れ時の減衰率 $\Delta\theta/\theta_m$ と関係づけて

$$\frac{2\alpha}{\omega}=\frac{2}{\pi}(\Delta\theta/\theta_m) \qquad (4.2)$$

と書くことが出来るので，種々の自由横揺れ周期で実験を行っておけば減衰項を可成り正確に見積れることになるし，又ある特定横揺れ周期での実験結果を用いて，これに周期の違いによる適当な修正[9]を加えて用いても良い。また前報にも述べた様に同調

周期による自由横揺れ時の $\Delta\theta/\theta_m$ で，何等の周期修正を加えることなくあらゆる周期の減衰項を見積るのも1つの方法である。

この様にして減衰項を見積ることが出来ると，(4.1) 式から逐次近似的に静水中強制横揺れ時の倍率を推定することが出来る。

次に静水中強制横揺れ時の倍率 μ と，波浪中横揺れ時の倍率 μ_W との間には

$$\mu_W=\mu\cdot|\gamma| \tag{4.3}$$

なる関係が成り立つから，μ の推定値 μ' に有効波傾斜係数の理論値 γ を乗ずることによって波浪中横揺れ時の倍率 μ_W の推定値 μ_W' を求めることが出来る。従ってこれら推定値 μ'，μ_W' と実験値とを比較すれば良いことになる。

これらの実験法のうち，ここでは前報のやり方にならって3次元模型船を対象として静水中自由横揺れ，静水中強制横揺れ，規則横波中横揺れの3種の実験を行って同調曲線上で実験値と推定値とを比較することによって有効波傾斜係数の間接的な検証を行い，次いで倍率比較法により有効波傾斜係数を直接的に求める1つの試みとして静水中強制横揺れ，規則横波中横揺れの各実験により測定された倍率実験値から最小自乗法によって各同調曲線を推定しこれを比較することにより有効波傾斜係数を求めてみることにした。

実験に用いた模型船は，コンテナ船B，カーフェリーAの2隻で，共に重心が静止水面（喫水面）より上にあるものを選んだ。又コンテナ船Bについては重心が静止水面より下にある状態を追加した。これら模型船の主要寸法ならびに実験状態は第2.1表，第2.2表，第3表に示した通りで，有効波傾斜係数の計算時に想定した状態と一致している。

実験を行った水槽は東京大学運動性能試験水槽で，長さ 45m，幅 5m，深さ 3m の角型水槽である。模型船はこの水槽のほぼ中央に，上下揺れ，左右揺れを自由にして重心まわりに横揺れ出来る状態で設置し，横揺れ角は模型船中に取付けたジャイロ式動揺角検出器を使用して測定した。規則横波中における実験時には模型船よりフラップ式造波機側に約 5m の位置にサーボ式波高計を設置し，入射波高はこれにより測定することにした。静水中強制横揺れには Grim 式強制横揺れ装置を使用し，横揺れ周期範囲は波浪中横揺れの場合共同調率 $e=\tau_s/\tau$ が 0.6～1.3 となる様に調整した。ただし τ_s は模型船の固有横揺れ周期，τ は実験時の船の横揺れ周期である。規則横波中横揺れ実験時の入射波の波傾斜は約 2° を標準とした。

5 考察

以下で行った有効波傾斜係数の計算値ならびに実験値を各対象模型について比較検討してみることにする。

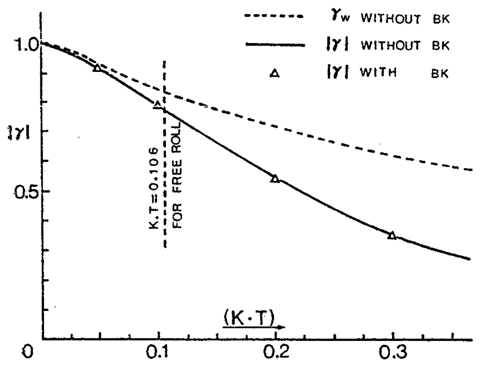
5.1 SR-108 コンテナ船の場合

有効波傾斜係数の計算値 γ はその絶対値をとって第1図に示した。この船に関してはビルヂキール付きの場合も計算して見た[6] が，その結果は図中に△印で示した通りでビルヂキールの有無による有効波傾斜係数の差は計算を行った波数の範囲では極めて小さく，この船においては想定した程度の大きさのビルヂキール（ビルヂキール長さ/L_{pp}=0.25・ビルヂキール深さ/T=0.053）による有効波傾斜係数の減少効果は殆んどないといって良かろう。同図中には渡辺の方法による有効波傾斜係数 γ_W を併記したが，計算時に想定したこの船の重心位置が静止水面よりもやや上（$OG/T=-0.1047$）にあるので γ_W が $|\gamma|$ よりも可成り大きな値を示していることは第1節にも述べた通りである。

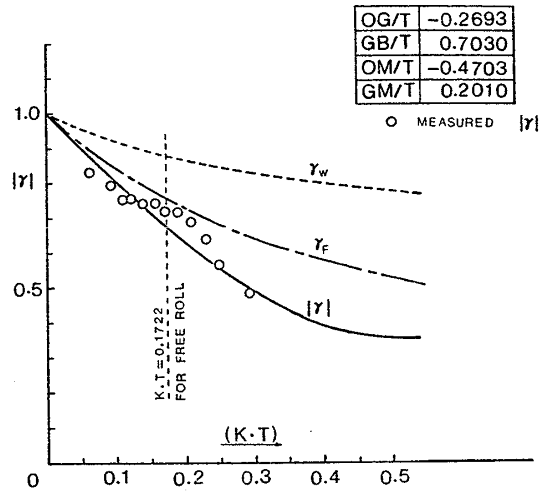
この船に関しては実験は直接行っていないが参考実験資料[8],etc.（この資料は船舶技術研究所高石敬史室長の御好意により借用させて頂いたものである）を用いて静水中強制横揺れ時の倍率 μ' を推定し，これに $|\gamma|$ の理論計算値を乗じて波浪中横揺れ時の倍率 μ_W' を推定して，参考資料による波浪中横揺れ時の倍率実験値と比較して第5図に示した。図中○印が参考資料実験値である。又同図中には (4.1) において減衰項をとした時の無抵抗時の倍率 μ_0 も併記した。これらを見ると同調付近の一点を除いて推定値は参考資料からの引用実験値を良く予測していると見て良さそうで，3次元問題においても2次元の場合と同様にこの様な方法で波浪中横揺れ時の倍率を推定することが可能であると考えて良かろう。

5.2 コンテナ船Bの場合

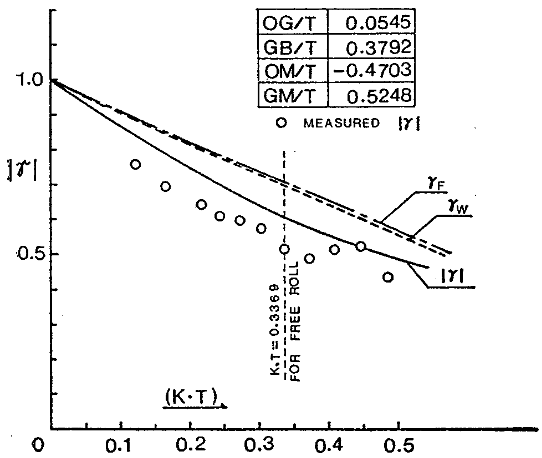
この対象模型については第2.1表，第2.2表に示した通り重心が静止水面より上にある場合 B-1($OG/T=-0.2693$)，および静止水面よりごく僅か下にある場合 B-2 ($OG/T=0.0545$) の2通りの状態につき実験を行って



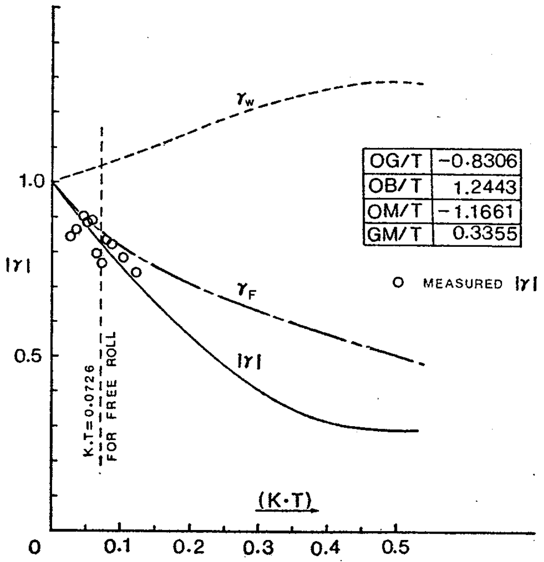
第1図　有効波傾斜係数の計算値
(SR-108 コンテナ船)



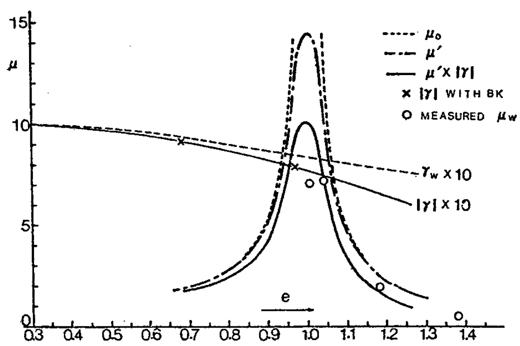
第2図　有効波傾斜係数の計算値と測定値
(コンテナ船 B-1)



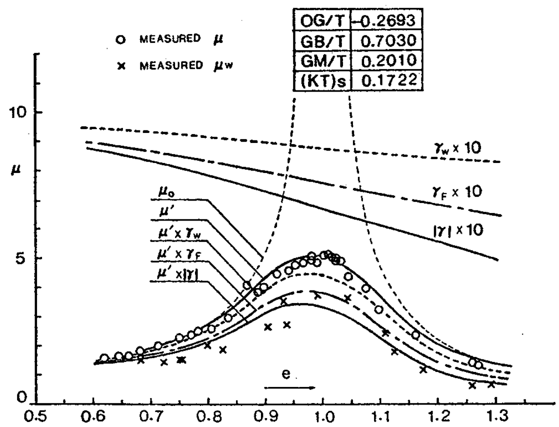
第3図　有効波傾斜係数の計算値と測定値
(コンテナ船 B-2)



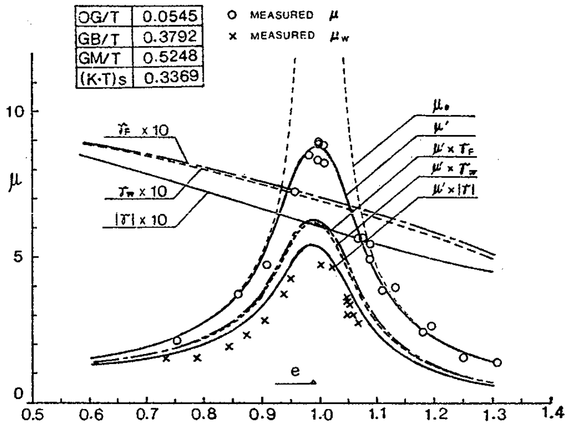
第4図　有効波傾斜係数の計算値と測定値
(カーフェリーA)



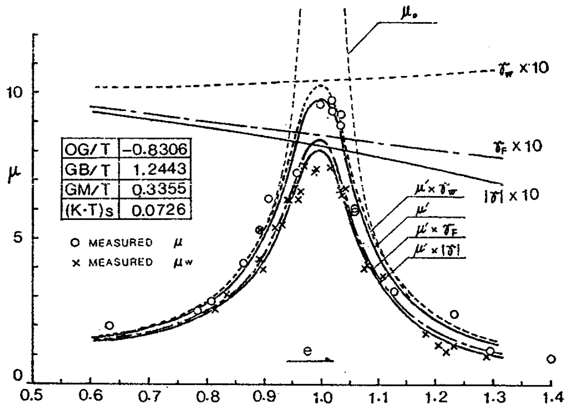
第5図　SR-108 コンテナ船の横揺れ同調曲線



第6図　コンテナ船 B-1 の横揺れ同調 曲線



第７図　コンテナ船 B-2 の横揺れ同調曲線



第８図　カーフェリーＡの横揺れ同調曲線

いる。

重心が静止水面より上にあるB-1の有効波傾斜係数の理論計算値 $|\gamma|$（ビルヂキール無し），渡辺の方法による γ_W，さらに γ_W から波数の高次の項を取除いた γ_F は夫々第２図に示した通りである。なおこの場合の γ_F としては渡辺の γ_W をもとにして (1.2) の修正を施したものを用いてある。又同図中には倍率比較法により求めた有効波傾斜係数測定値を○印で併記した。ビルヂキール付き（ビルヂキール深さ$/T=0.079$）の有効波傾斜係数の理論計算は波数の小さい範囲で２，３行ってみたがビルヂキール無しの $|\gamma|$ と有為な差は見られなかった。

さて，第２図を見ると先づ重心が静止水面より上にあるために γ_W が $|\gamma|$ より可成り大きくなっており，これに比べて重心位置による修正 (1.2) をにより施した γ_F は $|\gamma|$ に大分近づいていること，また実験値はほぼ $|\gamma|$ と γ_F との間にばらついていること等が見られ，重心が静止水面より上にある場合には渡辺の方法は有効波傾斜係数をやや過大に見積ることになり，便宜的にはこれに修正を施した γ_F の方が有効波傾斜係数の値をより正しく見積ることになる。

この様な結果は第６図の同調曲線を見るとさらに明瞭になろう。第６図には静水中無抵抗強制横揺れの倍率 μ_0，静水中強制横揺れ時の倍率推定値 μ' ならびに μ' に γ_W，γ_F，$|\gamma|$ を夫々乗じて求めた３種類の波浪中横揺れ時倍率の推定値が記入してあり，これに○印で静水中強制横揺れ実験値，×印で波浪中横揺れ実験値がプロットしてある。また参考のためにこの実験範囲に対応する $|\gamma|$，γ_F，γ_W を夫々併記した。これらを見ると先づ静水中強制横揺れ時の倍率推定値 μ' は実験値を可成り良く予測していると言えそうである。次にこの推定値 μ' に有効波傾斜係数を乗じて求めた３種の波浪中横揺れ倍率推定値のうち，$\mu'\times|\gamma|$ が最も良く実験値を予測している様にみられ，実用的には $\mu'\times\gamma_F$ による推定値でも充分役に立ちそうである。これらに比べると $\mu'\times\gamma_W$ による推定値は波浪中横揺れ時倍率をやや過大に見積りすぎていると見ることが出来よう。

コンテナ船 B-2，即ち重心が静止水面より下にある場合について有効波傾斜係数の計算値をみると（第３図），γ_W は γ_F よりもやや小さく，γ_F よりも γ_W の方が $|\gamma|$ に近い値を示していて，この場合には渡辺の有効波傾斜係数に含まれている波数Kに関する高次の項が現象の予測に有利に働いていることになる。倍率比較法による有効波浪傾斜係数の測定値はやや小さ目ではあるが $|\gamma|$ に可成り近い値を示していると見て良かろう。次に第７図の同調曲線を見ると，コンテナ船 B-1 の場合と同様に静水中強制横揺れ時の倍率推定値 μ' はほぼ実験値と一致していると見て良さそうであり，又これに $|\gamma|$ を乗じた波浪中横揺れ時の倍率推定値と実験値との一致も一応満足なものと考えられる。渡辺の γ_W とその修正値との差が殆んどないのは，この場合 OG の値が極めて小さいためである。

5.3　カーフェリーＡの場合

この場合は第３表に示された様に重心位置が静止水面より大幅に上にある極端な例 ($OG/T=-0.8306$) である。第４図の有効波傾斜係数の計算結果をみても明らかな様に渡辺の γ_W は有効波傾斜係数を過大に見積りすぎることになる。これに対して波数に関する高次の項を省いた γ_F は $|\gamma|$ に可成り近く，また倍率比較法による有効波傾斜係数の測定値もほぼ $|\gamma|$ の周辺にちらばっていることが判る。

第８図に示された同調曲線をみると静水中強制横揺れにおける倍率推定値 μ' と実験値との一致はほぼ良さそ

うであり，$\mu'\times|\gamma|$ による波浪中横揺れ時倍率の推定値と実験値との一致も良いと見ることが出来よう。また $\mu'\times\gamma_F$ による推定値も実用的には現象の予測に有効であると見て良かろう。$\mu'\times\gamma_W$ による推定値は γ_W が1よりも大きくなる範囲にあるため静水中強制横揺れ時の倍率よりも更に上回ることになって実験値とは大分かけはなれた推定値となって居り，この様に重心が静止水面より大幅に高い所にある場合には渡辺の有効波傾斜係数は現象の予測には適さないということが出来る。

6 結　　論

線形造波理論に従って規則横波の中で船が横揺れ運動をする時の有効波傾斜係数を3次元問題に拡張して導き，ストリップ法による有効波傾斜係数の計算，3次元模型船による横揺れ実験を行って次の結論を得た。

（1） 線形造波理論に従って導いた3次元問題における有効波傾斜係数の表示式は2次元問題の場合と形式的には全く同様に表わされ，また2次元問題の時に可能であった有効波傾斜係数測定法の中，横揺れ拘束による方法，倍率比較による方法は3次元問題においてもそのまま有効である。

（2） 3次元問題では，ある方向から入って来る入射波による有効波傾斜係数は，静水中強制横揺れ時においてその方向に出て行く発散波の振幅を測定することにより実測することが理論的には可能である。しかし船から離れる程波高は小さくなるので，測定精度の点からみて2次元問題の場合よりもはるかに困難であろう。

（3） 静水中自由横揺れ時の減衰率 $\Delta\theta/\theta_m$ を，周期修正することなくそのまま使用して求めた静水中強制横揺れ時の倍率推定値は2次元問題の場合と同様良く実験値と一致する。この静水中強制横揺れ時の倍率推定値に有効波傾斜係数の理論計算値 $|\gamma|$ を乗じて得た波浪中横揺れ倍率推定値も又実験値を良く予測すると見ることが出来る。

（4） 倍率比較法により実験的に得られた有効波傾斜係数の測定値は理論計算値 $|\gamma|$ とほぼ一致する。

（5） 渡辺の方法による有効波傾斜係数 γ_W は本来 Froude-Kriloff の仮定に基づいているが，波数 K に関して高次の項の一部が省略し残されて含まれているのでオーダー的には一貫性がない。しかしこの波数に関する高次の項は，重心が静止水面より下にある場合には γ_W をむしろ線形造波理論により導かれた active resistance を含む有効波傾斜係数 $|\gamma|$ に近づける結果をもたらす働きをしている。一方重心が静止水面より上にある時には反対にこの波数に関する高次の項が γ_W を $|\gamma|$ から遠ざけ，有効波傾斜係数を過大に見積らせることになり，この高次の項を省いた γ_F の方が $|\gamma|$ に近い値を示すことになる。これらのことが2次元問題の場合と同様3次元問題についてもいえることが実験的に確認された。

最後にこの研究をすすめるに当り終始変らぬ御指導，御鞭達を賜った東京大学元良誠三教授ならびに防衛大学校別所正利教授に心からなる感謝の意を表する次第です。また実験の実施に当っては水槽施設，模型船はじめ計測器に至るまで東京大学運動性能試験水槽の設備を使用させて頂いたこと，東京大学杉田松次助手には計測に当ってひとかたならぬ御助力をいただいたことを銘記して関係各位に厚く御礼申上げます。

船舶技術研究所高石敬史室長には SR-108 コンテナ船実験資料の使用を快くお許し頂きました。厚く感謝致します。さらに実験計測，解析には防衛大学校鈴木勝男助手，横浜国立大学学生山川健一，寺尾裕両氏の御援助を頂いたことを記して謝意に代える次第です。

なおこの報告は東京大学学位論文[11)]の一部であることを付記致します。

記 号 一 覧 表

$A_s(\theta)$：θ 方向への発散波の複素振幅
A_n：ストリップの断面積
a：入射波の振幅
B：船の全幅又は船の浮心位置
BK：ビルヂキール
E_j：波により船体のうける j 方向の力又はモーメント
e：同調率 τ_s/τ
e_j：E_j の係数
F_x：船体が流体から受ける x 軸方向の水平力
F_{ij}：i 方向の運動により船体が流体から受ける j 方向の力又はモーメント
f_{ij}：F_{ij} の係数
$f_{ij}^{(2)}(z_n)$：ストリップの2次元的 f_{ij}
$f_{ij}^{(3)}$：3次元的 f_{ij}

G： 船の重心

GB： 重心と浮心間の垂直距離，浮心が重心より下にある時に正

GM： 重心上メタセンタ高さ

g： 重力の加速度

H_0： 柱状体の幅深さ比 $B/2T$

H_t： 波の強制力の係数（2次元）

$H_t(K,\theta)$： θ 方向からの入射波による強制力の係数（3次元）

$H_t^{(2)}(K,z_n)$： ストリップの2次元的 H_t

I_m： 複素数の虚数部

J： $\nabla K_0^2+f_{55}-\dfrac{\nabla\cdot GM}{K}$

J'： $J+\dfrac{N_f}{\rho gK}$ で J に線形粘性抵抗の形式的修正を加えたもの

K： 波数，$\dfrac{\omega^2}{g}$ で $(KT)_s$ は固有横揺れ周期に対応する K と T との積

L： $\nabla+f_{11}$

L'： $L+\dfrac{R_f}{\rho gK}$ で L に線形粘性抵抗の形式的修正を加えたもの

l： $\overline{OG}$ に同じ，G が静止水面より下にある時に正

m： 船体が流体から受ける横揺れモーメント

M： メタセンタ

n： 船体表面における外向き法線

O_{xyz}： 空間固定座標

OM： 静止水面とメタセンタとの垂直距離，M が水面下にある時に正

P： 圧力の動的部分

Q： $\nabla K_0^2+f_{55}$

Q'： $Q+\dfrac{R_f}{\rho gK}$ で Q に線形粘性抵抗の形式的修正を加えたもの

R_e： 複素数の実数部

T： 船の喫水

t： 時間，添字は t により偏微分することを示す

W： 船の排水重量

X： 左右揺れの複素振幅

x_s： 左右揺れ変位

α： 横揺れの加速度に比例する線形抵抗係数 (2α)，又は入射波の入って来る方向

γ： 3次元問題における有効波傾斜係数

γ_0： 2次元問題における有効波傾斜係数

γ_F： 渡辺の有効波傾斜係数から波数に関する高次の項を省いたもので，Froude-Kriloff の仮定の下における有効波傾斜係数に同じ

γ_W： 渡辺の有効波傾斜係数

$\Delta\theta/\theta_m$： 自由横揺れ時の減衰率

ΔL_n： ストリップの長さ

η： 面変位

Θ： 横揺れの複素振幅

θ： 横揺れ変位又は入発散波の方向

θ_0： 強制横揺れ時の強制傾斜角

θ_w： 波の傾斜

κ_0： 船の重心まわりの慣動半径

μ_0： 無抵抗時の静水中強制横揺れ倍率

μ： 静水中強制横揺れ倍率

μ'： μ の推定値

μ_w： 規制横波中における横揺れ倍率

μ_w'： μ_W の推定値

ρ： 水の密度

σ： 柱状体の断面積係数

τ： 強制横揺れ周期

τ_s： 船の固有横揺れ周期

Φ： 速度ポテンシアル

ϕ： 時間に独立の速度ポテンシアル

φ： 単位振幅速度当りの速度ポテンシアル

ω： 円周波数

∇： 排水容積

参考文献

1) W. Froude : T. I. N. A. 1873.
2) 渡辺恵弘：横動揺における船の重心の運動と波の有効傾斜について，造船協会報，第49号，昭和7年.
3) 元良誠三：船体運動力学，共立出版，昭和 42 年.
4) 別所正利：波の中の船の運動の理論について――前進速度のない場合――防衛大学校理工学研究報告，第3巻，第2号，昭和 40 年7月.
5) 別所正利：同上（続報），同上，第3巻，第3号，昭和41年1月.
6) 水野俊明：船体の横揺れ運動における有効波傾斜係数について，日本造船学会論文集第134号，昭和48

年 12 月.
7) 耐航性に関するシンポジウム，日本造船学会，昭和 44 年 7 月.
8) 日本造船研究協会第 108 研究部会報告書，昭和 45 年 3 月.
9) 渡辺恵弘：波の上の横動揺の性質について，造船協会報，第 56 号，昭和 10 年.
10) 日本造船研究協会第 17 研究部会報告書，昭和 32 年 11 月.
11) 水野俊明：前進速度のない船体の横揺れ運動における有効波傾斜係数に関する研究，東京大学学位論文，昭和 49 年 3 月.