(昭和51年5月 日本造船学会春季講演会において講演)

ノズルプロペラ特性計算法に関する研究 (第二報)

――特に不均一流中のノズルプロペラについて――

正員 野 沢 和 男* 正員 岡 本 洋*

A Method for Calculating the Hydrodynamic Characteristics of the Nozzle Propeller (the 2nd Report) ——Nozzle Propeller Characteristics in a Non-Uniform Flow——

by Kazuo Nozawa, Member Hiroshi Okamoto, Member

Summary

The authors showed a method of calculating the hydrodynamic characteristics of the Axisymetrical Nozzle Propeller (hereinafter to abreviated to A. N. P.) in an Axisymetrical Flow (A. F.) and made calculations about the open characteristics and the velocity field in a Uniform Flow (U.F.). From some comparison with experimental results, they showed that the method is considerably effective for grasping open characteristics of the Nozzle Propeller (N. P.).

Until now, the number of actual ships installed with N.P. increased and so the comparison with N.P. ships and C.P. (Conventional Propeller) ships has been made on both model and actual ships. From these results it has been made clearer that the difference of characteristics of open and behind condition in case of N.P. is larger than that in case of C.P.. The factors may be as follows; At first, in case of C.P., thrust is distributed over the propeller disc and so the performance is mainly decided by the mean flow velocity. On the other hand, in case of N.P., thrust is divided into two parts due to the impeller and the ring and the performance of nozzle is strongly affected by the local wake distribution in the vicinity of the nozzle. As the second reason, suction effect of N.P. being stronger than that of C.P., N.P. characteristics, especially Nozzle Thrust is affected by the deformation of nominal wake. From the abovementioned points of view, it is very important to investigate about N.P. characteristics in each step of Uniform, Axisymetrical and Non-Axisymetrical Flow, taking some consideration about the deformation of nominal wake.

In this second report, they showed a method of calculation of a Non-Axisymetical Nozzle Propeller (N. A. N. P.) in a Non-Axisymetical Flow (N. A. F.) and made som study about flow field and pressure around N.P. in U.F., A.F. and N.A.F., using the calculating method based on both the 1st and the 2nd reports and experimental method.

1緒 言

筆者らは第1報¹⁾ において、与えられた軸対称伴流中 (Axisymetrical Flow,以下 A.F と略称する)を稼動 する対称ノズルプロペラ (Axisymetric Nozzle Propeller 以下 A.N.P と略称する)・の特性計算法を示し た。その1例として、一様流中の N.P 特性計算を行ない、 ミクロ的、マクロ的な角度より実験と比較し、この様な Approach が少くともノズルプロペラ(以下 N.P と略称 する)の単独性能特性を把握するのにかなり有効である 事を示した。

* 川崎重工業株式会社

さて、現在では N. P 装備船の実績も増え C. P/N. P 装備船(Conventional Propeller 以下 C. P と略称する)の Model/Ship Level の比較が諸角度よりなされ^{2),3)} 公表 されている。これらによると N. P の単独性能と船尾伴 流中のそれとの差違は C. P の場合の差違に比べてかな り大きい事が明らかになってきた。この1つの目安とし て η_R があるが C. P のそれが大略 1. 0~1. 01 程度であ るに対し N. P では 0. 95 程度とかなり小さくなってい る。また N. P 特性の indivisual components に関し ても単独/船後でかなり差がある。 例えば推力一致法を 用いたときのノズルのスラスト分担率 $\tau=T_p/T_t$ は単 独/船後で 0. 70/0. 75 程度でありノズルスラストが減少

している。これは Momentum Theory で考えれば直 接, 効率の低下に結びつく。このような N. P/C. P の均 一/不均一流中での性能の相違の原因としては、例えば 簡単に斜流中の CP 特性に関しては 0°~10°の間でそ の効率が余り変化しないのに対し4,5, Tilt 角約 10°を もった N. P の特性がかなり変化する事⁶⁾, また単体ノズ ルであっても Convergent あるいは Divergent Flow 中 では推力を発生すること等を考慮すれば、まず第1に ·C.P が Disc 面全体で Thrust を発生しているに対し N.Pでは面、および円環にスラストが分担され、特にノ ズル推力はその円環上での伴流の大きさ v₂, v_r 特に v_r に微妙に影響される事, また第2に N.P は C.P に比 して Suction が大きいために、 伴流の変形が 特にノズ ルの性能に大きく影響する事、等が考えられよう。この 様な事から船後 N.P 性能をより効果的にするためには 一様流/軸対称流中/不均一流中の各段階について伴流の 変形をある程度考慮に入れた N.P 特性の理論的,実験 的調査が必要である。本研究ではこれらの調査の基礎と して第一報で調べられなかった一様流中の Nozzle 内外 面の圧力, Suction の度合, 軸対称流中の特性を計算/実 験で比較するとともに、不均一流中 (Non Axisymetrical Flow N.A.F と略称する)の非対称ノズルプロペラ (Non Axisymetrical Nozzle Propeller (N. A. N. P)) の 特性の計算法を示す。 また ULCC 型肥大タンカー模型 船の自航状態に合わせて計測したノズル内外面の圧力分 布の一部を示して考察し、問題点を明らかにする。

2 不均一流中の非対称ノズルプロペラ計算

この種の計算は坂尾⁷⁾, 上田⁸⁾, Turbal⁹⁾等によって行 われている。いずれも Impeller を無限翼数で置換えて 計算を行なっているが、 坂尾は Impeller の半径方向の 束縛渦分布を矩形とし、かつノズルの渦分布を3パラメ ータで代表させて与えて計算を行ない、上田は N.P. 形 状を与えた厳密な理論計算を行なっている。 Turbal は Impeller の不均一渦分布が与えられるとしてノズルの 渦分布等を求めている。しかしいずれも実験との直接比 較は余り行われていないようである。 ここでは, Fig.1 に示す Flow Chart に沿って, 第一報の ANP/AF を基 にした不均一流中の N. P 計算法を前述の諸家と若干異 なった方法で示す。計算の仮定は第一報と同様であり、 相違点としては、Impeller の無限翼数対応の渦分布が θ によって変化する事,ノズルの渦分布がθによって変化 するため、束縛渦のみでなく自由渦の誘導を考慮せねば ならない事等である。計算では簡単のため, Impeller の 不均一渦ピッチは均一流中の渦ピッチと同一で、かつ縮 流なく無限後方に続いているとし、ノズルの自由渦は軸 に平行にノズルから無限後方にのびているとしている。

また計算に際して与えられる不均一流はポテンシャル流 と仮定し,船体,舵の存在による影響はないとする。

2.1 境界条件

Fig.2 の座標系に従って不均一流中の非対称ノズルプ ロペラの境界条件を示す。

ノズルキャンバーが構成する非対称環の法線ベクトル およびノズル周囲の速度ベクトルを各々 $n(n_x, n_r, n_\theta)$, $u(u_x, u_r, u_\theta)$ とする。このうち θ に依存しないものと するものに分けて

$$\boldsymbol{n}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{r}, \boldsymbol{\theta}) = \boldsymbol{n}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{r}) + \boldsymbol{\Delta} \boldsymbol{n}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{r}, \boldsymbol{\theta}) \quad (1)$$

 $u(x, r, \theta) = u(x, r) + \Delta u(x, r, \theta)$ (2)

さて, 速度場 $u(x, r, \theta)$ を分解して,

$$\left. \begin{array}{c} u_{x} = \overline{v_{x} + w_{px} + w_{nx}} + \Delta v_{x} + \Delta w_{px} + \Delta w_{nx} \\ u_{r} = \overline{v_{r} + w_{pr} + w_{nr}} + \Delta v_{r} + \Delta w_{pr} + \Delta w_{nr} \\ u_{\theta} = \overline{v_{\theta}} + \Delta v_{\theta} + \Delta w_{\theta\theta} + \Delta w_{n\theta} \end{array} \right\}$$
(3)

このうち^一印は全て軸対称流計算によって得られる軸 対称成分である。

\bar{v}_x , \bar{v}_r , \bar{v}_{θ} : 流入速度

 \bar{w}_{px} , \bar{w}_{pr} : プロペラによるノズル位置誘起速度

 \bar{w}_{nx} , \bar{w}_{nr} : ノズルによるノズル位置誘起速度

$$=0$$
 (4)

ここで θ に依存しない項と依存する項に分けて各々を 零とおくと同時に、 $\Delta u \cdot \Delta n$ の項を微少量と仮定して無 視する。

 $\boldsymbol{u} \cdot \boldsymbol{n} = 0 \tag{5}$

 $\Delta \boldsymbol{u} \cdot \boldsymbol{\bar{n}} + \Delta \boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{\bar{u}} = 0 \tag{6}$

ここで、(5) 式は ANP/AF 計算に対応するもので既 に第1報で解いたものであり、(6) 式が今回の NANP/ NAF計算に対応するものである。ここでインペラの不均 一流成分循環分布が後述する方法で与えられるとすれば、 (3) 式中の未知数は Δw_{nx} , Δw_{nr} , $\Delta w_{n\theta}$ の3成分とな り、この中にノズルの不均一流非対称成分の渦分布が含 まれている。従って積分方程式は次のようになる。

 $\Delta w_{nx} \cdot \bar{n}_x + \Delta w_{nr} \cdot \bar{n}_r$

 $= - \left[\left(\varDelta v_x + \varDelta w_{px} \right) \cdot \bar{n}_x + \left(\varDelta v_r + \varDelta w_{pr} \right) \cdot \bar{n}_r \right]$

 $+\bar{u}_{x}\cdot\varDelta n_{x}+\bar{u}_{r}\cdot\varDelta n_{r}+\bar{u}_{\theta}\cdot\varDelta n_{\theta}]$ (7)

(7) 式中に含まれる各成分は 2. 2~2. 4 に示す計算式 で求められる。ただし、 \bar{u}_{x} 、 \bar{u}_{r} 、 \bar{u}_{θ} は第一報で述べた方 法で求まるので再掲しない。

2.2 不均一流成分によるプロペラ誘導速度

インペラは無限翼数で近似されており、この渦分布は 半径 R,ボス比 η_h のインペラ面上に $r_p(r, \theta')$ で面分布

日本造船学会論文集 第139号

しているとする。ここで、
$$r/R = \eta$$
 を

$$\eta = \frac{1}{2}(1+\eta_h) - \frac{1}{2}(1-\eta_h) \cdot \cos\varphi$$
(8)

の関係にある φ に変換し、この φ をもって r_p がフーリエ展開できると仮定する。

$$\begin{aligned} \gamma_{p}(\varphi, \ \theta') = \gamma_{p0}(\varphi) + \gamma_{p1}(\varphi, \ \theta') \tag{9} \\ \gamma_{p0}(\varphi) = \sum_{m=1}^{M} \lceil \gamma_{m} \rceil_{0} \cdot \sin m\varphi \tag{10} \end{aligned}$$

$$\gamma_{p1}(\varphi, \theta') = \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} \left([\gamma_m]_n^c \cdot \cos n\theta' + [\gamma_m]_n^s \cdot \sin n\theta' \right) \cdot \sin m\varphi$$
(10)

$$\frac{d\gamma_{p1}}{d\varphi} = \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} \left([\gamma_m]_n^c \cdot \cos n\theta' + [\gamma_m]_n^s \cdot \sin n\theta') \cdot m \cdot \cos m\varphi \right)$$
(11)

ここで φ は半径方向の変数であり、 θ' が周方向の変数である。(9)式の r_p のうち r_{p0} が均一流によるプロペラ束縛渦密度であり、既に第一報で取扱ったものである。 $r_{p1}(\varphi, \theta')$ が不均一流成分によるもので今回の計算ではこれによる誘導速度を求めることが先決となる。以下これについて述べる。

2.2.1 束縛渦による誘導速度

 $\Upsilon_{p1}(\varphi, \theta)$ がインペラ面に面分布しているとき,この 束縛渦による誘導速度は Biot-Savart の定理を使用し て次の計算で与えられる。なお,式の誘導は省略して結 果のみを示す。

$$\begin{aligned}
\Delta w_{bx}(\xi, \eta, \theta) &= \sum_{n=1}^{N} \left(a_n^{bx} \cdot \cos n\theta + b_n^{bx} \cdot \sin n\theta \right) \\
\Delta w_{br}(\xi, \eta, \theta) &= \sum_{n=1}^{N} \left(a_n^{br} \cdot \cos n\theta + b_n^{br} \cdot \sin n\theta \right) \\
\Delta w_{b\theta}(\xi, \eta, \theta) &= \sum_{n=1}^{N} \left(a_n^{b\theta} \cdot \cos n\theta + b_n^{b\theta} \cdot \sin n\theta \right)
\end{aligned}$$
(12)

ここで
$$a_n^{bx}$$
, b_n^{bx} 等の係数は次式で表わされる。
 $a_n^{bx}(\xi, \eta) = \frac{(1-\eta_h)\cdot\eta}{16\pi R} \cdot \sum_{m=1}^{N} [\gamma_m]_n^{\xi_h}$
 $\cdot \int_0^{\pi} \sin m\varphi_0 \cdot \sin \varphi_0(\hat{B}_{n+1} - \hat{B}_{n-1})d\varphi_0$
 $b_n^{bx}(\xi, \eta) = -\frac{(1-\eta_h)\cdot\eta}{16\pi R} \cdot \sum_{m=1}^{M} [\gamma_m]_n^{\xi_h}$
 $\cdot \int_0^{\pi} \sin m\varphi_0 \cdot \sin \varphi_0(\hat{B}_{n+1} - \hat{B}_{n-1})d\varphi_0$
 $a_n^{br}(\xi, \eta) = a_n^{bx} \cdot \xi/\eta$
 $b_n^{br}(\xi, \eta) = b_n^{bx} \cdot \xi/\eta$
 $a_n^{b\theta}(\xi, \eta) = -\frac{(1-\eta_h)\cdot\xi}{16\pi R} \cdot \sum_{m=1}^{M} [\gamma_m]_n^{\xi_h}$
 $\cdot \int_0^{\pi} \sin m\varphi_0 \cdot \sin \varphi_0(\hat{B}_{n+1} + \hat{B}_{n-1})d\varphi_0$
 $b_n^{b\theta}(\xi, \eta) = \frac{(1-\eta_h)\cdot\xi}{16\pi R} \cdot \sum_{m=1}^{M} [\gamma_m]_n^{\xi_h}$
 $\cdot \int_0^{\pi} \sin m\varphi_0 \cdot \sin \varphi_0(\hat{B}_{n+1} + \hat{B}_{n-1})d\varphi_0$
(13)

$$\hat{B}_{n}(z) = \int_{0}^{2\pi} \frac{\cos n\theta}{R^{3}_{PQ}} d\theta$$

$$= -\frac{2}{(\eta \cdot \hat{\eta})^{3/2}} \cdot \frac{n - (1/2)}{z^{2} - 1}$$

$$\cdot [z \cdot Q_{n - (1/2)}(z) - Q_{n - (3/2)}(z)] \quad (14)$$

ただし

$$\left. \begin{cases} \xi = x/R & \eta = r/R \\ R_{PQ} = \sqrt{(\xi - \hat{\xi})^2 + \eta^2 + \hat{\eta}^2 - 2\eta\hat{\eta}\cos\theta} \\ z = \frac{(\xi - \hat{\xi})^2 + \eta^2 + \hat{\eta}^2}{2\eta\hat{\eta}} \end{cases} \right\}$$
(15)

$Q_{ u}(z)$:第2種ルジャンドル関数

 $Q_{\nu}(z)$ の計算は第1種,第2種完全楕円積分KとEを使用して次のように行なう¹³⁾。

$$n=1$$

$$Q_{1/2}(z) = z \cdot \sqrt{\frac{2}{z+1}} \cdot K\left(\sqrt{\frac{2}{z+1}}\right)$$

$$-\left[2(z+1)\right]^{1/2} \cdot E\left(\sqrt{\frac{2}{z+1}}\right)$$

$$Q_{-1/2}(z) = \sqrt{\frac{2}{z+1}} \cdot K\left(\sqrt{\frac{2}{z+1}}\right)$$

$$n \ge 2$$

$$Q_{\nu+1} = \frac{1}{\nu+1} \left[(2\nu+1) \cdot z \cdot Q_{\nu} - \nu \cdot Q_{\nu-1}\right]$$
(16)

2.2.2 自由渦による誘導速度

 $T_{p1}(\varphi, \theta')$ による自由渦密度は $dT_{p1}/d\varphi_0 \cdot d\varphi_0$ であり、 これがピッチ $2\pi h(\varphi_0)$ なる螺旋面上に $\xi=0\sim\infty$ に分 布している場合の誘導速度は次式で示される。

$$\Delta w_{fx}(\xi, \eta, \theta) = \sum_{n=1}^{N} (a_n^x \cdot \cos n\theta + b_n^x \cdot \sin n\theta)
\Delta w_{fr}(\xi, \eta, \theta) = \sum_{n=1}^{N} (a_n^r \cdot \cos n\theta + b_n^r \cdot \sin n\theta)
\Delta w_{f\theta}(\xi, \eta, \theta) = \sum_{n=1}^{N} (a_n^\theta \cdot \cos n\theta + b_n^\theta \cdot \sin n\theta)$$
(17)

ここで、 a_n^x 、 b_n^x 等の係数は次式で表わされる。

$$a_{n}^{x}(\xi, \eta) = -\frac{R}{4\pi} \int_{0}^{2\pi} \frac{1}{\hat{h}^{3}} \cdot \int_{0}^{2\pi} \hat{A}(E'V_{c} + F'V_{s}) d\Phi \cdot d\varphi_{0}$$

$$b_{n}^{x}(\xi, \eta) = -\frac{R}{4\pi} \int_{0}^{\pi} \frac{1}{\hat{h}^{3}} \cdot \int_{0}^{2\pi} \hat{A}(-F'V_{c} + E'V_{s}) d\Phi \cdot d\varphi_{0}$$

$$a_{n}^{r}(\xi, \eta) = -\frac{R}{4\pi} \int_{0}^{\pi} \frac{1}{\hat{h}^{3}} \cdot \left[\int_{0}^{2\pi} \hat{C}(E'V_{c} + F'V_{s}) d\Phi - \int_{0}^{2\pi} \hat{D}(E'V_{\varphi c} + F'V_{\varphi s}) d\Phi\right] d\varphi_{0}$$

$$b_{n}^{r}(\xi, \eta) = -\frac{R}{4\pi} \int_{0}^{\pi} \frac{1}{\hat{h}^{3}}$$

$$\cdot \left[\int_{0}^{2\pi} \hat{C}(-F'V_{c}+E'V_{s})d\Phi - \int_{0}^{2\pi} \hat{D}(-F'V_{\varphi c}+E'V_{\varphi s})d\Phi \right] d\varphi_{0}$$

$$a_{n}^{\theta}(\xi, \eta) = -\frac{R}{4\pi} \int_{0}^{\pi} \frac{1}{\hat{h}^{s}}$$

$$\cdot \left[\int_{0}^{2\pi} \hat{B}(E'V_{c}+F'V_{s})d\Phi - \int_{0}^{2\pi} \hat{C}(E'V_{\varphi c}+F'V_{\varphi s})d\Phi \right] d\varphi_{0}$$

$$b_{n}^{\theta}(\xi, \eta) = -\frac{R}{4\pi} \int_{0}^{\pi} \frac{1}{\hat{h}^{3}}$$

$$\cdot \left[\int_{0}^{2\pi} \hat{B}(-F'V_{c}+E'V_{s})d\Phi - \int_{0}^{2\pi} \hat{C}(-F'V_{\varphi c}+E'V_{\varphi s})d\Phi \right] d\varphi_{0}$$

$$- \int_{0}^{2\pi} \hat{C}(-F'V_{\varphi c}+E'V_{\varphi s})d\Phi \right] d\varphi_{0}$$

$$(18)$$

ここで

$$\begin{array}{c}
\hat{A}(\hat{\eta}, \boldsymbol{\Phi}; \boldsymbol{\eta}) = \hat{\eta}^{2} - \eta \cdot \hat{\eta} \cos \boldsymbol{\Phi} \\
\hat{B}(\hat{\eta}, \boldsymbol{\Phi}; \boldsymbol{\eta}) = (\eta - \hat{\eta} \cos \boldsymbol{\Phi}) \cdot \hat{h} \\
\hat{C}(\hat{\eta}, \boldsymbol{\Phi}) = \hat{\eta} \cdot \hat{h} \sin \boldsymbol{\Phi} \\
\hat{D}(\hat{\eta}, \boldsymbol{\Phi}) = \hat{\eta} \cdot \hat{h} \cos \boldsymbol{\Phi}
\end{array}$$

$$\begin{array}{c}
E' = \sum_{m=1}^{M} \left[m[\boldsymbol{\gamma}_{m}]_{n}^{c} \cdot \boldsymbol{C}_{n} - m \cdot [\boldsymbol{\gamma}_{m}]_{n}^{s} \cdot \boldsymbol{S}_{n} \right] \cos \boldsymbol{m} \boldsymbol{\varphi}_{0} \\
E' = \sum_{m=1}^{M} \left[m[\boldsymbol{\gamma}_{m}]_{n}^{c} \cdot \boldsymbol{S}_{n} - m \cdot [\boldsymbol{\gamma}_{m}]_{n}^{s} \cdot \boldsymbol{C}_{n} \right] \cos \boldsymbol{m} \boldsymbol{\varphi}_{0} \\
E' = \sum_{m=1}^{M} \left[m[\boldsymbol{\gamma}_{m}]_{n}^{c} \cdot \boldsymbol{S}_{n} - m \cdot [\boldsymbol{\gamma}_{m}]_{n}^{s} \cdot \boldsymbol{C}_{n} \right] \cos \boldsymbol{m} \boldsymbol{\varphi}_{0} \\
E' = \sum_{m=1}^{M} \left[m[\boldsymbol{\gamma}_{m}]_{n}^{c} \cdot \boldsymbol{S}_{n} - m \cdot [\boldsymbol{\gamma}_{m}]_{n}^{s} \cdot \boldsymbol{C}_{n} \right] \cos \boldsymbol{m} \boldsymbol{\varphi}_{0} \\
E' = \sum_{m=1}^{M} \left[m[\boldsymbol{\gamma}_{m}]_{n}^{c} \cdot \boldsymbol{S}_{n} - m \cdot [\boldsymbol{\gamma}_{m}]_{n}^{s} \cdot \boldsymbol{C}_{n} \right] \cos \boldsymbol{m} \boldsymbol{\varphi}_{0} \\
E' = \sum_{m=1}^{M} \left[m[\boldsymbol{\gamma}_{m}]_{n}^{c} \cdot \boldsymbol{S}_{n} - m \cdot [\boldsymbol{\gamma}_{m}]_{n}^{s} \cdot \boldsymbol{C}_{n} \right] \cos \boldsymbol{m} \boldsymbol{\varphi}_{0} \\
E' = \sum_{m=1}^{M} \left[m[\boldsymbol{\gamma}_{m}]_{n}^{c} \cdot \boldsymbol{S}_{n} - m \cdot [\boldsymbol{\gamma}_{m}]_{n}^{s} \cdot \boldsymbol{C}_{n} \right] \cos \boldsymbol{m} \boldsymbol{\varphi}_{0} \\
E' = \sum_{m=1}^{M} \left[m[\boldsymbol{\gamma}_{m}]_{n}^{c} \cdot \boldsymbol{S}_{n} - m \cdot [\boldsymbol{\gamma}_{m}]_{n}^{s} \cdot \boldsymbol{C}_{n} \right] \cos \boldsymbol{m} \boldsymbol{\varphi}_{0} \\
E' = \sum_{m=1}^{M} \left[m[\boldsymbol{\gamma}_{m}]_{n}^{c} \cdot \boldsymbol{S}_{n} - m \cdot [\boldsymbol{\gamma}_{m}]_{n}^{s} \cdot \boldsymbol{S}_{n} \right] \\
E' = \sum_{m=1}^{M} \left[m[\boldsymbol{\gamma}_{m}]_{n}^{c} \cdot \boldsymbol{S}_{n} - m \cdot [\boldsymbol{\gamma}_{m}]_{n}^{s} \cdot \boldsymbol{S}_{n} \right] \\
E' = \sum_{m=1}^{M} \left[m[\boldsymbol{\gamma}_{m}]_{n}^{c} \cdot \boldsymbol{S}_{n} - m \cdot [\boldsymbol{\gamma}_{m}]_{n}^{s} \cdot \boldsymbol{S}_{n} \right] \\
E' = \sum_{m=1}^{M} \left[m[\boldsymbol{\gamma}_{m}]_{n}^{c} \cdot \boldsymbol{S}_{n} - m \cdot [\boldsymbol{\gamma}_{m}]_{n}^{s} \cdot \boldsymbol{S}_{n} \right] \\
E' = \sum_{m=1}^{M} \left[m[\boldsymbol{\gamma}_{m}]_{n}^{c} \cdot \boldsymbol{S}_{n} - m \cdot [\boldsymbol{\gamma}_{m}]_{n}^{s} \cdot \boldsymbol{S}_{n} \right] \\
E' = \sum_{m=1}^{M} \left[m[\boldsymbol{\gamma}_{m}]_{n}^{c} \cdot \boldsymbol{S}_{n} - m \cdot [\boldsymbol{\gamma}_{m}]_{n}^{s} \cdot \boldsymbol{S}_{n} \right] \\
E' = \sum_{m=1}^{M} \left[m[\boldsymbol{\gamma}_{m}]_{n}^{c} \cdot \boldsymbol{S}_{n} - m \cdot [\boldsymbol{\gamma}_{m}]_{n}^{s} \cdot \boldsymbol{S}_{n} \right] \\
E' = \sum_{m=1}^{M} \left[m[\boldsymbol{\gamma}_{m}]_{n}^{c} \cdot \boldsymbol{S}_{n} - m \cdot [\boldsymbol{\gamma}_{m}]_{n}^{s} \cdot \boldsymbol{S}_{n} \right] \\
E' = \sum_{m=1}^{M} \left[m[\boldsymbol{\gamma}_{m}]_{n}^{s} \cdot \boldsymbol{S}_{n} - m \cdot [\boldsymbol{\gamma}_{m}]_{n}^{s} \cdot \boldsymbol{S}_{n} \right] \\
E' = \sum_{m=1}^{M} \left[m[\boldsymbol{\gamma}_{m}]_{n}^{s} \cdot \boldsymbol{S}_{n} - m \cdot [\boldsymbol{\gamma}_{m}]_{n}^{s} \cdot \boldsymbol{S}_{n} \right] \\
E' = \sum_{m=1}^{M} \left[m[\boldsymbol{\gamma}_{m}]_{n}^{s} \cdot \boldsymbol{S}_{n} \right] \\
E'$$

$$C_{n} = \cos n \left(-\Phi + \frac{x}{h}\right)$$

$$S_{n} = \sin n \left(-\Phi + \frac{x}{h}\right)$$
(20)

$$\begin{split} V_{c} &= \int_{-\varepsilon/\hbar}^{\infty} \frac{\cos n\varphi}{(\varphi^{2} + a^{2})^{3/2}} \cdot d\varphi \\ &= n^{2} \bigg[\int_{-n\varepsilon/\hbar}^{0} \frac{\cos t}{(t^{2} + a^{2}n^{2})^{3/2}} dt + \frac{1}{an} K_{1}(an) \bigg] \\ V_{s} &= \int_{-\varepsilon/\hbar}^{\infty} \frac{\sin n\varphi}{(\varphi^{2} + a^{2})^{3/2}} \cdot d\varphi \\ &= n^{2} \bigg[\int_{-n\varepsilon/\hbar}^{0} \frac{\sin t}{(t^{2} + a^{2}n^{2})^{3/2}} dt \\ &- \frac{\pi}{2an} \left\{ I_{1}(an) - L_{-1}(an) \right\} \bigg] \\ V_{\varphi c} &= \int_{-\varepsilon/\hbar}^{\infty} \frac{\varphi \cdot \cos n\varphi}{(\varphi^{2} + a^{2})^{3/2}} d\varphi \\ &= n^{3} \bigg[\int_{-n\varepsilon/\hbar}^{0} \frac{t \cdot \cos t}{(t^{2} + a^{2})^{3/2}} dt \\ &+ \frac{1}{an} - \frac{\pi}{2} \left\{ I_{0}(an) - L_{0}(an) \right\} \bigg] \\ V_{\varphi s} &= \int_{-\varepsilon/\hbar}^{\infty} \frac{\varphi \cdot \sin n\varphi}{(\varphi^{2} + a^{2})^{3/2}} d\varphi \\ &= n^{3} \bigg[\int_{-n\varepsilon/\hbar}^{0} \frac{t \cdot \sin t}{(t^{2} + a^{2})^{3/2}} dt + K_{0}(an) \bigg] \end{split}$$

ただし

$$a = \sqrt{\frac{\eta^{2} + \hat{\eta}^{2} - 2\eta\hat{\eta}\cos\Phi}{\hat{h}^{2}}}$$

$$\hat{h} = h/R$$

$$2\pi h : 渦 \psi \to \mathcal{I}_{n}, K_{n} : 変形 \land \psi \to \psi \downarrow \psi$$

$$L_{n} : 変形 \land \psi \to \psi \neq \psi$$

$$(21)$$

以上で不均一成分のみによるプロペラ誘導速度が求め られた。ここで(12)式,(17)式を加えて,かつ船速で無 次元化したプロペラ誘導速度の不均一流成分を $\Delta \omega_{px'}$, $\Delta \omega_{pr'}$, $\Delta \omega_{p\theta'}$ とする。

$$\begin{aligned}
\Delta \omega_{px}' &= \sum_{n=1}^{N} \left(a_n^{x} \cdot \cos n\theta + b_n^{x} \cdot \sin n\theta \right) \\
\Delta \omega_{pr}' &= \sum_{n=1}^{N} \left(a_n^{r} \cdot \cos n\theta + b_n^{r} \cdot \sin n\theta \right) \\
\Delta \omega_{p\theta}' &= \sum_{n=1}^{N} \left(a_n^{\theta} \cdot \cos n\theta + b_n^{\theta} \cdot \sin n\theta \right)
\end{aligned}$$
(22)

2.3 不均一流成分によるノズル誘導速度

ノズルの揚力面を $x=l_1 \sim l_2$ でかつ $r=\bar{r}$ の円環とする。この上に次の様な無次元渦分布を置く。

$$\hat{\boldsymbol{\tau}}_{n}(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\theta}') = \hat{\boldsymbol{A}}_{0}(\boldsymbol{\xi}) + \sum_{n=1}^{N} (\hat{\boldsymbol{A}}_{n}(\boldsymbol{\xi}) \cos n\boldsymbol{\theta}' + \hat{\boldsymbol{B}}_{n}(\boldsymbol{\xi}) \sin n\boldsymbol{\theta}')$$
(23)

ここで $\hat{r}_{n0} = \hat{A}_0(\xi)$ とおき残りを \hat{r}_{n1} とすると, \hat{r}_{n0} は既に第1報で計算可能となっている ANP の渦分布で あり、これに対する誘導速度は既に求められている。こ こでは $\hat{r}_{n1}(\xi, \theta')$ に対する誘導速度計算を Biot-Savart の定理を使用して行なう。

単位角度あたりの自由渦の強さは、 $\frac{d\hat{r}_n}{d\theta'} \cdot d\theta'$ で与えられる。 $\hat{r}_f = d\hat{r}_n/d\theta'$ とおけば

$$\hat{r}_{f}(\xi, \theta') = \sum_{n=1}^{N} (\hat{Y}_{n} \cdot \sin n\theta' + \hat{X}_{n} \cdot \cos n\theta')$$
(24)
$$\hat{r}_{c} \hat{\tau}_{c} \downarrow$$

となる。

2.3.1 束縛渦によるノズル誘導速度

(23) 式中の $\hat{r}_{n1}(\xi, \theta')$ がノズル揚力面に分布しているときの束縛渦による誘導速度は次の通りである。

$$\begin{aligned}
\Delta w'_{Nbx}(\xi, \eta, \theta) &= \sum_{n=1}^{N} (a_n^{Nbx} \cdot \cos n\theta + b_n^{Nbx} \cdot \sin n\theta) \\
\Delta w'_{Nbr}(\xi, \eta, \theta) &= \sum_{n=1}^{N} (a_n^{Nbr} \cdot \cos n\theta + b_n^{Nbr} \cdot \sin n\theta) \\
\Delta w'_{Nb\theta}(\xi, \eta, \theta) &= \sum_{n=1}^{N} (a_n^{Nb\theta} \cdot \cos n\theta + b_n^{Nb\theta} \cdot \sin n\theta)
\end{aligned}$$
(26)

$$\begin{split} \boldsymbol{\xi} \in \boldsymbol{\xi} & \boldsymbol{\xi}, \ \boldsymbol{\eta} = \frac{\eta'}{4\pi} \int_{-1}^{1} \hat{\boldsymbol{A}}_{n} \\ & \cdot \left[-\eta' \cdot \hat{\boldsymbol{B}}_{n} + \frac{\eta}{2} \{ \hat{\boldsymbol{B}}_{n-1} + \hat{\boldsymbol{B}}_{n+1} \} \right] d\xi' \\ \boldsymbol{b}_{n}^{Nbx}(\boldsymbol{\xi}, \ \boldsymbol{\eta}) &= \frac{\eta'}{4\pi} \int_{-1}^{1} \hat{\boldsymbol{B}}_{n} \\ & \cdot \left[-\eta' \cdot \hat{\boldsymbol{B}}_{n} + \frac{\eta}{2} \{ \hat{\boldsymbol{B}}_{n-1} + \hat{\boldsymbol{B}}_{n+1} \} \right] d\xi' \\ \boldsymbol{a}_{n}^{Nbr}(\boldsymbol{\xi}, \ \boldsymbol{\eta}) &= \frac{1}{8\pi} \int_{-1}^{1} \hat{\boldsymbol{A}}_{n} \\ & \cdot \left[-(\boldsymbol{\xi} - \boldsymbol{\xi}') \{ \hat{\boldsymbol{B}}_{n-1} + \hat{\boldsymbol{B}}_{n+1} \} \right] d\xi' \\ \boldsymbol{b}_{n}^{Nbr}(\boldsymbol{\xi}, \ \boldsymbol{\eta}) &= \frac{1}{8\pi} \int_{-1}^{1} \hat{\boldsymbol{B}}_{n} \\ & \cdot \left[-(\boldsymbol{\xi} - \boldsymbol{\xi}') \{ \hat{\boldsymbol{B}}_{n-1} + \hat{\boldsymbol{B}}_{n+1} \} \right] d\xi' \\ \boldsymbol{b}_{n}^{Nb\theta}(\boldsymbol{\xi}, \ \boldsymbol{\eta}) &= -\frac{1}{8\pi} \int_{-1}^{1} \hat{\boldsymbol{B}}_{n} \\ & \cdot \left[-(\boldsymbol{\xi} - \boldsymbol{\xi}') \{ \hat{\boldsymbol{B}}_{n-1} - \hat{\boldsymbol{B}}_{n+1} \} \right] d\xi' \\ \boldsymbol{b}_{n}^{Nb\theta}(\boldsymbol{\xi}, \ \boldsymbol{\eta}) &= \frac{1}{8\pi} \int_{-1}^{1} \hat{\boldsymbol{B}}_{n} \\ & \cdot \left[-(\boldsymbol{\xi} - \boldsymbol{\xi}') \{ \hat{\boldsymbol{B}}_{n-1} - \hat{\boldsymbol{B}}_{n+1} \} \right] d\xi' \\ \boldsymbol{b}_{n}^{Nb\theta}(\boldsymbol{\xi}, \ \boldsymbol{\eta}) &= \frac{1}{8\pi} \int_{-1}^{1} \hat{\boldsymbol{B}}_{n} \\ & \cdot \left[-(\boldsymbol{\xi} - \boldsymbol{\xi}') \{ \hat{\boldsymbol{B}}_{n-1} - \hat{\boldsymbol{B}}_{n+1} \} \right] d\xi' \end{split}$$

ただし、 ξ , η , ξ' , η' はx, r, x', r' のノズル半長 l/2 に よる無次元化座標, 原点はノズル長の中心。

 $\hat{B}_n(\xi, \eta; \xi', \eta')$ は(14)式参照。 便宜の為,核関数を次のようにおいておく。

$$X(\xi, \eta; \xi', \eta') = -\eta' \cdot \hat{B}_{n} + \frac{\eta}{2} \{ \hat{B}_{n-1} + \hat{B}_{n+1} \}$$

$$R(\xi, \eta; \xi', \eta') = -(\xi - \xi') \{ \hat{B}_{n-1} + \hat{B}_{n+1} \}$$

$$T(\xi, \eta; \xi', \eta') = -(\xi - \xi') \{ \hat{B}_{n-1} - \hat{B}_{n+1} \}$$
(28)

2.3.2 自由渦によるノズル誘導速度

(24) 式の $r_f(\xi, \theta') d\theta'$ なる自由渦層が, ノズル前端 から無限後方まで軸に平行に流出しているとすれば, 無 次元誘導速度は次のようになる。

$$\begin{aligned}
\Delta w'_{Nfx}(\xi, \eta, \theta) &= 0 \\
\Delta w'_{Nfr}(\xi, \eta, \theta) &= \sum (a_n^{Nfr} \cdot \cos n\theta + b_n^{Nfr} \cdot \sin n\theta) \\
A w'_{Nf\theta}(\xi, \eta, \theta) &= \sum (a_n^{Nf\theta} \cdot \cos n\theta + b_n^{Nf\theta} \cdot \sin n\theta)
\end{aligned}$$
(29)

ここで

$$a_{n}^{Nfr}(\xi, \eta; \hat{\eta}) = \frac{1}{4\pi} \int_{-1}^{1} \hat{A}_{n} \cdot nR_{f}(\xi, \eta; \hat{\xi}, \hat{\eta}) d\hat{\xi}$$

$$b_{n}^{Nfr}(\xi, \eta; \hat{\eta}) = -\frac{1}{4\pi} \int_{-1}^{1} \hat{B}_{n} \cdot nR_{f}(\xi, \eta; \hat{\xi}, \hat{\eta}) d\hat{\xi}$$

$$a_{n}^{Nf\theta}(\xi, \eta; \hat{\eta}) = \frac{1}{4\pi} \int_{-1}^{1} \hat{B}_{n} \cdot nT_{f}(\xi, \eta; \hat{\xi}, \hat{\eta}) d\hat{\xi}$$

$$b_{n}^{Nf\theta}(\xi, \eta; \hat{\eta}) = -\frac{1}{4\pi} \int_{-1}^{1} \hat{A}_{n} \cdot nT_{f}(\xi, \eta; \hat{\xi}, \hat{\eta}) d\hat{\xi}$$
(30)

 $\begin{array}{l} R_{f}(\xi, \ \eta; \ \hat{\xi}, \ \hat{\eta}) = -\{ \mathring{L}_{n}(\xi - \hat{\xi}) + \mathring{K}_{n} \} \\ T_{f}(\xi, \ \eta; \ \hat{\xi}, \ \hat{\eta}) = \mathring{I}_{n}(\xi - \hat{\xi}) + J_{n}^{\circ} \end{array} \right\}$ (31)

ここで
$$\hat{L}_n$$
, \hat{K}_n , \hat{I}_n , \hat{J}_n は次に示す積分で表示される。
 $\hat{L}_n = \int_0^{2\pi} \frac{\sin n\alpha \cdot \sin \alpha}{\eta^2 + \hat{\eta}^2 - 2\eta\hat{\eta}\cos\varphi}$
 $\cdot \frac{\hat{\eta}}{\sqrt{(\xi - \hat{\xi})^2 + \eta^2 + \hat{\eta}^2 - 2\eta\hat{\eta}\cos\alpha}} d\alpha$
 $= \frac{\hat{\eta}}{2} [\tilde{L}_{n+1} - \tilde{L}_{n-1}]$ (32)

ここで
$$\widetilde{L}_n$$
 を次のように変形する。

$$\begin{split} \tilde{L}_{n} &= \int_{0}^{2\pi} \frac{\cos n\alpha}{\eta^{2} + \hat{\eta}^{2} - 2\eta \hat{\eta} \cos \alpha} \\ &\cdot \frac{1}{\sqrt{(\xi - \hat{\xi})^{2} + \eta^{2} + \hat{\eta}^{2} - 2\eta \hat{\eta} \cos \alpha}} d\alpha \\ &= \sum_{i=0}^{n-1} \chi_{i} \int_{0}^{2\pi} \frac{\cos i\alpha}{\sqrt{(\xi - \hat{\xi})^{2} + \eta^{2} + \hat{\eta}^{2} - 2\eta \hat{\eta} \cos \alpha}} \cdot d\alpha \\ &+ \int_{0}^{2\pi} \frac{B + C \cdot \cos \alpha}{\eta^{2} + \hat{\eta}^{2} - 2\eta \hat{\eta} \cos \alpha} \\ \cdot \frac{1}{\sqrt{(\xi - \hat{\xi})^{2} + \eta^{2} + \hat{\eta}^{2} - 2\eta \hat{\eta} \cos \alpha}} \cdot d\alpha \end{split}$$
(33)

ここで χ_i および *B*, *C* は係数比較法により, η , $\hat{\eta}$ の関 数として求められる。(33) 式のように変形することに より第1項は $Q_{\nu}(z)$, 第2項は完全および不完全楕円積 分で表わされる。同じような性質が $\hat{I}_n(\xi-\xi')$ にも現れ るので, 簡便のために (33) 式を次のように置いておく。

$$\tilde{L}_{n} = \sum_{i=0}^{n-1} \chi_{i} \cdot N_{i} + I_{i}^{2}$$
(34)

 N_i , I_i^2 は次式で計算される。

$$N_{i} = \frac{2}{\sqrt{\eta \hat{\eta}}} \cdot Q_{i-1/2}(z)$$

$$f_{c} f_{c}^{2} \hat{\xi} + \eta^{2} + \hat{\eta}^{2}$$

$$(35)$$

$$I_{i}^{2} = \frac{4 \cdot E}{\sqrt{(\xi - \hat{\xi})^{2} + (\eta + \hat{\eta})^{2}}} \cdot K(k)$$
$$+ \frac{4}{\eta + \hat{\eta}} \cdot \frac{D}{|\xi - \hat{\xi}| \cdot |\hat{\eta} - \eta|} \cdot [K(k) \cdot E(A, k')]$$
$$- K(k) \cdot A(k) + E(k) \cdot A(k)]$$
(36)

ここで

$$K(k), E(k) : \hat{n} - \hat{a}, \hat{n} = \hat{a$$

$$I_{n}:$$

$$\hat{I}_{n} = \int_{0}^{2\pi} \cos n\theta \cdot \frac{\eta - \hat{\eta} \cos \theta}{\eta^{2} + \hat{\eta}^{2} - 2\eta \hat{\eta} \cos \theta}$$

$$\cdot \frac{d\theta}{\sqrt{(t - \hat{u})^{2} + \hat{\eta}^{2} - 2\eta \hat{\eta} \cos \theta}}$$
(38)

$$\sqrt{(\xi - \hat{\xi})^2 + \eta^2 + \hat{\eta}^2 - 2\eta\hat{\eta}\cos\theta}$$
(33)

これも(33),(34)式と同じ型に変形できる。 J_n :

$$\hat{J}_{n} = \int_{0}^{2\pi} \cos n\alpha \cdot \frac{\eta - \hat{\eta} \cos \alpha}{\eta^{2} + \hat{\eta}^{2} - 2\eta \hat{\eta} \cos \alpha} d\alpha$$

$$= \eta \cdot \phi_{n} - \frac{\hat{\eta}}{2} (\phi_{n+1} + \phi_{n-1})$$
(39)

$$\begin{aligned} \varepsilon \in \mathcal{C} \qquad \phi_n = \int_0^{2\pi} \frac{\cos n\alpha}{\eta^2 + \hat{\eta}^2 - 2\eta \hat{\eta} \cos \alpha} d\alpha \\ \phi_n = \begin{cases} \frac{1}{\hat{\eta}^2} \cdot \frac{2\pi a^n}{1 - a^2} & a < 1\\ \frac{1}{\hat{\eta}^2} \cdot \frac{2\pi}{a^n (a^2 - 1)} & a > 1 \end{cases} \end{aligned}$$
(40)

$$tr t = \eta/\hat{\eta}, \ a = 1 \quad \text{if } f_n = 0 \tag{41}$$

$$K_n :$$

$$\overset{\mathbf{L}_{n}}{\overset{\mathbf{K}}{=}} \int_{0}^{2\pi} \frac{\hat{\gamma} \sin \alpha \sin n\alpha}{\eta^{2} + \hat{\eta}^{2} - 2\eta \hat{\gamma} \cos \alpha} d\alpha$$

$$= \begin{cases} \frac{1}{\hat{\eta}} \pi a^{n-1} & a < 1 \\ \frac{1}{\hat{\eta}} \cdot \frac{\pi}{a^{n+1}} & a \ge 1 \end{cases}$$
(42)

以上で(31)式が計算可能となった。ここでノズルの 不均一流成分に対する全誘導速度は(26)式と(29)式 を加えたものになる。これを改めて次のように書く。

$$\begin{aligned}
\Delta w'_{nx} &= \sum_{n=1}^{N} \left(\overline{AX}_{n} \cdot \cos n\theta + \overline{BX}_{n} \sin n\theta \right) \\
\Delta w'_{nr} &= \sum_{n=1}^{N} \left(\overline{AR}_{n} \cdot \cos n\theta + \overline{BR}_{n} \sin n\theta \right) \\
\Delta w'_{n\theta} &= \sum_{n=1}^{N} \left(\overline{AT}_{n} \cdot \cos n\theta + \overline{BT}_{n} \sin n\theta \right)
\end{aligned}$$
(43)

2.4 ノズル幾何形状

今回取扱うノズルは非対称ノズルであり,この一般形 を次の様なフーリエ級数で表わされるとする。

$$r(x,\theta) = \overline{ar_0}(x) + \sum_{n=1}^{NR} (\overline{ar_n} \cdot \cos n\theta + \overline{br_n} \sin n\theta)$$
(44)

幾何形状が与えられると(44)式の係数は既知となる。

さてこれの外向き法線ベクトルを $n(n_x, n_r, n_{\theta})$ とし (1)式の表現の如く、周方向平均値と θ に依存するものに分けると、次の様になる。d/dx='とすると $\bar{n}_x = -\overline{ar_0}',$ $\Delta n_x = -\sum_{n=1}^{NR} (\overline{ar_n}' \cos n\theta + \overline{br_n}' \sin n\theta)$ $\bar{n}_r = 1, \quad \Delta n_r = 0$ (45)

$$\bar{n}_{\theta} = 0,$$

 $\Delta n_{\theta} = \frac{1}{ar_0} \sum_{n=1}^{NR} \left(\overline{ar_n} \cdot n \sin n\theta - \overline{br_n} \cdot n \cos n\theta \right)$
 \bar{n} 成分については、既に第一報で取扱った。 Δn につ

いて次のように書き改める。

$$\left. \begin{array}{l} \Delta n_{x} = \sum_{n=1}^{NR} \left(E_{n}^{x} \cos n\theta + F_{n}^{x} \sin n\theta \right) \\ \Delta nr = 0 \\ \Delta n_{\theta} = \sum_{n=1}^{NR} \left(E_{n}^{\theta} \cdot \cos n\theta + F_{n}^{\theta} \cdot \sin n\theta \right) \end{array} \right\}$$
(46)

2.5 非対称ノズルの渦分布計算

2.4 までに得られた結果,即ち (22) 式,(43) 式, (46) 式および第一報において計算可能となった ANP/ AF の速度場即ち(3) 式の平均部分 (これを $\bar{u}' = (\bar{u}_{x'}, \bar{u}_{r'}, \bar{u}_{\theta'})$) およびノズル形状の平均部分 $\bar{n} = (\bar{n}_{x}, 1, 0)$ を (7) 式に代入, $\cos n\theta$, $\sin n\theta$ の各係数を等置すれば不 均一流,非対称成分に基くノズル渦分布の積分方程式が 次のように得られる。

$$\left. \begin{array}{c} \int_{-1}^{1} \hat{A}_{n}(\hat{\xi}) \cdot F(\xi, \hat{\xi}) d\hat{\xi} = C_{n}(\xi) \; ; \; \cos \; \mathcal{K} \\ \int_{-1}^{1} \hat{B}_{n}(\hat{\xi}) \cdot F(\xi, \hat{\xi}) d\hat{\xi} = S_{n}(\xi) \; ; \; \sin \; \mathcal{K} \end{array} \right\} \quad (47)$$

ここで

$$F(\xi,\hat{\xi}) = \frac{\hat{\eta}}{4\pi} [X] + \left\{ \frac{\hat{\eta}}{8\pi} [R] + \frac{\hat{\eta}}{4\pi} [R_{f}] \right\} \cdot n_{r}$$

$$C_{n}(\xi) = -[(A_{n}^{x} + a_{n}^{x}) \cdot n_{x} + (A_{n}^{r} + a_{n}^{r}) + n_{r} + \bar{u}_{x}' E_{n}^{x} + \bar{u}_{\theta}' \cdot E_{n}^{\theta}]$$

$$S_{n}(\xi) = -[(B_{n}^{x} + b_{n}^{x}) \cdot n_{x} + (B_{n}^{r} + b_{n}^{r}) + n_{r} + \bar{u}_{x}' \cdot F_{n}^{x} + \bar{u}_{\theta}' \cdot F_{n}^{\theta}]$$

$$(48)$$

 $[X], [R].....(28) 参照, [R_f].....(31) 参照。$ $<math>A_n^x, B_n^x$ 等……不均一伴流 $\Delta v_x/v_s$ 等の cos, sin フ ーリエ係数。

次に(47)式の解法を示す。ここでは,第一報¹⁾にて 採用した花岡の方法を使う。即ち

$$\hat{A}_{n}(\xi) = \sqrt{\frac{1-\hat{\xi}}{1+\hat{\xi}}} \hat{a}_{n}(\hat{\xi})
 (\xi-\hat{\xi})F(\xi,\hat{\xi}) = F(\xi,\hat{\xi})$$
(49)

とおいて(47)式を主値形の積分方程式とし、 $F(\xi, \hat{\xi})$ を特異性のない関数にする。よって次の様になる。

$$\int_{-1}^{1} \hat{a}_{n}(\hat{\xi}) \sqrt{\frac{1-\hat{\xi}}{1+\hat{\xi}}} \frac{F(\xi,\hat{\xi})}{\xi-\hat{\xi}} d\hat{\xi} = C(\xi)$$
(50)

$$\mathcal{E} \mathcal{E} \xi = -\cos\theta, \ \xi = -\cos\theta \ \mathcal{E} \mathfrak{R} \mathfrak{E}, \ \mathfrak{E} \mathfrak{K} \mathcal{E}$$
$$\hat{a}_n(\hat{\xi}) \mathbf{F}(\xi, \hat{\xi}) = \frac{1}{m+1} \sum_{p=0}^{m+1} \varepsilon_p \hat{a}_n(\theta_p) \mathbf{F}(\theta, \theta_p)$$
$$\times \sum_{k=0}^{m+1} \varepsilon_k \cos k \theta_p^* \cos k \hat{\theta}$$
(51)

と、有限フーリエ級数に展開すれば、 $\hat{a}_n(\theta_p)(p=0.....m)$ m+1)に関する (m+2) 次元の連立一次方程式となる。 その形は

$$\sum_{p=0}^{m+1} C_p {}^q \boldsymbol{F}(\theta_q, \theta_p) \cdot \hat{a}_n(\theta_p) = C(\theta_q)$$

ただし

ح

$$C_{p}^{q} = \frac{2\pi\varepsilon_{p}}{m+1} \left\{ \frac{1-(-1)^{p\pm q}}{2} \frac{1+\cos\theta_{q}}{\cos\theta_{p}-\cos\theta_{q}} \right\}$$
(52)
$$+\frac{1}{2} \left\} \\ C_{0}^{0} = \frac{\pi}{m+1} \left\{ (m+1)^{2} + \frac{1}{2} \right\} \quad p = q = 0$$

となり, $C(\theta)$ の形状に応じて適当に分点数を選べば容易に, $\hat{a}_n(\theta_p)$, さらに $\hat{A}_n(\theta_p)$ が求まる。なお $\hat{B}_n(\theta_p)$ についても同様である。

以上で,ノズル形状とその周辺流場が与えられたとき のノズルの渦分布が求まる事になる。

2.6 ノズルプロペラのスラスト、トルクおよびノズ ルの圧力分布

以上でインペラの渦分布 \hat{r}_p およびノズルの渦分布 \hat{r}_n および全誘導速度が分ったので、ここでは Kutta-Joukowski の定理を使用してインペラのスラスト、トルク およびノズル・スラストを求め、さらに圧力を求める。 〈力〉

ここで

$$\int_{0}^{2\pi} \left(\Delta v_{\theta}' + \Delta w_{p\theta}' + \Delta w_{n\theta}' \right) d\theta' = 0$$

$$\int_{0}^{2\pi} \hat{\tau}_{p1} d\theta' = 0$$

$$(54)$$

を考慮すると(53)式は

$$T_{p} = 2\pi\rho v_{s}^{2}R \int_{\eta_{h}}^{1} \left[\frac{\omega R\eta}{v_{s}} - \bar{u}_{\theta}' \right] \hat{r}_{p0} \cdot d\hat{\eta}$$
$$-\rho v_{s}^{2}R \int_{\eta_{h}}^{1} \int_{0}^{2\pi} \left(\Delta v_{\theta}' + \Delta w_{p\theta}' + \Delta w_{n\theta}' \right) \hat{r}_{p1} d\theta' d\hat{\eta}$$
$$= T_{p0} + \Delta T_{p} \tag{55}$$

ここで T_{p0} は第1報で求められる ANP/AF のインペラ・ スラストであり ΔT_p が今回の不均一成分より求まるス ラスト成分である。ただし ω はインペラの角速度である。

 ΔT_p は $\Delta v_{\theta}', \Delta w'_{p\theta}, \Delta w_{n\theta}'$ 等の θ に関するフーリ 工係数を使用して次のようになる。

$$\Delta T_{p} = -\frac{1-\eta_{h}}{2} \cdot \rho v_{s}^{2} R \pi$$

$$\cdot \sum_{m=1}^{M} \int_{0}^{\pi} \sin m \varphi_{0} \cdot \sin \varphi_{0} \sum_{n=1}^{N} [A_{m}^{\theta}] \cdot [\gamma_{m}]_{n}^{c}$$

$$+ [B_{n}^{\theta}] \cdot [\gamma_{m}]_{n}^{s} \cdot d\varphi_{0} \qquad (56)$$

ただし

$$\begin{array}{c}
A_n^{\theta} = A_n^{\theta} + a_n^{\theta} + AT_n \\
B_n^{\theta} = B_n^{\theta} + b_n^{\theta} + BT_n
\end{array}$$
(57)

2. $\flat \quad \nu \quad \nu$

同様にしてインペラのトルクは次式で計算される。

$$Q = 2\pi\rho v_s^2 R^2 \int_{\eta_h}^1 \tilde{u}_x' \cdot \hat{\gamma}_{p0} \cdot \hat{\eta} \, d\hat{\eta}$$

$$+\rho v_{s}^{2}R^{2}\int_{\eta_{h}}^{1}\int_{0}^{2\pi} \left[\varDelta v_{x}' + \varDelta w_{p\theta}' + \varDelta w_{n\theta}' \right]$$
$$\cdot \hat{\tau}_{p1} \cdot \hat{\eta} \cdot d\theta' d\hat{\eta} = Q_{p0} + \varDelta Q_{p}$$
(58)

(56) 式と同様にして

$$\begin{aligned} \mathcal{\Delta}Q_{p} = -\frac{1-\eta_{h}}{2} \rho v_{s}^{2} R^{2} \pi \sum_{m=1}^{M} \int_{0}^{\pi} \sin m \varphi_{0} \cdot \sin \varphi_{0} \hat{\eta} \\ \cdot \sum_{n=1}^{N} \left[\left[\mathbf{A}_{n}^{x} \right] \cdot \left[\boldsymbol{\gamma}_{m} \right]_{n}^{c} + \left[\mathbf{B}_{n}^{x} \right] \cdot \left[\boldsymbol{\gamma}_{m} \right]_{n}^{s} \right] d\varphi_{0} \end{aligned}$$

$$(59)$$

ただし A_n^x , B_n^x は (57) 式と同形で x 方向の値である。 3. ノズル・スラスト

$$T_{n} = \rho v_{s}^{2} l \pi \bar{r} \int_{-1}^{1} \hat{r}_{n0} \cdot \bar{v}_{r}' d\hat{\xi}$$

$$+ \frac{\rho v_{s}^{2} l \bar{r}}{2} \int_{-1}^{1} \int_{0}^{2\pi} \hat{r}_{n1} (\varDelta v_{r}' + \varDelta w'_{pr} + \varDelta w'_{nr}) d\theta' d\hat{\xi}$$

$$= T_{n0} + \varDelta T_{n} \qquad (60)$$

$$\Xi \subset \mathcal{C} \ \varDelta T_{n} \ \forall \Xi$$

$$\Delta T_n = \pi \rho v_s^2 l \bar{r} \sum_{n=1}^N \int_0^{2\pi} \cos^2 \frac{\varphi_0}{2} \cdot \left[\hat{a}_n \cdot A_n^{\tau} + \hat{b}_n \cdot B_n^{\tau} \right] \cdot d\varphi_0$$
(61)

ここで $\hat{\xi}$ = $-\cos \varphi_0$ である。また A_n , B_n ,i(57)式 と同形でr方向の値である。

1., 2., 3. より効率は

$$\eta_t = \frac{v_s(1-w)\left(T_{p0} + T_{n0} + \Delta T_p + \Delta T_n\right)}{2\pi n \left(Q_{p0} + \Delta Q_p\right)} \quad (62)$$

となる。但し*v*_s(1-w)はインペラ面での平均流入速度。 〈圧力〉

インペラを無限翼数で置換することにより、渦および 流場は定常となる。従ってノズル内外面圧力も定常とな り場所の関数のみとなる。ノズル内外面圧力を p_i 、 p_0 とし、無限遠方の圧力を p_∞ とし速度を v_s とすると Bernoulliの定理により

$$p_{i} + \frac{1}{2}\rho[u_{x}^{2} + u_{r}^{2} + u_{\theta}^{2}] = p_{\infty} + \frac{1}{2}\rho v_{s}^{2}$$
(63)

圧力係数を Cpi とすると

$$C_{p_{i}}(x,r,\theta) = \frac{p_{i} - p_{\infty}}{\frac{1}{2}\rho v_{s}^{2}}$$
$$= 1 - \{v'_{x}^{2} + v'_{r}^{2} + v'_{\theta}^{2}\}$$
(64)

ただし

$$\begin{array}{c} v_{xi}^{'} = \bar{v}_{x}^{'} + \bar{w}_{px}^{'} + \bar{w}_{nx}^{'} \mp \frac{\hat{r}_{n0}}{2} \\ + \Delta v_{x}^{'} + \Delta w_{px}^{'} + \Delta w_{nx}^{'} \mp \frac{\hat{r}_{n1}}{2} \\ v_{ri}^{'} = \bar{v}_{r}^{'} + \bar{w}_{pr}^{'} + \bar{w}_{nr}^{'} \mp \frac{\hat{m}}{2} \\ + \Delta v_{r}^{'} + \Delta w_{pr}^{'} + \Delta w_{nr}^{'} \pm \frac{T \cdot \hat{r}_{f}}{2} \\ v_{\theta_{s}^{i}}^{'} = \bar{v}_{\theta}^{'} + \Delta v_{\theta}^{'} + \Delta w_{p\theta}^{'} + \Delta w_{n\theta}^{'} \pm \frac{T \cdot \hat{r}_{f}}{2} \end{array} \right\}$$
(65)

ここで $T \cdot \hat{r}_f$ は ($\hat{\xi}, \hat{\eta}, \theta$) 点でのノズル自由渦の総和で (24) 式の r_f および (49) 式の \hat{a}_n , \hat{b}_n を使用し,ま た $\hat{\xi} = -\cos \varphi_0$ なる変換を使用すれば次式で与えられ る。

$$T \cdot \hat{\gamma}_{f} = \frac{l}{2} \int_{-1}^{\xi} \hat{\gamma}_{f}(\hat{\xi}, \theta') d\hat{\xi}$$

$$= \sum_{n=1}^{N} \left[\left\{ l \cdot n \int_{0}^{\cos^{-1}(-\xi)} \left(\cos \frac{\varphi_{0}}{2} \right)^{2} \cdot \hat{b}_{n}(\varphi_{0}) d\varphi_{0} \right\} \cos n\theta$$

$$+ \left\{ -\int_{0}^{0} l \cdot n^{\cos^{-1}(-\xi)} \left(\cos \frac{\varphi_{0}}{2} \right)^{2} \cdot \hat{a}_{n}(\varphi_{0}) d\varphi_{0} \right\} \sin n\theta$$

(66)

2.7 不均一流とインペラ不均一渦分布 7o1

2.6 までは、 r_{p1} は与えられたともの仮定して進めて きたが、ここで不均一流成分と r_{p1} の関係について説 明する。不均一流中の C.P の渦分布は非定常計算¹⁰、と か准定常計算¹¹⁾により求める事ができる。しかし本 N.P 計算にこれを導入する事は計算時間からいって容易でな い。そこで、ここでは起振力のレベルでは准定常/非定常 計算に大差はないことを考慮して近似的に定常プロペラ 計算を准定常として使用し、前もって流入速度とプロペ ラと循環分布 $G=\Gamma/\pi Dv$ との関連を調べておき、この 一般的傾向を利用して r_{p1} を求める事にする。さて定 常プロペラ揚力面計算から得られる性質は次の通りであ る。J変化に対するGの形状は

・大略 r/R=0.7 にピークをもつ。

・形状は大体相似である。

一方,通常船型の軸方向伴流を各 θ で放射状に切った場合, $r/R=0.5\sim1.0$ に於いて,ある程度平担な分布となっている。

そこで G_{\max} と J の関係を 2,3 のプロペラで求めて 次のように整頓してみる。

 $\Gamma_{\rm max} = \pi D v_a G_{\rm max} \tag{67}$

即ち

$$\frac{\Gamma_{\max}}{\pi n D^2} = J \cdot G_{\max} \to a \cdot J + b \tag{68}$$

この形で p=1.4, 0.8 のプロペラをプロットしたもの が Fig.12 であり,これによると $J \cdot G_{\text{max}}$ は殆んど直線 で近似でき,かつaは余りピッチによって変化しない。 そこであらかじめaを求めておき,各 θ における $1-w_{\theta}$ (例えば $r/R=0.5\sim1.0$ の平均値として)して, $J(\theta)$ を 出せば $\theta=0^{\circ}\sim360^{\circ}$ における Γ_{max} の変化分がでてく る。 Γ_{max} は r/R=0.7 の Γ の Peak 値である。 Γ 分布の形状が変化せず,大きさのみ変ると仮定すれば, ANP/AF で計算された $\Gamma(r)$ を中心に変化する $\Delta\Gamma(r, \theta)$ が求まり $r_{p1}(r, \theta) = Z \Delta \Gamma(\theta)/2\pi$ として r_{p1} が求ま る。これをフーリエ展開すれば, $[r_m]_{\Lambda}$, $[r_m]_{\Lambda}^{\circ}$ が得ら れる。以上かなり大胆な近似であるが,これの精度は今 後非定常また准定常プログラムを使用して,種々の不均 一伴流について check するとして, 現段階ではこれに て進める。

計算結果および実験結果

以上で不均一流中の非対称ノズルプロペラ (NANP/ NAF)の計算法をある近似仮定の基に示した。このプロ グラムと第一報に示した ANP/AF の特性計算法を併用 することにより,種々の興味ある計算を行ないうる。例え ば N.P 周辺の流れ,軸対称流 v_x, v₇ による N.P の特 性,斜行ノズルの特性,インペラの不均一渦分布のみに よる誘導速度の影響,不均一流中の N.P 特性等であ る。以下各段階における計算と実験の比較を示す。まず 計算に使用したノズルおよびプロペラの要目を Table 1 に,形状を Fig.3 に示す。

3.1 ANP/AF の考察

第1報においては,最も簡単な場合として一様流中のN.P 特性について詳細に調べたが,ここではその補 遺とし2,3の問題を調べてみる。

3.1.1 一様流中の N.P 周辺の流れ

Fig. 4 に N. P. No. 1 に関して J=0.4 の時の N. P 周 辺流場を軸を含む平面に投影したもの,即ち, x,r 方向 の流場が計算と実験の対比で示されている。Fig.5 に第 一報¹⁾で記載した N. P. No.1のインペラ単体 (これを CP と称して以下説明する)の J=0.4 における流向図を比 較のため再掲した。実験は第1報と同様,川崎重工(株) 技術研究所の回流水槽において,5孔ピトー管を使用し て計測したもので,Typical な Section の速度分布は 第1報に記載されている。なお,この状態のプロペラ荷 重度を明記すれば,N. P/C. P 各々の K_t は 0.25/0.32 であり N. P の方がかなり低い。さて Fig. 4, 5 から次 の事が分る。

i) N.P の場合の Impeller Tip に流入する流れを 見てみると、 $\xi=x/R=-1.3$ (インペラ前方) から縮流 が初まり、その後約 20° の傾斜をもって Impeller に流 入しているが、Impeller の後流はノズルの影響をうけ て殆んど縮流がなくなっている。また $\xi=-1.3$ 付近で $r/R=1.35\sim1.25$ の流体もノズルおよびインペラの Tip に流入するものと思われる。

ii) 一方 Fig. 5 により, Propeller Tip を通過する 流線を推定すると、 $\xi = -0.6 \sim -0.7$ で縮流が初まりそ の半径は r/R=1.1 程度である。その後急激に縮流して プロペラ前後で最大となり $\xi=1.0$ 付近で r/R=0.9 程 度の平行流となっている。

iii) i) および ii) をプロペラ荷重と関連させて比較すると N. P/C. P では縮流の傾向がかなり異なっている事, N. P は C. P に比して K_t/J^2 が低いにも拘らずインペラ前方域における縮流が大きい。

iv) 従って不均一流中の N.P の特性を調査するため には $r/R \leq 1.35$ およびプロペラ前方の Nominal Wake の変形を十分考慮しノズル 周辺の流入速度とか Impeller Disc の流場を修正する必要がある様に思われる。

3.1.2 一様流中 N.P のノズル内外面圧力

Fig. 6 に N. P No. 2 で計測した J=0.4 におけるノ ズル内外面の計測圧力波形が平均値, 零線および単位圧 力に対する大きと共に示されている。この模型ノズルは 3.3.3 に後述する自航試験時の不均一流場中のノズル内 外面圧力を $\theta=0^{\circ}\sim360^{\circ}$ 間にわたって計測できるように, 手動にて回転可能な構造となっており, センサーはある 母線に沿って 配置してある。 詳細は 3.3.3 に述べる。 Fig. 6 はこのノズルを使用し, 単独状態で圧力計測をし たものである。 $I/D \Rightarrow 100\%$ で, センサーは波の影響を 考えて Top より約 90° の所に合わせた。この結果より 次の事が分る。

i) ノズルの外面 ⑥, ⑦ の所の圧力は内面①, ②, ③, ④の圧力に比して小さく, 波形が余り周期的でない。

ii) 内面の①②③は図中に示すように Impeller 前 方の圧力波形であり1回転に5個の圧力ピークを持って いる。また①,②は変動成分に比較して平均値が大きい。 一方,③はImpeller の直前にあるため,翼厚の影響が強 く入るためか平均値の1.5倍程度の変動振幅となってい る。なお Impeller はノズル長さの中央に置かれている。

iii) Impeller 後方の④は Impeller の形状影響をうけてか,かなり高次成分が混入している。

このような有限翼数による圧力変動はたとえ伴流が均 一であっても、C.P装備船では船底と翼の相対位置関係 の変化から船体の起振力即ち Surface Force を発生する が N.P 装備船の場合は、不均一伴流でない限り、ノズ ル全体の合力は零となり、Surface Force の軽減に結び つく。

なお今回の目的は平均成分にあるので,変動成分につ いての考察は別の機会に譲る。Fig. 7 は Fig. 6 の時間 平均として求めた C_p 分布を計算値と比較したものであ る。ここの C_p の定義は (64) 式と同一である。図中に は J=0.35, 0.4, 0.45 の場合の $r_n \ge C_p$ の計算値が示 されており, J=0.4 の C_p 計測値が 〇〇〇〇 で示されて いる。計算値/実験値は平均的に合っているものの,形状 がやや異なっている。このように計算において Nose に Peak がでた理由として, ノズルへの流入角度がインペ ラの誘導速度 w_{pr}, w_{pr} を含む $\arctan\{w_{pr}/(v_x+w_{pr})\}$ して設定されるため,特に w_{pr} の高い計算精度が要求 される事にあろう。しかし力を問題にする限りにおいて は Fig.8 に示すようにある程度満足できる状態といえる。

3.1.3 軸対称流中の N.P 特性について Fig. 8 に N.P No.2 に対する一様流中③の特性計算 値がプロペラ回転数 10, 15, 20 rps と変えた実験値と共 に示されている。 また図中には Fig. 13 および Fig. 14 に示す ULCC 型タンカー模型船の Nominal Wake 分 布から一応伴流の変形がないとしてその r/R における v_x, v_r について間方向平均 (v_r についてはノズル位置付 近のみ)を出し, v_x のみ存在する場合, v_x, v_r が 存在する場合の 2 ケースについて計算し, 一様流中での 特性と比較した。これから次の事が分る。

i) ⑤ 即ち v_x(r) を入れると ④ 一様流中の特性に
 比較して K_{tn} が減少し従って Impeller への流入角が
 増え K_{tp}, K_q が増加し結果として η_t が減少する。

ii) © 即ち $v_x(r), v_r$ を入れると⑤の特性に対して K_{tn} 増加, K_{tp}, K_q 減少の傾向となり η_t が増加する。

iii) 即ち v_x と v_r の相対関係が η_t の大小に影響する。

以上の傾向は次式より容易に把握できる。即ちノズル キャンバーの ξ 点における接線角度を $\alpha_0 + \alpha_1(\xi)$ とす ると (α_0 : Nose Tail Line の為す角度, $\alpha_1(\xi)$ キャン バーのみによる角度), ノズルへの相対流入角度 $\Delta \alpha$ は

 $\Delta \alpha = \arctan\{(w_{pr} + v_r)/(v_x + w_{px})\}$

 $-\{\alpha_0+\alpha_1(\xi)\}$

(69)

となり、 v_x が増加すると $\Delta \alpha$ が減少し、 v_r が導入されると $\Delta \alpha$ は増加する。従ってノズルの渦分布は各々減少または増加しプロペラ流入角が増加、減少しプロペラ荷重が増減する。

またノズル単体であっても $(w_{px}=w_{pr}=0)$ v_x , v_r が あれば即ち Divergent or Convergent Flow 中では $\Delta lpha = \arctan(v_r/v_x) - \{ lpha_0 + lpha_1(\xi) \}$ により推力が発生す る。ただしノズルの零揚力角を $r_0(\alpha_0 > r_0 > 0^\circ$ と考え られるが)とすると、 γ_0 >arctan $(v_r/v_x) \ge 0$ の範囲では 推力は負となりその他の領域で全て正となる(以上の考 察では粘性影響は考慮していない)。 このように N.P. 特性への $v_x(r), v_r$ の影響は大きく, Suction による伴 流変形を考慮した計算が必要となる。ULCC Full 状態 の Nominal Wake (Fig. 13) をみると平均的に v_{τ}/v_s ≑-0.09の大きさの中心に向う流れがあり Ballast 状態 ではさらにこの傾向が強い。実船ではノズルの上部、下 部固着部および Shoe Piece の影響が入り、この量は幾 分減少されようが、いずれにしても船後 N.P 性能に与 えるこの影響は大きいものと考える。なおこの計算に対 する実験として、回転体の後流中における N.P 性能, 推力減少量,回転体周辺流場と圧力等の計測を現在行な っている。機会を見て報告する予定である。

3.2 NANP/NAF の考察

研究フローチャート Fig. 1 に示すように, 不均一流 中の N.P 計算を 2 の方法で行なうにあたり, 次に示 す2, 3の問題点を調べておく必要がある。

- 1) 伴流の不均一成分と Impeller の γ_{p1} の関連
- 2) Impeller の γ_{p1} に対する誘導速度の計算精度
- ノズル位置での不均一流成分に対するノズルの *γ_{n1}*の計算精度
- 4) $1 \sim 3 \mathcal{O}$ Iteration
- このうち,ここでは 2),3) について調べてみる。 3.2.1 斜行ノズル

ノズル揚力面位置での不均一流入速度が何等かの形で 与えられれば、これをフーリエ展開する事により(47) における擾乱関数としての $C_n(\xi)$, $S_n(\xi)$ が求まり, よ って Ŷn1 を (52) 式および (49) 式から求める事ができ るが、まずその最も簡単な例として、斜行単独ノズルの 計算を行なってみた。 この ノズルの要目 および 形状は Fig. 9 に示されており, Morgan and Caster¹²⁾によって 研究されたものである。このノズルが斜行角α=8°を為 し、V で進行するという問題は一様流 V cos8° で斜流 $V \tan 8^{\circ} \cos \theta$ をもつ流れの中におかれたノズルの計算と 同一であるから(47)式における右辺は $C_1 = -\tan 8^\circ$ のみ となる。ただし $v_s = V \cos 8^\circ$ としてこれで無次元化した。 Fig.9 は (23) 式で示されるように $\hat{r}_{n1} = \hat{A}(\xi) \cdot \cos \theta$ の $\theta=0^\circ$ における値 $\hat{A}_1(\xi)$ が示されている。図中に Morgan等の計算した $\theta=0^\circ$, 180°の内外面圧力分布と斜行 角 $\alpha = 0^{\circ}$ の圧力分布より[$\Delta(C_{p0} - C_{pi})_{\alpha = 8^{\circ}} - \Delta(C_{p0} - C_{pi})$] $\alpha=0^{\circ}$ 7/2 を $\hat{\gamma}_{n1}(\theta=0^{\circ}, 180^{\circ})$ においては Free Vortex の 影響がないのでこれが成立する)として求めたものが示 されており非常によく一致している。また実線で記入さ れているものは θ=0°の翼断面の前後端を結ぶ平板(迎 角8°)に対して2次元翼理論を適用したもので、これに よりノズルの自由渦による渦分布の減少度が分る。以上 \hat{r}_{n1} については精度よく求めうる確信を得た。さて Fig. 10 に圧力分布を示す。図中には斜行角 8°の θ=0° (Top), 180°(Bottom) の C_p と斜行角 0° の場合の C_p が示されている。今回の計算結果を Morgan 等の計算 および実験と比較すると、傾向は一致しているが量的に は大きめに出ている。この差は斜行角 0°, 即ち均一成 分の計算と実験の Cp の差に基くものであり、この差が 不均一成分の C, にそのまま加算されて表われている。 Morgan の文献には Nozzle Offset が直接与えられてお らず NACA の番号を頼りに 調べた Offset を入力した が若干 Notation に疑問があり,現在,調査中である。 いずれにしても傾向は良く合っており、またここで目的 とした不均一成分による \hat{r}_{n1} の Check は十分達成でき たものと思われる。なお計算分点は13点とした。

3.2.2 単純な不均一流中のプロペラ誘導速度

ー様流中を C.P. または N.P. が稼動する時の周辺速 度場の計算値と実験値の比較はすでに行われ,かなりの 程度よく一致していることが分った。この結果として, 速度場の性質とかインペラのノズルに及ぼす影響等をか なりミクロ的に把握できた。さて不均一流中の C.P. ま たは N.P. の速度場となると一様流中に比較してかなり 複雑となり定性的,定量的な性質を把握しがたい。また 周辺流場を実験的に調べた例は余りない。そこでこれら に関する基礎的知見をうるために, N.P. No.1 のインペ ラのみが極めて単純な不均一流中にあるときのプロペラ 誘導速度を, Fig. 5 の一様流中の C.P. 流場との関連に おいて調べてみる。単純な不均一流として

$$\begin{cases} v_x/v_s = 1.0 - 1.0 \cos\theta \\ v_r/v_s = 0.0, v_\theta/v_s = 0, v_s = 1.0 \text{ m/s} \end{cases}$$
(70)

を想定する。この中に前述のプロペラを回転数 10rps で 稼動させるとこれは Fig. 5 の流場に $4v_x/v_s = -1.0\cos\theta$ 及びこれによるプロペラの誘導速度を重畳したものとな る ($\bar{J}_{\theta} = 0.4$)。この場合の $\hat{\gamma}_{p1}$ は 2.7 の方法で求めら れ, 微小量を省略すると大略

となる。なお(70)式の不均一流は $\theta=0^\circ$,即ちプロペ ラ上部付近のみに着目すると肥大タンカー船型の伴流と 略近似できる。

さてこの計算結果が Fig.11 に示されている。この図 には $r/R=\eta$ の値が 1.1 及び 0.8 で、かつ θ 一定の母線 上の誘導速度の不均一成分が示されている。なお $\eta=1.1$ は略ノズル半径に相当し、長さは高々 $|\xi| \leq 0.5$ と考え られる。また図の一部には誘導速度の軸対称成分が比較 されている。Fig. 11 によれば次の事が分る。

i) いずれも渦ピッチ $2\pi Rh$ にて振動しながら後方 に延びており、束縛渦による誘導速度 Δw_{bx} 等は小さ い。 Δw_{x} 等は束縛渦及び自由渦の不均一成分の和であ る。

ii) プロペラ面外の 4w' は面内のそれに比較してや や小さく、特に θ 成分はこれが顕著である。

iii) $\eta = 1.1$ の図において軸対称成分と不均一成分を 比較すると、プロペラ前方では前者が大きく後方では逆 に小さい。特に $|\xi| \le 0.5$ の範囲に着目するとノズルに 及ぼすインペラの影響を軸対称成分との関連で把握でき よう。

以上で単純な不均一流中でのプロペラの誘導速度の性 質が明らかになった。このような不均一流中での C.P. の周辺流場の計算は単に今回目的としている N.P. 計算 のみならず,舵または船体との相互影響,例えばコント ラ舵の設計とか推力減少量の計算への1プログラムとし て応用できる。

 3.3 不均一流中の非対称ノズルプロペラ (NANP/ NAF)の計算と自航試験時におけるノズル内外面圧 力の計測

側(180°~360°)が左舷側よりも大きな圧力ピークをも っており、左右の非対称性がでている。この原因として インペラの自由渦の非対称性、伴流の非対称性等が考え られるが、その他に自航試験の各航走ごとのインペラ回 転数の変化がある。この変化を Fig. 20 の下段に示した。 この変化の原因は次の通りである。圧力センサーは内外 とも各々1母線上に装着してあるため、全周に亘った計 測を行うためにはその計測角点数だけの航走数が必要と なるが、その各々の計測角に合わせてノズルを回転させ るとノズル後端より導出した出力コードの没水長が変化 するため水抵抗が微妙に変化し、プロペラ荷重が増減し た分だけ回転数が増減したものと考える。センサーと出 力コードは 180°隔っている事を考えるとθ方向の回転 数変化の様子が上述の説明にて理解できる。右舷側(270° 付近)の回転数は左舷側(90°付近)のそれに比較して約 0.3~0.5rps 高くなっており、これは圧力の増加に結び つく。さて2種類の自航条件時の各平均回転数の差が約 2.5~3.0rps であり、計測されている各圧力の差 ΔΔCp $= \Delta C_{p \text{model}} - \Delta C_{p \text{ship}}$ は約 -1.5程度である。この関 係から右左舷の回転数差に対する大略の 4Cp が計算で きるが、この量を考慮してもなお右舷側の圧力が大きく, 前述した流場の非対称性が圧力分布の非対称性の原因と なっていることが推定される。

さて図中に先に示した計算条件を入力して NANP/ NAF プログラムで計算した内外面圧力差分布を示した。 このように圧力差で計算と実験を比較した理由は次の通 りである。すなわち,計算においては不均一伴流は定常 でポテンシャルをもち、無渦であるという仮定にたって 行われているので Bernoulli の定理に基づく(63) 式が 成立するが, 船尾伴流中では Bernoulli の定数がノズル の周方向及び内外面で相違していると考えられるため, 圧力を(63)式でそのまま整頓するのは妥当でない事,ま た航走時には船体の姿勢とか水面の局部隆起等が圧力計 測値に混入して精度よく修正できない事を考慮して内外 面圧力差の形で比較することにした。なおこの方法をと ってもノズル内外面での Bernoulli の定数の差は消去で きないが、この量は一応、小さいものと仮定している。 計算はプロペラ回転数を各々 13.0rps, 9.9rps と一定 にした場合について行った。計算結果を実験結果と比較 すると次のような事が分る。

i) $\xi = -0.56$, -0.22 のいずれの 場合も 計算による圧力分布は実験値に比較して θ 方向の変化量が大きく, $\theta = 120^\circ$, 240° で大きく $\theta = 20^\circ$, 340° 付近で小さくでている。しかし平均的には実験値とよく合っている。

ii) 模型船対応(13.0rps)と実船対応(9.9rps)の
 *ΔC_p*の差は実験の *ΔC_p*の差とかなりよく一致している。
 iii) 計算による *ΔC_p*の変化の傾向は Fig. 13 に示し

た伴流分布 v_x/v_s , v_r/v_s の傾向とある程度一致しており, 伴流分布の形状に強く依存していると思われる。

Fig. 21 に θ =150°, 270°(各々左舷側,右舷側)の所 のノズル長方向の計算による $4C_p$ の分布を実験値と比 較した。計算値に関しては Fig. 17 に示した C_{pi}, C_{p0} の 分布を参照する事により θ =0°~360°間の圧力分布の形 状の変化が把握されよう。分布形状について計算値と実 験値を比較すると、ノズルの前縁付近で傾向を異にし前 者がピークをもつ。これと Fig.7 に示した一様流中のノ ズル内面の C_p 分布の傾向が一致している事から、前縁 付近のノズル形状,特に厚み、丸味を考慮した計算精度 の向上が望まれる。ノズル前縁付近以外は傾向的によく 一致している。

以上,今回作成した不均一流中の非対称ノズルプロペ ラ(NANP/NAF)の計算プログラムの応用として,ULCC の模型伴流を使用し,流場,ノズルの渦分布及び圧力分 布を計算し,圧力分布については自航試験時に計測した 圧力分布と比較した。さて計算値と実験値の差について 考えてみると次の様な事が考えられる。すなわち,

i) 計算においては, ポテンシャルをもち無渦な不均一流に単独な N.P. が稼動すると仮定して圧力等を求めたが, さらに船尾及び船尾底とか舵に対する N.P. の相互影響を考慮する必要がある事。

ii) ノズルの長さはインペラ半径と同程度の長さを もっており、当然この間の伴流の変化がノズルの性能に 影響を与えると考えられるが、今回の計算ではインペラ 位置で計測された伴流分布が前方後方で不変であるとし ている事。

これらの検討を今後の課題としたい。

4 結 言

以上に,第一報で示した軸対称流中の対称ノズルプロ ペラ計算法を基礎とした不均一流中の非対称ノズルプロ ペラの特性の計算法を比較的簡単な形で示した。このプ ログラムを使用して,一様流中,軸対称流中及び不均一 流中の各段階におけるノズルプロペラの特性,流場及び 圧力分布を計算し,実験と比較した。特に不均一流に対 する調査としては,ULCC型タンカー模型船の伴流分 布を使用したノズルプロペラ計算を行い,これによって 得られるノズルの圧力分布を上記の模型船の自航状態に おいて直接計測された圧力分布と比較した。

最後に本研究の遂行にあたり、有益なご指導を頂いた 東京大学乾教授に厚く謝意を表します。また終始、有益 なご助言を頂いた川崎重工業(株)技術研究所 高幣副所 長及び坂尾室長に感謝致します。実験及び計算に関して は当社基本設計部中井喜博氏,明石船型研究所及びコン ビューターサービス(株)の皆様に協力を頂きました。お 3.3.1 計算条件

以上に計算法及び各段階でのサブプログラムの検討結 果を示した。この応用の初歩として、Tilt 付 N.P. の単 独性能、即ち 3.2.1 の状態にインペラをつけた場合とか、 3.2.2 のような単純な不均一流中での N.P. 計算を行う のが妥当であるが、特性、ノズル内外面圧力分布及び N.P. 周辺流場等マクロ的、ミクロ的に比較検討できる 実験データを完備した例が見あたらなかったので、実用 船型の実情を把握する目的を兼ねて、ULCC タンカー模 型船 (L_{pp} =7.20m, B=1.38m, C_b =0.82)の模型伴流 に対する計算及び実験を行うことにした。この模型船に 装備されたノズルプロペラは N.P. No.2 であり、この ノズルはプロペラ軸に対して 2° 傾斜 (Nose Down) し、 かつインペラはノズル長の中央に設置されている。

Fig. 13, 14 はこの模型船の N.P. 無しの状態で行わ れた5孔ピトー管によるプロペラ位置の伴流分布である。 計測はハンブルグ水槽に依頼したもので、これらの図の みのとり方が異っているので注意を要する。Fig.13に よると v_x/v_s はプロペラ上部より約 ±60°及び 180°の 所に high wake peak をもつ。また v_r/v_s はプロペラ 上部より0°及び ±140°の付近でかなり大きな中心に向 う流れをもっており, r/R ≒1.0 付近の周平均値は約 -0.09 程度である。Fig.14 の上段には v_x/v_s の周方向 平均値の分布が示されている。 図中には Fig. 4 に示し たノズルの開き角とか、船体との相互影響で生じている であろう縮流を考えて仮に r/R≤1.2 の範囲の 伴流 が N.P. に流入すると考えたときの vx/vs 分布が点線で示 されている。この量に対する定量的な検討は今後の課題 であるが、定性的には上記のような傾向があると考えら れるので、今回の計算ではこの変形した伴流分布を計算 に使用する。Fig.14 の下段は Fig.13 から作られた軸方 向伴流分布である。ここで計算条件を明記する。

ノズルプロペラ:N.P.No.2 Tilt Angle 2°

伴流分布: Fig. 13, 14 ただし前述の如く変形させる 船速v_s(m/s):1.18

回転数n(rps):13.0及び 9.9

以上の条件は3.3.3に示す自航状態でのノズル内外面圧 力計測条件にほぼ一致させてある。

3.3.2 インペラの誘導速度とノズルの 渦分布及び圧 力分布

2.7 の方法で求めた $[\Upsilon_m]_{h}^{\kappa}$, $[\Upsilon_m]_{h}^{\kappa}$ のうち n=13.0 rps に対応するものを Table 2 に示した。各 θ での前進率 Jを求める際の $1-w_{\theta}$ はノズルに対する影響を考えて放 射線 θ 上での伴流分布の $r/R=0.5\sim1.0$ の平均値を使 用した。また v_{θ}/v_{s} の周方向の変化は見掛の回転数変化 として考慮に入れた。Table 2 の係数及び ANP/AF の 計算で求まる渦ピッチ $2\pi r \tan \beta_{i}$ を用いて計算されるノ ズル位置でのインペラの誘導速度を Fig. 15 に示した。 図中には ANP/AF で計算される軸対称成分と \hat{r}_{p1} から 計算される不均一成分が併記されている。これらの結果 は $\cos\theta$ 成分のみをもつ単純な不均一流中の計算結果で ある Fig. 11 に比較してかなり複雑になっている。この 理由は Fig.13 に示した本模型船の伴流が $\cos\theta$, $\cos 2\theta$, $\cos 3\theta$ の成分を主としてもつ複雑な伴流であるためであ ろう。

Fig. 16 に (48) 式で表わされる擾乱関数 $C_n(\xi)$, $S_n(\xi)$ が $n=1\sim4$ について示されている。 Fig. 17 の上段に Fig. 16 の C_n , S_n より計算されたノズルの渦分布が軸対 称成分 \hat{r}_{n0} 及び非対称成分 \hat{r}_{n1} の比較で示されている。 また下段にはノズル内外面の $\theta=0^\circ$, 90°, 180°, 270° に おける圧力分布 $C_p(\xi)$ が示されている。 これらに関す る考察は 3.3.3 の実験値との比較で行うことにする。

3.3.3 自航試験時のノズル内外面圧力計測

模型船の自航状態において船尾に装着したノズルの内 外面の圧力を周方向に計測することにより、ノズルに働 いている圧力分布とかさらに推力分布等が把握できる。 また同時に 3.3.2 で計算した NANP/NAF の計算の定 性的検討ができる。このために N.P. No.2 と同型のア ルミ製のノズルを別に製作した。 このノズルは Fig. 18. に示すように固着部を含む固定の円環とこの円環に沿っ て回転可能な円環により構成されている。この回転可能 なノズルの内面の1母線上に5個,外面に2個の超小型 圧力センサー(共和製,許容圧力 0.5 kg/cm²)を装着し た。出力コードはノズル内面に掘られた溝に沿って埋め 込み, 圧力センサーへの影響を最小にするように約180° 振った所からノズル後端に導き、船外にはりだした支柱 を経て曳引車上の計測及び記録装置に入力した。また自 航条件として,摩擦修正量 (S.F.C.)を零とした場合及 び実船対応とした場合の2種類を考え,いずれも船速が. 1.18m/sとなるよう軸回転数を上げた。これらの実験は 明石船型研究所で行われた。Fig. 19 に計測圧力波形を 示す。これによれば常識通り模型船対応(S.F.C=0)の圧 力波形の方が実船対応よりも平均値及び変動成分とも大 きく, また Fig. 6 に示した単独 N. P. の圧力波形に比. 較すると,不均一流の影響として高次成分を含む波形と なっている。Fig. 20, 21 に各角度 θ で計測した圧力波 形から時間平均値を出し、(64) 式の Cpi から求めたノ ズル内外面圧力差 $4C_p = C_{pi} - C_{p0}$ の周方向及び長さ方 向の分布が示されている。 Fig. 20 はノズルの中央から. ノズル半長の 56% 及び 22% 前方の周方向の ACp 分布 である。これによると,前述した2つの自航試験条件で 得られたノズルの周方向の圧力差分布の形状はよく似て いるが、大きさにおいては、プロペラ荷重度の大きい模 型船対応(S.F.C.=0)の方が大となっている。また右舷、

75

 $\mathcal{A}_{\mathcal{C}}$

礼を申し上げます。

参考文献

- 野沢、岡本:ノズルプロペラ特性計算法に関する 研究(第1報)日本造船学会論文集,第137号 (1975).
- 2) Symposium on Ducted Propeller; RINA(1973).
- 高方,大橋,矢崎:Ducted Propeller を装備する肥大船の水槽試験とその解析法(第一報), JTTC 第1部会 No.35-12 (1975).
- 谷口,渡辺:推進器の斜流特性に関する実験,西 部造船会会報,第8号 (1954).
- 山崎,上田:斜流の中の螺旋推進器の性能について,西部造船会会報,第 31 号 (1966).
- A. Emerson et al. : Experimental and Practical Considerations in the Design of a Ducted Propeller System Symposium on Ducted Propeller, RINA (1973).
- 7) 坂尾 稔:ノズルプロペラに関する計算(その2)

不均一伴流中の非対称ノズルプロペラのまわりの 流れ),関西造船協会誌,第158号 (1975).

- 8) 上田耕平:ダクトプロペラに関する研究,西部造 船会会報,第49号 (1975).
- 9) V.K. Turbal: Theoretical Solution of the Problem on the Action of a Non-Axisymetrical Ducted Propeller System in a Non-Uniform Flow, Symposium on Ducted Propeller; RINA (1973).
- 小山鴻一:不均一流中のプロペラ揚力面の実用計 算法と計算例,日本造船学会論文集,第137号 (1975).
- 11) 菅井和夫: 舶用プロペラ特性解析法に関する研 究,日本造船学会論文集,第128号 (1970).
- 12) Morgan and Caster : Comparison of Theory and Experiment on Ducted Propeller, 7 th Symposium on Naval Hydrodynamics (1968).
- 13) M. Abramowitz and I. A. Stegun : Handbook of Mathematical Functions, Dover.





ľ/Rp 1.2

1.0 0.9

0.6

0.4

0.2

-0.6

-0.2

-0.4



0





3

Ø

1

Fig. 6 Pressure Fluctuation on the Nozzle (N.P. 2 in a Uniform Flow; J=0.4)



日本造船学会論文集 第139号





Fig. 10 Pressure Distribution with Angle of Attack 8° and 0° (Top and Bottom; θ =0° & 180°)

LE

0.5

日本造船学会論文集 第139号





Fig.11 Propeller Induced Velocity (Axisymmetical and Non-Uniform Components; Calculated for Impeller of N.P.1, Jmean=0.4)



(09 (08

·07

*06 205

•04 •03

 Vx/Vs

30°

60° 90°





120°





~0

-0.2



.Fig.14 Axial Wake Distribution



Fig.15 Impeller Induced Velocity at the Nozzle Position (N.P.2, ULCC Model Wake, n=13.0rps; Calculated)





Fig.17 Circulation Distribution and Pressure Distribution of the Nozzle $(NP.2]\ n\!=\!13.0\,\text{rps})$



Fig.18 Nozzle for Pressure Measurement at Self-Propulsion Test (ULCC Model Ship)





Table 1 Particulars of Nozzle Propellers

Fig. 19 Pressure Fluctuation on the Nozzle at Sell-Propulsion Test



⁽Time Mean Value, Measurement and Calculation; N.P.)

I tem NP No.	Ì	2
Number of Blades	5	5
Propeller Dia (m)	0.250	0.180
Pitch Ratio 0.7R (not const.)	0.953	0.979
Exp. Ared Ratio	0.6467	0.7185
Boss Ratio	0.1963	0.200
Rake Angle (degree)	0	0
Nozzle Name	A	В

ſ	~ 70	
L	ľm]₁	

m	1	2	3	4
1	0.004382	0.006169	-0.007153	0.001487
2	0.000080	0.000112	-0.000130	0.000027
3	-0.000016	-0.000022	0.000025	-0.000005
4	0.000108	0.000152	-0.000177	0.000037

 $[\gamma_m]_n^s$

			•
1	2	3	4
0.000419	0.000580	-0.000223	0.000416
-0.000008	0.000011	-0.000004	0.000008
0.000001	0.000002	0.000001	-0.000001
-0.000010	0.000014	-0.000005	0.000010
	1 0.000419 -0.000008 0.000001 0.000010	1 2 -0.000419 0.000580 -0.000008 0.000011 0.0000001 -0.000002 -0.000010 0.000014	1 2 3 -0.000419 0.000580 -0.000223 -0.000008 0.000011 -0.000004 0.000001 -0.000002 0.000001 -0.000010 0.000014 -0.000005

Table 2 $[\gamma_m]_a^c, [\gamma_m]_a^s$ (m²/sec)

(N.P.2, ULCC Model Wake, n= 13.0rps; Calculated)