

(昭和52年5月 日本造船学会春季講演会において講演)

薄い物体の大振幅上下動における流体力の計算

正員 山下 誠也*

Calculations of the Hydrodynamic Forces Acting upon
Thin Cylinders Oscillating Vertically with Large Amplitudeby Seiya Yamashita, *Member*

Summary

This paper provides numerical and experimental results for the first-, second- and third-order hydrodynamic forces acting upon cylinders oscillating vertically with large amplitude on a free surface. The procedure of calculations is based on the theory in which it is assumed that the thickness of the cylinder and the free surface elevation are small enough but the amplitude of the oscillation is so large that the second-order contribution to the forces could not be neglected.

Numerical calculations are made for two elliptic cylinders, a circular cylinder, a stern-section cylinder, whose section is similar to the one of a ship at the stern, and a wedge, and their results are compared with those obtained through forced oscillation tests. It is observed that the calculated values for the second-order hydrodynamic forces, in particular, are in fairly good agreement with the measured ones.

1 ま え が き

水面で動揺する2次元物体に働く流体力を計算する場合、普通、水面の変位および物体の動揺振幅は微小であると仮定して、自由表面条件を線型化し、また物体表面における境界条件を静止時の物体について満足させる。このようにして求められる計算値は first-order の流体力であり、動揺振幅が小さいときの実験値に一致することはよく知られている。

しかし、動揺振幅が大きくなると、流体力に対する second-order の寄与を無視できなくなり、実験結果を的確に説明するためには線型理論は不十分であり second-order の理論が必要になる。C. M. Lee¹⁾, R. L. Potash²⁾ は perturbation method を用いて second-order の理論を展開し、理論計算により first-order だけでなく second-order の流体力も求めている。一方、田才教授³⁾ は円筒を大振幅で上下動させる実験を行ない、third-order までの流体力を求め、second-order の流体力については Lee, Potash による計算値と比較している。さらに最近、田才教授⁴⁾ は円筒、船体中央断面形状筒、バルブ形状筒および楔に対する実験から、復原力の非線型性を考慮して third-order までの流体力を求めている。

ところで、second-order の理論は非常に複雑であり、

* 石川島播磨重工業(株)技術研究所

数値計算に多くの時間がかかるために実用的でない。別所教授⁵⁾ は、second-order の理論に進むまでに考えられる一つの立場として、水面の変位は微小であると見なすけれども動揺振幅は有限であるとして浸水面の変化を無視しないという場合を取り上げ、薄い物体の大振幅上下動に対する理論を示している。

この報告では、別所教授の理論に基づいた計算法により数値計算を行ない、また大振幅の強制上下動試験を実施し、third-order までの流体力について計算値と実験値を比較する。

2 計 算

2.1 基本的な仮定および式

Fig. 1 に示すように、 x 軸を静止水面にとり、これに垂直に y 軸をとって上向きを正とする。流体は非粘性および非圧縮性であり、物体は y 軸に関して対称な形をもち y 方向に動揺するものとする。

物体の動揺振幅は有限であるとして浸水面の変化を無視しないものとする。静止時からの物体の変位を $Y(t)$ 、浸水面の y 方向の長さを $C(t)$ と表わし、物体の形を静止時に $x=f(y)$ で与えると、時間 t では

$$x=f(y-Y(t)) \quad (1)$$

となる。物体の速度 $V(t)$ は

$$V(t) = \frac{dY(t)}{dt} = -\frac{dC(t)}{dt} \quad (2)$$

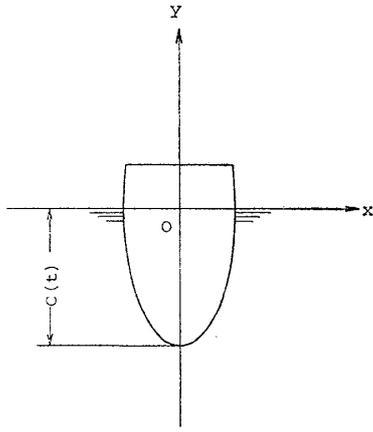


Fig. 1 Coordinate System

である。

薄い物体の場合、物体表面における境界条件は $x > 0$ の部分で

$$\frac{\partial \phi(0, y; t)}{\partial x} = V(t) f'(y - Y(t)) \quad (3)$$

となる。ただし、 $\phi(x, y; t)$ は速度ポテンシャル、 $f'(y - Y(t))$ は物体表面の傾きで $f'(y - Y(t)) \equiv df(y - Y(t))/dy$ である。いま、物体を y 軸上の $-C(t)$ から原点までに分布する吹出しによって表現することにし、その単位長さ当りの強さを $\sigma(y; t)$ とすると

$$\frac{\sigma(y; t)}{2} = -\frac{\partial \phi(0, y; t)}{\partial x} \quad (4)$$

である。したがって、

$$\sigma(y; t) = -2V(t) f'(y - Y(t)) \quad (5)$$

となり、物体の形が分かれば吹出しの強さは決まる。 $x < 0$ の部分でも (5) と同じ式が成り立つ。

流体の圧力 $p(x, y; t)$ の式としては、速度の 2 乗の項を無視した式を用い

$$\frac{p(x, y; t)}{\rho} = \frac{\partial \phi(x, y; t)}{\partial t} - gy \quad (6)$$

とする。ただし、 ρ および g はそれぞれ流体の密度および重力の加速度である。このとき、ここで考えている物体に働く y 方向の力 $Z(t)$ は、静水圧に基づく力を除き

$$Z(t) = 2\rho \int_{-C(t)}^0 \frac{\partial \phi(0, y; t)}{\partial t} f'(y - Y(t)) dy \quad (7)$$

で与えられる。second-order の理論と同様に圧力の式に速度の 2 乗の項を含めると、 $Z(t)$ は簡単な形で表わされない。

最後に、速度ポテンシャルは水面の変位が微小であると見なして線型化した自由表面条件を満足するものとする。

2.2 計算法

物体の動揺で実際上重要なのは周期的な動揺である。そこで、物体が正弦的に上下動する場合を取り上げることにし、

$$\left. \begin{aligned} Y(t) &= -C_1 \sin \omega t \\ C(t) &= C_0 + C_1 \sin \omega t \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

とする。ただし、 C_1 、 ω および C_0 はそれぞれ物体の動揺振幅、動揺円周波数および喫水である。以下に、別所教授の理論 (Appendix 参照) に基づいて、このような場合の具体的な計算法を示す。

$f'(y - Y(t))$ 、 $V(t)$ 、 $\sigma(y; t)$ 、 $\phi(x, y; t)$ および $Z(t)$ を (A. 4) のようにフーリエ級数に展開する。フーリエ係数はそれぞれ $f'_n(y)$ 、 V_n 、 $\sigma_n(y)$ 、 $\phi_n(x, y; \omega)$ および Z_n と表わす。物体の形が分かれば (A. 4) により $f'_n(y)$ を計算できるが、 $y < -C(t)$ で $f'(y - Y(t)) = 0$ であるために、 y の値によって積分範囲を変えなければならない。 $\omega t = \alpha$ とおくと次のようになる。

$$f'_n(y) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f'(y - Y(\alpha)) e^{-in\alpha} d\alpha & (C_1 - C_0 < y < 0) \\ \frac{1}{2\pi} \left(\int_0^{\alpha_1} f' e^{-in\alpha} d\alpha + \int_{\alpha_2}^{2\pi} f' e^{-in\alpha} d\alpha \right) & (-C_0 < y < C_1 - C_0) \\ \frac{1}{2\pi} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2 - 2\pi} f' e^{-in\alpha} d\alpha & (-C_1 - C_0 < y < -C_0) \end{cases} \quad (9)$$

ここに、

$$\alpha_1 = \sin^{-1} \left(\frac{-y - C_0}{C_1} \right), \quad \alpha_2 = 3\pi - \alpha_1 \quad (10)$$

である。 $\sigma_n(y)$ は、いまの場合 $V_1 = V_{-1} = -C_1\omega/2$ 、 $V_n = 0$ ($n \neq \pm 1$) であるから、(A. 7) より

$$\sigma_n(y) = C_1\omega \{f'_{n-1}(y) + f'_{n+1}(y)\} \quad (11)$$

となる。 $\phi_n(0, y; \omega)$ は (A. 5) によって計算される。

実際に計算を行なうにあたって、これらの量と核関数である $S_n(x, y; x', y'; \omega)$ および (A. 9) の $\{m, l\}$ を実数部と虚数部に分けて、 $X_n = X_{n,c} - iX_{n,s}$ の形に表わすと便利である。このとき、 $f'_n(y)$ については

$$f'_{2n,s'}(y) = f'_{2n+1,c'}(y) = 0 \quad (12)$$

の関係がある。

Z_n は (A. 8) で与えられる。

$$Z_n = Z_{n,c} + iZ_{n,s} = |Z_n| e^{i(\pi/2 + \delta^{(n)})} \quad (13)$$

とおくと、 $Z(t)$ は

$$Z(t) = Z_0 - 2|Z_1| \sin(\omega t + \delta^{(1)}) - 2|Z_2| \sin(2\omega t + \delta^{(2)}) - 2|Z_3| \sin(3\omega t + \delta^{(3)}) - \dots \quad (14)$$

となる。この報告では Z_n を (A. 12) によって計算することにし、 $2|Z_1|$ 、 $2|Z_2|$ および $2|Z_3|$ をそれぞれ first-, second- および third-order の流体力の振幅とする。 $\delta^{(1)}$ 、 $\delta^{(2)}$ および $\delta^{(3)}$ はそれらの流体力に対する位相である。 Z_0 は定常力であり、second-order の流体力のひとつみられる。first-order の流体力を付加質量 M と減衰係数 N を用いて表わすとき

$$M = \frac{2Z_{1,s}}{C_1\omega^2}, \quad N = \frac{2Z_{1,e}}{C_1\omega} \quad (15)$$

である。

2.3 数値計算結果に対する検討

上で述べた計算法にしたがって数値計算を行なう場合、主に数値積分が必要になる。(9)の積分は物体の形が数式で表わされるならば計算しやすいので、計算の対象として楕円筒(円筒を含む)、Lewis formをもつ物体および楔を選ぶ。それぞれの物体に対して、静止時の物体表面の傾きは、 $x > 0$ の部分で

$$f'(y) = \begin{cases} -\frac{B}{2C_0} \cdot \frac{y}{\sqrt{C_0^2 - y^2}} \\ \frac{(1+a_1)\sin\theta + 3a_3\sin 3\theta}{(1-a_1)\cos\theta - 3a_3\cos 3\theta} \\ \frac{B}{2C_0} \end{cases} \quad (16)$$

である。ただし、 B は水線における物体の幅、 a_1 および a_3 は単位円 $e^{-i\theta}$ を写像するときの写像関数における係数である。

まず $f_n'(y)$ の数値計算結果について検討する。楔では、 $f'(y)$ は一定であるから(9)の積分は解析的に計算できて、 $f_n'(y)$ は数式で表わされる。数値積分による $f_n'(y)$ の計算値とその式で計算した値を比較すると、両者は有効数字6けた目まで同じであり、数値積分は十分によい精度をもっていることがわかる。楔以外の物体では、もちろんすべての y について検討するわけにいかないが、 $y \rightarrow C_1 - C_0$ 、 $-C_1 - C_0$ のときに

$$\left. \begin{aligned} f_n'(y) &\xrightarrow{y \rightarrow C_1 - C_0} i^n \times \infty \\ f_n'(y) &\xrightarrow{y \rightarrow -C_1 - C_0} \frac{1}{2i^n} \\ &\times \sqrt{\frac{B(1+a_1-3a_3)^2}{2C_1(1+a_1+a_3)(1-a_1+9a_3)}} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

の関係が得られるので、これらの y のところでは数値積分による計算値の正否を判定できる。計算値は、 $y \rightarrow C_1 - C_0$ のときに確かに(17)の傾向をもち、 $y \rightarrow -C_1 - C_0$ のときには(17)の近似値と有効数字4けた目まで一致する。従って、楕円筒およびLewis formをも

つ物体でも数値積分の精度は悪くないと思われる。

次に、 $\phi_n(0, y; \omega)$ と $\{m, l\}$ の数値計算結果について検討しなければならないが、そのための材料は見当らない。ただ、楔に限れば $\{m, l\}$ の和である Z_n について検討を加えることができる。 Z_n を求める方法として、 $Z(t)$ を数値積分により計算し、それをフーリエ解析するという別の方法があり、楔に対してはこの方法を適用できる。数値積分による Z_n の計算値とその方法で求めた値を比較すると、両者は大体有効数字3けた目まで同じであることがわかる。このことから、 $\{m, l\}$ に対する数値積分に大きい誤差は含まれていないように思われる。

核関数 $S_n(x, y; x', y'; \omega)$ は前田助教授⁶⁾の示した方法によって計算する。

2.4 計算例

2つの楕円筒、円筒、船尾断面形状筒および楔について数値計算を行なった。Table 1に物体の寸法を示す。楕円筒-A、楕円筒-B、円筒の順に半幅と喫水の比($B/2C_0$)が大きく、それぞれ0.4、0.7、1.0であり、楕円筒-A、船尾断面形状筒および楔の3つの物体は、 $B/2C_0$ は同一であるが異質の形状をもつ。船尾断面形状筒の断面は $a_1 = -0.493$ 、 $a_3 = 0.1503$ のLewis formである。物体の動揺振幅を表わすパラメータ ε を

$$\varepsilon = \frac{C_1}{B/2} \quad (18)$$

とし、各物体に対して ε をTable 1のように変化させた。

計算で求めたものはfirst-、second- (定常力を含む)およびthird-orderの流体力の振幅とfirst-およびsecond-orderの流体力の位相である。流体力の振幅をLee¹⁾にしたがって次のように無次元化する。

$$\left. \begin{aligned} F_A^{(1)} &= \frac{2|Z_1|}{2\rho g(B/2)^2\varepsilon} \\ F_A^{(2)}, F_0^{(2)} &= \frac{2|Z_2|, Z_0}{2\rho g(B/2)^2\varepsilon^2} \\ F_A^{(3)} &= \frac{2|Z_3|}{2\rho g(B/2)^2\varepsilon^3} \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

位相は(14)で定義される値とする。

Table 1 Particulars of Cylinder Models and the Ratios of Heave Amplitude to Half Breadth

Model	Breadth (B)	Draught (C_0)	ε		
			0.2	0.4	0.6
Elliptic Cylinder - A	0.1264 m	0.1581 m	0.4	0.6	0.8
Elliptic Cylinder - B	0.1674	0.1195	0.2	0.4	0.6
Circular Cylinder	0.2	0.1	0.2	0.4	0.6
Stern-section Cylinder	0.1584	0.1981	0.2	0.4	0.6
Wedge	0.1584	0.1981	0.2	0.4	0.6

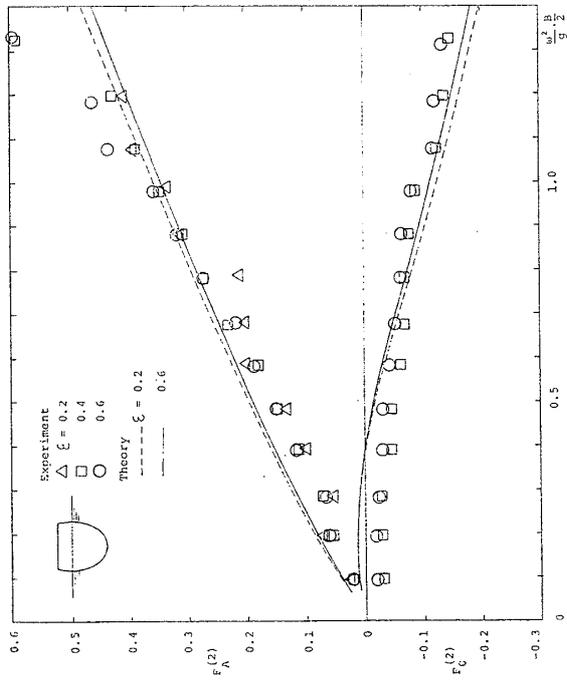


Fig. 3 Second-order Hydrodynamic Forces for Elliptic Cylinder-B

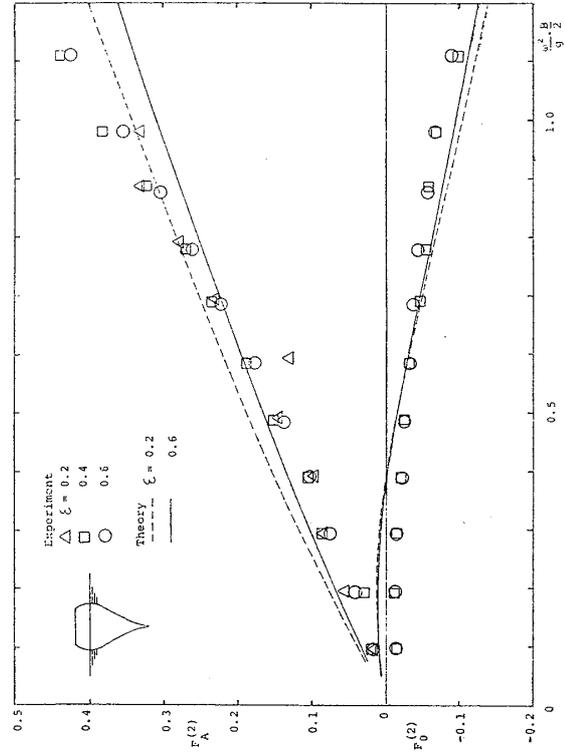


Fig. 5 Second-order Hydrodynamic Forces for Stern-section Cylinder

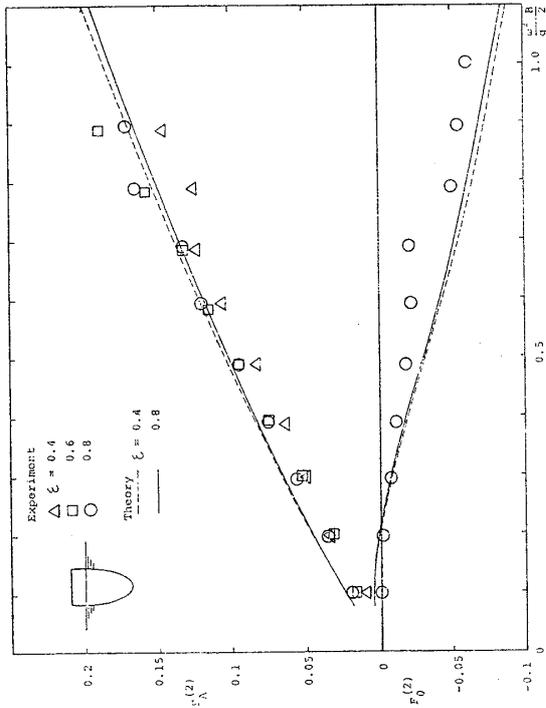


Fig. 2 Second-order Hydrodynamic Forces for Elliptic Cylinder-A

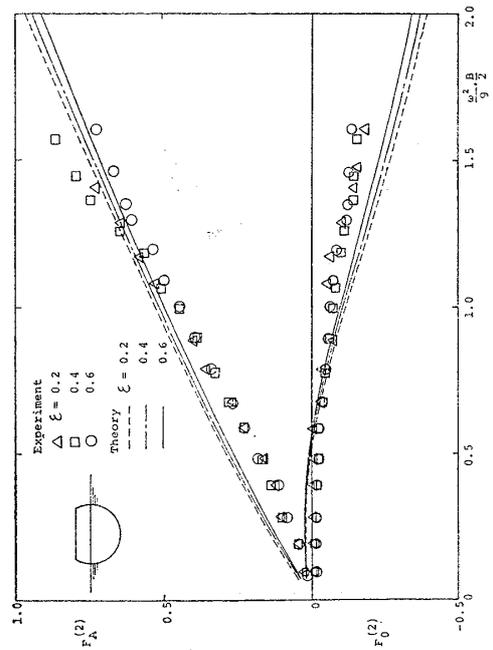


Fig. 4 Second-order Hydrodynamic Forces for Circular Cylinder

Fig. 2, 3, 4, 5 および 6 にそれぞれ楕円筒-A, 楕円筒-B, 円筒, 船尾断面形状筒および楔に対する $F_A^{(2)}$ と $F_0^{(2)}$ の計算値を, 実線, 破線または一点鎖線で示す。second-order の理論によると (19) の無次元値および位相は ε によって変化しないことになる。しかし, 今回の理論計算法では浸水面の変化を無視していないから, 動揺振幅の大きさで浸水部分の範囲が異なり, 計算値は ε によって変化する。各物体に対する $\delta^{(2)}$ の計算値を Fig. 7 に, $F_A^{(3)}$ の計算値を Fig. 8 にまとめて示す。 $F_A^{(2)}, F_0^{(2)}$ および $\delta^{(2)}$ の ε による差はいずれの物体でも小さいのに対し, $F_A^{(3)}$ では大きくなる場合がある。

first-order の流体力は付加質量および減衰係数を用いて表わすことにし, それらの無次元値を次のように定める。

$$\bar{M} = \frac{M}{\rho\pi(B/2)^2/2}, \quad \bar{N} = \frac{N\sqrt{(B/2)/g}}{\rho\pi(B/2)^2/2} \quad (20)$$

Fig. 9, 10, 11, 12 および 13 にそれぞれ楕円筒-A, 楕円筒-B, 円筒, 船尾断面形状筒および楔に対する, ε が最も大きい場合の \bar{M} と \bar{N} の計算値を示す。実線は (A. 12) における Z_1 の式で右辺の第 1 項だけをとって, 一点鎖線は第 3 項までとって計算した値に対応している。後者の 3 terms の値には third-order の影響が含まれる。またこれらの値も ε によって変化するから, 1 term の値は浸水面の変化を無視する場合の計算値とは異なる。各図に, Ursell-Tasai 法で求めた \bar{M} と \bar{N} を破線で示している。

3 模型実験

3.1 実験の概要

数値計算の対象として選んだ Table 1 に示す 5 つの物体の模型について, 大振幅の強制上下動試験を実施した。模型は木枠の上に接着剤 (アラルダイト) を分厚く塗って作られたものである。模型の長さおよび排水量はすべての模型で同一で, それぞれ 0.99m および 15.5 kg である。計算では, 楔を除き, 物体の水線より上の形と下の形は対称であると考えているので, 模型もそれに合わせて作られている。

実験は石川島播磨重工業 (株) 技術研究所の水理実験場 2 次元水路 (長さ×幅×水深=15m×1m×0.6m) で実施された。同実験場が所有している係留鎖試験装置を強制動揺装置として用い, これと模型の間に 1 台のロードセル (東洋ポールドウイン製, 容量± 20 kg) を取り付けて, 模型を上下動させたときの模型の反力を測定した。動揺振幅は Table 1 に示す ε に対応する値とした。装置の容量の制約から, 動揺振幅は 6cm 以下, また動揺周波数は 2 Hz 以下となっている。

模型の反力と上下動変位の測定結果は, 10 Hz 以上の高周波数成分を切り捨てるローパスフィルターを介して, データレコーダー (岩崎通信機製, DATAC-1500) に収録された。次にその結果を振動実験場が所有している電子計算機 (I. B. M. 1130) によりフーリエ解析し, first-, second- (定常力を含む) および third-order の流体力の振幅と位相を求めた。振幅の測定値を単位長さ当りの値に直した後, second- および third-order の流体力の振幅は (19) のように無次元化し, first-order の流体力は (20) で定めた付加質量および減衰係数の無次元値で表わす。なお発散波の波高も測定しているが, その結果はこの報告の中に含まれていない。

3.2 実験結果について

Fig. 2, 3, 4, 5 および 6 にそれぞれ楕円筒-A, 楕円筒-B, 円筒, 船尾断面形状筒および楔に対する $F_A^{(2)}$ と $F_0^{(2)}$ の実験値を記号で示す。各物体に対する $\delta^{(2)}$ の実験値を Fig. 7 に, $F_A^{(3)}$ の実験値を Fig. 8 にまとめて示す。円筒に対する $F_A^{(2)}, F_0^{(2)}$ および $\delta^{(2)}$ を田才教授^他³⁾ の実験値と比較してみたが, 両者は大体同じである。楕円筒-A, 楕円筒-B および船尾断面形状筒の場合, $F_A^{(2)}, F_0^{(2)}$ および $\delta^{(2)}$ の周波数に対する傾向は円筒の場合と同様である。水面と斜めに交わる楔に対する実験値だけはそれと異なる傾向を示している。 $F_A^{(3)}$ については, 測定量が小さいために実験値のパラッキが大きく, 大略の傾向しか分からない。

Fig. 9, 10, 11, 12 および 13 にそれぞれ楕円筒-A, 楕円筒-B, 円筒, 船尾断面形状筒および楔に対する \bar{M} と \bar{N} の実験値を記号で示す。円筒に対する \bar{N} は田才教授^他の実験値と大体同じである。しかし \bar{M} ではそれと傾向が少し異なり, 実験値は ε が大きくなるに従い平行移動の形で大きくなっている。 \bar{M} のこの傾向は円筒以外の物体でも同様に現われている。なお, 田才教授^他の実験は ε が 1.167 という非常に大きい動揺振幅でも行なわれているのに対し, 今回の実験では, 大振幅といっても円筒の場合で最大の ε は 0.6 である。

4 計算値と実験値の比較

前節までに示した計算値と実験値を比較して二, 三の検討を行なう。

まず second-order の流体力について調べる。Fig. 2 ~ 6 で, $F_A^{(2)}$ および $F_0^{(2)}$ の計算値と実験値はある周波数で交差しそれより周波数が高くなると両者の差が大きくなる傾向が, 5 つの物体に共通に認められる。しかし今回の実験における周波数の範囲では計算値は実験値にかなりよく一致しているといえる。Fig. 7 から $\delta^{(2)}$ の計算値は全般的に実験値より低めであることがわかるが, 位相としては図の程度に一致すれば十分ではないか

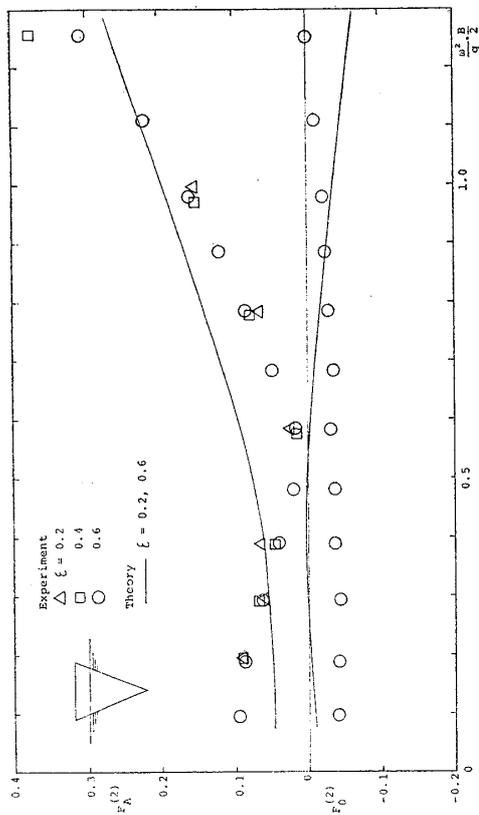


Fig. 6 Second-order Hydrodynamic Forces for Wedge

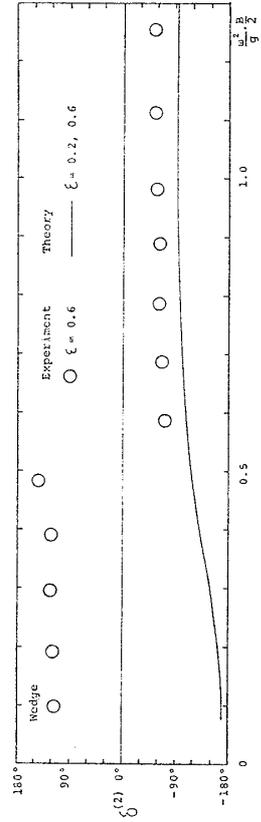
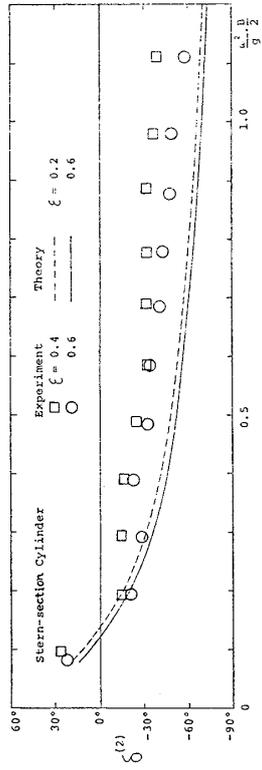
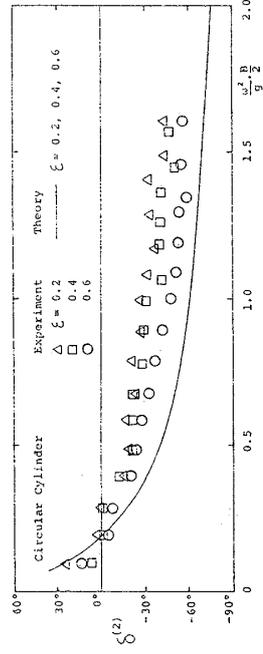
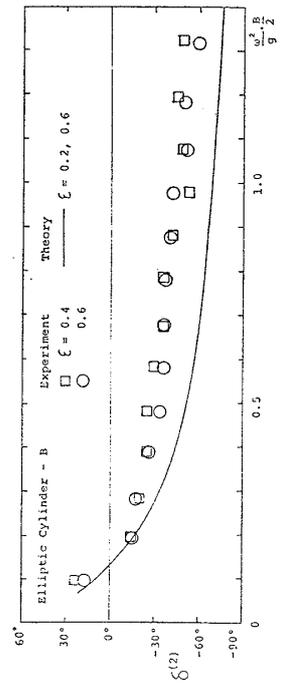
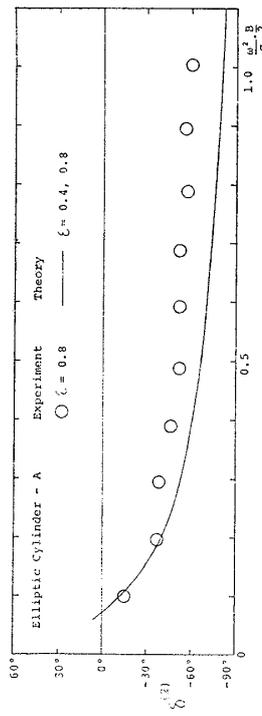


Fig. 7 Phase Angles of Second-order Hydrodynamic Force

と思われる。5つの物体の中で最もよく一致しているのは楕円筒-Aである。楕円筒-Aは理論における2つの仮定、薄い物体であることと水面の変位が微小であることに最もよくあてはまる物体となっている。船尾断面形状筒および楔は薄い物体という点では楕円筒-Aと同様であるが、このうち楔の場合、おそらく水面の変位が大きくなるために、計算値と実験値の一致の程度は少しよくない。

ところで、楕円筒-Bおよび円筒は厚みが大きく、薄い物体と見なすことのできないものである。それにもかかわらず、計算値と実験値はかなりよく一致する。理論では薄い物体の仮定のもとに物体の厚みを無視しているから、計算値にはその影響は含まれていない。したがって、このような結果はsecond-orderの流体力に及ぼす物体の厚みの影響は余り大きくないことを意味すると考えられる。厚みよりむしろ物体表面の傾きの影響が大きいのではないかと推測される。

次にthird-orderの流体力について調べると、Fig. 8からわかるように、実験値のパラッキを考慮しても、 $F_A^{(3)}$ の計算値が実験値によく一致しているとはいえない。ただ、次元をもつthird-orderの流体力の振幅はsecond-orderのそれに比べて小さいので、third-orderの流体力としてはごく大略の値がわかればよいと考えられ、その観点では計算値と実験値は同程度であるといえる。

Fig. 9~13により付加質量および減衰係数について検討する。これらの図で実験値との比較の対象となるのは3 termsの計算値である。

付加質量では、楕円筒-Aの場合でも \bar{M} の計算値と実験値の間にかかなりの差があり、今回の理論計算法だけで大振幅のときの付加質量を推定するのは難しいようである。そこでいま、3 termsと1 termの計算値の差について調べてみる。この差は \bar{M} に対するthird-orderの影響を表す項である。ところでUrsell-Tasai法で求められる計算値は $\varepsilon \rightarrow 0$ に対する計算値であり、動揺振幅が小さいときの実験値に非常によく一致することは従来から知られているが、図からもそのことを確認できる。 $\varepsilon = 0.6$ または 0.8 のときの \bar{M} の実験値とUrsell-Tasai法による計算値の差をとり、それとthird-orderの影響項を対比してみる。図からわかるように、船尾断面形状筒を除き両者はかなり近い値となっている。したがって、今回の実験における ε の範囲では、Ursell-Tasai法による計算値にthird-orderの影響項の補正を行なうと、大振幅のときの付加質量に対する近似値が得られることになる。

減衰係数の方では、大振幅のときの \bar{N} の実験値とUrsell-Tasai法で求めた計算値はある周波数で交差す

る傾向があるのに対し、third-orderの影響項は常に減衰係数を増大させる方向に現われており、付加質量の場合に用いた方法は適用できない。普通、減衰係数に及ぼす粘性影響は無視できないものであり、また動揺振幅とともに大きくなるから、大振幅のときの \bar{N} を推定する場合にはthird-orderの影響項以上に粘性影響を重要視しなければならないと思われる。

5 む す び

別所教授が示した薄い物体の大振幅上下動に対する理論に基づいて、上下動する2次元物体に働くfirst-, second-およびthird-orderの流体力を計算した。理論では、水面の変位は微小であるとして自由表面条件を線型化し、また圧力の式に線型化した式を用いているが、物体の動揺振幅は有限であるとして浸水面の変化を無視していない。2つの楕円筒、円筒、船尾断面形状筒および楔に対する計算値とそれらの物体の模型について実施した強制上下動試験による実験値を比較して、今回の実験の範囲で次のような結果を得た。

- 1) 円筒のような厚みの大きい物体の場合を含め、second-orderの流体力の計算値は実験値にかなりよく一致する。このことから、second-orderの流体力については、今回の理論計算法によってかなりよい推定値が得られることがわかる。
- 2) third-orderの流体力の振幅では、ごく大略的にみて計算値は実験値と同程度であるといえる。
- 3) Ursell-Tasai法で求められる付加質量に今回の理論計算法によるthird-orderの影響項の補正を行なうと、その場合の付加質量は大振幅のときの実験値に近い値となる。

終りに、この報告は防衛大学校別所正利教授のご指導のもとにまとめることができたものであり、別所教授に心からお礼を申し上げます。また、石川島播磨重工業(株)技術研究所の神中竜雄部長から有益な助言をいただき、実験に際して田崎 亮部長はじめ水理実験グループの方々から細かな配慮をいただき、実験中は同グループの長谷川政和研究員に終始協力していただきました。深く感謝いたします。

参 考 文 献

- 1) C. M. Lee : The Second-Order Theory of Heaving Cylinders in a Free Surface, J. of Ship Research, Vol. 12, No. 4, (December, 1968), pp. 313-327.
- 2) R. L. Potash : Second-Order Theory of Oscillating Cylinders, J. of Ship Research, Vol. 15, No. 4, (December, 1971), pp. 295-324.
- 3) 田才福造, 小寺山 亘 : 上下揺する半没水円柱に働く非線型流体力について, 西部造船会々報, 第

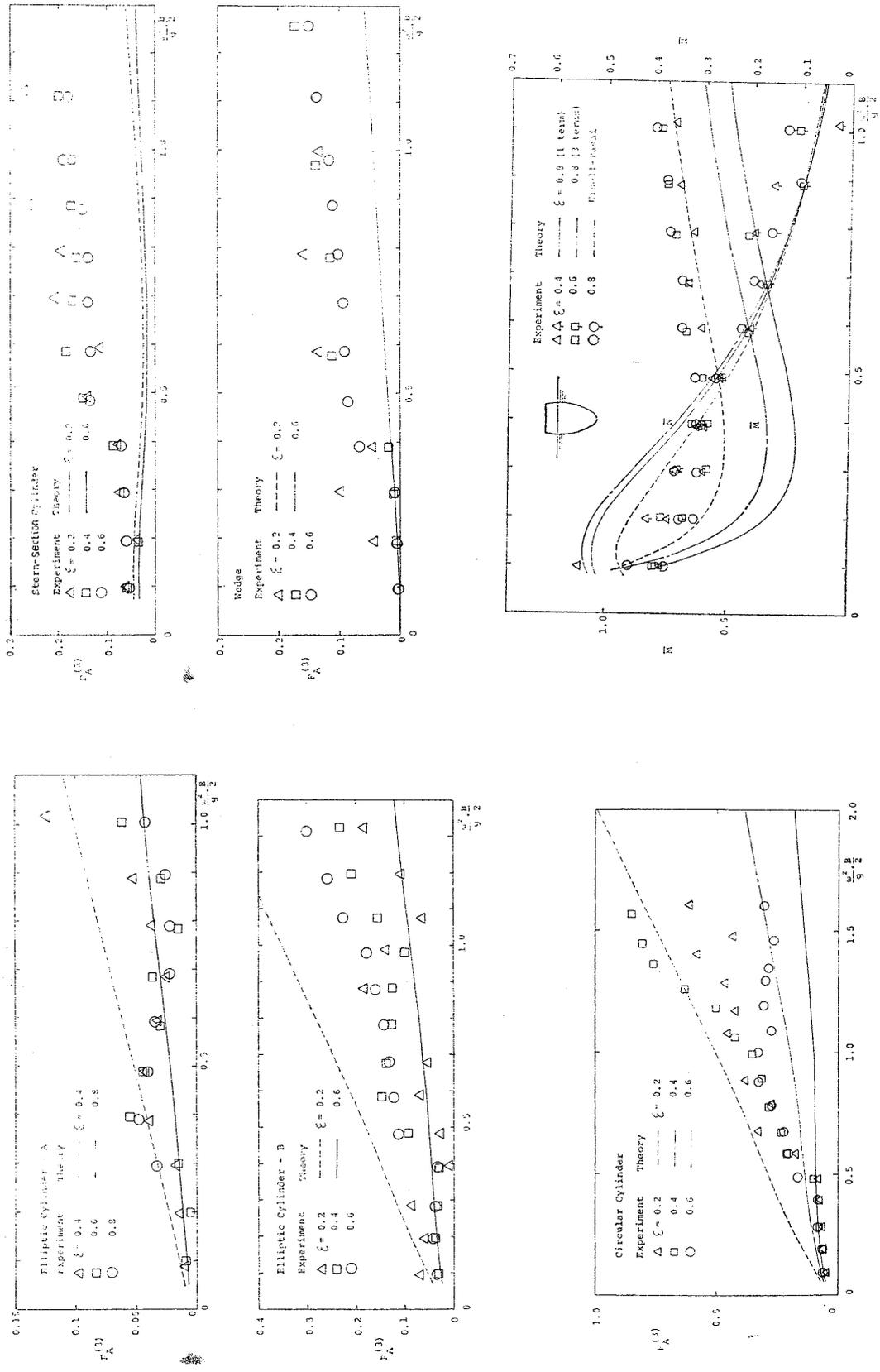


Fig. 8 Third-order Hydrodynamic Forces

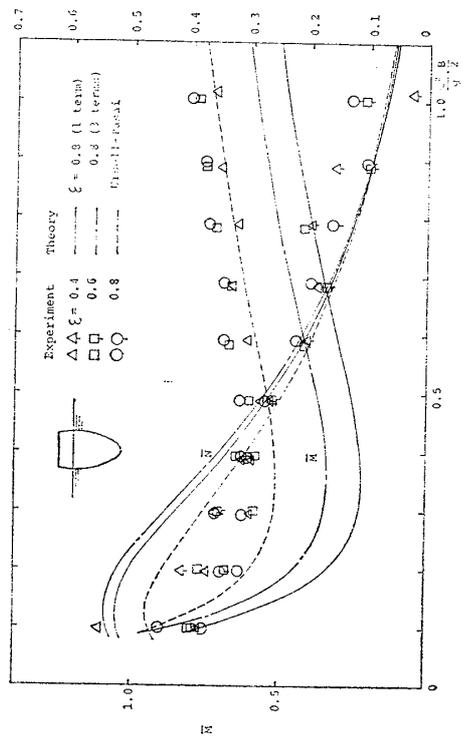


Fig. 9 Added Mass and Damping Coefficients for Elliptic Cylinder-A

- 46号, (昭和48年8月), pp. 91-108.
- 4) F. Tasai, W. Koterayama: Nonlinear Hydrodynamic Forces Acting on Cylinders Heaving on the Surface of a Fluid, Rep. Res. Inst. Appl. Mech., Vol. 24, No. 77, (November, 1976), pp. 1-39.
- 5) 別所正利: 薄い物体の大振幅上下動について, 第42回試験水槽委員会第2部会資料, (昭和50年1月).
- 6) 前田久明: 任意船型におよぼす波の強制力について, 日本造船学会論文集, 第126号, (昭和44年12月), pp. 55-83.

Appendix

2.1節の仮定および式のもとで, 別所教授⁵⁾が示した理論の概要は次のとおりである。

Laplaceの方程式と水面の変位が微小であると見なして線型化した自由表面条件

$$\frac{\partial^2 \phi(x, 0; t)}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi(x, 0; t)}{\partial y} = 0 \quad (\text{A.1})$$

を満足する速度ポテンシャルは

$$\begin{aligned} \phi(x, y; t) = & \frac{1}{2\pi} \int_{-C(t)}^0 \sigma(y'; t) \log \frac{r_2}{r_1} dy' \\ & + g \int_{-\infty}^t d\tau \int_{-C(\tau)}^0 \sigma(y'; \tau) \\ & \times G(x, y+y'; t-\tau) dy' \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

と表わされる。ここに,

$$\left. \begin{aligned} r_1 &= \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}, \\ r_2 &= \sqrt{(x-x')^2 + (y+y')^2} \\ G(x, y; t) &= \frac{1}{\pi} \int_0^\infty e^{ky} \cos kx \frac{\sin \sqrt{gk} t}{\sqrt{gk}} dk \end{aligned} \right\} (\text{A.3})$$

である。(A.2)では $x'=0$ とする。

物体の動揺が周期的である場合, 2.1節の t を含む量はすべてフーリエ級数に展開されて

$$\left. \begin{aligned} X(t) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} X_n e^{in\omega t}, \quad X_n = \bar{X}_{-n} \\ X_n &= \frac{1}{T} \int_0^T X(t) e^{-in\omega t} dt \end{aligned} \right\} (\text{A.4})$$

の形をもつ。ただし, T および $\omega (=2\pi/T)$ はそれぞれ動揺周期および円周波数であり, X_n の上の一は複素共

役値をとることを意味する。 $\sigma(y; t)$ と $\phi(x, y; t)$ を (A.4)のように表わし, (A.3)の第3式とともに (A.2)に代入すると

$$\phi_n(x, y; \omega) = \int_{-\infty}^0 \sigma_n(y') S_n(x, y; 0, y'; \omega) dy' \quad (\text{A.5})$$

を得る。ただし, 核関数 $S_n(x, y; x', y'; \omega)$ は, $K = \omega^2/g$ として

$$S_n(x, y; x', y'; \omega) = \frac{1}{2\pi} \log \frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{\pi} \lim_{\mu \rightarrow 0} \int_0^\infty \frac{e^{k(y+y')} \cos k(x-x')}{k - n^2 K + i\mu n \omega/g} d^2 k \quad (\text{A.6})$$

である。 $f'(y-Y(t))$, $V(t)$ および $Z(t)$ も (A.4)のように表わすと, (5)から

$$\sigma_n(y) = -2 \sum_{m=-\infty}^{\infty} V_m f_{n-m}'(y) \quad (\text{A.7})$$

を, (7)から

$$Z_n = 2i\rho\omega \sum_{m=-\infty}^{\infty} m \int_{-\infty}^0 \phi_m(0, y; \omega) f_{n-m}'(y) dy \quad (\text{A.8})$$

を得る。便宜的に

$$\{m, l\} = \int_{-\infty}^0 \phi_m(0, y; \omega) f_l'(y) dy \quad (\text{A.9})$$

とおくと, (A.8)は

$$Z_n = 2i\rho\omega \sum_{m=-\infty}^{\infty} m \{m, n-m\} \quad (\text{A.10})$$

と表わされる。

もし, 物体の動揺振幅は微小であるとして浸水面の変化を無視するならば

$$\left. \begin{aligned} Z_1 &= 2i\rho\omega \{1, 0\} \\ Z_n &= 0 \quad (n \neq \pm 1) \end{aligned} \right\} (\text{A.11})$$

となり, first-orderの項だけが現われる。動揺振幅が有限であるとして浸水面の変化を無視しない場合には, third-orderの項までとると

$$\left. \begin{aligned} Z_0 &= 2i\rho\omega (\{1, -1\} - \{-1, 1\}) \\ Z_1 &= 2i\rho\omega (\{1, 0\} + 2\{2, -1\} - \{-1, 2\}) \\ Z_2 &= 2i\rho\omega (\{1, 1\} + 2\{2, 0\}) \\ Z_3 &= 2i\rho\omega (\{1, 2\} + 2\{2, 1\} + 3\{3, 0\}) \end{aligned} \right\} (\text{A.12})$$

である。 Z_0 は Z_2 と同様に second-orderの項から成っている。

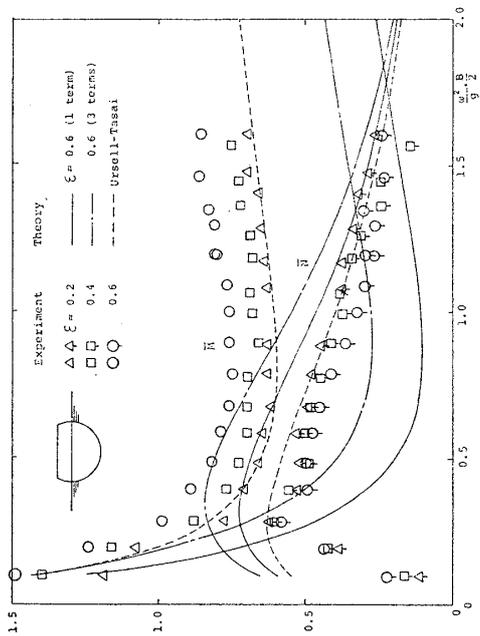


Fig. 11 Added Mass and Damping Coefficients for Circular Cylinder

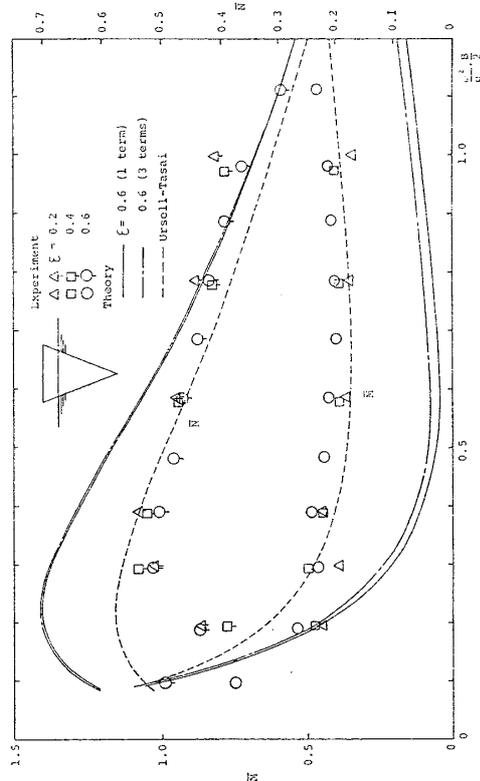


Fig. 13 Added Mass and Damping Coefficients for Wedge

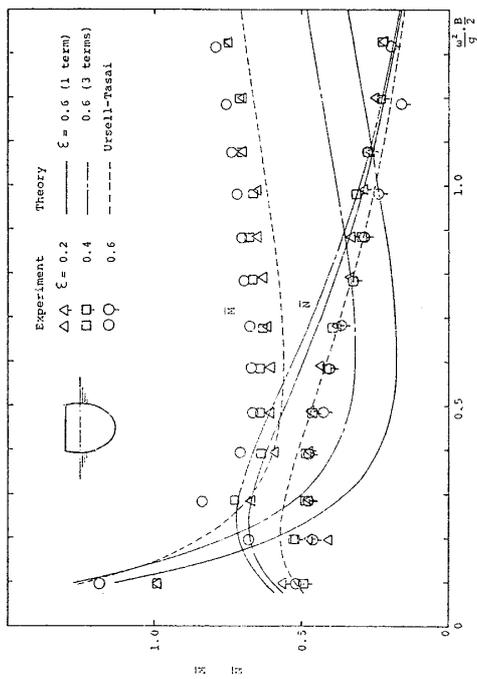


Fig. 10 Added Mass and Damping Coefficients for Elliptic Cylinder-B

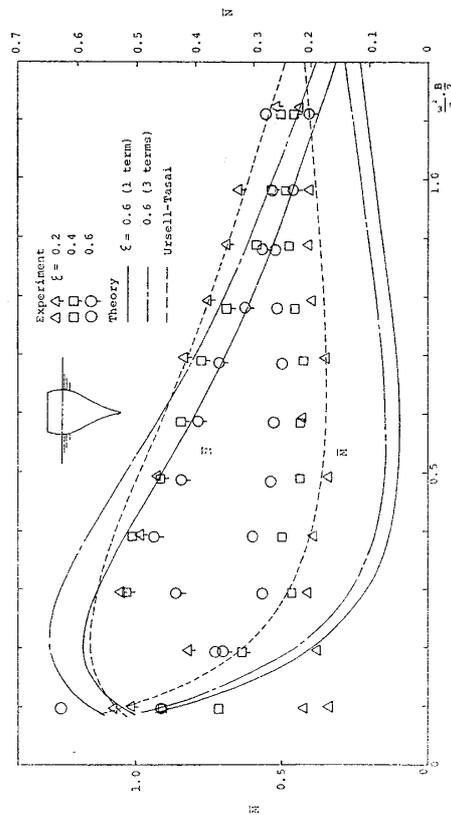


Fig. 12 Added Mass and Damping Coefficients for Stern-section Cylinder