

(昭和52年11月 日本造船学会秋季講演会において講演)

# J-積分による破壊基準について (第2報)

正員 金 沢 武\* 正員 町 田 進\*  
 正員 小 林 順 一\*\* 正員 松 島 義 男\*\*

## A Study on $J$ -Integral as a Fracture Criterion (2nd Report)

by Takeshi Kanazawa, *Member* Susumu Machida, *Member*  
 Jun-ichi Kobayashi, *Member* Yoshio Matsushima, *Member*

### Summary

In the previous paper, an improved method to evaluate  $J$ -value from single load-displacement record has been proposed.

In this paper, the effects of material properties on  $J$ -value for 3-point bend specimens with different notch ratios are investigated by elasto-plastic FEM calculations using 8-noded isoparametric quadrilaterals. It is concluded that yield stress ( $\sigma_Y$ ) and strain hardening rate ( $H'$ ) have less effect on the relationship between non-dimensional  $J$ -value ( $EJ/a\sigma_Y^2$ ) ( $E$ : Young's modulus,  $a$ : notch length) and stress ratio ( $\sigma_N/\sigma_Y$ ) ( $\sigma_N$ : nominal skin stress in the notched section), or non-dimensional deflection ( $Eu/d\sigma_Y$ ) ( $u$ : deflection at load point,  $d$ : depth of specimen).

Several practical methods to evaluate  $J$ -value from single load-displacement record, that is, Rice's method, the more convenient method using total displacement and the authors' method proposed in the previous paper are compared one another, and it is shown that the authors' method gives the best approximation out of the three methods compared, but it still gives overestimation especially for shallow notched specimen in highly load range.

On the basis of numerical results with varied conditions, a more simple and accurate  $J$  evaluation method for 3-point bend specimen is newly proposed and is expressed by Eq. (17) and Eq. (18). Using this proposed method,  $J$ -value can be estimated from crack opening at edge or applied load which is easily measured in fracture testings.

## 1 緒 言

現在までに数多くの破壊クライテリオンが検討され、高強度で小規模降伏状態で破壊する材料については線形破壊力学を適用し、低中強度鋼のようにかなりの塑性変形を伴って不安定亀裂の発生をする材料には COD 説などが提唱されて、材料判定基準<sup>1)</sup>として工業的に実用化されつつある。近年 J. R. Rice の提唱した  $J$ -積分<sup>2)</sup>はその定義が明確であり、COD 説のような経験的要素がなく、その破壊パラメータとしての有用性が注目されてきている。

ところで、この  $J$ -積分は線形・非線形弾性体については破壊のエネルギー条件に関連しており、全ひずみ理論に従う塑性体では切欠先端での応力・ひずみの特異性に対応している<sup>3)</sup>。さらに、経路独立である周回積分の定義により複雑な境界条件を有する亀裂体についても

$J$ -積分を算定することができる。そこで、前報<sup>4)</sup>ではエネルギー的考察による新しい実験的  $J$  値算定法を提案し、その有用性を示したが、今回は比較的一般に用いられている三点曲げ試験片について、 $J$  値に与える材料定数、形状などの影響を FEM 解析により調べた。

## 2 J 値算定法

$J$  値を求めるには大きくわけて2つの方法がある。1つは、定義の周回積分を実行するものであり、もう1つは、線形および非線形弾性体の場合の potential energy decrease rate に等しいということから、形式的にこれに対応するエネルギー計算をして求める方法である。後者の方法は適当な仮定を設けることにより算定が容易となる可能性がある点で、実験的手法として有用であると考えられるが、設けた仮定に由来する不明確さがあるため、その適用範囲が検討されねばならない。

### 2.1 周回積分による算定

$J$ -積分は(1)式で定義され、積分路の取り方に依存

\* 東京大学工学部

\*\* 東京大学工学系大学院

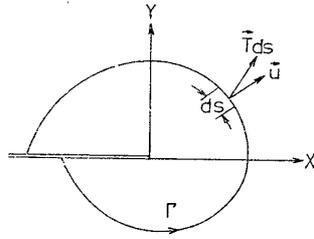


Fig. 1 Crack Tip Coordinate System and Arbitrary Line Integral Contour

しないことが証明されている<sup>2)</sup> (Fig. 1 参照)。

$$J = \int_{\Gamma} \{ W(\epsilon_{mn}) dy - \vec{T} \cdot (\partial \vec{u} / \partial x) ds \} \quad (1)$$

$\Gamma$ : 亀裂先端を囲む任意の積分路

$W(\epsilon_{mn})$ : ひずみエネルギー密度

$\vec{T}$ :  $\Gamma$ 上のトラクションベクトル

$\vec{u}$ : 変位ベクトル

J-積分は全歪理論で定義されるものであるが、本解析においては実際の塑性変形挙動により近いと考えられるひずみ増分理論により計算を行なった。なお、両理論によるJ値計算には大差ないことが三好<sup>5)</sup>によって報告されている。

一方、エネルギー的考察によって求める方法には以下に述べるような方法がある。

## 2.2 Riceの簡便法<sup>6)</sup> (B法)

荷重点変位を  $u_{total}$  とすると、 $u_{total}$  は亀裂の存在しない場合の変位  $u_{no crack}$  と亀裂が存在することによる変位  $u_{crack}$  とに分離できる。

$$u_{total} = u_{no crack} + u_{crack} \quad (2)$$

さらに、 $u_{crack}$  が主に亀裂実断面部の変形によるものと考えてよい程に亀裂長さが深い場合には、近似的に、

$$u_{crack} = b \times f(\sigma_{net}) \quad (3)$$

$\sigma_{net}$ : 切欠断面における実断面応力

$b$ : 切欠部断面寸法

としてよいと考えられる。

このような仮定を設けることにより、三点曲げ試験片のJ値は次のように表わすことができる。

$$\begin{aligned} J &= \frac{2}{b} \int_0^{u_{crack}} P du_{crack} \\ &= \frac{2}{b} U_{crack} \end{aligned} \quad (4)$$

$P$ : 単位板厚当りの荷重

## 2.3 著者らの修正法<sup>4)</sup> (A法)

切欠比 ( $R = a/d$ ,  $a$ : 亀裂長さ,  $d$ : 試験片深さ) が大きいという前提が成立しない時には(3)式の代わりに、

$$u_{crack} = l \cdot f(\sigma_{net}) \cdot g(R) \quad (5)$$

$l$ : 試験片代表寸法

$f(\sigma_{net})$ : 切欠部実断面応力  $\sigma_{net}$  の関数

$g(R)$ : 切欠比の関数

とおける。なお、 $g(R)$  については大規模降伏まで線形弾性時の値<sup>7)</sup>が近似的に保たれるものと仮定して、Riceの簡便法と同様にして、J-積分の表示が得られる。たとえば、三点曲げ試験片については、次式で与えられる。

$$u_{crack} = s \cdot f(P \cdot s/b^2) \cdot g(R) \quad (6)$$

$s$ : 曲げスパン

$P$ : 単位板厚当りの荷重

$$J = \alpha \cdot P u_{crack} / d - (\alpha/d - 2/b) \int_0^{u_{crack}} P \cdot du_{crack} \quad (7)$$

$$g(R) = R^2(5.58 - 19.6R + 36.82R^2 - 34.94R^3 + 12.77R^4)$$

$$\alpha = g'(R)/g(R)$$

## 2.4 $u_{crack}$ によってJ値を求める簡便法<sup>8)</sup> (C法)

(4)式によってJ値を求める場合、 $u_{crack}$  が必要であるが実験的には  $u_{total}$  が測定され、これから  $u_{no crack}$  を差引くことにより  $u_{crack}$  を求める必要があり、多少煩雑となっている。(2)式と(4)式より

$$\begin{aligned} J &= 2U_{crack}/b \\ &= 2(U_{total} - U_{no crack})/b \end{aligned}$$

$U_{total}$ :  $P-u_{total}$  曲線下の面積

となる。そこで  $U_{no crack}$  は弾性梁理論にそのままあてはまると仮定して、次式が得られる。

$$\begin{aligned} J &= 2 \left[ \int_0^{u_{total}} P du_{total} - (Bs^3/8Ed^3 \right. \\ &\quad \left. + 3Bs/20\mu d) P^2 \right] / b \end{aligned} \quad (8)$$

$B$ : 板厚

$E$ : ヤング率

$\mu$ : 剪断弾性率

## 3 J積分値におよぼす各種因子の影響

前節に示したA, B, C各簡便法によるJ値は正確なJ値を与えるとは限らないため、本節においては、周回積分による数値解析を行ない、以下に述べる各因子のJ-積分に及ぼす影響を調べた。解析例として、Table 1に示す8種類(A~H)の計算を行なった。なお、FEM解析においては8節点四辺形アイソパラメトリック要素を用い、その要素分割をFig. 2に示す。

### 3.1 積分路および切欠先端部における特異・非特異要素の影響

(1)式を数値積分する際にFig. 2に破線で示す6つの積分路( $\Gamma_1 \sim \Gamma_6$ )を用いた。また、1つの要素内でJ値を算定するために9つのガウス積分点を用いた数値積分を行なった。

ところで、線形弾性における切欠先端部での応力・ひずみの特異性を出すために、切欠先端要素の辺上節点を

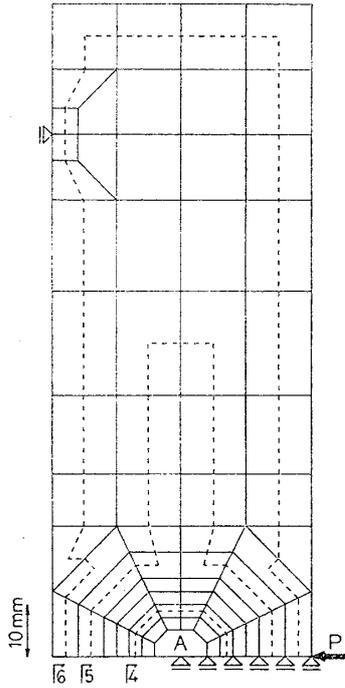


Fig. 2 Finite Element Subdivision of 3-point Bend Specimen and Integral Contours

中点の位置から 1/4 の内分点に移して計算を行ない<sup>9)</sup>, さらに, この特異要素の有効性を調べるために Table 1 の Case B について, 辺上節点を通常の中点位置において非特異要素としたものについての計算も行なった。Table 2 (a) には特異要素を使った場合, Table 2 (b) には非特異要素による結果を示す。両表において, 各  $\sigma_N/\sigma_Y$  ( $\sigma_N$ : 実断面公称曲げ応力,  $\sigma_Y$ : 降伏応力) ごとに Gross の boundary collocation 法による  $K$  値<sup>7)</sup> と各積分路で求められた  $J$  値から,

$$K = \sqrt{E \cdot J / (1 - \nu^2)}$$
 ( $\nu$ : ポアソン比) によって計算した  $K$  値とを比較した。Gross による  $K$  値は弾性解であるが,  $\sigma_N/\sigma_Y = 1.0$  近辺までの応力状態は Fig. 3 の塑性域進展からみて, 小規模降伏状態と考えられるので, この荷重範囲では両者の比較が可能と考えられる。そこで, Table 2 (b) の各数値を比較してみれば切欠先端要素内における積分路  $\Gamma_1$  の値を除いて, 非常に良く Gross の解に一致している。一方, Table 2 (a) によれば  $\Gamma_1$  も含めて良く一致しており, 特異要素の有効性が確認される。

次に, 各荷重段階における積分路の違いによる  $J$  値への影響を Fig. 4 に示す。これによれば, 切欠先端要素

Table 1 Numerical Data used in Calculations

CASE	Notch Ratio	Yield Stress $\sigma_Y$ (kg/mm <sup>2</sup> )	Strain Hardening $H'$ (kg/mm <sup>2</sup> )	Stress Condition
A	0.5	36.1	0.0	Plane Strain
B	0.5	36.1	210	ditto
C	0.5	36.1	2100	ditto
D	0.5	36.1	210	Plane Stress
E	0.5	80.0	210	Plane Strain
F	0.2	36.1	210	ditto
G	0.8	36.1	210	ditto
H	no crack	36.1	210	ditto

Young's modulus  $E = 21000$  kg/mm<sup>2</sup>  
Poisson's ratio  $\nu = 0.3$

Table 2 Comparison of  $K$ -Values. (a) with Distorted Elements

$\sigma_N/\sigma_Y$	Gross	$\Gamma_1$	$\Gamma_2$	$\Gamma_3$	$\Gamma_4$	$\Gamma_5$	$\Gamma_6$
0.2	22.565	22.507	22.675	22.533	22.494	22.158	22.840
0.4	45.130	45.975	45.324	45.079	45.003	44.327	45.682
0.6	67.695	68.163	67.960	67.704	67.602	66.582	68.603
0.8	90.260	89.352	90.709	90.442	90.329	88.963	91.642
1.0	112.82	110.42	114.98	113.37	113.28	111.56	114.90

( unit in  $\text{kg} \cdot \text{mm}^{-\frac{3}{2}}$  )

Table 2 Comparison of  $K$ -Values. (b) with Undistorted Elements

$\sigma_N/\sigma_Y$	Gross	$\Gamma_1$	$\Gamma_2$	$\Gamma_3$	$\Gamma_4$	$\Gamma_5$	$\Gamma_6$
0.2	22.565	25.471	22.665	22.478	22.435	22.099	22.779
0.4	45.130	50.938	45.329	44.956	44.870	44.193	45.544
0.6	67.695	77.704	67.975	67.460	67.333	66.311	68.325
0.8	90.260	101.27	90.732	90.087	89.937	88.567	91.236
1.0	112.82	124.21	115.11	112.88	112.73	111.01	114.33

( unit in  $\text{kg} \cdot \text{mm}^{-\frac{3}{2}}$  )

の特異性に影響される  $\Gamma_1$  や荷重点近傍に経路をとっている大回り積分路の  $\Gamma_6$  を除けば積分路に無関係に  $J$  値が定まることがわかる。以下の論議の中では周回積分値の代表的な値として  $\Gamma_3$  による  $J$  値を用いることとする。

### 3.2 平面ひずみと平面応力の相違

Table 1 の Case B, D の解析結果により, 平面ひずみと平面応力の両応力状態による相違を検討した。Fig.

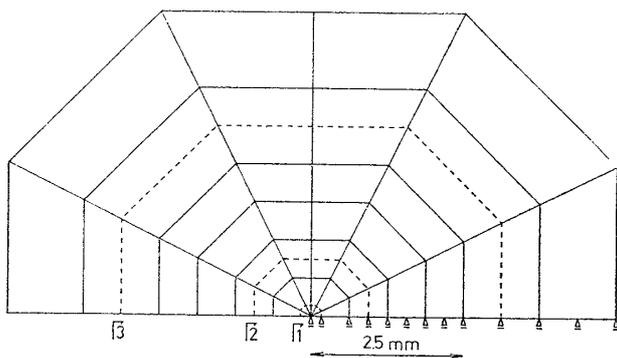


Fig. 2 "A" Detail of Region A

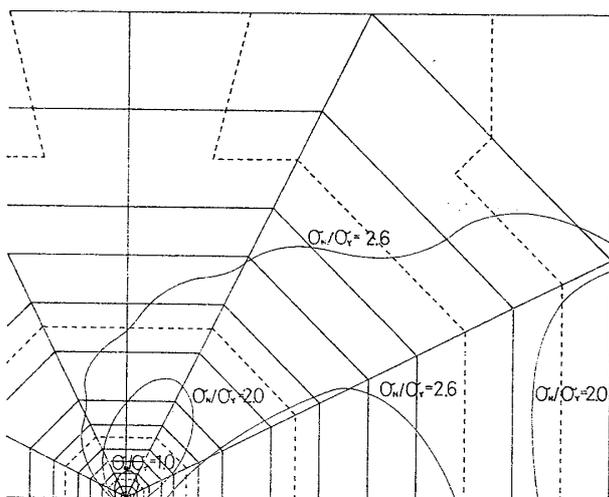


Fig. 3 Yield Zones at Various Load Levels (R=0.5)

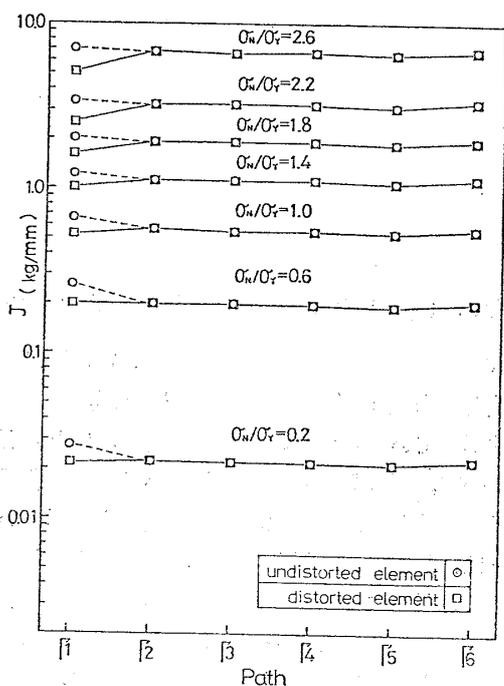


Fig. 4 Comparison of J-Values at Various Load Levels

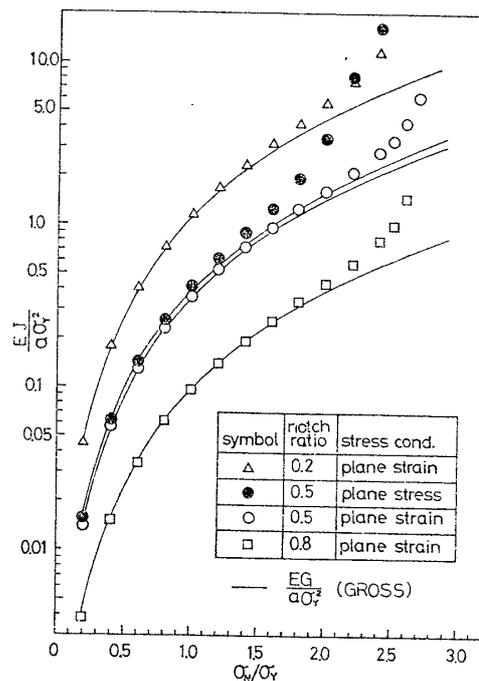


Fig. 5 Relationship between  $EJ/a\sigma_y^2$  and  $\sigma_w/\sigma_y$

5には、無次元化J値 ( $EJ/a\sigma_y^2$ ) と応力比 ( $\sigma_w/\sigma_y$ ) との関係を示す。平面ひずみの場合は○印、平面応力の場合は●印で示す。低荷重域では同じ荷重に対し、多少、平面応力状態での無次元化J値が大きいという程度であるが、高荷重域では、その差はさらに大きくなっており、顕著に傾向の差が現われている。

次に、J値と変位との関係で両応力状態による相違を検討してみる。変位としては、代表的なものとして、荷重点変位  $u$  を用いることとするが、Fig.2における要素分割図に示してある通り、荷重は節点に加えた集中荷重であり、荷重点近傍の局所の変形を含み、また、その局所の変形も要素の大きさなどにより異なるため、実験的に得られるところの変位とは異なっている。しかし、変位相互の関係は高荷重段階でも、ほぼ比例関係にあるため、変位の代表としてみる事が可能と考えられる。そこで、 $u$  を試験片深さ  $d$  および  $E$ ,  $\sigma_y$  で無次元化した値  $Eu/d\sigma_y$  と無次元化J値との関係を示したのが Fig.6である。この場合は応力比との関係と異なり、高変位範囲においてもよく一致しており、変位により、J値を算定することの有用性を示している。また、一般には、標準的の曲げ試験片での変形状態は、平面ひずみ状態に近いと考えられ、またJ値算定に関し、安全側の評価を与えると解釈されるので、平面ひずみの結果を用いるのがよいと思われる。

### 3.3 降伏応力の影響

Table 1 の Case B, E の解析結果により、降伏応力の影響を検討した。降伏応力は  $36.1 \text{ kg/mm}^2$  と  $80.0 \text{ kg/mm}^2$  の2種類で計算を行ない、Table 3 に示されて

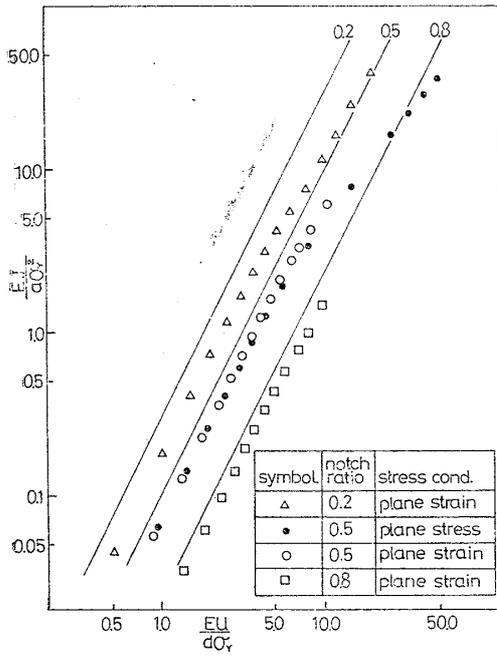


Fig. 6 Relationship between  $EJ/a\sigma_Y^2$  and  $Eu/d\sigma_Y$

Table 3 Effect of Yield Stress on  $J$ -Values

$\sigma_N/\sigma_Y$	$EJ/a\sigma_Y^2$		$Eu/d\sigma_Y$	
	$\sigma_Y$ (kg/mm <sup>2</sup> )		$\sigma_Y$ (kg/mm <sup>2</sup> )	
	36.1	80.0	36.1	80.0
0.2	0.0142	0.0142	0.437	0.437
1.0	0.359	0.359	2.21	2.21
1.6	0.946	0.946	3.60	3.60
2.0	1.59	1.59	4.72	4.72
2.7	6.07	6.08	10.40	10.42

いるような結果を得た。無次元化された  $J$  値は全荷重域でほとんど差が見られず、 $EJ/a\sigma_Y^2$  なる形の無次元化により、降伏応力  $\sigma_Y$  の影響が陽には出てこないことが判明した。また、変位の代表としての荷重点変位  $u$  の無次元化した値  $Eu/d\sigma_Y$  も  $\sigma_N/\sigma_Y$  に対し、ほとんど差がなく、このような無次元化により、応力比と無次元化  $J$  値の関係、応力比と無次元化変位、また、従って無次元化  $J$  値と無次元化変位の関係が、降伏応力が陽にでてこない一つの関係に整理できることが確認できる。つまり、異なる強度の材料の実験においても、一つの無次元化  $J$  値と応力比の関係で、または、無次元化変位との関係で  $J$  値算定が可能となることを示唆している。

3.4 加工硬化率の影響

Table 1 の Case A, B, C の解析結果により、加工硬化率  $H'$  の違いが、 $J$  値にどう影響するか検討した。加工硬化は直線加工硬化とし、 $H'$  として 0,  $E/100$ ,

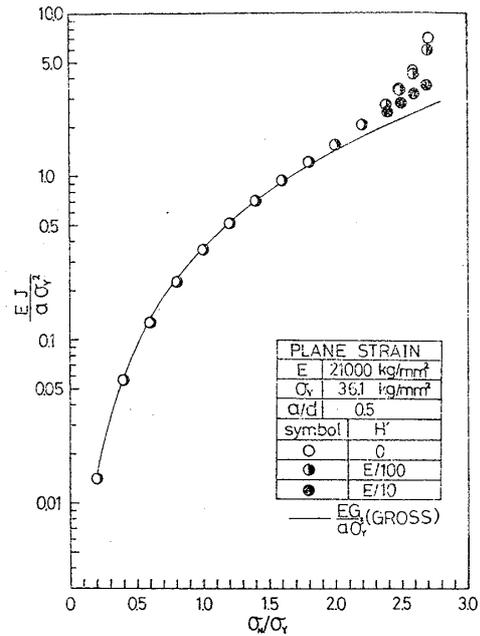


Fig. 7 (a) Effect of Strain Hardening Rate

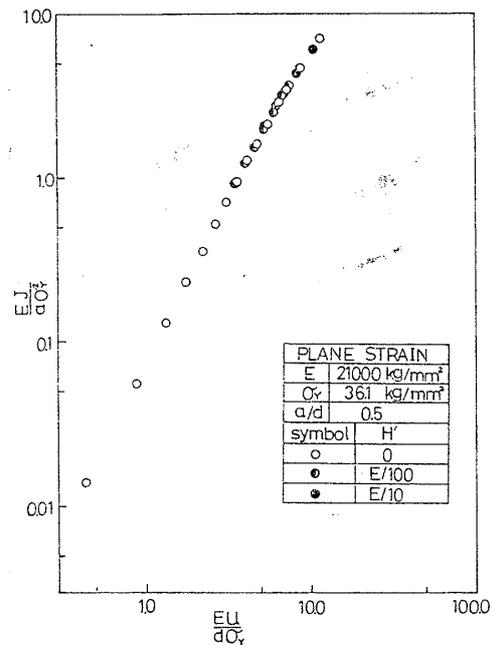


Fig. 7 (b) Effect of Strain Hardening Rate

$E/10$  の3種類の計算を行なった。Fig. 7 (a) に無次元化  $J$  値と応力比  $\sigma_N/\sigma_Y$  の関係を示したが、高荷重域で多少差がでているものの、全体的に見て、ほとんど差がない。一方、Fig. 7 (b) に示されている無次元化  $J$  値と無次元化変位との関係では、高荷重域でも差がない。このことは、加工硬化の異なる材料、温度により加工硬化が変化する材料に対し、荷重点変位等の変位から  $J$  値を算定する有効性を示している。しかし、実験的に変位を測定することは、はなはだ困難を伴い、特に、小さな変位を測定する場合は測定誤差の影響を受けやすい。そこで、低応力範囲では応力から  $J$  値を算定し、変位が大き

くで、正確に測定される高応力範囲では、荷重点変位からJ値を算定することがよいと考えられる。以下の考察においては、加工硬化 E/100 のものを用いることにする。

4 各簡便法によるJ値算定精度について

本章においては、周回積分によるJ値と2章において述べた Rice の簡便法などの荷重変位関係から求めるJ値との比較を行なう。比較はすべて、Table 1 の Case B, F, G の計算結果を基にした。

簡便法のA法, B法においては,  $u_{crack}$  なる量を求めなければならないが, 各切欠比の結果における  $u_{total}$  から, 切欠なしの数値結果 (Table 1 の Case H) から求められる  $u_{no crack}$  を差し引くことによって, その切欠比の  $u_{crack}$  とした。各切欠比および切欠なしの  $P-u_{total}$  曲線を Fig. 8 に示す。図において, 同じ荷重レベルにおける変位の差が  $u_{crack}$  となる。図中, 線形弾性理論により与えられる  $P-u_{total}$  曲線を破線で示したが, 低荷重範囲から異なっていて, FEM 解析の方がコンプライアンスを大きく与えている。これは先に触れたように, 荷重点の局部変位が FEM 解析の  $u_{total}$  に含まれているからである。

しかし, この様にして  $u_{total}$  から  $u_{no crack}$  を引くことによって求めた  $u_{crack}$  は, 単純に荷重によって決まると考えられる局部変位の相殺のため, 局部変位を含まない量とみられる。よって, B法によって得られるJ値は局部変形の影響のない量と考えられる。しかし, C法においては,  $u_{total}$  に局部変形が含まれ, 弾性梁理論による修正には含まれていないため, Fig.8 からも推測できるように,  $u_{no crack}$  が過少評価され, B法に比べJ値を大きめに与えることになる。そこで, 各切欠比についての数値計算結果 Fig. 9 (a)~(c) をみると, 切欠

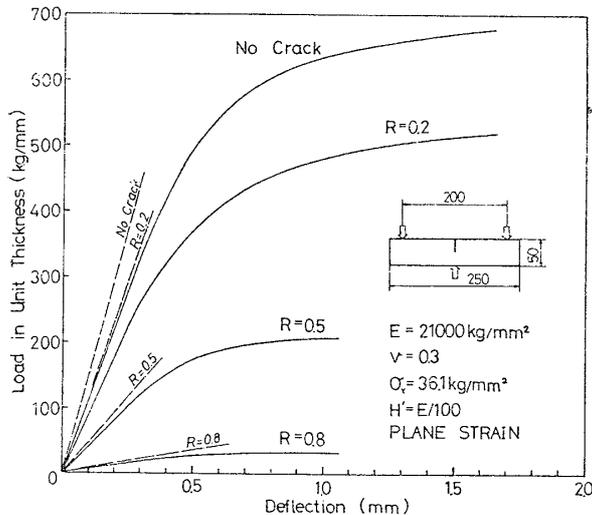


Fig. 8 Load-Deflection Curve calculated by F. E. M

比0.2の場合にはその傾向にあるが, 他の切欠比の場合にはほとんど同じ値となっていて, 予想と多少異なっている。これはある程度の深い切欠になると, コンプライアンスが大きくなるため, 全体の変位に対して局部変位が無視でき, J値に与える影響がなくなるからと考えられる。しかし, いずれにしても, B法, C法は切欠が深いことを前提としており, その仮定が成立しない場合は過

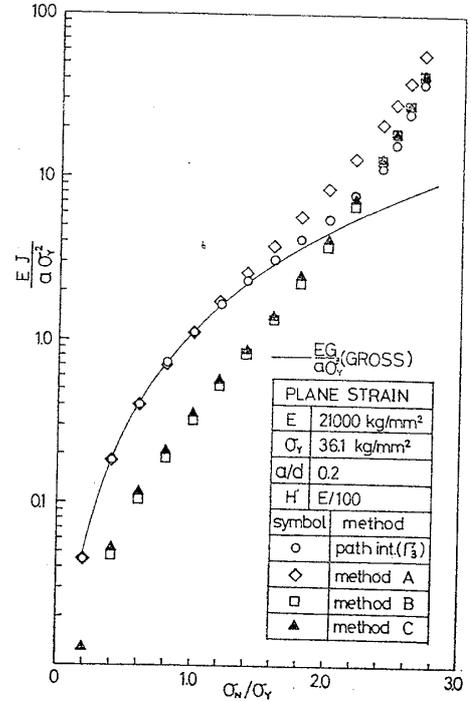


Fig. 9 (a) Comparison of J-Values calculated by Different Methods Case of  $a/d=0.2$

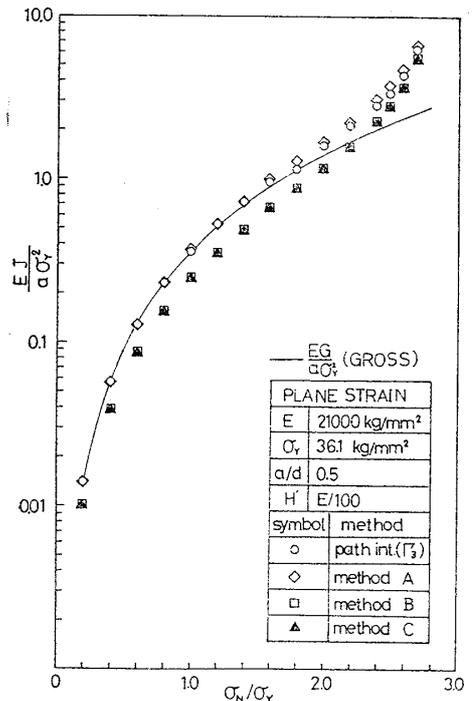


Fig. 9 (b) Comparison of J-Values calculated by Different Methods Case of  $a/d=0.5$

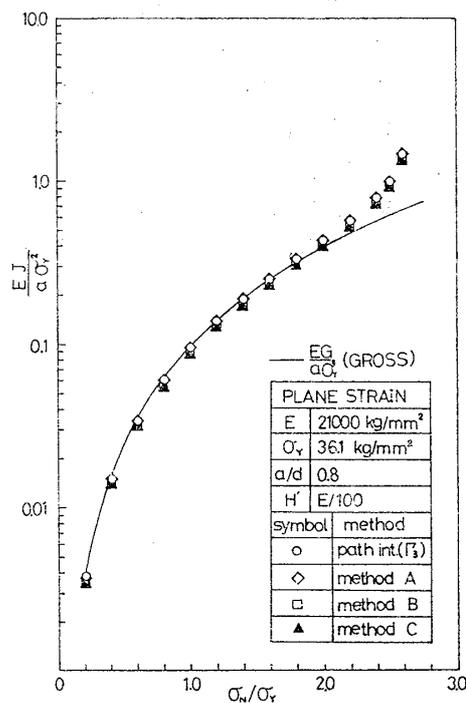


Fig. 9 (c) Comparison of J-Values calculated by Different Methods Case of a/d=0.8

少評価の傾向にある。

一方、深切欠の前提を修正して、すべての切欠比に対して、精度よくJ値を求めるようにしたA法に関しては、周回積分のJ値とよい一致をしているが、切欠比0.2についての高荷重域では過大評価となっていて、深切欠前提の修正が不十分であることを示している。いずれの切欠比の場合も、B、C法は過少評価の傾向にあり、A法は多少過大評価の傾向にある。

5 J値算定法の提案

前章において、実験的にJ値を求める種々の簡便法の適用限界について検討した結果、その不必要性が明確になったわけであるが、簡便な実験的J値算定法の必要性は依然として残っていると考えられる。そこで、3章で明らかになったJ値に関する種々の性質をふまえた上で、実験的に簡便にJ値を算定する方法を提案する。

まず、Table 1のCase B, F, Gの解析結果を基に、切欠比を変えた場合の無次元化J値と応力比の関係を出のFig. 5に示すが、図より、応力比に対する無次元化J値の変化の傾向は類似していることがうかがえる。また低応力範囲では、図中、実線で示されたGrossによる弾性解によって得られる無次元化G値(EG/aσY²)とよく一致しており、これは線形弾性体におけるJ値とG値の等価性を考えてみれば当然のことといえる。

そこで、無次元化J値が低応力範囲で無次元化G値とよく一致していることと、高応力範囲でも切欠比によらず傾向的に似ている点を利用して、切欠比によらない統

一的なJ値と応力比の関係を次の様にして求めてみる。

一般に、任意形状の亀裂体のK値は形状係数F(a/d)を用いて次のように表わされる<sup>7)</sup>。

$$K = \sigma_g \sqrt{\pi a} F(a/d) \tag{9}$$

σ<sub>g</sub>: グロス応力

π: 円周率

本解析で対象にしている三点曲げ試験片(s/d=4)のF(a/d)の値はa/d ≤ 0.6については次の様な多項式で与えられる<sup>7)</sup>。

$$F(R) = 1.090 - 1.735R + 8.20R^2 - 14.18R^3 + 14.57R^4 \tag{10}$$

そこで、(9)式を基に無次元化G値と応力比σ<sub>N</sub>/σ<sub>Y</sub>の関係を平面ひずみ状態で求めてみると

$$\frac{EG}{a\sigma_Y^2} = (1-\nu^2) \cdot \pi \cdot (1-a/d)^4 \cdot F^2(a/d) \left(\frac{\sigma_N}{\sigma_Y}\right)^2 \tag{11}$$

となり、ここで右辺の(σ<sub>N</sub>/σ<sub>Y</sub>)<sup>2</sup>にかかる係数はa/dの関数となるので、この逆数をI<sub>1</sub>(a/d)とおくことにより、次式に変形できる。

$$\frac{EG}{a\sigma_Y^2} I_1(a/d) = \left(\frac{\sigma_N}{\sigma_Y}\right)^2 \tag{12}$$

つまり、無次元化G値にI<sub>1</sub>(a/d)なる形状係数を乗じたものは(σ<sub>N</sub>/σ<sub>Y</sub>)<sup>2</sup>と等しいという簡単な関係になる。この関係を無次元化J値と応力比σ<sub>N</sub>/σ<sub>Y</sub>の関係に対して、あてはめてみたのがFig.10である。高応力範囲で多少のパラッキはあるが、切欠比による傾向的なパラッキではなく、図中実線で示された関係ですべての切欠比の無

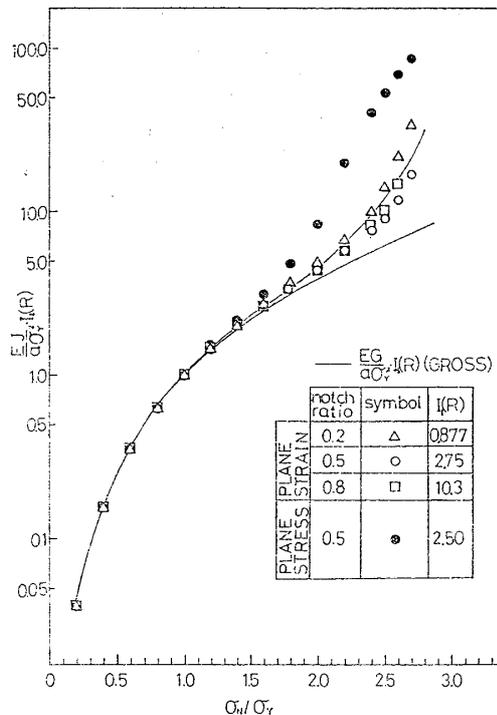


Fig. 10 Relationship between EJ/aσY² · I<sub>1</sub>(R) and σ<sub>N</sub>/σ<sub>Y</sub>

次元化J値と応力比  $\sigma_N/\sigma_Y$  の関係が示されることになる。 $I_1(a/d)$  の具体的な数値は  $F(a/d)$  が与えられれば計算可能であり、切欠比 0.2, 0.5, 0.8 については図中に示されているような値である。

しかし、高応力範囲では、無次元化J値の変化の割合が応力比に対して極端に大きくなってきており、応力から精度よくJ値を算定するためには、この関係は不適当と考えられる。そこで、前にも述べたように、高応力範囲では変位によりJ値を算定する方が精度よくできると考えられるので、変位からの算定法を考えてみる。変位としては、荷重点変位や亀裂開口部の相対変位が実験的によく用いられているが、荷重点変位に関しては、先に触れたように、局部的変位が含まれる可能性が実験においても考えられるため、荷重点の局所的影響が無視できると考えられる亀裂開口部変位 ( $V_g$ ) を用いることにする。 $V_g$  を無次元化した値  $EV_g/d\sigma_Y$  と無次元化J値との関係を Fig. 11 に示す。図中実線は線形弾性解であるが各切欠比とも、低変位つまり低応力範囲で一致しており、これからも  $V_g$  なる変位には荷重点の局所的影響が入ってこないことが確認できる。では、この無次元化開口部変位と無次元化J値の関係についても、切欠比によらない統一的な関係に整理することを考えてみる。

一般に、線形弾性体の  $V_g$  は次式で与えられる<sup>7)</sup>。

$$V_g = \frac{4\sigma_g a}{E'} V_1(a/d) \quad (13)$$

$E'$ :  $E$  (平面応力),  $E/(1-\nu^2)$  (平面ひずみ)

$V_1(a/d)$  は切欠比の関数で、三点曲げ試験片 ( $s/d=4$ ) では次のように与えられている<sup>7)</sup>。

$$V_1(R) = 0.76 - 2.28R + 3.87R^2$$

$$- 2.04R^3 + 0.66/(1-R)^2 \quad (14)$$

(13)式から無次元化開口部変位と応力比の関係を平面ひずみについて求めると

$$\frac{EV_g}{d\sigma_Y} = 4(1-\nu^2)(a/d)(1-a/d)^2 V_1(a/d) \cdot \left(\frac{\sigma_N}{\sigma_Y}\right) \quad (15)$$

となり、(11)式を変形したと同様に、 $\sigma_N/\sigma_Y$  にかかる係数の逆数を  $I_2(a/d)$  とすると

$$\frac{EV_g}{d\sigma_Y} I_2(a/d) = \frac{\sigma_N}{\sigma_Y} \quad (16)$$

となる。この式と(11)式から  $\sigma_N/\sigma_Y$  を消去すれば、求めようとする関係が線形弾性体について得られるわけであるが、Fig. 10からもわかるように、線形弾性挙動からはずれるところは、 $\sigma_N/\sigma_Y$  の値によって決まると考えられるので、 $\sigma_N/\sigma_Y$  をパラメータとした関係で整理すれば、J値についても求めようとする関係が得られると考えられる。

そこで  $EJ/a\sigma_Y^2 \cdot I_1(a/d)$  と  $EV_g/d\sigma_Y \cdot I_2(a/d)$  の関係を各切欠比について求めてみると Fig. 12 のようにほぼ一つの関係に整理でき、平面応力の場合も含めて、図中の実線の関係とみることができ。これを数式化すると、次のような簡単な式で表わすことができる。

$$\frac{EJ}{a\sigma_Y^2} I_1(a/d) = \left\{ \frac{EV_g}{d\sigma_Y} I_2(a/d) \right\}^2$$

$$EV_g/d\sigma_Y \cdot I_2(a/d) < 2.0$$

$$\frac{EJ}{a\sigma_Y^2} I_1(a/d) = 4 \left\{ \frac{EV_g}{d\sigma_Y} I_2(a/d) - 1 \right\}$$

$$EV_g/d\sigma_Y \cdot I_2(a/d) \geq 2.0 \quad (17)$$

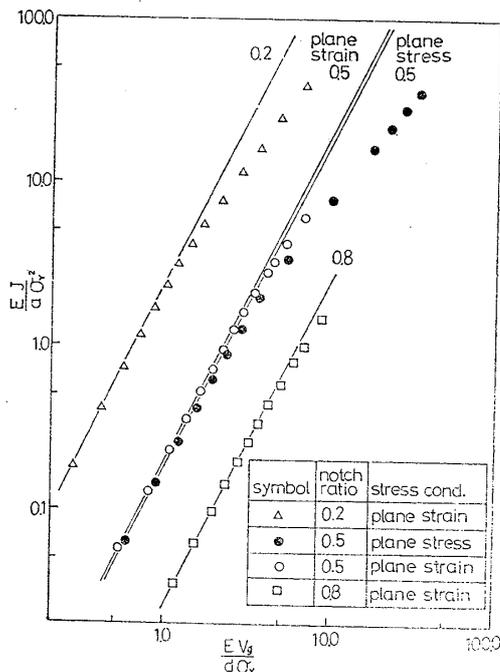


Fig. 11 Relationship between  $EJ/a\sigma_Y^2$  and  $EV_g/d\sigma_Y$

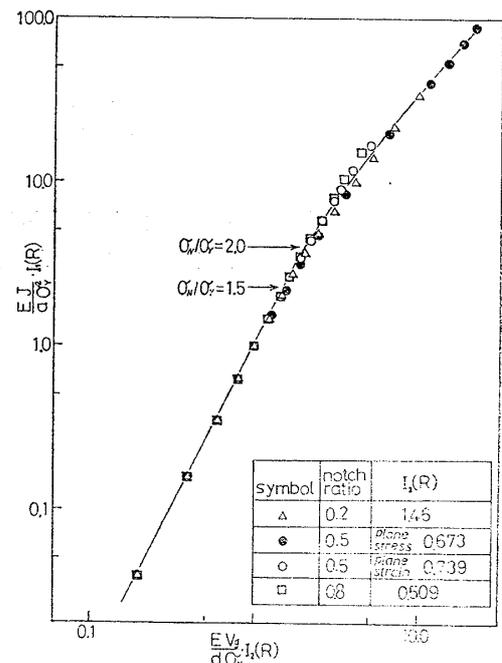


Fig. 12 Relationship between  $EJ/a\sigma_Y^2 \cdot I_1(R)$  and  $EV_g/d\sigma_Y \cdot I_2(R)$

$I_2(a/d)$  は (14) 式の  $V_1(a/d)$  を用いて計算でき、切欠比 0.2, 0.5, 0.8 の場合は Fig. 12 中に示すような値となる。

このように (17) 式を用いれば、種々の切欠比の三点曲げ試験の  $J$  値が  $V_0$  から算定できることになる。なお、低応力範囲では荷重から  $J$  値を算定する方がよいので、(17) 式の  $EV_0/d\sigma_Y \cdot I_2(a/d) < 2.0$  の式と等価な次式を用いるのが適当と考えられる。

$$\frac{EJ}{a\sigma_Y^2} I_1(a/d) = \left(\frac{\sigma_N}{\sigma_Y}\right)^2 \quad (18)$$

ただし、この式は (12) 式と同じ右辺をもち、線形弾性領域が適用範囲と考えられる。Fig. 10 からわかるように、線形弾性挙動からはずれるところはほぼ  $\sigma_N/\sigma_Y \leq 1.0$  とみることができるので、(18) 式の適用範囲は  $\sigma_N/\sigma_Y \leq 1.0$  とする。

## 6 結 論

8 節点四辺形アイソパラメトリック要素を用いた FEM 解析により、標準的三点曲げ試験の  $J$  値算定を種々の方法により求め、材料定数、形状などの影響を調べた結果、以下に述べる結論を得た。

(1) 6つの経路を用いて、周回積分を行ない、数値的に経路独立であることが確認された。また特異要素の有効性も確認された。

(2) 無次元化  $J$  値と応力比  $\sigma_N/\sigma_Y$  の関係においては、降伏応力、加工硬化率は高荷重域を除いてほとんど影響を与えず、切欠比による差も適当な修正を施すことにより、一つの関係とすることが可能である。また、 $J$  値と変位の関係においても、高荷重域を含めて同様なことが結論できた。

(3) Rice による簡便法、著者らの修正法および、ひずみエネルギーによる修正により  $u_{total}$  から求める簡便な方法を数値的に実行し、おのおのの関係、有効範囲が明らかにされた。

(4) 切欠比によらず亀裂開口部変位から簡便に  $J$  値を算定する方法を新しく提案し、(17) 式のような数式で

示した。

今後の課題として、引張試験、compact tension 試験などの同様な解析が考えられる。また、実用鋼材での実験により、 $J_c$  クライテリオンの有効性を調べていく必要があると思われる。

## 謝 辞

本研究は国産技術振興会倉田奨励金、学術振興会日米共同研究および文部省科学研究費試験研究の援助のもとになされた。また、日本造船学会溶接研究委員会第一分科会および日本溶接協会鉄鋼部会技術委員会 J I 委員会の各位には貴重な御討論を賜った。ここに厚くお礼を述べるしだいです。なお、本解析における計算は東京大学大型計算機センター HITAC 8800/8700 システムによった。

## 参 考 文 献

- 1) 日本溶接協会鉄鋼部会技術委員会 J I 委員会：WES 3003 (旧 WES 136) G 種改訂案について、(1977)。
- 2) Rice, J.R. : Fracture Vol. 2 Academic Press, New York, (1968) p. 191.
- 3) McClintock, F.A. : Fracture Vol. 3 Academic Press, New York, (1968) p. 47.
- 4) 金沢 武, 町田 進, 金田重裕, 小野塚正一 : J-積分による破壊基準について, 日本造船学会論文集, 第 138 号, (1975) p. 480.
- 5) 三好俊郎 : 非線形破壊力学と有限要素法, 日本機械学会誌 Vol. 79, No. 691, (1976) p. 60.
- 6) Rice, J.R., Paris, P.C., Merkle, J.G. : Some Further Results of J-Integral Analysis and Estimates, ASTM STP 536, (1973) p. 231.
- 7) Tada, H., Paris, P.C., Irwin, G.R. : The Stress Analysis of Crack, Handbook, Del Research Corporation, (1973).
- 8) 中野善文 : 日本溶接協会鉄鋼部会技術委員会 J I 委員会資料 JI-60, (1977).
- 9) Barsoum, R.S. : Application of Quadratic Iso-parametric Finite Elements in Linear Fracture Mechanics, Int. Journ. of Fracture 10, (1974) p. 603.