

(昭和 53 年 5 月 日本造船学会春季講演会において講演)

3 次元剥離を伴う限界流線について

正員 林 田 滋* 正員 姫 野 洋 司**

On Limiting Streamlines Expressing Three-Dimensional Separation

by Shigeru Hayashita, *Member* Yoji Himeno, *Member*

Summary

Separation patterns are classified into three types (regular, singular and combination types) by the property of the differential equation, the solution of which gives limiting streamlines.

A criterion for the three-dimensional separation line is deduced from the negation of the Lipschitz's condition. The criterion is applied to the existing limiting streamlines over a ellipsoid of revolution at incidence, and also to the calculated ones on a ship hull.

The results show that the present criterion is available for the prediction of the three-dimensional separation line.

1 緒 言

船体まわりの粘性流の研究は 3 次元乱流境界層の発展に伴って、さかんに行なわれるようになり、それらの成果も数多く報告^{1)~5)}されているが、今後さらに解明すべき点も少なくない。とくに、船尾ビルジ渦の発生原因として境界層の 3 次元剥離が考えられているように、剥離に関する問題は重要である。

流れが 2 次元定常流の場合の剥離点、すなわち 2 次元剥離は表面の摩擦応力が零となる点、と簡単に定義できるのに引替え、3 次元剥離の場合は表面の摩擦応力が零とならないのが普通である。これに関しては、これまでに Eichelbrenner-Oudart⁶⁾, Maskell⁶⁾, Lighthill⁷⁾, Wang^{8)~13)}らによって研究され、各種の剥離モデルが提案されているが、2 次元の場合ほど明確に定義されているとはいえない。

著者らは各種の剥離モデルを踏まえた上で、剥離パターンを物体表面上の限界流線を用いて統一的に解釈することを試みた。また 3 次元剥離線に関して、その発生の有無の判別条件を提案し、迎角を有する回転楕円体の表面の限界流線および 3 次元乱流境界層計算により求めた限界流線に、その条件を適用して妥当性を検討した結果、一応の成果が得られたのでここに報告し、ご批判を仰ぐしだいである。

2 剥離・付着線概説

3 次元剥離については、理論や実験をもとに従来いろ

いろな説^{6),9)}が提案されている。Eichelbrenner-Oudart⁶⁾は限界流線の包絡線を剥離線と定義し、Maskell⁶⁾はこれを発展させ、剥離を 2 つの型に分けた。左右の限界流線が出合い、物体表面からはがれて free vortex layer を形成する普通型と、bubble を生じる特異型 (Fig. 8) である。

一方、Lighthill⁷⁾は物体表面上のベクトル場の特異点の解析 (後述する) より、剥離線を鞍点型剥離点から出発し、物体表面を取囲んで結節点型剥離点に終る 1 本の限界流線であるとした。

また、Wang^{8)~13)}は迎角を有する回転楕円体の対称面上での層流境界層計算を行なうことにより、全表面での限界流線のパターンを推定し、剥離を open separation と closed separation に分類した。さらに、最近奥野¹⁴⁾は船尾にできる剥離線がこの open separation と類似していることを指摘した。

以上が 3 次元剥離のモデルの主なものであるが、表現に違いはあるものの、ほぼ共通しているのは、3 次元剥離線として限界流線の包絡線を採用していることで、これを 3 次元剥離線の定義として用いても問題はないと考えられる。つぎにこの点も含めて、剥離を限界流線を定める微分方程式の解の性質という観点から分類検討していくことにする。

3 剥離点および剥離線に関する考察

一様流中におかれた物体の表面上では、その位置が定まれば、表面の摩擦応力がベクトルとして定まる。いい換えれば、限界流線の方向が定まることであるから、限界流線を求めることは、次の微分方程式をある初期値の

* 長崎造船大学工学部

** 大阪府立大学工学部

もとに解くことに他ならない。

$$\frac{dn}{ds} = \frac{\tau_{wn}(s, n)}{\tau_{ws}(s, n)} = \tan \beta \quad (1)$$

座標系としては直交座標系であれば任意にとれるが、一応ここでは流線座標を用い、 s を物体表面のポテンシャル流線に沿った座標、 n を等ポテンシャル線に沿った座標とし、 $\tau_{ws}(s, n)$ 、 $\tau_{wn}(s, n)$ はそれぞれの軸方向の表面の摩擦応力を示す。 β はいわゆる横流れ角である。

$\tau_{ws}(s, n)$ 、 $\tau_{wn}(s, n)$ の値によって(1)式の解曲線はいろいろな場合が存在する。以下にそれを分類し、剥離・付着と関連づけて考えてみる。

3.1 特異点型

$\tau_{ws}(s, n) = \tau_{wn}(s, n) = 0$ となる点は、摩擦応力の方向が定まらないから特異点であり、剥離点や付着点に対応する。特異点近傍の(1)式の解のふるまいによって特異点の型^{6),7),14)}が定まり、さらにその型に対して整数であるPoincaréの指数¹⁴⁾が定まる。平面上のベクトル場では、この指数の総和は+1であり、球面上では+2となることが証明されている。このことは物体表面上の特異点の型および個数を任意に定めることはできないことを示しており、限界流線の問題を考える上で特に重要である。

いま、特異点の近傍での限界流線の様子を調べるために、 $\tau_{ws}(0, 0) = \tau_{wn}(0, 0) = 0$ とし、そのまわりにTaylor展開して1次の項のみとれば、(1)式は

$$\frac{dn}{ds} = \frac{Cs + Dn}{As + Bn} \quad (2)$$

ここで、 $A = \partial\tau_{ws}(0, 0)/\partial s$ 、 $B = \partial\tau_{ws}(0, 0)/\partial n$

$C = \partial\tau_{wn}(0, 0)/\partial s$ 、 $D = \partial\tau_{wn}(0, 0)/\partial n$

となる。これは係数によって以下のように分類できる。

i) $\Delta = (A-D)^2 + 4BC \geq 0$ かつ $AD - BC > 0$ のときは、結節点 (nodal point) といい、これに対応する限界流線としては一様流中の楕円体などが考えられる (Fig. 1)。

ii) $AD - BC < 0$ のときは、常に $\Delta = (A-D)^2 + 4BC > 0$ となり、鞍点 (saddle point) という。この場合の

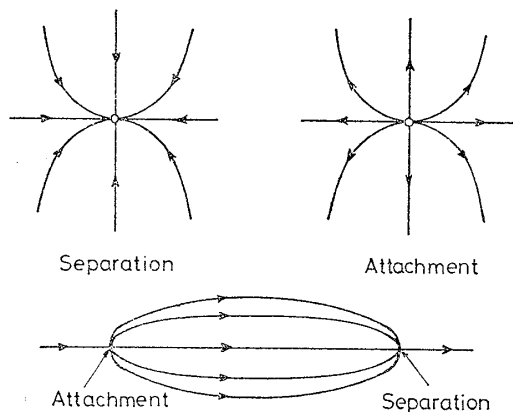


Fig. 1 Nodal point

剥離・付着の区別は限界流線だけでは決めることができない。これに対応する限界流線の例としてはバルブ付き船首を持つ二重模型の対称面付近の流れが考えられる (Fig. 2)。

iii) $\Delta = (A-D)^2 + 4BC < 0$ かつ $A+D \neq 0$ のときは、渦状点 (focal or spiral point) といい、対応する限界流線として、デルタ翼が翼端失速を起こした時の剥離点⁷⁾がある (Fig. 3)。

iv) $\Delta = (A-D)^2 + 4BC < 0$ かつ $A+D = 0$ のときは、(2)式は渦心点 (center) となる (Fig. 4) が、(1)式は渦状点やそれ以外にもなり得る。渦心点に対応する限界流線が存在するかどうかは疑問である。

なお、Poincaréの指数は、鞍点が-1となる以外はすべて+1である。Fig. 1のような場合、結節点が2個あるから、Poincaréの指数の総和は+2となり、球面上の条件を満足する。またFig. 5のように2次元剥離をしている場合は、円環状の剥離線で全領域を前後に

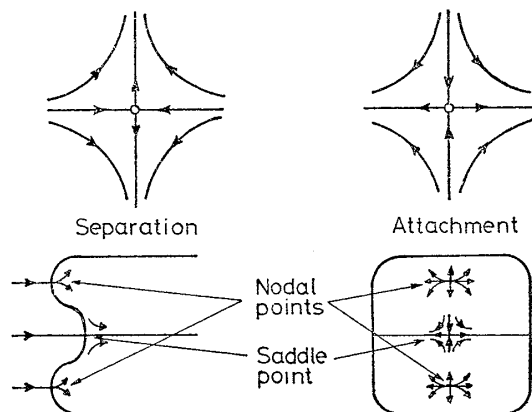


Fig. 2 Saddle point

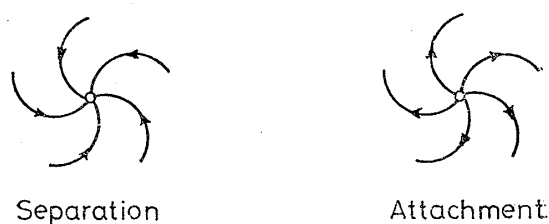


Fig. 3 Focal (or Spiral) point



Fig. 4 Center

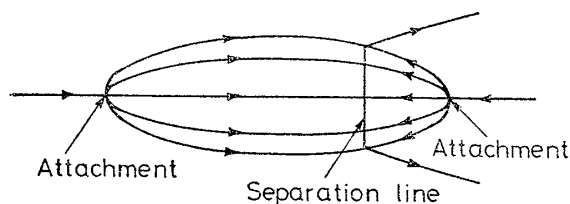


Fig. 5 Two-dimensional separation

分けて考えれば、前部で Poincaré の指数の総和が +1、後部で +1 となり、それぞれの領域で、平面上での条件を満足している。

以上が Lighthill モデルの基礎となった特異点の議論であるが、これだけでは Maskell や Wang の剥離線上の性質を明らかにできない。以下では特異点を含まない剥離線を (1) 式の解の一意性という見地から論じてみる。

3.2 正則型

限界流線の包絡線となる限界流線が剥離線・付着線 (Fig. 6) であり、その線上では (1) 式の摩擦応力 $\tau_{ws}(s, n)$, $\tau_{wn}(s, n)$ は零とならない。すなわちその線上では正則であるから Poincaré の指数は零となり、この型の剥離線・付着線は指数の総和に影響しない。いい換えれば、この型の剥離線・付着線は物体表面上にいくら存在してもよい。この型は Maskell の ordinary separation や Wang の open separation に相当するものと考えられる。

この剥離・付着線は数学的立場からは、微分方程式 (1) が 1 つの初期値に対して 2 つ以上 (多価) の解曲線を持つ場合であり、(1) 式の dn/ds の値は特異点を除く全領域でただ一つだけ定まるから、多価となる解曲線は互いに一致する点で交差せずに必ず接する。微分方程式 (1) がただ一つの解を持つための十分条件は (1) 式が Lipschitz 条件¹⁵⁾を満足することである。よって解が多価となる点では、この Lipschitz 条件は満足されない。すなわち剥離・付着線上で (1) 式の n 方向の偏微分が

$$\frac{\partial}{\partial n}(\tan \beta) = \frac{\partial}{\partial n} \left\{ \frac{\tau_{wn}(s, n)}{\tau_{ws}(s, n)} \right\} \rightarrow \mp \infty \quad (3)$$

となる。ここで $-$ は剥離線、 $+$ は付着線に対応する。

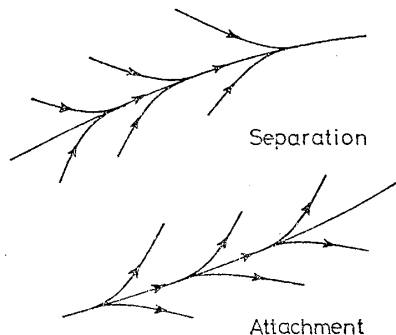


Fig. 6 Regular separation

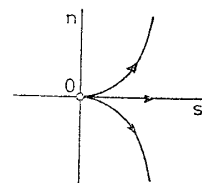


Fig. 7 Solutions of differential equation (4)

(3) となる関数の例としては

$$\frac{dn}{ds} = \text{sgn}(n)|n|^k \quad (0 < k < 1) \quad (4)$$

があり、

$$\frac{\partial}{\partial n} \{ \text{sgn}(n)|n|^k \} = \frac{k}{|n|^{1-k}} \quad (5)$$

となり、 $n=0$ のとき、 $+\infty$ となる。(4) 式の原点を初期値とする解は

$$n=0, \quad n = \pm \{(1-k)s\}^{1/(1-k)} \quad (6)$$

で、Fig. 7 に示すように多価となる。ただし、 $1/(1-k) > 1$, $s \geq 0$ である。

また、ある特定の限界流線上で、その一部分のみに剥離が生じているとすれば、剥離の生じている部分で $\partial(\tan \beta)/\partial n$ は $-\infty$ 、それ以外の部分で有界であるから、限界流線に沿って $\partial(\tan \beta)/\partial n$ の s 方向の常微分、すなわち次式の値は剥離開始点で $-\infty$ 、終了点で $+\infty$ を示す。

$$\frac{d}{ds} \left\{ \frac{\partial}{\partial n}(\tan \beta) \right\} = \frac{\partial^2(\tan \beta)}{\partial s \partial n} + (\tan \beta) \frac{\partial^2(\tan \beta)}{\partial n^2} \quad (7)$$

ただし、ここでは $\tan \beta$ を超関数とみなし、何回でも微分可能と仮定している。

しかし、Lipschitz 条件は解が一価となるための十分条件でしかないので、Lipschitz 条件が成り立たないからといって、解が常に多価となるとは限らない。たとえば、微分方程式

$$\frac{dn}{ds} = n \ln |n| \quad (8)$$

は

$$\frac{\partial}{\partial n}(n \ln |n|) = \ln |n| + 1 \quad (9)$$

となり、 $n=0$ で $-\infty$ となるが、(8) 式はある初期値に対してただ一つの解を持つ。

$$n = M \exp(s) \quad (10)$$

ここで、 M は初期値によって定まる積分定数である。ただし、座標の大きさの取り方によっては、グラフに描いたときに、Fig. 13 に示すように互いに接しているように見えることや、微分方程式の解が多価となる簡便な十分条件が著者らの調べた範囲では見つからなかったこともあり、工学的な実用上の見地からは 3次元剥離・付着線の判別条件として Lipschitz 条件の否定を用いても問

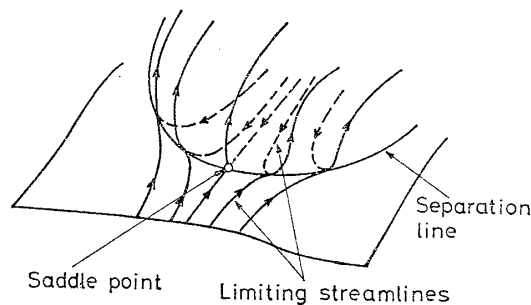


Fig. 8 Saddle point and regular separation

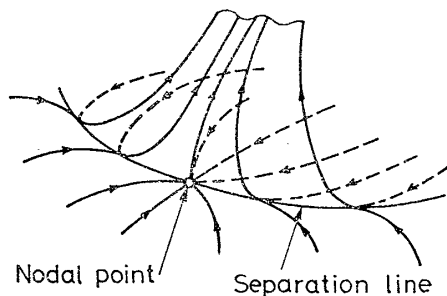


Fig. 9 Nodal point and regular separation

題はないであろう。この点については次章で再び述べる。

3.3 特異点型と正則型の混合型

以上の他にこれら2つの型を組合せたパターンが考えられる。それは特異点から正則型の剥離線が出ているもので、特異点の型によって2つに分けられる。Fig. 8は鞍点との組合せで、Maskellの singular separationに対応している。Fig. 9は結節点との組合せで、Fig. 8に示す型と共に Lighthill の定義による剥離線や Wang の closed separation の一部分に対応する。

これらの型は bubble をつくと推定される。

また、渦状点と正則型の組合せや、Fig. 8, Fig. 9に示す流れの方向を逆として、付着のパターンを考えることも可能であるが、実在するかどうかは不明である。

4 剥離線に関する実用上の定義

剥離線の判別条件(3)をそのままの形で用いることは問題がある。実際、微分方程式(1)の右辺は通常明確な関数の形をとらず、一般に数値計算でしか得ることができないことが多い。したがって、その値は ∞ でなく有限値となり、しかもその値は、流線が互いにどれくらい近付いた時に一致したと見なすかによって変り得る。いい換えれば、グラフを描く時の座標の大きさの取り方に関係するからである。そこで実用的な見地から次のように考える。

Fig. 10 のように原点より Δn ずつ離れた所の限界流線がある長さ Δs だけ s 方向に進んで剥離線に一致しうたとすれば、一般に $(0, \pm \Delta n)$ の点での流線への接

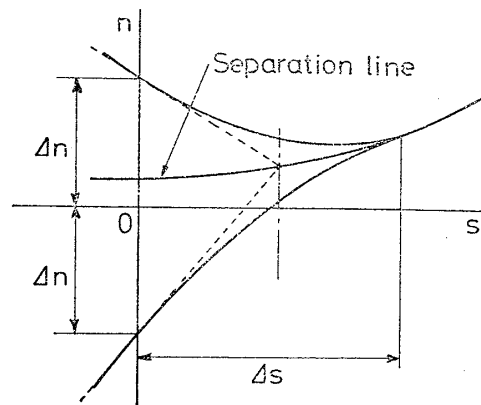


Fig. 10 Limiting streamlines

線は Δs 進む前に互いに交わるから、 $\tan \beta = T_\beta(s, n)$ において、次の不等式が成り立つ。

$$2\Delta n < \Delta s \times |T_\beta(0, \Delta n) - T_\beta(0, -\Delta n)| \quad (11)$$

これより

$$\Delta s \times \left| \frac{\partial T_\beta(0, 0)}{\partial n} \right| > 1 \quad (12)$$

を得る。実用上は1の代りにある定数 α_0 を用い、原点を任意の位置に移動して

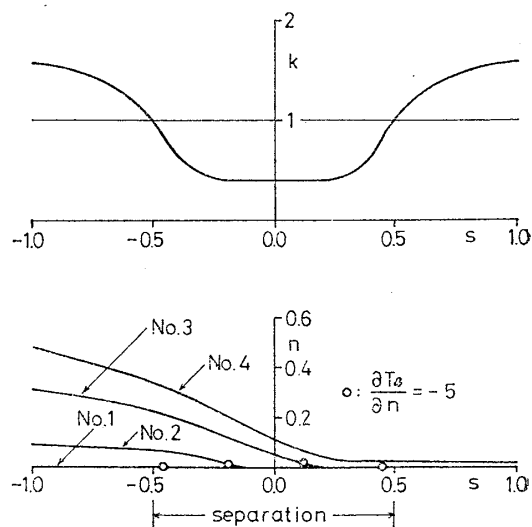
$$\Delta s \cdot \left| \frac{\partial T_\beta(s, n)}{\partial n} \right| > \alpha_0 \quad (13)$$

となったとき、剥離や付着が起こったと見なす。船の場合は、 Δs として船長 L_{PP} の何分の1かを用いることにすれば、(13) 式は

$$r = L_{PP} \cdot \left| \frac{\partial T_\beta}{\partial n} \right| > r_0 \quad (14)$$

と書き直すこともできる。 r_0 は限界流線を描く図の大きさで決まる適当な値である。

例として(4)式に $-$ をつけ、 k を s の関数とした次の式について検討する。

Fig. 11 Value of k and solutions of differential equation (15)

$$T_\beta = \frac{dn}{ds} = -\text{sgn}(n) \cdot |n|^k \quad (15)$$

ここで、 k の値は Fig. 11 のように変化するものとする。剥離は $-0.5 < s < 0.5$ の s 軸上で起こる。Runge-kutta-Gill 法で解いた解曲線および数値微分して求めた $\partial T_\beta / \partial n$ と $d(\partial T_\beta / \partial n) / ds$ の値をそれぞれ Fig. 11, Fig. 12 に示す。 Δs として 0.1, α_0 として 0.5 を採用すると、(13) 式は

$$\left| \frac{\partial T_\beta}{\partial n} \right| > 5 \quad (16)$$

となり、剥離開始点と終了点とほぼ一致しているようである。解が一価となる方程式 (8) も同様の計算をし、

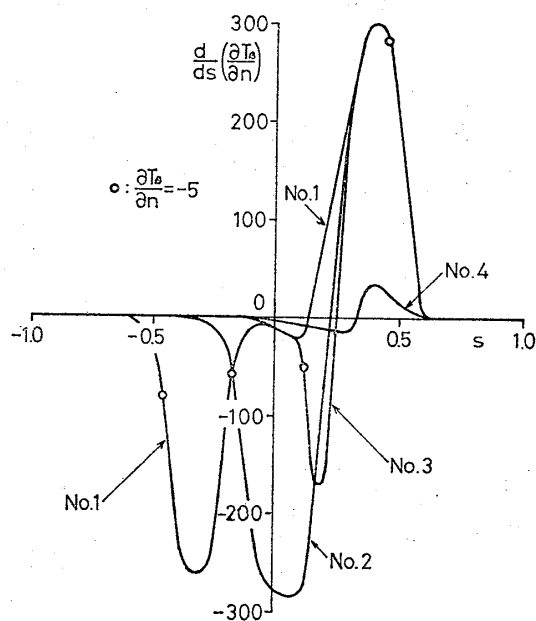
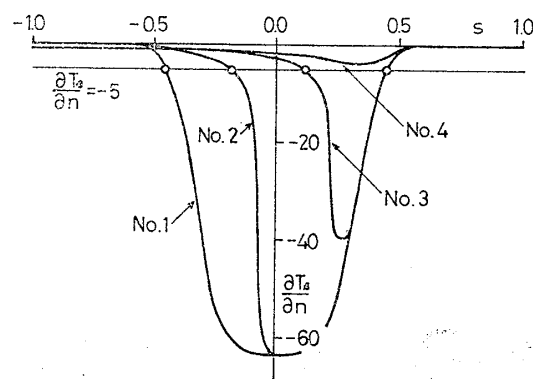


Fig. 12 Differential coefficients of differential equation (15)

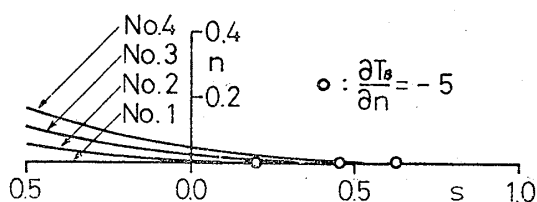


Fig. 13 Solutions of differential equation (8)

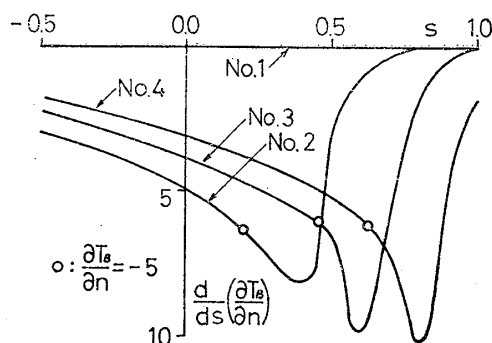
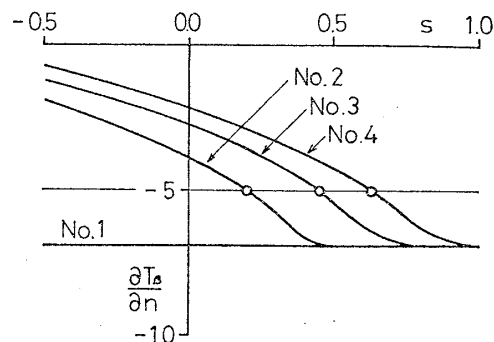


Fig. 14 Differential coefficients of differential equation (8)

Fig. 13, Fig. 14 に示す。これも (16) 式がほぼ成り立っている。

よって実用上は (13), (14) 式を用いて剥離や付着の判別をしても問題はなさそうである。

5 限界流線の可視化の実験

これまで述べてきたことの妥当性を検討する目的で、限界流線を可視化する実験を行なった。

5.1 可視化の方法

限界流線を可視化するには、種々の方法¹⁶⁾が知られているが、ここでは限界流線の定性的なことを調べることを目的として、次の方法を用いた。

i) 油膜法, オレイン酸と流動パラフィンに油煙を混ぜたもの, およびオレイン酸と流動パラフィンにベンガラを混ぜたものの2種類用い, 模型に薄く塗布し, 水流中において限界流線を得た。ii) 鉛白・硫化アンモニウム法, 水溶性接着剤に混ぜた鉛白を模型に塗り, 乾燥後軽くサンドペーパーをかけて表面を滑らかにした後, 水流中において外側から硫化アンモニウムを細管で注入して, 発色させた。以下鉛白法とよぶ。iii) タフト法, 長さ約 20mm の黒糸を模型につけ, 水流中において観察した。

5.2 供試模型および実験状態

供試模型は Fig. 15 に示すように前後に支柱のある木製の $L/B=4$ の回転楕円体で, Sq. St. 9½ には乱流促進のためスタッドを植込んである。また座標系として回

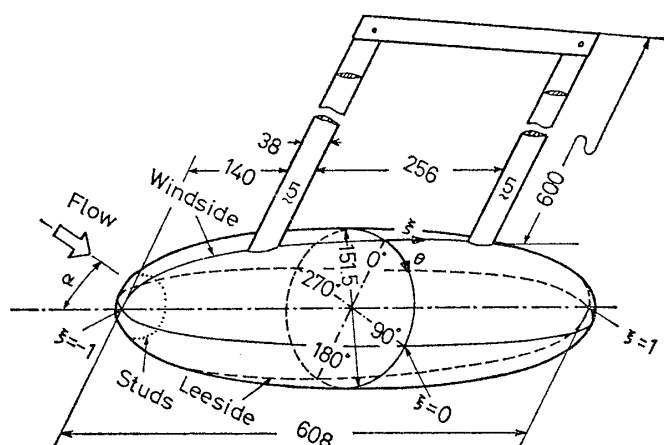


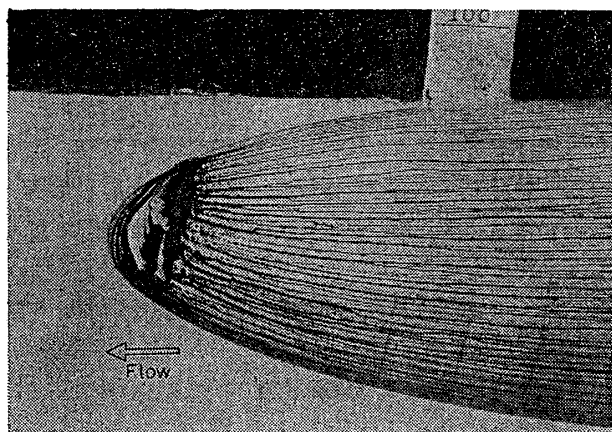
Fig. 15 Ellipsoid of revolution

転楕円体座標を用い、 θ, ξ はそれぞれ円周方向、子午線方向の座標を表わす。 α は迎角を示す。

実験は回流水槽で行ない、模型の水深を 250 mm 前後とし、流速はレイノルズ数をできるだけ大きくとるために 1.4 m/s ($R_n = 8.4 \times 10^5$) とした。迎角は $0^\circ, 5^\circ, 10^\circ, 15^\circ$ の 4 種類で行なった。限界流線のパターンへの支柱や自由表面の影響が予想されたので、1 状態だけ逆の迎角でも観察したが、パターンに多少の違いはあるものの、全体的傾向は正の迎角の場合に似ており、定性的な議論をする上でこれらの影響は問題ないと判断した。また可視化の方法による違いは少なく、だいたい同じような傾向を示す。

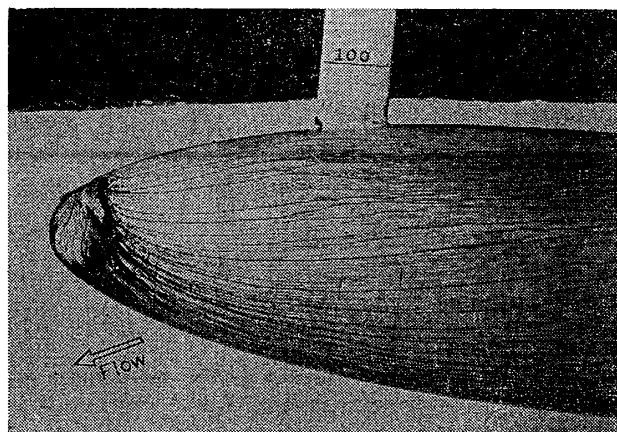
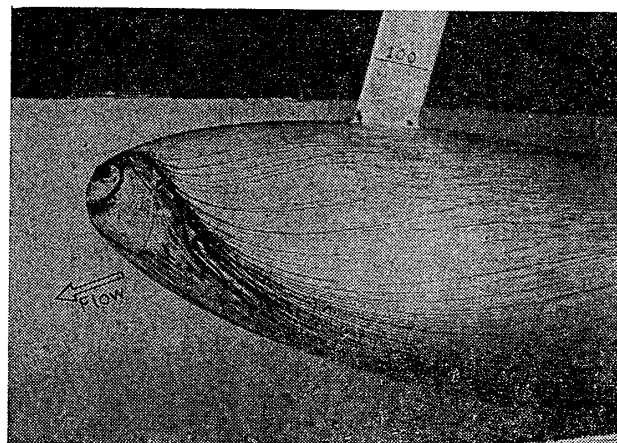
5.3 剥離パターン

$\alpha = 0^\circ$ では、Fig. 16 に示すように後方に 2 次元剥離を生じ、円環状の剥離線が見られる。この線は $\alpha = 5^\circ$ になると、Fig. 17 に示すように非対称となり、流線が windside 後方に集まる。鉛白法などから判断すると、結節点のようである。そして、 $\alpha = 10^\circ$ となると、Fig. 18 に示すように一層明確になり、また反対の leeside にも同じく結節点らしい点が生じてくる。これら windside, leeside の両方にできる結節点は一応剥離点と考

Fig. 16 Surface flow picture, $\alpha = 0^\circ$
(oil film method)

えられるが、 $\alpha = 5^\circ$ では leeside の点は目立たないことや、 $\alpha = 10^\circ$ の油膜の集り具合から判断すると、剥離の度合は windside が強いと思われる。したがって付着点と剥離点と共に windside にあることになり、ポテンシャル流の場合にそれぞれの点が点対称の位置にあるのと著しく異なり非常に興味深い。このことは肥大船型の斜航時に船尾の windside の方に剥離点が見られる¹⁷⁾ことと同じ現象と思われる。また、剥離域はワニ口状となり、その前方の側面のやや leeside よりには流線が密に走る帯状の領域があり、楕円体後方のパターンは意外に複雑である。 $\alpha = 15^\circ$ の結果を Fig. 19 ~ Fig. 21 に示す。 $\alpha = 10^\circ$ の場合に似ている。

これらを参考に $\alpha = 15^\circ$ の限界流線のパターンを描くと Fig. 22 のようになり、後方の windside と leeside に結節点、左右の側面に鞍点があり、鞍点の前方には、ここで考えている 3 次元剥離線らしいものが現われている。後方の剥離域の中に逆流の付着点を考えると、これは結節点であるから物体表面上では、Poincaré の指数の総和は +2 となり、3.1 節で述べた球面上の条件を満足

Fig. 17 Surface flow picture, $\alpha = 5^\circ$
(oil film method)Fig. 18 Surface flow picture, $\alpha = 10^\circ$
(oil film method)

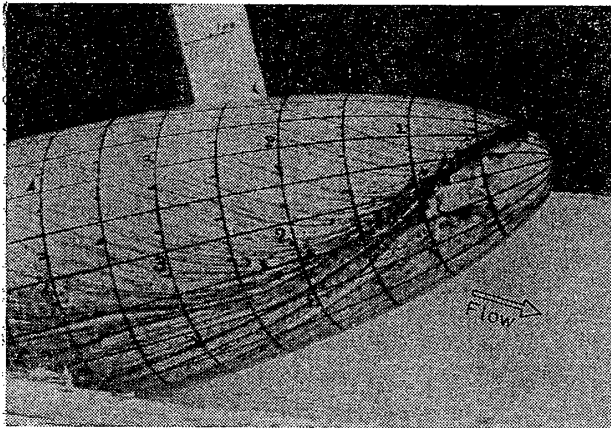


Fig. 19 Surface flow picture, $\alpha=15^\circ$
(oil film method)

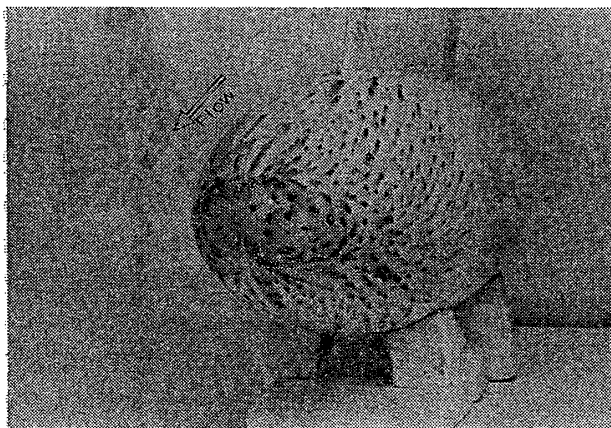


Fig. 20 Surface flow picture, $\alpha=15^\circ$
(chemical method)

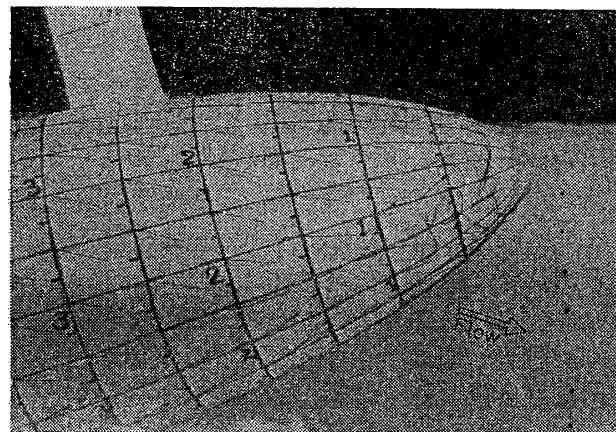
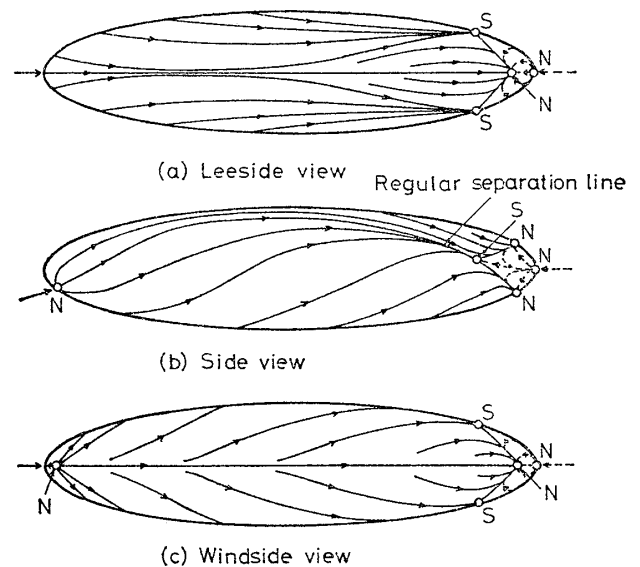


Fig. 21 Surface flow picture, $\alpha=15^\circ$
(tuft method)

する。

このパターンは Wang が計算によって推定した迎角大のときのパターン⁶⁾に似ている。ただし、特異点の型と数に注目すると、Wang よりむしろ Ccoke-Brebner の迎角 $<9^\circ$ のパターン⁶⁾に近い。しかし、Cooke-Brebner のいうように迎角 9° によってパターンが急変するようなことはなかった。



N: nodal point. S: saddle point.

Fig. 22 Separation pattern, $\alpha=15^\circ$

また、3次元剥離らしい線に入ってくる限界流線は、Maskell の普通型剥離⁶⁾のように剥離線に関して限界流線が左右対称に集まるのではなく、剥離線の片側の流線は剥離線にはほぼ平行に並び、反対側の流線のみが急激に剥離線に入り込む形となっていて、左右非対称である。このような流れの方がより実際の流れであると思われる。

つぎに実験結果を用いて限界流線を求める。回転楕円体座標では、限界流線を求める式は次のようになる。

$$T_w = \frac{d\theta}{d\xi} = \frac{h_\xi}{h_\theta} \tan \beta_w \quad (17)$$

ここで、 h_θ , h_ξ は θ , ξ 方向の測度係数、 β_w は ξ 軸と限界流線とのなす角である。油膜法により得られた限界流線から楕円体表面の格子点上での β_w を読み取り、(17) 式を数値積分して求めた限界流線および r_P 分布(後述する)の一例、 $\alpha=15^\circ$ の場合を Fig. 23 に示す。3次元剥離線の特徴である包絡線は見られず、流線が近接しているだけであるが、これは4章で述べたようにグラフを描くときの座標の大きさ (Fig. 23 では子午線間の距離は $\xi=0$ より $\xi=\pm 1$ へ行くに従って、より拡大される) にも関係することであり、剥離が起こっていないとするより、後に述べる計算ではこの付近で包絡線が見られることや、写真などから判断して、3次元剥離が起こっていると考えてよからう。

5.4 剥離線の判別条件

ここでは、剥離線の判別条件として (14) 式の代わりに、(17) 式を θ で偏微分した次式を用いる。

$$r_P = \frac{\partial T_w}{\partial \theta} = \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{h_\xi}{h_\theta} \tan \beta_w \right) \quad (18)$$

実験より r_P を求めるに当っては、 β_w の θ 方向の計測

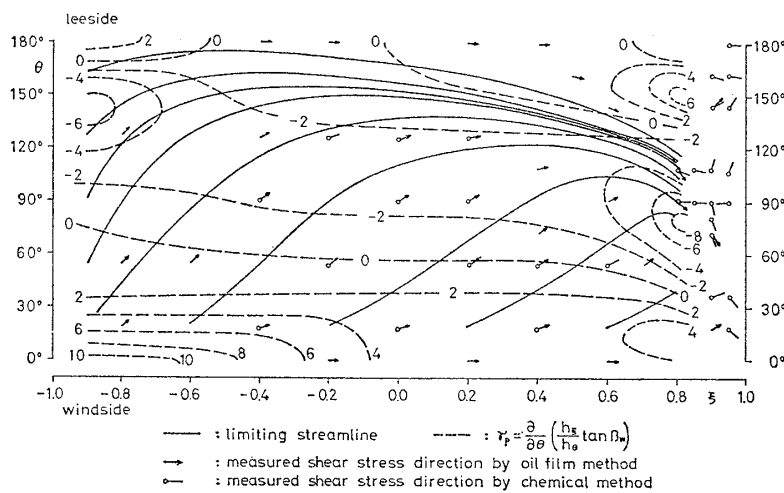


Fig. 23 Limiting streamlines and γ_P contours, $\alpha=15^\circ$ (experiment)

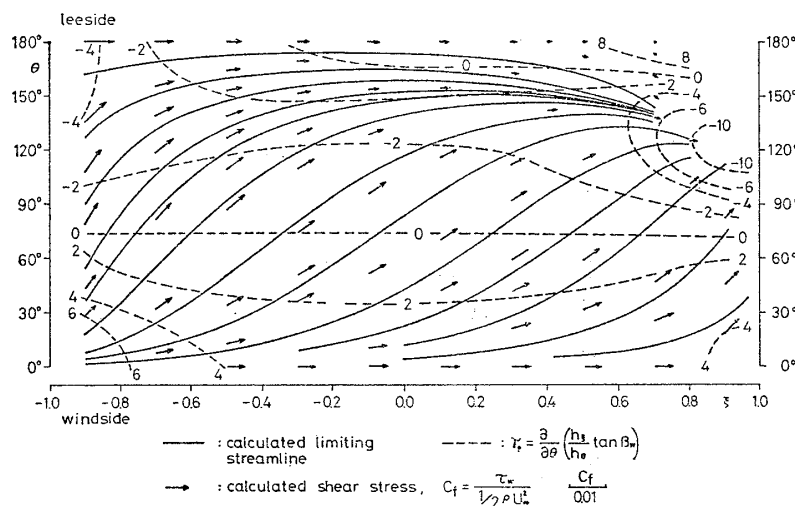


Fig. 24 Limiting streamlines and γ_P contours, $\alpha=15^\circ$ (calculation)

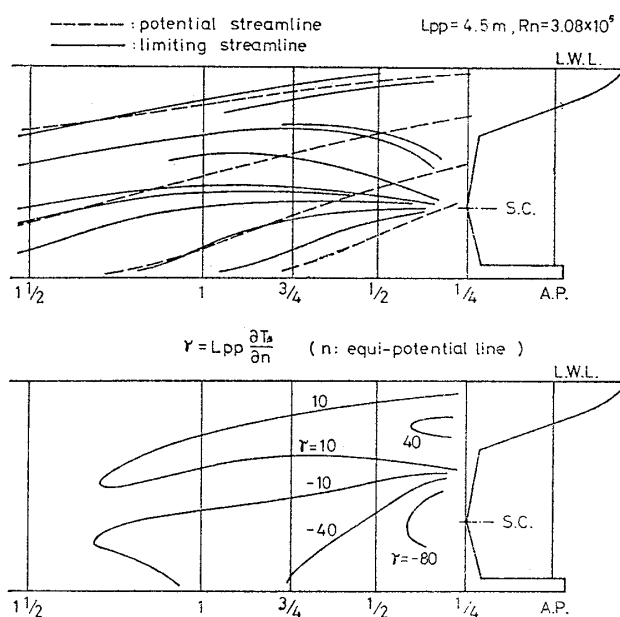


Fig. 25 Streamlines and γ contours on tanker model

点 11 個を 5 次式で最小自乗近似して微係数を求め、フェアリングして分布図 (Fig. 23) を描いた。当然のことながら付着点付近の対称面には大きな値が出ている。後方の側面の流線の集まっている所と γ_P の小さな所の位置が少々ずれているが、5.4 節で述べたようにこの付近では子午線間の距離が $\xi=0$ 付近に比べると拡大されていることや、実験値を微分しているので誤差が大きくなることを考えれば、むしろあっていると見るべきであろう。つぎに境界層計算より得られた結果について考察する。

6 境界層理論による計算

実験と比較する目的で、奥野の方法¹⁾を用いて回転楕円体と Tanker 模型の 3 次元乱流境界層の計算を行なった。ただし、回転楕円体の場合はポテンシャル流線の拡大縮小率の曲率を示す K_1, K_2 および圧力勾配には解析的に得られた厳密な値を用いた。

回転楕円体の $\alpha=15^\circ$ の場合の計算結果を Fig. 24 に示す。実験結果と比較すると、限界流線の曲率が実験に比べて小さいようだが、限界流線および γ_P 分布とも実験と良く似た傾向を示す。 $\xi=0.6, \theta=150^\circ$ 付近に限界流線の包絡線が見られ、3 次元剥離を生じていることがわかる。また γ_P の小さな値の位置もそれと一致している。

Tanker 模型については、剥離の判別条件として (14) 式で絶対値のない形の γ を使い、その値と限界流線を比較する (Fig. 25)。ただし、図中の値は簡単のため T_β のガス方向の変化率から求めた。 γ の絶対値の大きい領域と剥離や付着線らしき領域がほぼ一致しており、船の場合にも (14) 式の定義が妥当なものであることがわかる。

7 結 言

限界流線を求める微分方程式の性質という点から剥離、付着を説明することを試みた。さらに 3 次元剥離線の判別条件を提案し、迎角を有する回転楕円体まわりの観測された限界流線および境界層理論によって計算された限界流線にこれを適用して検討した結果、次のような結論を得た。

i) Lighthill のモデルの基礎となった特異点の解析からは正則型の剥離は定義されない。

ii) 剥離や付着の点や線は境界流線を定める微分方程式の性質という面からはほぼ統一的に解釈できる。

iii) 正則型の剥離や付着線はこの方程式の解が多価となる場合で、Lipschitz 条件の否定を用いてほぼ判別できる。

iv) 実験で得られた迎角を有する回転楕円体のパターンは、Wang のパターンに似ているが、特異点の分布の点からみると Cooke-Brebner の説に近い。

v) 回転楕円体まわりの 3次元乱流境界層の計算によって求めた境界流線は実験とよく似た傾向を示す。

vi) 3次元剥離線と付着線の判別条件として、 r (本文 (13) 式あるいは (14) 式) を考えることは実験的、理論的にみて妥当なようである。

なお、以上の議論と境界層方程式および Navier-Stokes 方程式との関連については、今後に残された研究課題である。

本稿を終えるにあたり、終始熱心なご激励と貴重なご討論を賜った長崎造船大学工学部 神中龍雄教授、上野敬三教授、吉田 稔助教授、大阪府立大学工学部 田中紀男教授、中部工業大学 山田彦児教授に感謝の意を表するしだいである。また、境界層計算のプログラムを心よくお貸し下さった大阪府立大学工学部 奥野武俊助手に深く感謝する。本研究の実験と解析に関して援助を受けた長崎造船大学工学部 有田満男、中島清人両技術員ならびに当時の同大学学部生 藤原秀男、日野信一郎、松井正男、東 洋幸の諸君に厚くお礼申し上げる。また、本研究の一部は文部省科学研究費の補助を受けたこと、数値計算には大阪府立大学 TOSBAC 5600、長崎造船大学 YHP-2100 A を使用したことを付記し、関係各位に感謝する。

参 考 文 献

- 1) 奥野武俊：船体表面の摩擦応力分布および境界層内の 2 次流れに関する研究，日本造船学会論文集，第 139 号 (昭 51.6)，p.1.
- 2) 奥野武俊，姫野洋司：船体表面の摩擦応力分布および境界層内の 2 次流れに関する研究，関西造船協会誌，第 165 号 (昭 52.6)，p.83.
- 3) 姫野洋司，小松康夫，奥野武俊，田中紀男：境界層理論による船尾後流の計算と排除影響について，関西造船協会誌，第 163 号 (昭 51.12)，p.59.
- 4) 波多野修次，茂里一紘，福島雅博，山崎礼二：船の伴流内流速分布の計算，日本造船学会論文集，第 138 号 (昭 50.12)，p.54.
- 5) 波多野修次，茂里一紘，鈴木龍敦：船の伴流内流速分布の計算 (続報)，日本造船学会論文集，第 141 号 (昭 52.6)，p.10.
- 6) 田中一朗：剥離について，粘性抵抗シンポジウムテキスト，日本造船学会 (昭 48.5)，p.141.
- 7) L. Rosenhead (ed.) : Laminar Boundary Layers, Oxford Univ. (1963), p.60.
- 8) K. C. Wang : Three-dimensional boundary layer near the plane of symmetry of a spheroid at incidence, J. Fluid Mech., Vol.43, Part 1 (1970), p.187.
- 9) K. C. Wang : Separation Patterns of Boundary Layer over an Inclined Body of Revolution, AIAA Journal, Vol.10, No.8 (1972), p.1044.
- 10) K. C. Wang : Laminar Boundary Layer near the Symmetry Plane of a Prolate Spheroid, AIAA Journal, Vol.12, No.7 (1974), p.949.
- 11) K. C. Wang : Boundary layer over a blunt body at low incidence with circumferential reversed flow, J. Fluid Mech., Vol.72, Part 1 (1975), p.49.
- 12) K. C. Wang : Boundary layer over a blunt body at high incidence with an open-type of separation, Proc. R. Soc. Lond. A. 340 (1974), p.33.
- 13) T. Hsieh and K. C. Wang : Concentrated Vortex on the Nose of an Inclined Body of Revolution, AIAA Journal, Vol.14, No.5 (1976), p.698.
- 14) たとえば，山口昌哉：非線型現象の数学，4 版，朝倉書店 (昭 50)，p.18.
- 15) たとえば，宮武 修，高橋實一：微分方程式，2 版，槇書店 (1971)，p.112.
- 16) 浅沼 強編：流れの可視化ハンドブック，初版，朝倉書店 (昭 52).
- 17) 多田納久義，柏谷達男，竹原正樹：船尾プロファイルが肥大船の進路安定性に及ぼす影響について，関西造船協会誌，第 162 号 (昭 51.9)，p.57.