

(昭和54年11月 日本造船学会秋季講演会において講演)

無限体内に存在する熱歪近傍の弾塑性解析

—固有歪の概念による3次元弾塑性解析(その1)—

正員 藤 田 譲* 正員 野 本 敏 治*
 正員 鄭 勝 文**

Elasto-Plastic Stress Field in an Infinitely Large Matrix around a Cuboid with
 Uniform Dilatational Inherent Strains

—Three Dimensional Elasto-Plastic Analysis based on Inherent Strain
 Method (1st Report)—

by Yuzuru Fujita, *Member* Toshiharu Nomoto, *Member*
 Shen-Weng Cheng, *Member*

Summary

In the previous paper the authors¹⁾ presented the problem of stress distributions around a hole or a crack which belongs to the very important one in the field of fracture mechanics. Basic equations were derived from complex stress functions and the calculations were carried out on the basis of the concept of thermo-elasticity theory.

In this paper, the problem is extended to that of an elasto-plastic stress field in an infinitely large isotropic matrix around a cuboidal element within which dilatational strains are distributed. Just as in the case of two-dimensional problem, the concept of thermo-elasticity is adopted.

Galerkin vector for unit inherent strains which exist in an infinitesimal volume element at a point is derived from the Galerkin vector for concentrated body forces in an infinite, isotropic, elastic medium.

When the distribution of the inherent strain in a cuboidal element is expressed by polynomial, the Galerkin vector will be obtained in terms of volume integrals in closed form to any order. Then, the displacement and stress fields are calculated from second and third derivatives of the Galerkin vector respectively.

The three dimensional elasto-plastic analysis is conducted using the "Initial Strain Method", in which the localized zone with plastic strains is divided into a number of small cuboidal elements each of which has polynomial distribution of initial strains up to second order on the boundaries. The stress field as compensation for plastic behavior are then calculated by regarding the initial strains as inherent strains, and the values of plastic strains are determined by trial-and-error operation.

Numerical stress evaluation has been performed for several shapes of cuboids, within which dilatational strains are distributed.

1 緒 言

著者らはすでに面内力を受ける有孔平板の弾塑性解析法について報告した¹⁾。解析手法として熱弾性理論で用いられている固有歪の概念を導入し、固有歪がその近傍の応力場に与える影響係数を複素応力関数を用いて求め、応力集中部近傍の弾塑性解析を実施した。この研究から破壊力学に関連するクラック先端部の弾塑性解析法

として、有用な成果が得られつつある。

本論文では、上記研究の3次元物体への自然な拡張として、無限体内の直六面体領域に与えられた固有歪近傍の弾塑性解析を試みた。したがって、論文の構成は2次元問題の場合と同様な記述をとることとする。

3次元固有歪問題については村の著書²⁾に詳しい。無限体内の楕円体領域に固有歪が一様に分布している問題について Eshelby³⁾は固有歪による影響を初期応力で表わし、集中力のグリーン関数をもって解を得る方法、村²⁾はフーリエ積分変換および平衡方程式を用いる方法で解

* 東京大学工学部

** 東京大学工学系大学院

析している。一方, Chiu^{4),5)}は直六面体領域に固有歪が一様分布している問題を固有歪の分布関数のフーリエ積分変換および Galerkin ベクトルを用いて, 解析的な手法によって結果を得ている。その他, 瀬尾, 村⁶⁾は半無限体内の楕円体領域に存在する固有歪による応力問題について研究を実施している。以上の結果は, すべて弾性問題に限られ, 弾塑性解析への拡張が困難である。

そこで本論文では, 著者ら¹⁾が提案した熱弾性理論に基づいた概念を用い, 無限体内に集中力が作用したときの Galerkin ベクトル (変位ポテンシャルの一種) から出発して無限体内の点に固有歪が存在する場合の Galerkin ベクトルを求めた。さらに, 固有歪が直六面体内部に多項式分布をする場合の Galerkin ベクトルを体積積分によって閉じた式で表わすことができた。

弾塑性解析では, まず塑性歪が生じる領域を直六面体要素に分割する。負荷過程において, 各降伏した要素に生じる塑性歪分布を固有歪とみなし, 有限要素法でよく知られている初期歪法を用いて繰返し計算を行ない, 塑性歪を求めた。

本論文では上記問題の解析手法を述べるとともに, 弾性解析および弾塑性解析結果を示す。

2 基礎式*

3次元微小変形弾性問題の解析方法には, 主として次の二つがある。一つは変位を未知数とした Navier の方程式から出発して, 変位ポテンシャルによる解法であり, 他の一つは応力に関する基礎式から出発して, Maxwell, Morera などの応力関数を用いた解法が上げられる。ここでは変位ポテンシャルによる方法を用いる。

2.1 変位ポテンシャルによる解法—Galerkin ベクトル

静的問題における Navier の方程式は,

$$Gu_{i,aa} + (\lambda + G)u_{\alpha,\alpha i} + X_i = 0 \quad (1)$$

で与えられる。ただし, λ および G はそれぞれ Lamé の定数および剪断弾性係数であり, X_i は物体力の i 方向成分, u_i は変位の i 方向成分を示す。

(1) 式を満足する解として

$$2Gu_i = 2(1-\nu)F_{i,\alpha\alpha} - F_{\alpha,\alpha i} \quad (2)$$

$$F_{i,\alpha\alpha\beta\beta} = -X_i/(1-\nu) \quad (3)$$

ただし, ν ; ポアソン比

によって定義される関数 F_i は 1930 年に Galarkin によって導かれたもので, Papkovich は, これは一つのベクトルの成分であることを指摘した。本論文では参考文

献⁷⁾に従い, F_i を Galerkin ベクトルと呼ぶ。

F_i が既知であれば, 応力成分は次式から得られる。

$$\begin{cases} \sigma_{ii} = 2(1-\nu)F_{i,\alpha\alpha} - F_{\alpha,\alpha i} + \nu F_{\alpha,\alpha\beta\beta} \quad (i=1\sim 3) \\ \sigma_{ij} = (1-\nu)(F_{i,j\alpha\alpha} + F_{j,i\alpha\alpha}) - F_{\alpha,\alpha ij} \quad (i \neq j) \end{cases} \quad (4)$$

2.2 集中力による Galerkin ベクトル⁷⁾

無限体の内部に単一の力が作用する, いわゆる“Kelvin の問題”の場合, Galerkin ベクトル F_i は (3) 式の特解で与えられ, それを $o-xyz$ 座標系で表わすと次のようになる。ただし, 力の作用点を座標原点とする。

1) 大きさ X の x 方向集中力が作用する場合

$$F_1 = CXR, \quad F_2 = F_3 = 0 \quad (5)$$

2) 大きさ Y の y 方向集中力が作用する場合

$$F_2 = CYR, \quad F_3 = F_1 = 0 \quad (6)$$

3) 大きさ Z の z 方向集中力が作用する場合

$$F_3 = CZR, \quad F_1 = F_2 = 0 \quad (7)$$

ここに, $C = 1/8\pi(1-\nu)$, $R = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$ (8)

3 固有歪による 3次元弾性場

3.1 Splitting Forces による Galerkin ベクトル

大きさ X の x 方向の集中力が $(a, 0, 0)$ 点に作用した場合, (5) 式を座標変換することによって, Galerkin ベクトルは次式のように得られる (Fig. 1)。

$$F_1 = CXR_{\bar{x}}, \quad F_2 = F_3 = 0 \quad (9)$$

ただし, $R_{\bar{x}} = [(x-a)^2 + y^2 + z^2]^{1/2}$ (10)

同様に, $(-a, 0, 0)$ 点に, 大きさ $-X$ の集中力が作用した場合 (Fig. 1)

$$F_1 = -CXR_{\bar{x}}, \quad F_2 = F_3 = 0 \quad (11)$$

ただし, $R_{\bar{x}} = [(x+a)^2 + y^2 + z^2]^{1/2}$ (12)

いま, $a \ll 1$ とし, 原点について Taylor 展開すれば

$$R_{\bar{x}} \approx R - ax/R, \quad R_{\bar{x}} \approx R + ax/R \quad (13)$$

以上二つの集中力が, Fig. 1 が示すように, 同時に作用した時の Galerkin ベクトルは, (13) 式を用いて次式のようになる。

$$\begin{cases} F_1 = CX[(R - ax/R) - (R + ax/R)] \\ \quad = -C(2aX) \cdot x/R \\ F_2 = F_3 = 0 \end{cases} \quad (14)$$

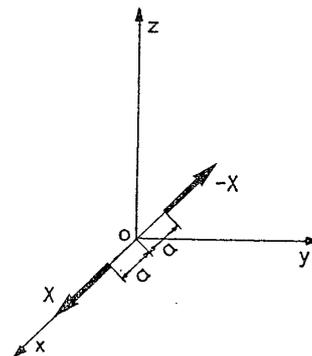


Fig. 1 Splitting forces (x -direction)

* 以下本文において, コンマは偏微分を表わし ($A_{i,j} = \partial A_i / \partial x_j$), ラテン文字の下指標は自由指標を表わし ($A_{i,j}, i=1\sim 3$), ギリシヤ文字の下指標の繰返しは総和を表わす ($A_{\alpha\alpha} = A_{11} + A_{22} + A_{33}$)。

上式において

$$\lim_{\substack{a \rightarrow 0 \\ x \rightarrow \infty}} 2aX = S_x \quad (15)$$

が存在するとすれば、原点に作用する単位の大さの S_x に対応する Galerkin ベクトルは次式のように得られる。

$$S_x; F_1 = -C(x/R), F_2 = F_3 = 0 \quad (16)$$

同様に、 y 方向に作用する集中力の大きさを Y 、作用点間の距離を $2b$ とすれば

$$\lim_{\substack{b \rightarrow 0 \\ Y \rightarrow \infty}} 2bY = S_y \quad (17)$$

で定義される単位の大さの S_y に対応する Galerkin ベクトルは

$$S_y; F_2 = -C(y/R), F_3 = F_1 = 0 \quad (18)$$

で与えられ、 z 方向に作用する集中力の大きさを Z 、作用点間の距離を $2c$ とすれば

$$\lim_{\substack{c \rightarrow 0 \\ Z \rightarrow \infty}} 2cZ = S_z \quad (19)$$

で定義される単位の大さの S_z に対応する Galerkin ベクトルは

$$S_z; F_3 = -C(z/R), F_1 = F_2 = 0 \quad (20)$$

で与えられる。

さらに、Fig. 2 に示すような xy 平面上に 4つの集中力が作用した場合の Galerkin ベクトルは、 $d \ll 1$ とすれば次式で与えられる。

$$\begin{cases} F_1 = CT[\{x^2 + (y-d)^2 + z^2\}^{1/2} \\ \quad - \{x^2 + (y+d)^2 + z^2\}^{1/2}] \\ \quad = -C/2 \cdot (4dT) \cdot y/R \\ F_2 = CT[\{(x-d)^2 + y^2 + z^2\}^{1/2} \\ \quad - \{(x+d)^2 + y^2 + z^2\}^{1/2}] \\ \quad = -C/2 \cdot (4dT) \cdot x/R \\ F_3 = 0 \end{cases} \quad (21)$$

上式において、

$$\lim_{\substack{d \rightarrow 0 \\ T \rightarrow \infty}} 4dT = S_{xy} \quad (22)$$

が存在するとすれば、原点に作用する単位の大さの S_{xy} に対応する Galerkin ベクトルは次式のように得られる。

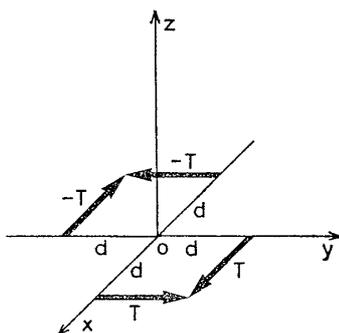


Fig. 2 Shear forces (xy -plane)

$$S_{xy}; F_1 = -C/2 \cdot (y/R), F_2 = -C/2 \cdot (x/R), F_3 = 0 \quad (23)$$

同様に、 yz 平面上に作用する集中力の大きさを T 、作用点間の距離を $2e$ とすれば

$$\lim_{\substack{e \rightarrow 0 \\ T \rightarrow \infty}} 4eT = S_{yz} \quad (24)$$

で定義される単位の大さの S_{yz} に対応する Galerkin ベクトルは

$$S_{yz}; F_1 = 0, F_2 = -C/2 \cdot (z/R), F_3 = -C/2 \cdot (y/R) \quad (25)$$

で与えられ、 zx 平面上に作用する集中力の大きさを T 、作用点間の距離を $2f$ とすれば

$$\lim_{\substack{f \rightarrow 0 \\ T \rightarrow \infty}} 4fT = S_{zx} \quad (26)$$

で定義される単位の大さの S_{zx} に対応する Galerkin ベクトルは

$$S_{zx}; F_1 = -C/2 \cdot (z/R), F_2 = 0, F_3 = -C/2 \cdot (x/R) \quad (27)$$

で与えられる。

以上、(15)、(17) および (19) 式で定義された S_x 、 S_y および S_z は、ふくれ中心の概念に相当する。特に、同じ大さの S_x 、 S_y および S_z が同時に存在すれば、一般のふくれ中心と一致する。

3.2 点に存在する固有歪による Galerkin ベクトル

固有歪による応力場は、熱弾性理論 (Duhamel Neumann Analogy) により

$$\sigma(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{yz}, \tau_{zx}, \tau_{xy}) = \begin{cases} \sigma^0 + \sigma' & \text{in } (D) \\ \sigma' & \text{in } (D') \end{cases} \quad (28)$$

ただし、 (D) ; 固有歪が存在する領域

(D') ; (D) を除く無限領域

σ^0 は (D) の境界 Ω 上の変位を拘束した場合、

固有歪によって (D) 内に生じる応力

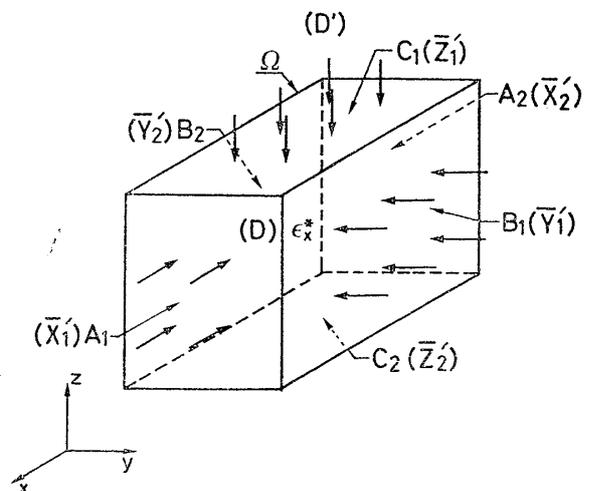


Fig. 3 Inherent strain ϵ_x^* uniformly distributed in a cuboid with clamped boundaries

単位の大きさの固有歪が存在する場合で、任意の点 (x_0, y_0, z_0) に存在する場合の解は、次の座標変換によって得られる。

$$\begin{aligned} x &\rightarrow \bar{x} (=x-x_0), \quad y \rightarrow \bar{y} (=y-y_0), \quad z \rightarrow \bar{z} (=z-z_0) \\ R &\rightarrow \bar{R} (= (\bar{x}^2 + \bar{y}^2 + \bar{z}^2)^{1/2}), \quad dV_0 \rightarrow d\bar{x}_0 d\bar{y}_0 d\bar{z}_0 \end{aligned} \quad (43)$$

ここで、固有歪が空間 V_0 において $f(x_0, y_0, z_0)$ の形で分布する場合を考える。(35)~(40) 式より点に存在する固有歪はすべて $\frac{\bar{x}}{\bar{R}}$, $\frac{\bar{y}}{\bar{R}}$ および $\frac{\bar{z}}{\bar{R}}$ 3つの関数によって表わされる。したがって、ある領域内部に固有歪が分布する場合、Galerkin ベクトルは、次の3種類の体積積分の組合せによって表わされる。

$$\begin{cases} I_1(x, y, z; x_0, y_0, z_0) \\ = \iiint_{V_0} f(x_0, y_0, z_0) \frac{\bar{x}}{\bar{R}} dx_0 dy_0 dz_0 \\ I_2(x, y, z; x_0, y_0, z_0) \\ = \iiint_{V_0} f(x_0, y_0, z_0) \frac{\bar{y}}{\bar{R}} dx_0 dy_0 dz_0 \\ I_3(x, y, z; x_0, y_0, z_0) \\ = \iiint_{V_0} f(x_0, y_0, z_0) \frac{\bar{z}}{\bar{R}} dx_0 dy_0 dz_0 \end{cases} \quad (44)$$

以下、 V_0 を直六面体とし、その内部に固有歪が、1) $f = \text{const.}$; 一様分布、2) $f = f(x_0, y_0, z_0)$; ある関数で分布する場合の計算例を示す。

1) 一様分布 $f(x_0, y_0, z_0) = \text{const.}$

定数を1として(44)式の体積積分を実行すれば、次のような結果が得られる。(Fig. 5)

$$\begin{aligned} I_1 &= \iiint_{V_0} \frac{\bar{x}}{\bar{R}} dx_0 dy_0 dz_0 \\ &= \left[\left[\left[g(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) + g(\bar{x}, \bar{z}, \bar{y}) \right] \right] \right]_{x_0 y_0 z_0} \\ I_2 &= \iiint_{V_0} \frac{\bar{y}}{\bar{R}} dx_0 dy_0 dz_0 \\ &= \left[\left[\left[g(\bar{y}, \bar{z}, \bar{x}) + g(\bar{y}, \bar{x}, \bar{z}) \right] \right] \right]_{x_0 y_0 z_0} \end{aligned}$$

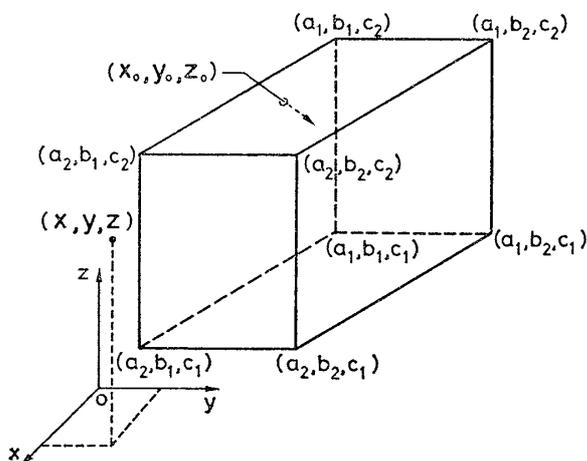


Fig. 5 Cuboid in an infinitely large matrix

$$\begin{aligned} I_3 &= \iiint_{V_0} \frac{\bar{z}}{\bar{R}} dx_0 dy_0 dz_0 \\ &= \left[\left[\left[g(\bar{z}, \bar{x}, \bar{y}) + g(\bar{z}, \bar{y}, \bar{x}) \right] \right] \right]_{x_0 y_0 z_0} \end{aligned} \quad (45)$$

ただし

$$\begin{aligned} g(a, b, c) &= -\frac{1}{6} \left[c(3a^2 + c^2) \log(r+b) + bcr \right. \\ &\quad \left. - a^3 \tan^{-1} \frac{br + (a^2 + b^2)}{ac} \right] \end{aligned} \quad (46)$$

$$r = (a^2 + b^2 + c^2)^{1/2}$$

$$\begin{aligned} &\left[\left[\left[g(x_0, y_0, z_0) \right] \right] \right]_{x_0 y_0 z_0} \\ &\equiv \left[\left[\left[g(x_0, y_0, z_0) \right] \right]_{x_0=a_1, y_0=b_1, z_0=c_1} \right]_{x_0=a_2, y_0=b_2, z_0=c_2} \\ &\equiv g(a_2, b_2, c_2) - g(a_1, b_2, c_2) + g(a_1, b_1, c_2) \\ &\quad - g(a_2, b_1, c_2) + g(a_2, b_1, c_1) - g(a_2, b_2, c_1) \\ &\quad + g(a_1, b_2, c_1) - g(a_1, b_1, c_1) \end{aligned} \quad (47)$$

以上の式を用い、Fig. 6 に示す直六面体内に一樣な固有歪が分布した場合について、 $b=c$ とし、 $a/b=1/5, 1, 5$ の3種類の形状について計算を実施した。解析の結果、応力場は Chiu⁴⁾ によるものと完全に一致した。Fig. 7 は一樣な単位の大きさの ϵ^* が存在する場合について、 $x=0$ 断面の斜線を施した部分の変位を3種類の形状について示したものである。黒丸は変形前の位置を示しており、白丸は変形後の位置を表わしている。いま拘束がなく、単位大きさの固有歪が与えられれば、 y 方向の長さは2倍になるが、固有歪が与えられた領域外側の弾性体の剛性が拘束材として働き、 y 方向の長さは2倍までにならないで押し戻される。このため、 z 方向にも膨脹する形になる。Fig. 8 は一樣な熱歪 ϵ^{θ} が Fig. 6 の直六面体内に分布した場合 x 軸上の σ_x および σ_y 分布を示した。

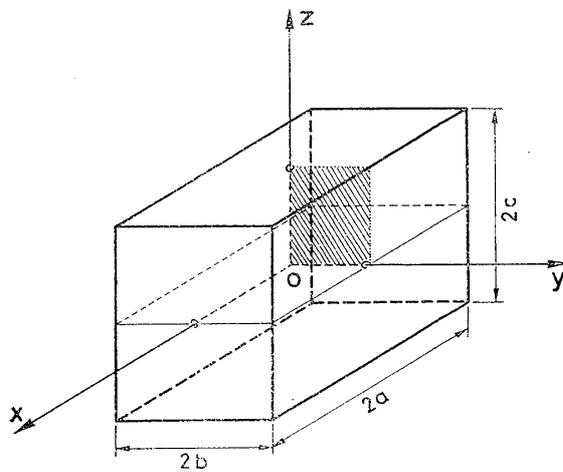


Fig. 6 Shape of cuboid in which inherent strains exist

2) $f(x_0, y_0, z_0)$ が多項式の場合

(44)式の体積積分はすべて閉じた式で得られる。そのため歪分布関数を多項式で表わすことができれば、複雑な積分計算を避けることができる。そこで多項式で表わされる歪分布関数として、有限要素法で良く用いられる

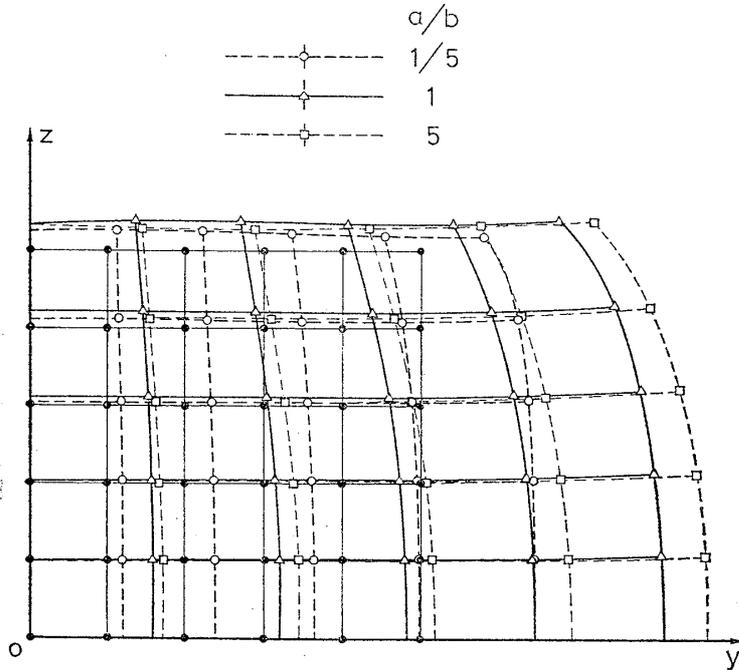


Fig. 7 Displacements due to uniformly distributed inherent strain ϵ_y^*

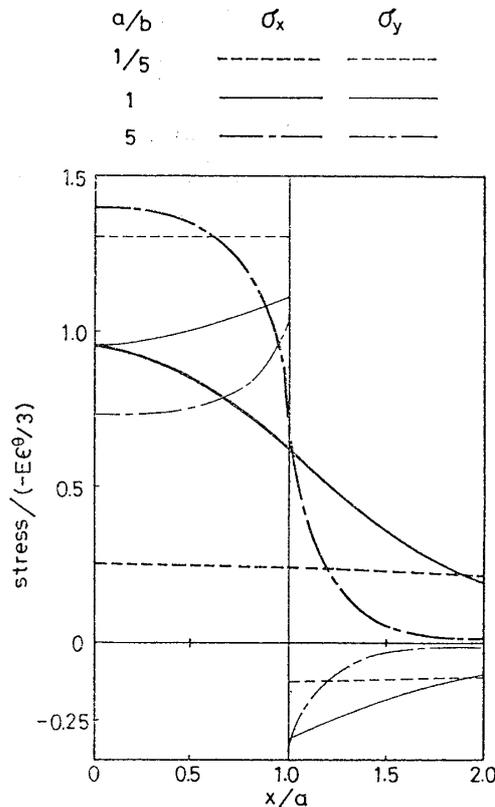


Fig. 8 Stress distributions ($\epsilon^0 = \text{const.}$)

“Serendipity” 内挿関数⁸⁾を採用する。この関数を用いると歪分布関数はある一つの節点で1、他のすべての節点で0の値をとる。ここでは、1次および2次の Serendipity 内挿関数をもとにして、歪分布関数をそれぞれ (48) および (49) 式のように定める。なお、この歪分布関数は Fig. 6 に示すような直六面体要素の体心で1、各面上で0の値をとる。

$$f(x_0, y_0, z_0) = (1-x_0/a)(1-y_0/b)(1-z_0/c) \quad (48)$$

$$f(x_0, y_0, z_0) = (1-x_0/a)(1-y_0/b)(1-z_0/c) \times (1-2x_0/a-2y_0/b-2z_0/c) \quad (49)$$

以上2種類の歪分布関数の xy 平面上の分布形状を、 $x \geq 0, y \geq 0$ の領域についてそれぞれ Fig. 9 および Fig. 10 に示した。また、Fig. 6 に示した直六面体要素内に存在する熱歪が(48)式で表わされる分布形状をしている場合の x 軸上の応力分布を $a/b=1/5, 1, 5$ のそれぞれの要素形状について示したものが Fig. 11 である。Fig. 11 と Fig. 8 とを比較す

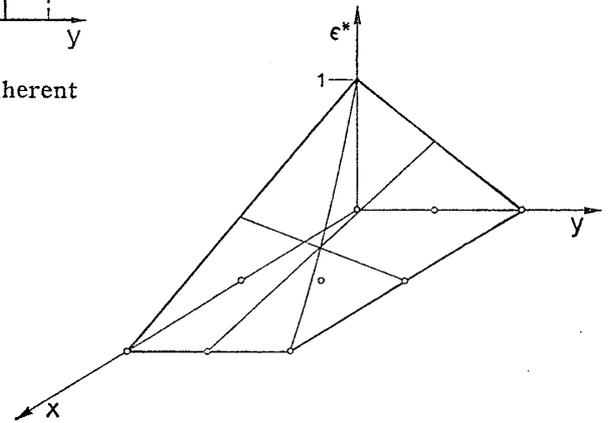


Fig. 9 Distribution of inherent strains on xy -plane (Eq. (48))

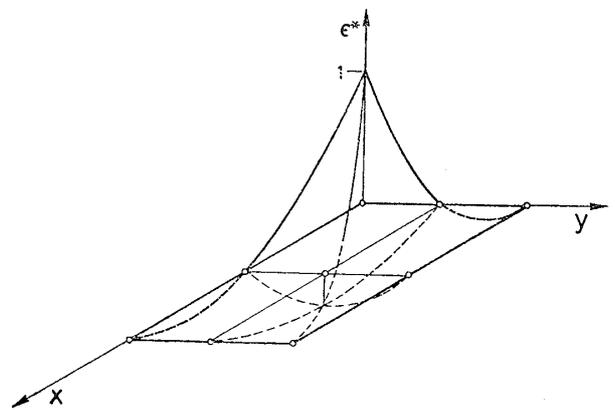


Fig. 10 Distribution of inherent strains on xy -plane (Eq. (49))

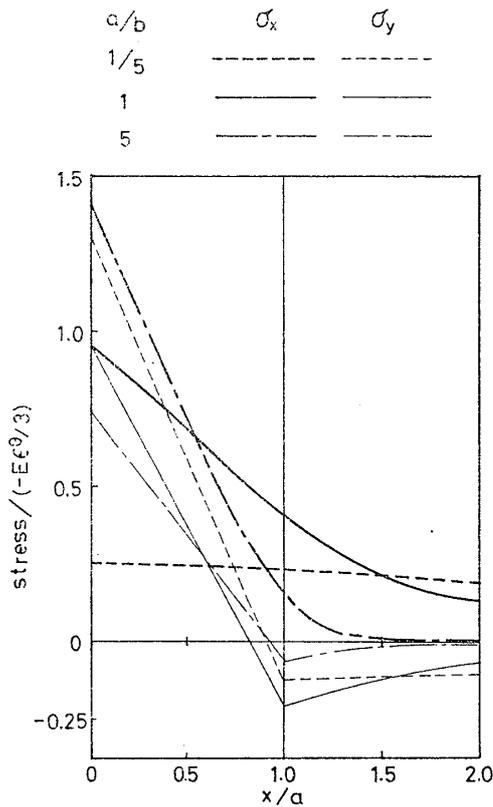


Fig. 11 Stress distributions (ϵ^0 distributed by Eq. (48))

ると、歪分布形状が応力分布に及ぼす影響が認められる。

4 弾塑性解析

弾塑性解析の基礎概念は、有限要素法でよく用いられる初期歪法に基づいた。すなわち、塑性歪が進展していくであろうと考えられる領域を直六面体要素に分割しておく。荷重過程において、ある点の相当応力が降伏応力を超えた場合、その点には塑性歪が生じ、応力は降伏面上にとどまる。ここで生じた塑性歪はその点のまわりの応力、変位に影響を及ぼす。そこで、塑性歪を固有歪と考えると、ある要素内に生じる塑性歪が他の点に及ぼす影響は、仮定した歪の分布関数を(44)式に代入して積分すれば、Galerkin ベクトルの形で得ることができる。実際の計算は、著者ら⁹⁾がすでに提案した2次項を考慮した初期歪法を用い、以下の仮定を設けて行なった。

1) 要素内の塑性歪分布は平均値をとる意味で、一様であるとし、(45)式を用いて影響係数を計算した。

2) 降伏条件は von Mises の条件を採用した。

$$f = \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)^2 + \frac{1}{2}(\sigma_y - \sigma_z)^2 + \frac{1}{2}(\sigma_z - \sigma_x)^2$$

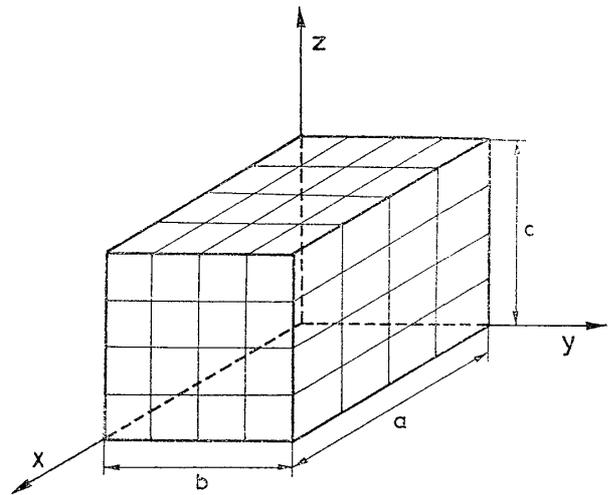


Fig. 12 Element division

$$+3(\tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2 + \tau_{xy}^2) - \sigma_Y^2 = 0 \quad (50)$$

3) 塑性歪は Prandtl-Reuss の関係式に従うものとした。

$$\epsilon_{ij}^p = \lambda s_{ij} \quad (51)$$

ただし、 λ は正值のパラメータ、 s_{ij} は偏差応力、上つき“.”は増分を意味する。

4) 塑性計算は増分的に行ない、各増分ステップでの応力増分を2次微小項まで考慮して計算を行なった⁹⁾。

数値計算例として、無限体内部の立方体要素に一様な熱歪 ϵ^0 を与えたとき、その近傍の弾塑性解析を行なった。材料定数はヤング率 $E=21000 \text{ kg/mm}^2$ 、ポアソン比 $\nu=0.3$ 、降伏応力 $\sigma_Y=29 \text{ kg/mm}^2$ 、歪硬化率 $H=0$ を用いた。

Fig. 12 は塑性計算のための要素分割を示す。対称性を考慮して、1/8 の部分を対象にした。要素分割は $4 \times 4 \times 4$ 計 64 要素をとり、 $a=b=c$ として、 $0 \leq x \leq a/4$ 、 $0 \leq y \leq a/4$ 、 $0 \leq z \leq a/4$ の領域に一様な熱歪 ϵ^0 を与えて計算を行なった。

計算結果として、 $z=a/8$ 断面上、要素中央点の相当応力を Fig. 13 に、変位を Fig. 14 に示した。 $\epsilon^0=8.1 \times$

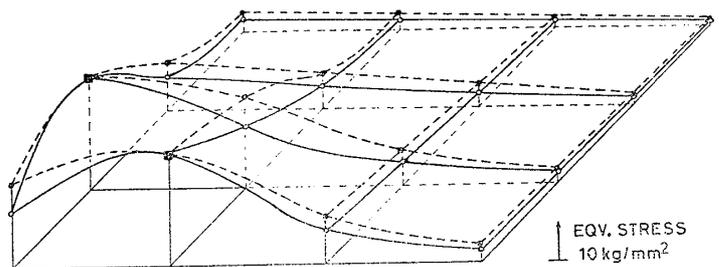
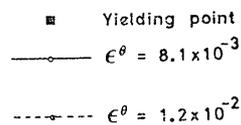


Fig. 13 Equivalent stress distributions

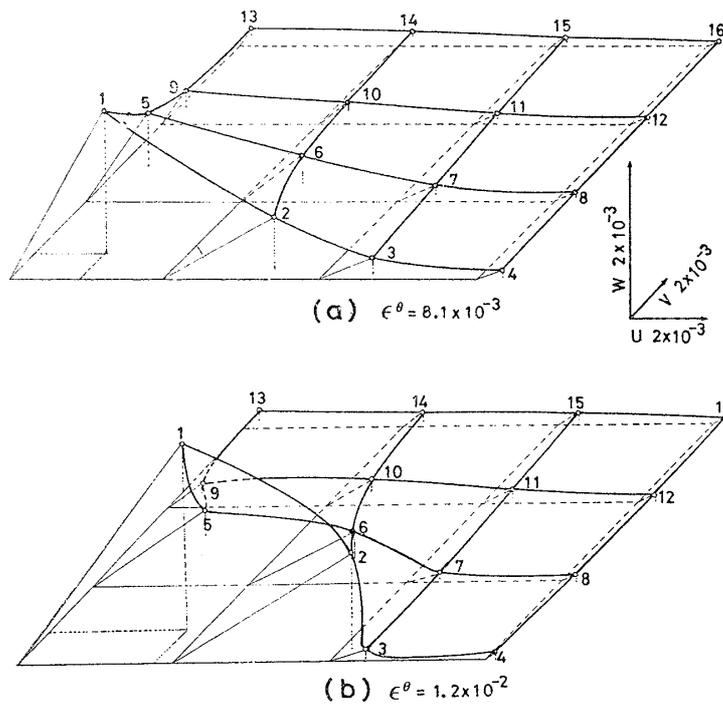


Fig. 14 Displacements

10^{-3} では初期降伏状態を示し, $\epsilon^{\theta} = 1.2 \times 10^{-2}$ では塑性歪の成長によって, 降伏した要素の相当応力は増加せず, 一方変位が大きくなっていることが明示されている。

ここでは, 要素内に固有歪が一様分布する場合の解によったが, 3.3 節で示した連続分布を用いて, より精度のよい解を得ることを確認している。

本方法の計算時間は, 計算例で示した 64 要素に対し, 固有歪による影響係数を作るのに約 10 分 (HITAC 8800/8700), その後の増分 1 ステップの平均所要時間は約 1 秒であった。実際の計算では, 影響係数を 1 回目だけ作り, その結果を磁気テープに記録したため, その後の弾塑性計算は 1 ジョブにつき, 数十秒で終了した。

5 ま と め

本論文では, 3次元物体内の熱歪近傍の弾塑性解析を実施することを目的に進められ, 以下の結論を得た。

(1) 弾塑性解析の基礎概念として初期歪法を用い, 固有歪がその近傍に及ぼす影響係数を求める方法を確立した。このような固有歪による応力場を求めるにあたって, 著者らが二次元問題について提案した手法に従い, 点に存在する固有歪による変位ポテンシャル (Galerkin ベクトル) を導き, 直六面体内部に固有歪が分布する場合の解を比較的簡単な関数形で表わした。((45), (46) 式)

(2) 弾性の数値解析例では Chiu⁴⁾ の解析結果とほとんど一致し, 解の有効性が確かめられた。

(3) 弾塑性体の数値解析を実施し, 固有歪近傍の変位, 応力, 歪状態を知ることができた。なお, 弾塑性解析では応力増分の 2 次の微小項を考慮した繰返し法によって良好な収束性を確認している。

本論文では, 3次元無限体の熱膨脹問題のみを扱ったが, 他の荷重状態あるいは空洞, 異質介在物を含む場合の弾塑性解析も, 固有歪の概念を用いて解析を進めている。

最後に, 本論文をまとめるに当たって, 船舶工学科溶接研究室の皆様にご援助をいただき, 感謝の意を表わします。また, 本研究の一部は文部省科学研究費の援助のもとになされ, 東京大学大型計算機センター HITAC 8800/8700 システムを使用させていただきました。ここに厚くお礼申し上げます。

参 考 文 献

- 1) 藤田 譲, 野本敏治, 鄭 勝文: 複素応力関数を用いた有孔平板の弾塑性解析, 日本造船学会論文集, No. 143, p.233~242 (1978).
- 2) 村外志夫, 森 勉: マイクロメカニクス——転位と介在物, 培風館 (1976).
- 3) J.D. Eshelby: Elastic Inclusions and Inhomogeneities, Progress in Solid Mechanics, Vol. 2, eds., Sneddon, I.N., and Hill, R., North-Holland Publishing Co., 1961, p.89~139.
- 4) Y.P. Chiu: On the Stress Field Due to Initial Strains in a Cuboid Surrounded by an Infinite Elastic Space, ASME J. of Appl. Mech., Vol. 44, Dec. 1977, p.587~590.
- 5) Y.P. Chiu: On the Stress Field and Surface Deformation in a Half Space with a Cuboidal Zone in Which Initial Strains are Uniform, ASME J. of Appl. Mech., Vol.45, June 1978, p.302~306.
- 6) K. Seo, T. Mura: The Elastic Field in a Half-Space due to Ellipsoidal Inclusions with Dilatational Eigenstrains, ASME, J. of Appl. Mech., Paper No. 79-ATM-29.
- 7) Y.C. Fung: Foundation of Solid Mechanics, Prentice-Hall Inc. (1965) (邦訳: 固体の力学, 培風館, p.185~203).
- 8) O.C. Zienkiewicz: The Finite Element Method in Engineering Science, McGraw-Hill Publishing Co., p.121 (1971).
- 9) 藤田 譲, 野本敏治, 長谷川壽男: 熱弾塑性問題に関する研究 (その 3) —— 初期歪法による熱応力解析, 日本造船学会論文集, No. 144, p.446~464 (1978).