The Society of Naval Architects of Japan

（昭和55年11月　日本造船学会秋季講演会において講演）

二次元物体に働く非線形流体力について

（第1報　散乱問題）

正員　経　塚　雄　策*

Non-Linear Hydrodynamic Forces Acting on Two-Dimensional Bodies

(1 st Report, Diffraction Problem)

by Yusaku Kyozuka, *Member*

Summary

A new method which simplifies the calculation of higher-order hydrodynamic forces is proposed. Solving the integral equation on boundary surfaces including the free-surface by this method, the non-linear terms on free-surface may be directly computed.

Making use of this method, the diffraction potentials are calculated up to the second-order terms in two-dimensional problem.

Results obtained are as follows :

(1) The numerical results by the method agree well with existing results in radiation and diffraction linear problems.

(2) Second-order diffraction forces due to non-linear free-surface boundary condition is nearly proportional to the wave-number of incident wave.

(3) Total second-order diffraction forces computed by the method show good coincidence with the experimental results.

1　緒　　　言

波浪中を航行する船の運動の計算は通常線形理論に基づくストリップ法によって行われ，実用上問題はないとされている。また，大波高大変位運動時の流体力を厳密に求めることは境界条件の非線形性から計算量が飛躍的に増大し，かつ線形理論の予測が大きくはずれないことが実験的にわかっているので一般的には無視される。しかし，元来現象は非線形なものであるし，特に非線形な流体力が主要な役割を果たす現象も少くないのでそのような流体力を簡単に計算できる方法が望まれる。

これまで非線形流体力を扱った論文としては Parissis[1], Lee[2], 増本[3]による級数展開法, Potash[4], Papanikolaou[5]による積分方程式による方法，Söding[6]による便利な方法等があるがいずれも大変複雑で実用的とはいい難い。山下[7]の方法は水面条件を線形化しているが実験結果との一致も非常によく実用的であると思われるけれども，散乱問題の時には応用できそうにない。

一方，非線形流体力を実験計測した例は田才・小寺山[8]の半没円柱の上下揺，山下[7]の U-Shape，楔形柱状体の上下揺の場合についてのみである。

本研究ではそれらをふまえて，非線形流体力を厳密かつ簡便に計算する手法を確立することとまだ報告例のない散乱問題の時の非線形流体力を実験計測することを目的として行われた。一般的に非線形な境界条件としては，物体表面条件と自由表面条件があるが計算上の問題としては自由表面上での無限遠の積分が面倒である。ここで示す方法は Yeung の方法[11]と同様に自由表面上でのポテンシャルも含めて積分方程式を構成するもので，煩雑な計算をしないでも高次のポテンシャルを計算できるものでプログラム上大変簡単である。今回は二次元散乱問題に限って二次までの計算と実験を行い，比較検討を行った。

2　摂動法による二次の流体力の計算法

2.1　座標系と定式化[9]

Fig. 1 のような座標系を考え，入射波が x 軸正方向からくる時の二次物体に働く波強制力について考えるものとする。流体は非粘性，非圧縮，非回転であるとし二次までの流体力を計算する。

上記の仮定の下でこの流場を表す速度ポテンシャル

*　防衛大学校機械工学教室

NII-Electronic Library Service

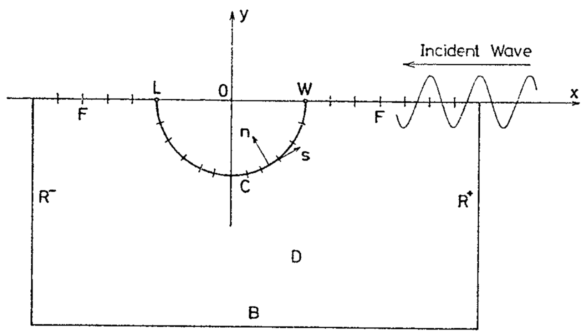

Fig. 1 Coordinate system

$\Phi(x, y, t)$ は以下の条件を満足する。

$$\Phi(x, y, t)=\Phi_0(x, y, t)+\Phi_d(x, y, t) \quad (2.1)$$

ただし $\Phi_0(x, y, t)$：入射波ポテンシャル

$\Phi_d(x, y, t)$：散乱ポテンシャル

基礎方程式として

$$[L] \qquad \nabla^2\Phi=0 \qquad \text{in } D \quad (2.2)$$

自由表面上 $y=\eta(x, t)$ では

$$\left.\begin{aligned}&\frac{D}{Dt}\{y-\eta(x, t)\}=0\\&\frac{DP}{Dt}=\frac{D}{Dt}\left\{-\rho\Phi_t-\rho g\eta-\frac{\rho}{2}(\Phi_x{}^2+\Phi_y{}^2)\right\}=0\end{aligned}\right\}$$

$$\text{at } y=\eta(x, t) \quad (2.3)$$

の条件より

$$[F] \quad \Phi_{tt}+g\Phi_y+2\Phi_x\Phi_{xt}+2\Phi_y\Phi_{yt}+\Phi_x{}^2\Phi_{xx}+2\Phi_x\Phi_y\Phi_{xy}+\Phi_y{}^2\Phi_{yy}=0$$

$$\text{at } y=\eta(x, t) \quad (2.4)$$

物体表面上では

$$[H] \qquad \Phi_n=0 \qquad \text{on } C \quad (2.5)$$

水底では同様に

$$[B] \qquad \Phi_n=0 \qquad \text{on } B \quad (2.6)$$

また，無限遠方では発散波だけが残ることを示す

[R]　放射条件

以上の与えられた条件の下に境界値問題を解けば良いわけであるが［F］の条件に非線形な項があるためこのままでは困難である。通常は以下のように摂動法によって解く。

2.2 摂動展開と境界値問題[9]

速度ポテンシャルを微小な摂動パラメータ ε（例えば $\varepsilon=a/b$, a=入射波振幅，b=物体半幅）で次のように展開する。

$$\Phi(x, y, t)=\sum_{n=1}^{\infty}\varepsilon^n\Phi^{(n)}(x, y, t) \quad (2.7)$$

これを［F］に代入し $y=0$ のまわりで Taylor 展開すれば

$$\varepsilon(\Phi_{tt}^{(1)}+g\Phi_y{}^{(1)})+\varepsilon^2\left(\Phi_{tt}^{(2)}+g\Phi_y{}^{(2)}+2\Phi_x{}^{(1)}\Phi_{xt}^{(1)}+2\Phi_y{}^{(1)}\Phi_{yt}^{(1)}-\Phi_{yy}^{(1)}\Phi_t{}^{(1)}-\frac{1}{g}\Phi_{ytt}^{(1)}\Phi_t{}^{(1)}\right)+0(\varepsilon^3)=0$$

$$\text{on } y=0 \quad (2.8)$$

さらに ε^2 までの Φ の展開式は

$$\Phi(x, y, t)=\mathrm{Re}\{\varepsilon\varphi^{(1)}e^{i\omega t}+\varepsilon^2({}_0\varphi^{(2)}+{}_2\varphi^{(2)}e^{2i\omega t})\}+O(\varepsilon^3) \quad (2.9)$$

とすれば良いことがわかっているので[2,9]，これを (2.8) に代入すれば

$$\left.\begin{aligned}&\varepsilon\cdots\varphi_y{}^{(1)}-K\varphi^{(1)}=0\\&\varepsilon^2\cdots\begin{cases}{}_0\varphi_y{}^{(2)}=-\dfrac{\omega}{2g}\mathrm{Im}\{\varphi^{(1)}(\bar{\varphi}_{yy}^{(1)}-K\bar{\varphi}_y{}^{(1)})\}\\{}_2\varphi_y{}^{(2)}-4K_2\varphi^{(2)}=-\dfrac{i\omega}{2g}Q(x)\end{cases}\end{aligned}\right\}$$

$$(2.10)$$

ただし $K=\omega^2/g$

$$Q(x)=2\{(\varphi_x{}^{(1)})^2+(\varphi_y{}^{(1)})^2\}-\varphi^{(1)}(\varphi_{yy}^{(1)}-K\varphi_y{}^{(1)})$$

$\bar{\varphi}_y{}^{(1)}$ などは $\varphi_y{}^{(1)}$ の複素共役値

この時，水面変位も

$$\eta(x, t)=\mathrm{Re}\{\varepsilon\eta^{(1)}(x)e^{i\omega t}+\varepsilon^2({}_0\eta^{(2)}+{}_2\eta^{(2)}e^{2i\omega t})\}+O(\varepsilon^3) \quad (2.11)$$

とすれば

$$\left.\begin{aligned}&\eta^{(1)}(x)=-\frac{i\omega}{g}\varphi^{(1)}(x, 0)\\&{}_0\eta^{(2)}(x)=-\frac{\omega^2}{2g^2}\varphi^{(1)}\bar{\varphi}_y{}^{(1)}\\&{}_2\eta^{(2)}(x)=-\frac{2i\omega}{g}\varphi^{(2)}-\frac{\omega^2}{2g^2}\varphi^{(1)}\varphi_y{}^{(1)}\end{aligned}\right\} \quad (2.12)$$

となる。

ここで ${}_0\varphi^{(2)}$ は流体粒子の定常的な移動速度に関係するが圧力，力等には影響を及ぼさないことがわかっているので[2,9]以後考えないものとする。

さて，x 軸の負方向に進む入射波については

$$\Phi_0{}^{(1)}(x, y, t)=\mathrm{Re}\left\{\frac{iga}{\omega}e^{Ky+i(Kx+\omega t)}\right\} \quad (2.13)$$

ただし a は入射波振幅

とおいて (2.10) に代入すると ε^2 の項は

$$\Phi_{0tt}^{(2)}+g\Phi_{0y}^{(2)}=0 \quad (2.14)$$

この時，水面変位は

$$\eta(x, t)=a\cos(Kx+\omega t)+\frac{Ka^2}{2}+\frac{Ka^2}{2}\cos\{2(Kx+\omega t)\}-\frac{1}{g}\Phi_{0t}^{(2)} \quad (2.15)$$

となるので

$$\Phi_{0t}^{(2)}=0 \quad (2.16)$$

とおけば $O(a^2)$ まで考えた有限波高の波となっている。従って入射波，発散波のポテンシャルは線形理論と同じ表式で良いことになる[10]。

以上の結果を整理して散乱ポテンシャルに対する条件式をまとめると

$$\left.\varphi_d{}^{(1)}=\frac{iga}{\omega}\phi^{(1)},\quad \varphi_0=\frac{iga}{\omega}\phi_0\right\} \quad (2.17)$$

The Society of Naval Architects of Japan

NII-Electronic Library Service

The Society of Naval Architects of Japan

$$\varphi_d^{(2)}=\frac{iga^2}{2\omega}\phi^{(2)}$$

ただし　$\phi_0=e^{Ky+iKx}$

のように正規化して $\phi^{(1)},\phi^{(2)}$ に対して

i）一次のポテンシャルの条件式は

$$\left.\begin{array}{lll}[L] & \nabla^2\phi^{(1)}=0 & \text{in } D\\ [F] & \phi_y{}^{(1)}-K\phi^{(1)}=0 & \text{on } F\\ [H] & \phi_n{}^{(1)}=-\phi_{0n} & \text{on } C\\ [B] & \phi_n{}^{(1)}=-\phi_{0n} & \text{on } B\\ [R] & \phi_x{}^{(1)}\pm iK\phi^{(1)}=0 & \text{on } R^{\pm}\end{array}\right\} \quad (2.18)$$

ii）二次のポテンシャルの条件式は

$$\left.\begin{array}{lll}[L] & \nabla^2\phi^{(2)}=0 & \text{in } D\\ [F] & \phi_y{}^{(2)}-4K\phi^{(2)}=q(x) & \text{on } F\\ [H] & \phi_n{}^{(2)}=0 & \text{on } C\\ [B] & \phi_n{}^{(2)}=0 & \text{on } B\\ [R] & \phi_x{}^{(2)}\pm i4K\phi^{(2)}=0 & \text{on } R^{\pm}\end{array}\right\} \quad (2.19)$$

ただし

$$\begin{aligned}q(x)&=2\{(\phi_x{}^{(1)}+\phi_{0x})^2+(\phi_y{}^{(1)}+\phi_{0y})^2\}\\&\quad-(\phi^{(1)}+\phi_0)(\phi_{yy}^{(1)}-K\phi_y{}^{(1)})\\&=q_c(x)+iq_s(x)\end{aligned}$$

2.3 圧力，波強制力

前節の境界値問題を解いてポテンシャルの分布が得られれば圧力分布とそれによる力は以下のように求められる。圧力と i 方向の流体力を

$$P(x,y,t)=\mathrm{Re}\{\varepsilon p^{(1)}(x,y)e^{i\omega t}+\varepsilon^2({}_0p^{(2)}+{}_2p^{(2)}e^{2i\omega t})\}+O(\varepsilon^3) \quad (2.20)$$

$$F_i(t)=\mathrm{Re}\{\varepsilon F_i{}^{(1)}e^{i\omega t}+\varepsilon^2({}_0F_i{}^{(2)}+{}_2F_i{}^{(2)}e^{2i\omega t})\}+O(\varepsilon^3) \quad (2.21)$$

とすれば

$$\left.\begin{aligned}&p^{(1)}(x,y)=\rho ga\phi^t\\&{}_0p^{(2)}(x,y)=-\frac{\rho ga^2}{4K}\{\phi_x^t\bar{\phi}_x^t+\phi_y^t\bar{\phi}_y^t\}\\&{}_2p^{(2)}(x,y)=\rho ga^2\phi^{(2)}+\frac{\rho ga^2}{4K}\{(\phi_x^t)^2+(\phi_y^t)^2\}\end{aligned}\right\} \quad (2.22)$$

ただし　$\phi^t=\phi^{(1)}+\phi_0$

これによる i 方向の力は

$$F_i(t)=\int_{C(t)}P(x,y,t)\frac{\partial x_i}{\partial n}ds \quad (2.23)$$

ここで $C(t)$ は瞬時の没水状態のものをとるものとし，物体両端での水面変位を $\eta(W),\eta(L)$ で表すことにすれば

$$C(t)=C_0+\eta(W)+\eta(L) \quad (2.24)$$

ただし，C_0 は静止水面時の没水面積

これを考慮に入れて流体力は

$$\left.\begin{aligned}f_i{}^{(1)}&=\frac{F_i{}^{(1)}}{\rho gaB}=\int_{C_0}\phi^t\frac{\partial X_i}{\partial n}ds\\
{}_0f_i{}^{(2)}&=\frac{{}_0F_i{}^{(2)}}{\frac{\rho}{2}ga^2}\\&=-\frac{1}{2K}\int_{C_0}\{\phi_x^t\bar{\phi}_x^t+\phi_y^t\bar{\phi}_y^t\}\frac{\partial x_i}{\partial n}ds\\&\quad+\frac{1}{2}\phi^t{}_{(W)}\bar{\phi}^t{}_{(W)}\frac{\partial x_i}{\partial n}\Big|_W\\&\quad+\frac{1}{2}\phi^t{}_{(L)}\bar{\phi}^t{}_{(L)}\frac{\partial x_i}{\partial n}\Big|_L\\
{}_2f_i{}^{(2)}&=\frac{{}_2F_i{}^{(2)}}{\rho ga^2}=\int_{C_0}\phi^{(2)}\frac{\partial x_i}{\partial n}ds\\&\quad+\frac{1}{4K}\int_{C_0}\{(\phi_x^t)^2+(\phi_x^t)^2\}\frac{\partial x_i}{\partial n}ds\\&\quad+\frac{1}{4}\{\phi_{(W)}^t\}^2\frac{\partial x_i}{\partial n}\Big|_W\\&\quad+\frac{1}{4}\{\phi_{(L)}^t\}^2\frac{\partial x_i}{\partial n}\Big|_L\end{aligned}\right\} \quad (2.25)$$

2.4 境界積分方程式による解法

前節までで与えられた境界値問題は線形問題については従来からの解法で全く問題はないが二次の問題では自由表面上に圧力が分布された形となっているので，あらかじめ水面上のポテンシャルをも含めた積分方程式を構成しておけば大変便利であると考えられる。ここで用いる方法は波の問題で Yeung[11] が示した方法と同じように自由表面上にも特異点を分布させて積分方程式を構成するが，若干異った手法によっている。Yeung[11] は井島の領域分割法[12]と同様に放射境界では発散波だけしか残らないとして，そこでの積分を解析的に行う方法によっているがここでは Ursell[13] の方法にヒントを得て原点においた波特異点を加えることによって全体のポテンシャルを発散波がでない，いわゆる波無しポテンシャルとして放射境界での積分を考えないでも良いようにしている。

Fig. 1 の流体内部で正則な関数 $\phi(P)$ は一般に

$$\phi(P)=-\frac{1}{2\pi}\int_{C+F+R^{\pm}+B}\left(\frac{\partial\phi}{\partial n}-\phi\frac{\partial}{\partial n}\right)\log r\,ds(Q) \quad (2.26)$$

ただし　$P=(x,y)$，$Q=(x',y')$

$r^2=(x-x')^2+(y-y')^2$

また，原点に強さ A の吹出しがある時のポテンシャルは，

$$A\phi_s(P)=-\frac{1}{2\pi}\int_{C+F+R^{\pm}+B}\times\left(\frac{\partial\phi_s}{\partial n}-\phi_s\frac{\partial}{\partial n}\right)\log r\,ds(Q) \quad (2.27)$$

ここで吹出しのポテンシャルはよく知られているように無限水深では

$$\phi_s(x,y;0,0)=-2\mathrm{Re}[e^{iK\bar{z}}\{E_{1(iK\bar{z})}\pm i\}]$$

NII-Electronic Library Service

The Society of Naval Architects of Japan

$$+2\pi i\,\mathrm{Re}\{e^{iK\bar{z}}\}\quad \text{for}\quad x\gtrless 0 \qquad (2.28)$$

ただし　$\bar{z}=x-iy$

$$E_1(z)=\int_z^\infty \frac{e^{-t}}{t}dt$$

ところで (2.26) と (2.28) の無限遠での表示は

$$\phi(P)=-iH^{\pm}(K)e^{Ky\mp iKx}\quad (x\to\pm\infty)\qquad (2.29)$$

$$A\phi_s(P)=iAe^{Ky\mp iKx}\quad (x\to\pm\infty)\qquad (2.30)$$

ただし

$$H^{\pm}(K)=\int_C\left(\frac{\partial\phi}{\partial n}-\phi\frac{\partial}{\partial n}\right)e^{Ky\pm iKx}ds$$

；コチン関数であるので

$$\varphi(P)=\phi(P)+A\phi_s(P)\qquad (2.31)$$

とし，かつ

$$A=H^{\pm}(K)\qquad (2.32)$$

とおけば $\varphi(P)$ は波無しポテンシャルとなるので，充分遠くにとった放射境界上での積分は消えると考えて良い。また，無限水深の場合は水底での積分も考えなくて良いから結局

$$\varphi(P)=-\frac{1}{2\pi}\int_{C+F}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial n}-\varphi\frac{\partial}{\partial n}\right)\log r\,ds(Q)\qquad (2.33)$$

と (2.31)，(2.32) より

$$\int_C\varphi\frac{\partial}{\partial n}e^{Ky\pm iKx}ds+\left\{1-\int_C\phi_s\frac{\partial}{\partial n}e^{Ky\pm iKx}\cdot ds\right\}A=\int_C\frac{\partial\phi}{\partial n}e^{Ky\pm iKx}ds\qquad (2.34)$$

とを連立させて解けば $\varphi(P)$ は求まる。

しかし，実際上の解法としては (2.33) に (2.31) を直接代入して得られる式から直接 $\phi(P)$ を求めた方が便利でその場合解くべき積分方程式は

$$\begin{aligned}\pi\phi(P)&-\int_{C+F}\phi(Q)\frac{\partial}{\partial n}\log r\,ds(Q)\\&+K\int_F\phi(Q)\log r\,ds\\&+A\left\{\pi\phi_s(P)-\int_{C+F}\phi_s(Q)\frac{\partial}{\partial n}\log r\,ds\right.\\&\left.+K\int_F\phi_s\log r\,ds+\int_C\frac{\partial\phi_s}{\partial n}\log r\,ds\right\}\\&=\int_C\frac{\partial\phi_0}{\partial n}\log r\,ds\end{aligned}\qquad (2.35)$$

これと (2.32) を連立させて解けば良い。

反対称波に対しては吹出しのかわりに水平二重吹出しを置き

$$A\phi_D=\frac{iA}{K}\frac{\partial\phi_s}{\partial x}\qquad (2.36)$$

とすれば全く同様に解ける。

さて水面上の圧力分布を計算するには $\phi_x^{(1)}$, $\phi_y^{(1)}$, $\phi_{yy}^{(1)}$ などが必要であるが，$\phi_y^{(1)}$ は [F] により直に求まるが $\phi_x^{(1)}$, $\phi_{yy}^{(1)}$ を解析的に求めようとすると同じ問題をさらに2回解かなくてはならないので得ではない。ここでは与えられた $\phi^{(1)}$ の分布より数値微分して求めた。その際，

$$\varphi'(P)=\phi^{(1)}+iAe^{Ky\mp iKx}\qquad (2.37)$$

とおくと $\varphi'(P)$ は発散波を除いてあるので単調で，精度良く微分でき

$$\left.\begin{aligned}\phi_x^{(1)}(P)&=\varphi_x'(P)\mp AKe^{Ky\mp iKx}\\\phi_y^{(1)}(P)&=K\phi^{(1)}(P)=K\varphi'(P)-iAKe^{Ky\mp iKx}\\\phi_{yy}^{(1)}(P)&=-\phi_{xx}^{(1)}\\&=-\varphi'_{xx}(P)+iAK^2e^{Ky\mp iKx}\end{aligned}\right\}\qquad (2.38)$$

これらを使って (2.19) の $q(x)$ が計算できる。

次に二次のポテンシャル $\phi^{(2)}$ については (2.19) の条件を (2.35) に使えば K を $4K$ におきかえて

$$\begin{aligned}\pi\phi^{(2)}(P)&-\int_{C+F}\phi^{(2)}(Q)\frac{\partial}{\partial n}\log r\,ds(Q)\\&+4K\int_F\phi^{(2)}\log r\,ds\\&+A\left\{\pi\phi_s^{(2)}(P,4K)-\int_{C+F}\phi_s^{(2)}\frac{\partial}{\partial n}\log r\,ds\right.\\&\left.+4K\int_F\phi_s^{(2)}\log r\,ds+\int_C\frac{\partial\phi_s^{(2)}}{\partial n}\log r\,ds\right\}\\&=-\int_F q(x)\log r\,ds\end{aligned}\qquad (2.39)$$

これを解けば一次の問題と全く同様である。

2.5 計算例と精度

（i） 一次のポテンシャル

放射問題も同様にして解けるので半没円柱の上下揺と左右揺のポテンシャルの分布の様子を通常のグリーン関数による解と比較して Fig. 2, 3 に示す。また，同図中には発散波を除いた時のポテンシャルも示してあるが単調に減少していく様子がわかる。計算は全て対称性を利用して片半分だけの計算になっているが流体力係数は物体片表面 10 分割，自由表面上 20 分割で上下揺は2桁，左右揺で3桁程度の精度が得られた。ここで上下揺の精度が左右揺の場合に比較して悪いのは，考えている領域

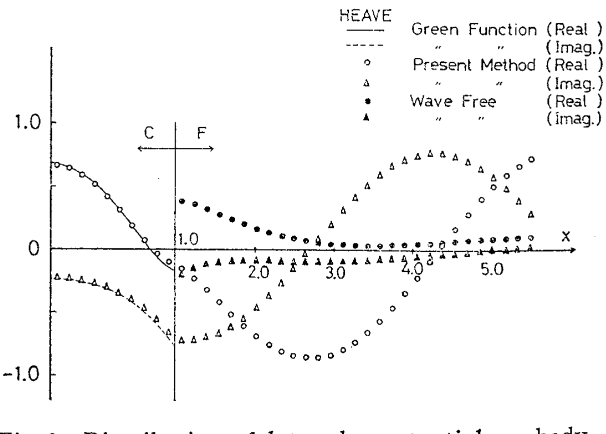

Fig. 2　Distribution of 1st-order potential on body and free-surface in heaving oscillation (circular cylinder, $Kb=1.0$)

NII-Electronic Library Service

The Society of Naval Architects of Japan

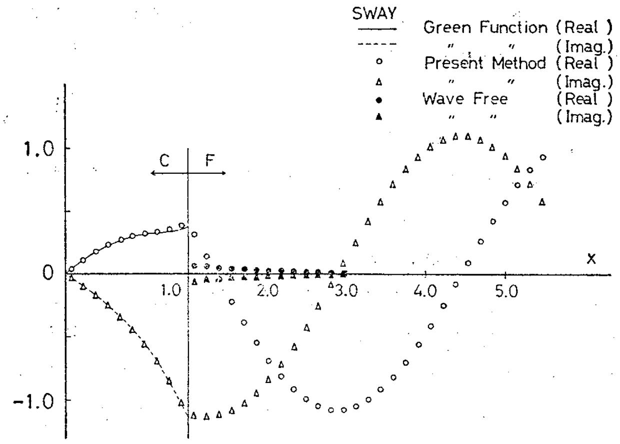

Fig. 3 Distribution of 1st-order potential on body and free-surface in swaying oscillation (circular cylinder, $Kb=1.0$)

で上下揺の場合の mass flux がゼロになっていないためと考えられこれの補正のためには放射境界をもっと遠くにとるかまたは吹出しの漸近展開から[14)]

$$\phi_S(P)=ie^{Ky-iKx}-\frac{1}{\pi K}\left\{\frac{y}{r^2}-\frac{x^2-y^2}{Kr^4}\right\} \quad (2.40)$$

として第2項も考慮して計算すれば精度は向上すると思われる。自由表面上の分割については，特に K の小さなところで不安であったが実際に計算してみると全く問題なく精度的には逆に K の大きな時よりも良かった。これは K が小さな時は発散波振幅が小さくて放射境界での誤差が相対的に小さいためであろうと思われる。今回の自由表面上の分割は二次のポテンシャルの計算では $4K$ の計算となるのでそれを考慮してほぼ物体表面上の要素長さと同程度にしている。ただ放射境界点の x 座標を x_R とすると

$$Kx_R=n\pi \quad (n=1,2,3,\cdots) \quad (2.41)$$

となる波数では若干計算精度が落るので，その場合は x_R を少し動かしてやると改善された。

この計算法では通常のグリーン関数法に発生する Irregular frequency が存在しないことは Yeung によってすでに明らかにされている[9)]が前述の難点を除けば全ての波数に対して精度よく計算できる。また，この方法ではコチン関数が直接に求まる訳であるから，それから減衰力が計算でき，物体表面上のポテンシャルを積分して求めたものと比較すれば数値計算の精度をチェックできるので大変便利である。

(ii) 二次のポテンシャル

一次のポテンシャルが求まったらそれから自由表面上の圧力分布は (2.38) を用いて計算できる。その分布の1例を Fig. 4 に示すがこれを見ると物体から少し離れると急速に入射波側では一定値，透過波側では0に近づく様子がわかる。この入射波側の一定値から反射波振幅と

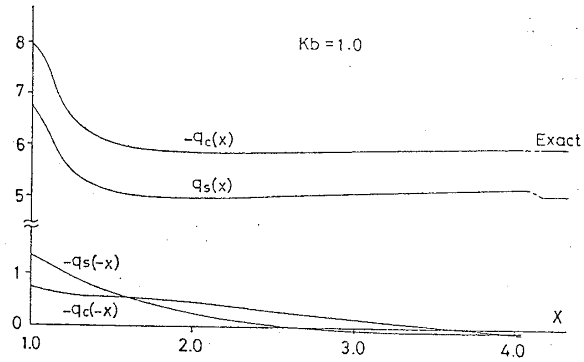

Fig. 4 Pressure distribution on free-surface in diffraction problem for circular cylinder ($Kb=1.0$)

漂流力係数[15)]が

$$\left.\begin{aligned}A_R&=\lim_{x\to+\infty}|q(x)|/8K^2\\ D_f&=A_R^2\end{aligned}\right\} \quad (2.42)$$

で計算できるので数値計算精度のチェックができる。今回の計算では漂流力係数で2桁の精度であった。

さて，(2.39)によって二次のポテンシャルを求めてみると水面上の圧力分布による局部波の影響で放射境界では発散波だけが残るという条件が満足されないので現実的な解が得られない。この補正のためには

$$\int_{R^+}\int_F q(x)\left(iK+\frac{\partial}{\partial x'}\right)\log r\,dx\,dy' \quad (2.43)$$

ただし　$r^2=(x-x')^2+y'^2$

なる積分を評価しなければならないが，今回はもっと簡便に水面上圧力分布を放射境界より前で打切って放射境界での条件を満足させることにした。そのようにして二次のポテンシャルを求めると Fig. 5, 6 に示すような現実的な解を得ることができる。また，この図で注目すべき事は $Kb=0.5$ の場合は透過波側で発散波が存在しているが $Kb=1.0$ の場合は単に定在波のポテンシャルがあるのみである。

さて，自由表面上の圧力分布を有限区間で打切ることの物理的意味は明らかに，入射波が物体に当って反射波を作ってから有限時間後の状態を解いていると考えれば良い。ある程度物体から離れたところまでの圧力分布を考えてやれば定常解が得られると考えられるが，実際に解いてみると打切り長さによっていろいろな解が得られ，従って流体力も一定しないで振動していた。

これを別の観点から考えてみると，i 方向の波強制力はグリーンの定理によって以下のように自由表面上圧力分布と i 方向の運動による放射ポテンシャルとの積分で与えられる。(付録)

$$\begin{aligned}f_i^{(2)}&=\int_C\phi^{(2)}\frac{\partial x_i}{\partial n}ds\\ &=\int_F q(x)\cdot\varphi_i^R(x)dx \quad (2.44)\end{aligned}$$

NII-Electronic Library Service

The Society of Naval Architects of Japan

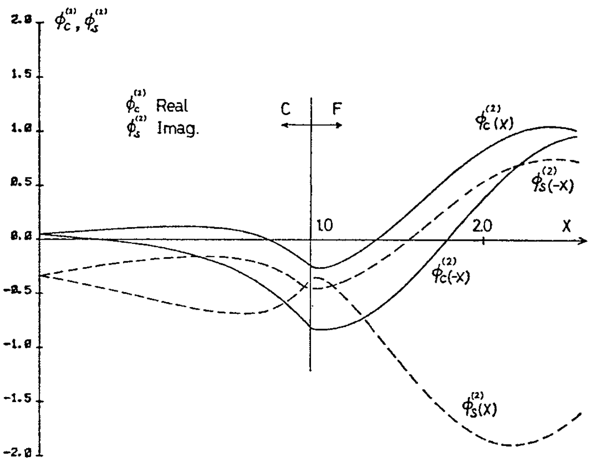

Fig. 5 Distribution of 2nd-order diffraction potential on body and free-surface (circular cylinder, $Kb=0.5$)

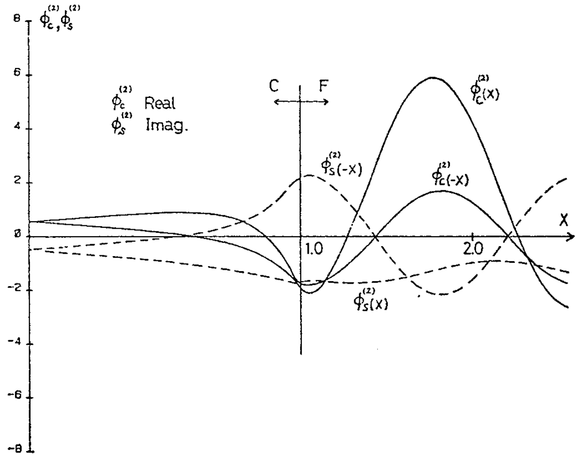

Fig. 6 Distribution of 2nd-order diffraction potential on body and free-surface(circular cylinder, $Kb=1.0$)

ただし φ_i^R は i 方向に単位速度で振動する時の放射ポテンシャル

この式で考えれば x が充分大きい時は F 上で

$$\left.\begin{array}{l} q(x)\rightarrow \text{const.} \\ \varphi_i^R(x)\rightarrow -iH^{\pm}(4K)e^{\mp i4Kx} \end{array}\right\} \quad (2.45)$$

となるので $f_i^{(2)}$ は一定値のまわりを周期 $\pi/2K$ で振動しながら無限遠まで続くことになる。このことは，二次元散乱問題の特質であって三次元問題では一様収束する[16]。実際にこの計算をしてみると振動幅は一定値に比べて小さくなく，従って前述の計算で二次のポテンシャルが自由水面上の圧力分布の打切り長さによって定まらないことの裏付けとなっている。今回の流体力の計算は(2.44)によって行い，充分大きな X での計算値の平均をとって流体力とした。

3 実 験[17]

波強制力に関する水槽模型実験はこれまでもいくつかの報告があるが二次以上の力を扱った例はないので前章までの計算結果と比較するために二次元模型で実験を行った。

3.1 供 試 模 型

最も基本的な断面として半没円と矩形を選んだ。主要目は Table 1 に示す。

3.2 実験法と解析法

Fig. 7 に示すような水槽($L\times B\times D=9\times 1.2\times 1.2$ m)の中央より若干消波ビーチ寄りに模型を固定し，模型中央に据え付けた三分力計で波強制力の垂直力と水平力を測定した。また，二次元状態とするために模型を中心として長さ 4 m の狭水路を設け，模型と反対側の狭水路で入射波を測定した。測定記録は全て AD 変換し定常に達したと思われる三周期を選んで数値的に Fourier 解析した。

4 理論計算と実験の比較・考察

4.1 一次の波強制力

Fig. 8, 9 に一次の波強制力の計算値と実験値の比較を示す。全般的に両者の一致は良好である。また，ここには示してないが位相差についてもほぼ同程度に一致しており，これまでのいくつかの報告のように一次の波強制力については理論計算で充分現象を推定できると考えられる。

4.2 二次の波強制力

二次の波強制力は2章で述べたように定常力と 2ω 成分の変動力があるが定常力のうち漂流力の実験計測は多くの報告があり散乱問題の漂流力については理論と実験

Table 1 Principal dimensions of the models

Model	Circular cylinder	Rectangular cylinder
Length (m)	.6	.6
Breadth (m)	.216	.19
Draft (m)	.108	.095
Displacement (kg)	10.99	10.83

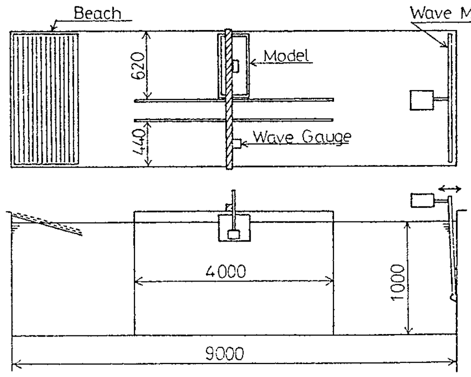

Fig. 7 Experimental set-up

NII-Electronic Library Service

The Society of Naval Architects of Japan

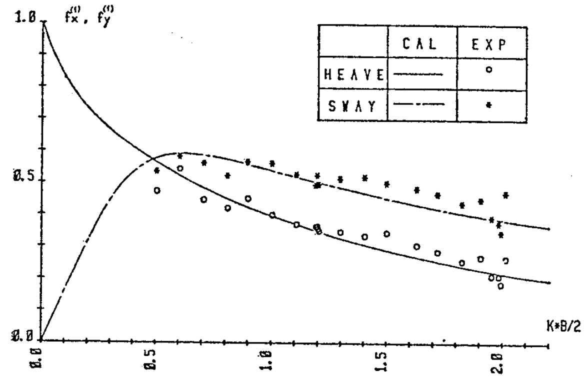

Fig. 8　1st-order wave exciting forces (circular cylinder)

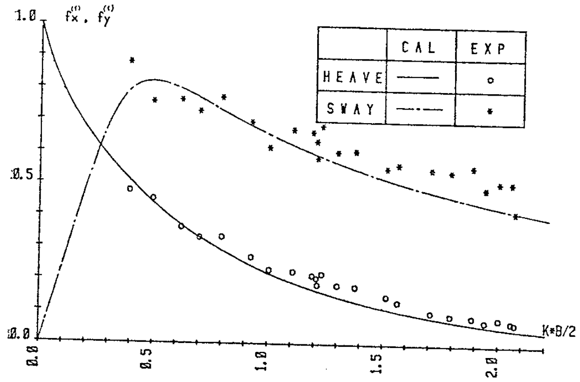

Fig. 9　1st-order wave exciting forces (rectangular cylinder)

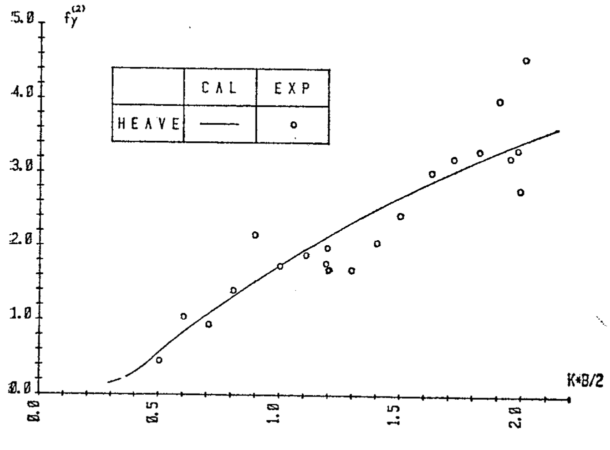

Fig. 10　2nd-order vertical wave exciting force (circular cylinder)

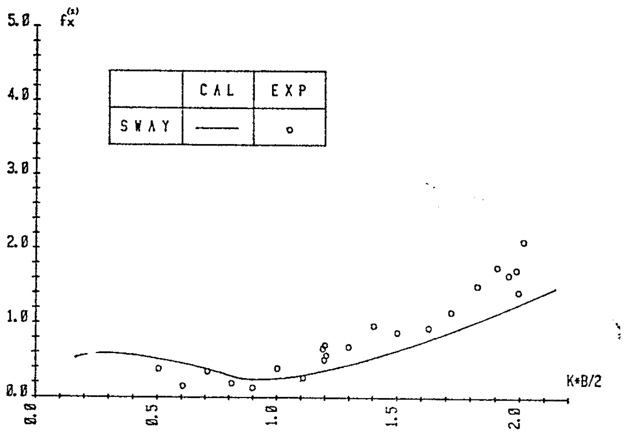

Fig. 11　2nd-order horizontal wave exciting force (circular cylinder)

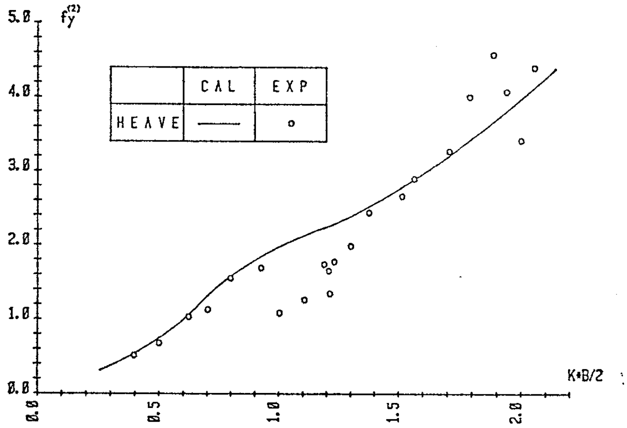

Fig. 12　2nd-order vertical wave exciting force (rectangular cylinder)

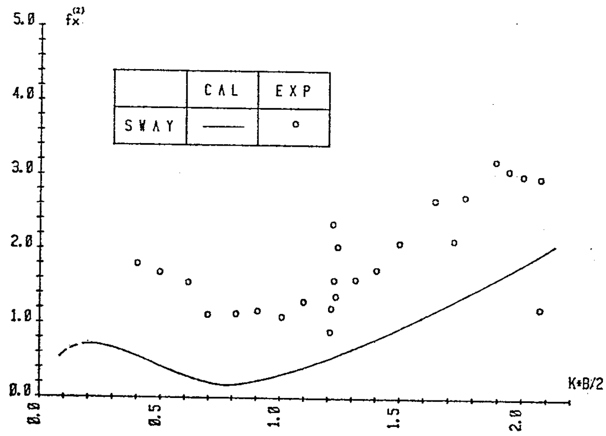

Fig. 13　2nd-order horizontal wave exciting force (rectangular cylinder)

の一致が良いことが知られている。今回の実験でも一応定常力も解析してみたが模型が小さなこともあってはっきりした値は得られなかったので計算との比較は変動力のみとする。Fig. 10, 11 に半没円柱の場合の 2ω 成分の垂直力と水平力の計算値と実験値の比較，Fig. 12, 13 に矩形柱の場合を示す。実験値はかなりバラツキがあるけれども矩形柱の水平力を除いて理論計算値との一致は良好で，理論的予測が正しいように思われる。矩形柱の水平力については実験値が理論計算値とほぼ平行しているようにみえるがこの原因については今のところわからない。

理論計算結果によれば垂直力では水面の圧力分布による力が圧倒的でベルヌーイの式の速度2乗項による力は K の小さい時を除いて主要でない。一方，水平力の方は浸水面積変化による力は $Kb>0.7$ 位から絶対値で1に近い値であるが水面の圧力分布による力と逆位相となって

NII-Electronic Library Service

The Society of Naval Architects of Japan

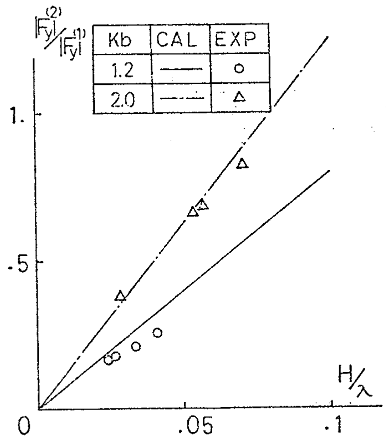

Fig. 14 Ratio of 2nd-order vertical force to that of 1st-order for various incident wave height (circular cylinder)

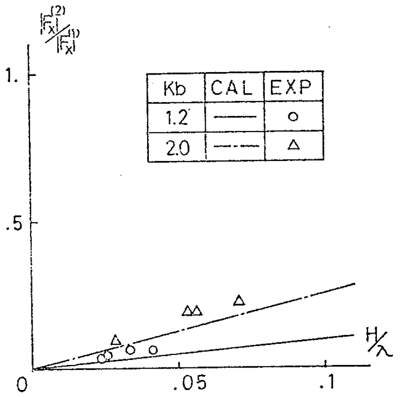

Fig. 15 Ratio of 2nd-order horizontal force to that of 1st-order for various incident wave height (circular cylinder)

いる。Kが大きな時は垂直力，水平力ともに主要項は水面の圧力分布による力でこれはほぼKに比例して大きくなる。このことは水面の圧力分布が K^2 に比例し，放射ポテンシャルが $1/K$ に比例することから明らかである。

Fig. 14, 15 には Kb を一定として入射波高をいろいろに変化させた時の一次の力の絶対値と二次の力の絶対値の比をとって計算値と実験値の比較を示した。この場合も理論値と実験値の一致は良好である。特に垂直力ではKが大きい時に二次の力が重要であることがわかる。

ここで散乱問題と放射問題における二次の力の定量的な比較をしてみよう。両者においては，摂動パラメータが散乱問題では入射波高，放射問題では運動振幅に比例するので直接的な比較はできないが，一次の力と二次の力の比を一定としてそれぞれの摂動パラメータの大きさを比較するものとする。今，半没円柱の上下揺の場合について考えると，散乱問題において$Kb=1.2$, $H/\lambda=1/20$（この時 $a/b=0.131$, $H=2a$；入射波高）とした時の一次の力と二次の力の比は Fig. 14 より約 0.4 となるが，これに対応する放射問題の同じ Kb での運動振幅 Y と円柱半幅の比，$\varepsilon=Y/b$は田才・小寺山[8]の論文中から読みとると $\varepsilon≒0.4$ となっている。なお，この時の発散波振幅比 $\bar{A}$ は線形理論では .84 であるから発散波の波高対波長比 H/λ は 0.128 となって限界波高を超えてしまう。実際，同論文中の実験値でも $\bar{A}$ は線形理論の 3/4 位と読めるので明らかに波くずれを生じていると思われる。

このように考えてみると H/λ が 1/20 程度の入射波に対する散乱問題が放射問題では限界波高を超えるような発散波を生ずる大振幅運動に対応していることになる。従って，波浪中の船に働く非線形流体力を論ずる場合には放射問題での非線形性のみならず，波浪強制力の非線形性も大変重要であることを示唆しているように思われる。

5 結　　　言

本研究では二次元物体に働く波強制力について二次の項まで考え，流体力の新しい計算法を示すと同時に水槽模型実験を行い，その妥当性について検証した。得られた結論は以下の通りである。

（1） 高次の流体力を計算する場合には自由表面上のポテンシャルをも含めた積分方程式による方法が数値計算上大変便利である。そのために原点に特異点を置くことによって波無しポテンシャルを作り放射境界での積分を考えなくても良い方法を考案し，実際に精度良く解けることを示した。

（2） 二次元散乱問題では自由表面上の圧力分布の積分範囲のとり方によって流体力が不定となることを明らかにした。また，自由表面上の積分を適当に打切った時の二次のポテンシャル分布を求めると共に，流体力については放射ポテンシャルを使う方法で計算した。

（3） 理論計算結果を検証するために水槽模型実験を行い実験結果と比較して二次の力についても非常に良い一致をみた。

（4） 波強制力の二次の力は一般に波数に比例して大きくなるが，特に垂直力では一次の力に比しても無視できない。

終りに臨み，終始御指導・御激励をいただきました防衛大学校教授 別所正利先生には深く御礼申し上げます。また，実験・解析に際して卒業研究として御協力いただきました研究当時，防衛大学校4年生 坂本満幸，福島善之両君に感謝致します。

なお，本研究の計算には防衛大学校電算機室のNEAC 2200 Model 575 を使わせていただいたことを付記します。

NII-Electronic Library Service

The Society of Naval Architects of Japan

参考文献

1) G.C. Parissis: Second Order Potentials and Forces for Oscillating Cylinders on a Free Surface, Dissertation, MIT, Report No. 66-10, 1966.
2) C.M. Lee: The Second-Order Theory of Cylinders Oscillating Vertically in a Free Surface, College of Engineering, UC, Berkely Report No. NA-66-7, 1966.
3) 増本 彰：規則波中における浮体に働く非線型流体力について，関西造船協会誌，第117号，昭和54年3月.
4) R.L. Potash: Second-Order Theory on Oscillating Cylinders, J.S.R. Vol. 15, No. 4, Dec. 1971.
5) Apostolos Papanikolaou: Potentialtheorie zweiter Ordnung für vertikal schwingende Zylinder, Schiffstechnik Bd. 25-1978.
6) H. Söding: Second-Order Forces on Oscillating Cylinder in Waves, Schiffstechnik Bd. 23-1976.
7) 山下誠也：薄い物体の大振幅上下動における流体力の計算，日本造船学会論文集，第141号，昭和52年6月.
8) 田才福造，小寺山亘：上下揺する半没水円柱に働く非線型流体力について，九州大学応力研所報，第40号，昭和48年.
9) 管 信：二次元造波理論，三次元造波理論，第2回耐航性に関するシンポジウム，昭和52年12月.
10) 別所正利：流体力の高次（2次）理論に関する覚書，1977，9月（未発表）.
11) R.W. Yeung: A Hybrid Integral-Equation Method for Time-Harmonic Free-Surface Flow, First International Conference on Numerical Ship Hydrodynamics, Oct. 1975.
12) 井島武士他：直立消波岸壁に関する研究，第16回海岸工学講演会論文集，1969.
13) F. Ursell: On the Heaving Motion of a Circular Cylinder on the Surface of a Fluid, Quart. Journ. Mech. and Applied Math., Vol. II, Pt. 2, 1949.
14) Masatoshi Bessho: On Boundary Value Problem of an Oscillating Body Floating on Water, Memoirs of the Defense Academy, Japan, Vol. III, No. 1, 1968.
15) Hajime Maruo: The Drift of a Body Floating on Waves, J.S.R., Dec. 1960.
16) Bernard Molin: Second-order diffraction loads upon three-dimensional bodies, Applied Ocean Research, 1979, Vol. 1, No. 4.
17) 坂本満幸，福島善之：二次元物体に働く非線型波強制力について，防衛大学校本科卒業論文，昭和55年3月.

付　録[6,10,16]

求めるものは

$$f_i^{(2)}=\int_C \phi^{(2)}(P)\frac{\partial x_i}{\partial n}\bigg|_P ds(P) \qquad \text{(A-1)}$$

グリーン関数 $G(P,Q;4K)$ を使えば

$$\phi^{(2)}(P)=\int_{C+F}\left(\frac{\partial\phi^{(2)}}{\partial n}-\phi^{(2)}\frac{\partial}{\partial n}\right)G(P,Q;4K)ds(Q) \qquad \text{(A-2)}$$

で与えられるが以下の性質を有する別所のノイマン関数[14]を使うと容易に求められる。

$$\left.\begin{array}{lll} N(P,Q)=G(P,Q)+A(P,Q) & & \\ A(P,Q):\text{regular} & \text{in} & D \\ \nabla^2 N(P,Q)=0 & \text{in} & D \\ \left(\dfrac{\partial}{\partial y}-4K\right)N(P,Q)=0 & \text{on} & F \\ \dfrac{\partial}{\partial n}N(P,Q)=0 & \text{on} & C \\ \left(\dfrac{\partial}{\partial x}\pm i4K\right)N(P,Q)=0 & \text{on} & R^{\pm} \end{array}\right\} \qquad \text{(A-3)}$$

(2.19) で与えられる境界条件と，Green の定理を使って

$$\phi^{(2)}(P)=\int_F q(Q)N(P,Q)ds(Q) \qquad \text{(A-4)}$$

これを (A-1) に代入し，積分順序を変えれば

$$\begin{aligned} f_i^{(2)}&=\int_C\left\{\int_F q(Q)N(P,Q)ds(Q)\right\}\frac{\partial x_i}{\partial n}\bigg|_P ds(P) \\ &=\int_F q(Q)ds(Q)\int_C\frac{\partial x_i}{\partial n}\bigg|_P N(P,Q)ds(P) \\ &=\int_F q(Q)\varphi_i^R(Q)ds(Q) \end{aligned} \qquad \text{(A-5)}$$

ただし $\varphi_i^R(Q)=\int_C\frac{\partial x_i}{\partial n}\Big|_R N(Q,R;4K)ds(R)$；放射ポテンシャル