

(昭和 56 年 5 月 日本造船学会春季講演会において講演)

組合せ荷重を受ける平板の最終強度 (第 3 報)

——圧縮と剪断を受ける矩形板——

正員 藤 田 譲* 正員 野 本 敏 治*
 正員 吉 江 淳 彦**

Ultimate Strength of Rectangular Plates Subjected to Combined
 Loading (3rd Report)

——Rectangular Plates under Compression and Shear——

by Yuzuru Fujita, *Member* Toshiharu Nomoto, *Member*
 Atsuhiko Yoshie, *Member*

Summary

In our previous report¹⁾, the authors developed a calculation method of the ultimate strength of square plates subjected to compression and shear. In order to get more practical solutions, in this paper, the previously developed analytical method is applied to rectangular plates subjected to compression and shear.

At first, buckling analysis is carried out using the energy method as to rectangular plates with aspect ratio $\beta=2$ and 3. Secondly, post buckling elastic analysis is conducted on the basis of the knowledge of buckling strength and mode. And finally, the ultimate strength of rectangular plates is obtained by using collapse condition which is introduced by the plastic hinge line method.

The following conclusions are obtained.

- (1) As the result of the buckling analysis based on the energy method, the buckling strength and mode of rectangular plates, which are subjected to various kinds of combination of compression and shear, are obtained. (Table 1)
- (2) As the result of the post buckling elastic analysis, approximate equations for load-maximum deflection curves are obtained. These equations can be applied to various kinds of combination of load. (eqs. 17 and 18)
- (3) Interaction curves of the ultimate strength of rectangular plates with aspect ratio $\beta=2$ and 3 are obtained. According to the above mentioned curves, it is clarified that ultimate strength and collapse modes depend largely upon the load ratio σ/τ . (Figs. 17 & 19)

1 緒 言

船体が外荷重を受けるとき、構造要素である防撓板やパネルは単一荷重下にあることは少なく、一般には複雑な組合せ荷重を受ける場合が多い。その一例として、著者らは既に圧縮と剪断との組合せ荷重を受ける正方形板の最終強度¹⁾、および圧縮と水圧との組合せ荷重を受ける矩形板の最終強度²⁾について考察してきた。

本論文では、第 1 報で示した解析法を実構造物中に多いアスペクト比 2 および 3 の矩形板に拡張し、その最終強度を求める。すなわち、一方においては Galerkin 法

を用いて弾性大撓み解析を実施し、他方において矩形板に塑性崩壊機構を仮定して塑性崩壊条件式を求める。このような弾性・塑性両解析結果を組合せることにより最終強度を算定するがその際には、まず圧縮と剪断の組合せ荷重を受ける矩形板の座屈値および座屈モードを求めることが必要である。次に座屈強度解析から得られた知見をもとに圧縮と剪断の組合せ荷重を受ける矩形板の最終強度を解析する。この際、先に求められた座屈値および座屈モードを弾性大撓み解析における初期値として採用するとともに、塑性崩壊機構の設定の際には座屈モードを参考にするものとする。

さらに圧縮と剪断との荷重比を変化させて解析を行ない最終強度に関する相関曲線を求める。また初期撓みが

* 東京大学工学部

** 新日本製鉄生産技術研究所

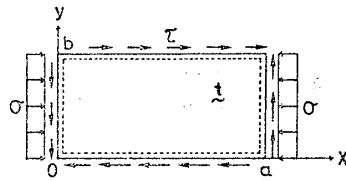


Fig. 1 Rectangular plate under compression and shear

最終強度に及ぼす影響についても言及する。

2 座屈解析

Fig. 1 に示すように周辺を単純支持された矩形板に、圧縮応力 σ_x および剪断応力 τ_{xy} が作用する場合の座屈値および座屈モードをエネルギー法を用いて求める。

座屈にともなう曲げ歪エネルギー増分 ΔU 、外力仕事増分 ΔT はそれぞれ次のように表わされる。

$$\Delta U = \frac{D}{2} \int_0^a \int_0^b [(w_{,xx} + w_{,yy})^2 - 2(1-\nu) \times (w_{,xx}w_{,yy} - w_{,xy}^2)] dx dy \quad (1)$$

$$\Delta T = -\frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b [N_x(w_{,xx})^2 + 2N_{xy}w_{,xx}w_{,xy}] dx dy \quad (2)$$

ただし、 $N_x = \sigma_x t$, $N_{xy} = \tau_{xy} t$, t : 板厚, ν : ポアソン比, w は撓み波形で次のように未定数 a_{mn} を含んだ形で仮定する。

$$w = \sum_m \sum_n a_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (3)$$

また以下では、圧縮荷重と剪断荷重が比例関係にある

場合をとりあげ、表現上の便宜をはかるために次のようなパラメータ θ を用いて荷重比を表わすことにする。

$$N_{xy}/N_x = \tau_{xy}/\sigma_x = K_{xy}/K_x = \tan \theta \quad (4)$$

ここに K_x, K_{xy} はそれぞれ次式で示す荷重を表わす無次元量である。

$$K_x = \sigma_x / \sigma_e \quad (5)$$

$$K_{xy} = \tau_{xy} / \sigma_e \quad (6)$$

$$\text{ただし, } \sigma_e = \pi^2 E (t/b)^2 / 12 (1-\nu^2)$$

(4) 式より $\theta = 0^\circ$ のとき純圧縮荷重, $\theta = 90^\circ$ のとき純剪断荷重を負荷することになる。

(1), (2) 式のそれぞれに (3) 式を代入して等置することにより求まる応力の最小値が座屈応力となる。具体的には次式で示す, a_{ij} に関する連立 1 次方程式を解くことになる。

$$a_{ij} (i^2 + j^2 \beta^2)^2 \lambda = -K_x \sigma_e \left[a_{ij} i^2 \eta - \xi \sum_m \sum_n \sum_q \sum_p \times \frac{mnpq}{(m^2 - p^2)(q^2 - n^2)} \{ a_{mn} (\text{if } P=i \text{ and } q=j) \} \right] \\ = 0 \quad (7)$$

ただし, $\beta = a/b$: アスペクト比,

$$\lambda = \pi^4 E t^3 / 48 (1-\nu^2) \cdot a^2 \beta,$$

$$\eta = \pi^2 t / 4 \beta, \quad \xi = 4 t \tan \theta$$

実際の数値計算では以下に示す項数の a_{ij} を用いて計算した。

$$a_{ij} \begin{cases} \beta \leq 1 & \text{の場合 } i=1 \sim 3, j=1 \sim 3 \text{ 計 9 項} \\ 1 < \beta \leq 2 & \text{の場合 } i=1 \sim 6, j=1 \sim 3 \text{ 計 18 項} \\ 2 < \beta \leq 3 & \text{の場合 } i=1 \sim 9, j=1 \sim 3 \text{ 計 27 項} \end{cases}$$

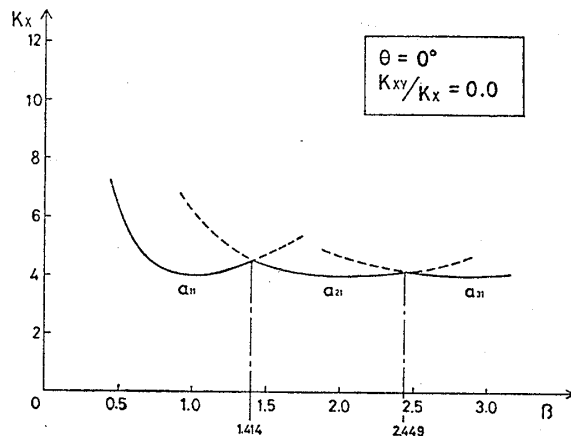
Table 1 に $\beta=1, 2$ および 3 の矩形板の座屈値および

Table 1 Buckling strength and modes

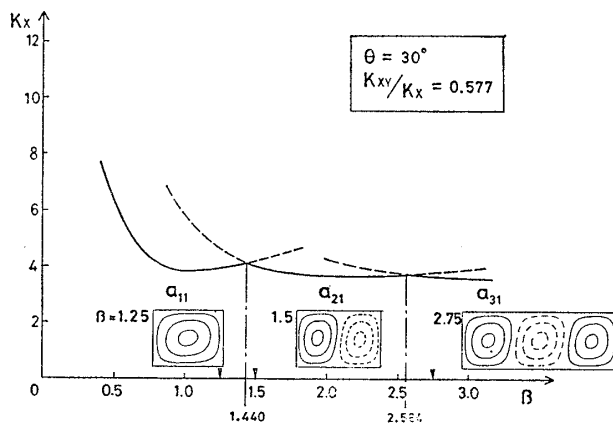
$\beta = 1.0$			$\beta = 2.0$			$\beta = 3.0$				
θ	K_{xcr}	Mode	θ	K_{xcr}	ϕ	Mode	θ	K_{xcr}	ϕ	Mode
0°	4.0		0°	4.0	90°		0°	4.0	90°	
15°	3.951		15°	3.902	84°		15°	3.885	82°	
30°	3.791		30°	3.607	70°		30°	3.549	73°	
45°	3.470		45°	3.114	66°		45°	3.012	65°	
60°	2.887		60°	2.405	60°		60°	2.280	57°	
75°	1.851		75°	1.419	55°		75°	1.315	53°	
90°	K_{xycr} 9.409		90°	K_{xycr} 6.566	—		90°	K_{xycr} 5.858	49°	

座屈波形を示す。座屈波形中の実線は正方向の撓み、破線は負方向の撓みを表わしている。また K_{xcr} は座屈荷重のうちの圧縮荷重成分であり剪断荷重成分は $K_{xycr} = K_{xcr} \tan \theta$ である。 ϕ は、座屈波形のノード・ラインが圧縮荷重方向となす角度である。

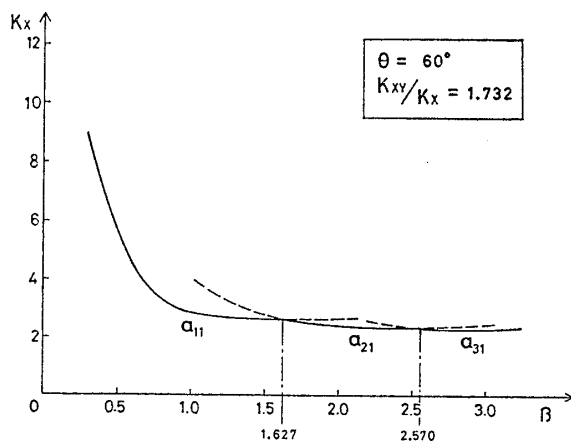
Table 1 によると、同一アスペクト比の矩形板において剪断の割合が大きくなるほど座屈波形は対角線方向に引張られるような形状になっており、その結果、 $\beta=2$



(a)



(b)



(c)

Fig. 2 Buckling strength

および 3 の場合は θ がある程度大きくなると座屈波形の主成分がより波数の少ない成分に移り変わることになる。 $\beta=2$ の場合を例にとると、 $\theta=0^\circ$ のときに現われる座屈波形の成分は a_{21} (2 半波) のみであり、 $\theta=30^\circ \sim 75^\circ$ のときには複数の成分が現われるが主成分はやはり a_{21} である。一方、 $\theta=90^\circ$ のときの座屈板形の主成分は a_{11} (1 半波) となりモードが移行変わることがわかる。 $\beta=3$ の場合は同様に $\theta=75^\circ$ で座屈モードが変化している。

Fig. 2 (a)~(c) に $\theta=0^\circ, 30^\circ$ および 60° の場合の座屈荷重とアスペクト比 β との関係を示す。(a) は良く知られている純圧縮を受ける矩形板の座屈の場合で、 β にかかわらず出現する座屈波形は基本波形だけである。すなわち $0 < \beta \leq \sqrt{2}$ においては a_{11} 、 $\sqrt{2} \leq \beta \leq \sqrt{6}$ においては a_{21} のみが現われる。 K_{xcr} は $\beta=1, 2, 3$ において最小値 4 をとる。(b), (c) はそれぞれ荷重比 $\theta=30^\circ$ および 60° の場合であり、座屈波形は複数の成分の波形からなるが、各図中にその主成分を示す。

Fig. 2 から以下のことがわかる。剪断荷重の割合が大きくなるほど、座屈波形の主成分が移行変わる β も大きくなる。また剪断荷重の割合が大きくなると、座屈曲線が平滑になる傾向があるため、 $\theta=60^\circ$ で β が大きい場合には、1 次のモードの座屈値と 2 次のモードの座屈値の差は小さくなっている。

以上の座屈強度解析より得られた知見をもとにして、以下では弾性大撓み解析と塑性解析を組合せた最終強度解析を行なう。

3 弾性大撓み解析

本節では、圧縮と剪断の組合せ荷重を受ける矩形板の弾性大撓み解析を実施する。

適条件式および平衡方程式は Airy の応力関数 F を用いて次式のように表わされる。

$$\nabla^2 F = E(w, xy^2 - w, xxw, yy + 2w, xyw_0, xy - w_0, xxw, yy - w, xxw_0, yy) \quad (8)$$

$$\nabla^2 w = (t/D)[F, yy(w+w_0), xx - 2F, xy(w+w_0), xy + F, xx(w+w_0), yy] \quad (9)$$

ここに w は付加撓み、 w_0 は初期撓みである。面内に関する境界条件は周辺が直線を保ち、かつ一定の剪断応力 τ_{xy} が働くものとする。すなわち次式のようになる。

$$\int_0^a \frac{\partial u}{\partial x} dx = c_1 y + c_2 \quad (10)$$

$$\int_0^b \frac{\partial v}{\partial y} dy = c_3 x + c_4 \quad (11)$$

$$F, xy \Big|_{x=0, a}^{y=0, b} = -\tau_{xy} \quad (12)$$

ただし、 $c_1 \sim c_4$ は定数である。

周辺単純支持の境界条件を満たす w および w_0 を次式で置く。

$$w = \sum_m \sum_n W_{mn} \sin(m\pi x/a) \sin(n\pi y/b) \quad (13)$$

$$w_0 = \sum_m \sum_n W_{0mn} \sin(m\pi x/a) \sin(n\pi y/b) \quad (14)$$

ここで, $m=1, 2, 3, \dots$, $n=1, 2, 3, \dots$ 。

(8)~(14) 式を用いて弾性挙動を求める手順は, 第1報の(8)式~(15)式に示した通りである。実際には次式のような撓み w_{pq} に関する連立3次方程式となる。

$$a_0 w_{pq}^3 + a_1 w_{pq}^2 + a_2 w_{pq} + a_3 = 0 \quad (15)$$

ここで, $a_0 \sim a_3$ は w_{pq} 以外の撓み成分を含む係数である。計算に採用した撓み項数は, 座屈解析において採用したものと同一とした。(15) 式を解くことにより座屈後の弾性挙動が求まるが, 以下では $\beta=2$ および3の場合について述べる。他のアスペクト比の場合も同様の手順で計算できる。なお(15)式の詳細については文献3)を参照のこと。

$\beta=2$ の矩形板の場合, $\theta < 90^\circ$ のときには撓み波形の主成分が W_{21} であるため座屈後の撓みの最大値は矩形板の $(a/4, b/2)$ の点 (以下A点と呼ぶ) 近傍に生ずる。初期撓みが存在する場合の荷重とA点の撓みとの関係を Fig. 3 に示す。Fig. 3 は荷重比 $\theta = 15^\circ$ の場合である。

図より座屈波形の主成分と同形状の初期撓み (W_{021}) を有する場合は, 初期撓みの無い場合に比べて常に低い荷重で同一の撓み量を示しており, 荷重の増加とともに両者は漸近していく傾向にある。

一方, 座屈波形に含まれない初期撓みの W_{011} のみを有する場合は, 座屈に対する安定性が増して初期撓みの無い場合に比べて高めの荷重で座屈波形が出現し, その後の曲線もやや傾向が異なっている。これは初期撓みの形状から座屈波の撓み形状への移行がスムーズに行なわれないことを示しており, 座屈波形が多くの撓み成分に

よって形成されているためであると思われる。

すなわち, 初期撓みによっては, 同じ板が同じ荷重比の圧縮と剪断を受ける場合でも, 崩壊形状が異なることが予想される。

$\beta=3$ の矩形板の場合, 座屈波形から予想されるように, $\theta \geq 75^\circ$ の場合の撓み波形の主成分は2半波成分 W_{21} であり, 最大撓みは前出のA点に生じる。一方, $\theta < 75^\circ$ の場合は3半波成分 W_{31} が主成分となり, 最大撓みは板中央のC点に生じる。初期撓みが無い場合および $W_{011}/t=0.1, 0.5$, および $W_{021}/t=0.1, 0.5$ の初期撓みが存在する場合の荷重とC点の撓みとの関係を Fig. 4(a), (b) に示す。(a) は $\theta=15^\circ$ の場合で, (b) は $\theta=60^\circ$ の場合であり, 板の長手方向の撓み形状もあわせて示してある。

これによると, $\beta=2$ の場合と同様に以下のことがわかる。初期撓み (W_{031}) が座屈波形の主成分と同じ形状を有する場合は, 初期撓みの無い場合に比べて常に低い荷重で同一の撓み量を示しており, 荷重の増加とともに両者は漸近していく。

一方, 初期撓みが座屈波形の主成分と異なる形状の場合 (Fig. 4 では $W_{011}/t=0.1$ または 0.5 の場合 (は一般に同じ撓み量 w に対して常に高い荷重値を示している。ただし $W_{011}/t=0.1$ の場合, (a) 図では中央点の撓み

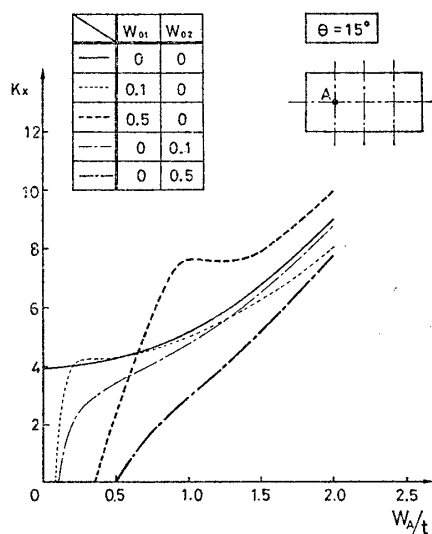


Fig. 3 Load-deflection curves ($\beta=2$)

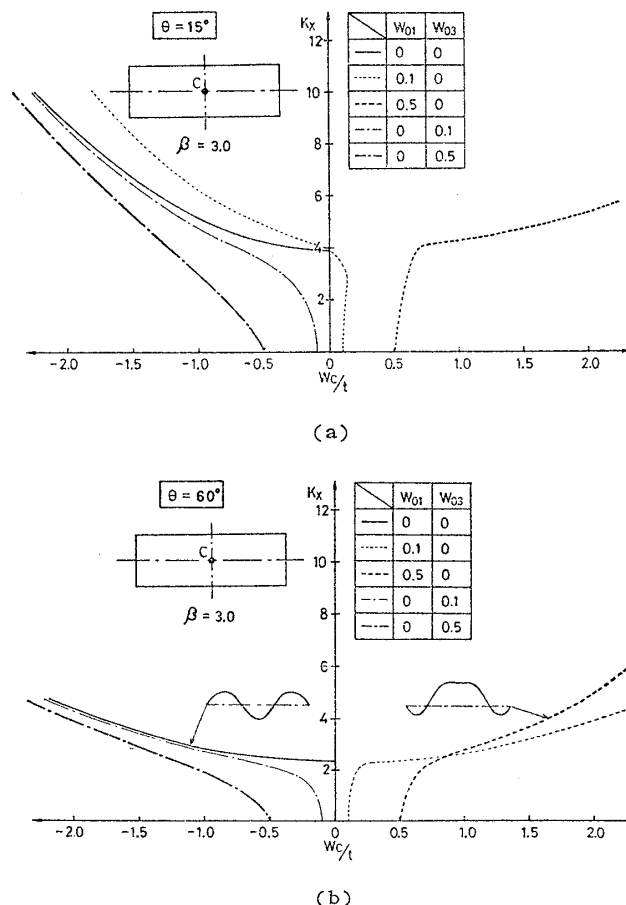


Fig. 4 Load-deflection curves ($\beta=3$)

が負方向に成長しているが (b) 図では正方向に成長している。 $W_{011}/t=0.5$ の場合は、いずれの荷重比 (θ) の場合とも中央点の撓みは正方向へ成長している。この違いは、圧縮の割合が大きいほど純圧縮の場合の撓み波形 (W_{31}) に近い撓みが出やすくなるためであると思われる。

以上のことから、 $\beta=2$ および 3 の場合とも座屈波形の主成分の形状の初期撓みが最も強度を低下させることがわかる。

以下では主に座屈波形と同じ初期撓みが存在するものとして計算を実施することにする。これは $\beta=2$ の場合に述べたように座屈に対して安全側であると考えられるためである。

4 荷重-撓み関係近似式

第1報において正方形板 ($\beta=1$) の中央点の撓みと荷重の関係を示す近似式を提案したが、本節においては $\beta=2$ および 3 の矩形板についても同様の近似式を提案する。

$\beta=2$ の場合 $0 \leq \theta < 90^\circ$ の場合の最大撓みは A 点に生じる。Fig. 5 に A 点の撓み W_A の 2 乗と荷重との関係を示す。これによると各荷重比の場合とも両者はほぼ直線関係にあることがわかるので次式が近似的に成立す

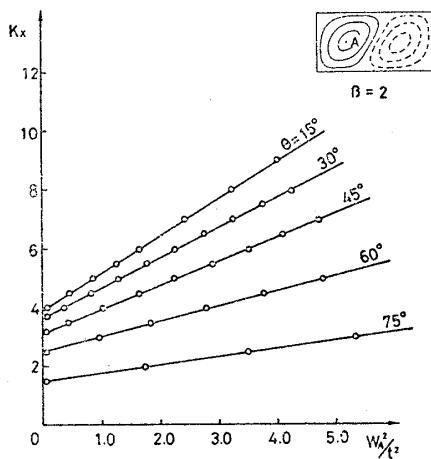


Fig. 5 $(W_A/t)^2 - K_x$ relation

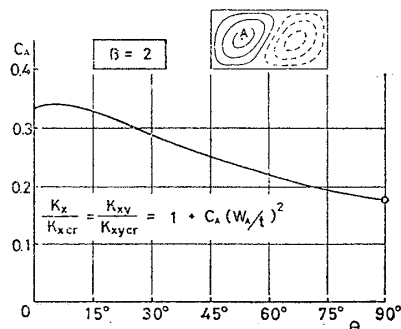


Fig. 6 Coefficient $C_A(\beta=2)$

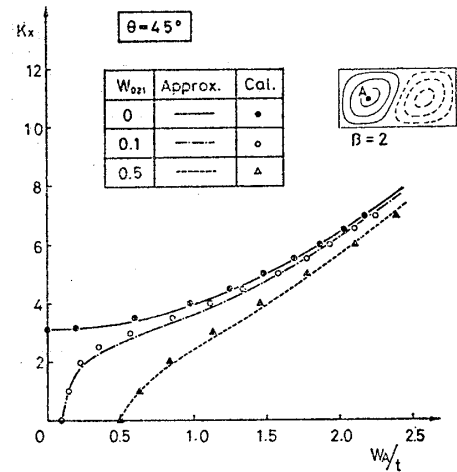


Fig. 7 Load-deflection curves ($\beta=2$)

る。

$$K_x/K_{xcr} = K_{xy}/K_{xycr} = 1 + C_A(W_A/t)^2 \quad (16)$$

(16) 式中の C_A は Fig. 5 の各直線の勾配から求まる定数で Fig. 6 のような値をもつ。初期撓みを有する矩形板の場合は、第1報と同様に次式の形で荷重と最大撓み (W_A) の関係を推定することができる。

$$K_x/K_{xcr} = K_{xy}/K_{xycr} = 1 - (W_{0A}/W_A) + C_A\{(W_A/t)^2 - (W_{0A}/t)^2\} \quad (17)$$

ただし、 W_{0A} は A 点における初期撓み量である。Fig. 7 に $\theta=45^\circ$ の場合の計算例を示す。図中●, ○, △印が (15) 式の連立 3 次方程式を解いた解であり、実線、破線、1 点鎖線が (17) 式より求まる荷重-撓み近似曲線である。初期撓みとしては座屈波形の主成分の形状である W_{021} が存在する場合について計算した。両者は良い対応を示しており (17) 式は荷重-撓み近似式として十分適用可能であることが確認された。

$\beta=3$ の場合も同様に、最大撓みの 2 乗と荷重との間に比例関係が近似的に成り立つことが確認できる。よって $\beta=2$ の場合と同様に荷重-撓み近似式を用いることができる。

$0^\circ \leq \theta < 75^\circ$ の場合の最大撓みは C 点に生じるため荷重-撓み近似式は次のように表わされる。

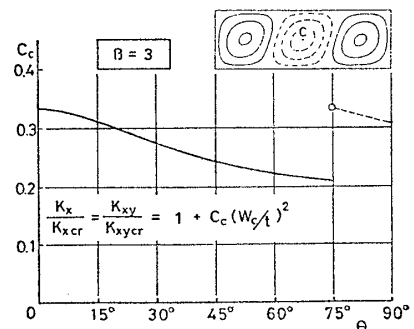
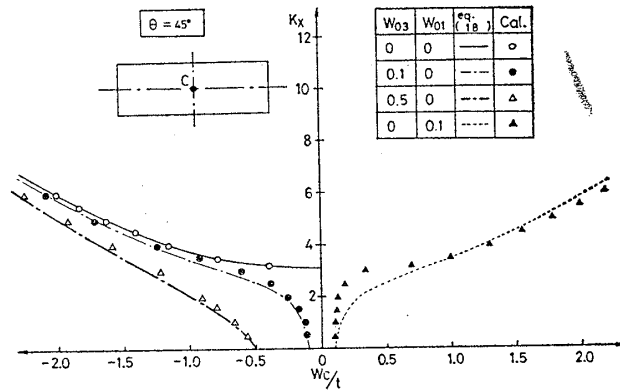


Fig. 8 Coefficient $C_C(\beta=3)$

Fig. 9 Load-deflection curves ($\beta=3$)

$$K_x/K_{ycr} = K_{xy}/K_{xycr} = 1 - (W_{0C}/W_C) + C_C \times \{(W_C/t)^2 - (W_{0C}/t)^2\} \quad (18)$$

ただし、 W_{0C} は C 点における初期撓み量であり、 C_C は $\beta=2$ の場合と同様の手順で求まる定数で、Fig. 8 に示す値をもつ。一方、 $75^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ の場合は、座屈波形の主成分が 2 半波であるため、最大撓みは A 点に生じ、近似式は (17) 式を用いることができる。その際に用いるべき C_A の値を Fig. 8 中の破線で示した。

Fig. 9 に $\theta=45^\circ$ の場合の計算例を示す。座屈波の主成分以外の初期撓み W_{011} を有する場合は、弾性解析結果と近似式より求まる結果との間に多少の相違が見られるが、初期撓みの無い場合および W_{031} を有する場合は、両者は良い対応を示しており (18) 式の有効性が確認された。

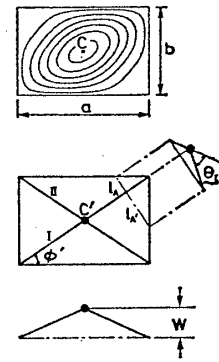
圧縮と剪断の組合せ荷重を受ける矩形板の大撓み解析は煩雑な定式化が必要であり、特にアスペクト比が大きくなると解析に必要な撓み成分も多くなるため多くの計算時間を費すことになる。したがって (17) 式、(18) 式のような近似式を提案したことは、矩形板の弾性挙動を簡単に知ることができるため有効であると思われる。

5 塑性解析

圧縮と剪断との組合せ荷重を受ける矩形板に対し塑性崩壊機構を仮定して大撓みを考慮した塑性解析を実施する。境界条件は弾性解析の場合と同一とする。塑性崩壊条件式は、第 1 報の (20) 式～(23) 式と同様の方法で次式のように導かれる。

$$\begin{aligned} \oint \tau \dot{\gamma} = \sum_{m=1}^S \int_{l_m} (M^{(m)} + w^{(m)} N^{(m)}) \dot{\theta}^{(m)} dl_m \\ - \sum_{m=1}^S \int_{l_m} N^{(m)} \dot{\gamma} dl_m \end{aligned} \quad (19)$$

(19) 式の左辺はそれぞれ圧縮および剪断による外力仕事であり、右辺第 1 項は塑性関節の回転に伴うモーメントおよび面内力のなす仕事率であり、右辺第 2 項は面内変位の不連続に伴う面内力のなす仕事率である。添字

Fig. 10 Plastic analysis for a_{11} (type (i))

(m) は仮定した塑性関節線の番号を示している。

塑性崩壊機構の仮定に際しては、弾性解析における矩形板の撓み形状を参考にする。弾性解析において、初期撓みの無い場合および座屈波形の主成分と同形状の初期撓みを有する場合の座屈後の撓み波形は座屈波形とほぼ相似であることが確認されている。

したがって塑性崩壊機構の設定に際しては主に弾性座屈波形を考慮すれば良いことがわかる。

Table 1 によるとアスペクト比 $\beta=2$ および 3 の矩形板の弾性座屈波形は主として次の 3 通りに分類することができる。

- (i) 座屈波形の主成分が 1 半波 (a_{11}) である場合
 - (ii) 座屈波形の主成分が 2 半波 (a_{21}) である場合
 - (iii) 座屈波形の主成分が 3 半波 (a_{31}) である場合
- 以上の 3 つの場合に対応させて以下の崩壊機構を仮定する。

(i) この場合に対応する塑性崩壊機構としては、矩形板の対角線に塑性関節線を仮定した崩壊機構を考える。Fig. 10 に弾性座屈波形とそれに対応する崩壊機構の例を示す。この場合に最大撓みの生ずる点は板中央点であるので、最終強度は弾性、塑性それぞれの荷重-板中央点の撓み曲線の交点より求めることになる。Fig. 10

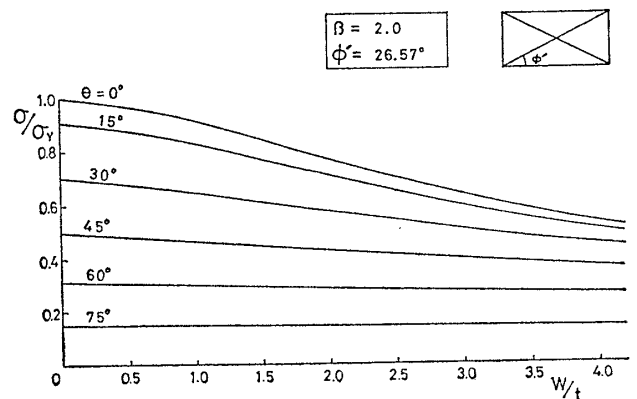


Fig. 11 Plastic analysis

中の塑性崩壊機構で圧縮荷重方向と ϕ' の角度をなす塑性関節線に I, $\pi - \phi'$ の角度をなす塑性関節線に II と添字をつけ, さらに板中央点の撓みを W とすると (19) 式より次の塑性崩壊条件式が導かれる。

$$\frac{W}{t} = \frac{(\xi_I + \xi_{II})}{\alpha \sin^2 \phi'} \quad (20)$$

ただし, $\alpha = \sigma/\sigma_Y$, $\xi_I = M_I/M_p$, $\xi_{II} = M_{II}/M_p$, M_I, M_{II} は塑性関節線 I, II における塑性モーメントまた, $M_p = \sigma_Y t^2/4$ 。

ξ の求めかたは文献 3) に詳述してある。

Fig. 11 に $\beta=2$ の矩形板にこのような対角線の塑性関節線を仮定した場合の荷重-撓み関係を示す。この場合の ϕ' は荷重比によらず一定である。

(ii) この場合に対応する塑性崩壊機構としては矩形板を対称な 2 つの台形領域に分けて考え, それぞれの台形領域について対角線の塑性関節線を仮定した崩壊機構を考える。Fig. 12(a) に弾性座屈波形とそれに対応する塑性崩壊機構の例を示す。図中の一点鎖線はノード・ラインであり, 中央の長方形領域(斜線部)は 1 点鎖線を軸として回転することになる。ノード・ラインが圧縮荷重方向となす角度 ϕ は Table 1 に示した ϕ を用いた。この場合に最大撓みの生ずる点は弾性解析においては A 点, 塑性解析においては A' 点と異なっているが, 一般に A 点と A' 点の位置が近いので問題はないと思われる。

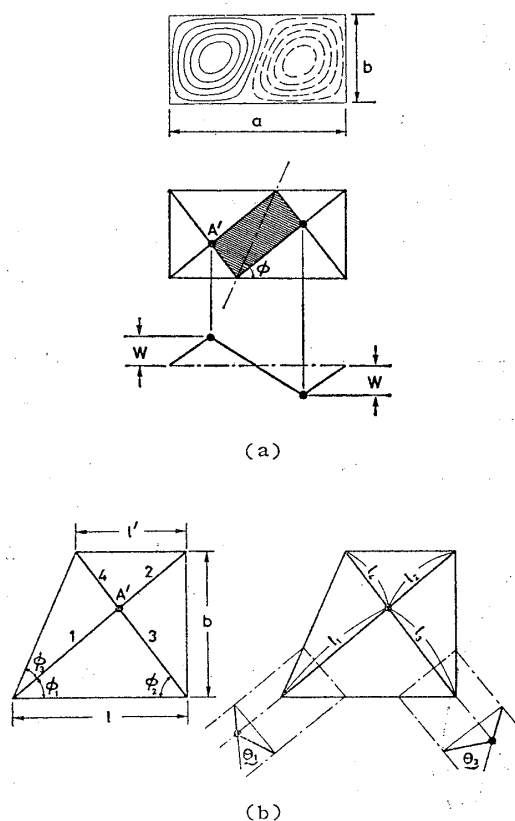


Fig. 12 Plastic analysis for a_{21} (type (ii))

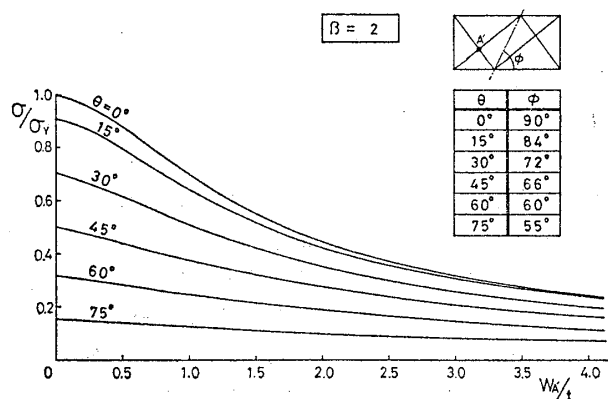


Fig. 13 Plastic analysis ($\beta=2$)

Fig. 12 (a) 中の塑性崩壊機構は 2 つの合同な台形領域よりなっているため, 崩壊条件式を求めるにはそのうちの 1 つを取り出して解析すれば良い。ここでは右側の台形領域を取り出して Fig. 12(b) のようにヒンジ・ラインに番号をつけると塑性崩壊条件式は次式のように求まる。

$$\begin{aligned} W/t = & (\xi_1 A + \xi_3 B)/2 \{ \alpha \sin^2 \phi_1 \\ & + (\delta/\sqrt{3}) \sin 2\phi_1 \} A + \{ \alpha \sin^2 \phi_2 \\ & - (\delta/\sqrt{3}) \sin 2\phi_2 \} B \end{aligned} \quad (21)$$

ただし

$$\begin{aligned} A = & (\sin \phi_1 + \cos \phi_1 \tan \phi_3) / \\ & (\sin \phi_1 \tan \phi_3 + 1 / (\sin \phi_1 \cos \phi_1)) \\ B = & \{ \sin(\phi_1 + \phi_2 + \phi_3) - \cos(\phi_1 + \phi_2 \\ & + \phi_3) \tan \phi_2 \} / \sin(\phi_1 + \phi_2 + \phi_3) \\ & \times \tan \phi_2 + 1 / (\cos \phi_2 \sin \phi_2) \end{aligned} \quad (22)$$

$$\alpha = \sigma/\sigma_Y, \delta = \tau/\tau_Y$$

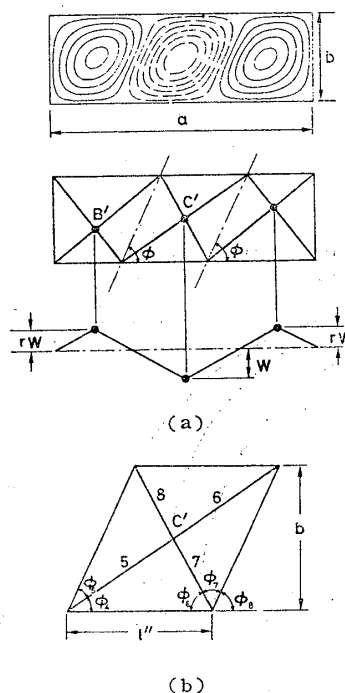


Fig. 14 Plastic analysis for a_{31} (type (iii))

Fig. 13 に $\beta=2$ の矩形板の場合の荷重-撓み関係を示す。ここで角度 ϕ は荷重比 θ によって変化するの Table 1 に示した通りである。

(iii) この場合に対応する塑性崩壊機構としては、矩形板を2つの合同な台形領域とそれらにはさまれる1つの平行四辺形領域に分け、それぞれの四角形について対角線の塑性関節線を仮定した崩壊機構を考える。Fig. 14 (a) にこの場合の弾性座屈波形とそれに対応する塑性崩壊機構の例を示す。最大撓みはそれぞれC点およびC' 点に生じる。Fig. 14 (a) は、(ii) の塑性崩壊機構の中央に平行四辺形の崩壊機構を挿入した形になっているので、まず Fig. 14(b) のように平行四辺形部を取り出して解析し、その結果を (ii) の結果に加え合わせると塑性崩壊条件は

$$W/t = (\xi_1 A + \xi_2 B + \xi_3 C + \xi_4 D)/E \quad (23)$$

ただし A, B は (22) 式に示した関数であり、 C, D, E は

$$\left. \begin{aligned} C &= (\sin \phi_4 + \cos \phi_4 \tan \phi_5) / \sin \phi_4 \tan \phi_5 \\ D &= (\sin \phi_6 + \cos \phi_6 \tan \phi_7) / \sin \phi_6 \tan \phi_7 \\ E &= 2A \{ \alpha \sin^2 \phi_1 + (\delta/\sqrt{3}) \sin 2\phi_1 \} \\ &\quad + 2B \{ \alpha \sin^2 \phi_2 - (\delta/\sqrt{3}) \sin 2\phi_2 \} \\ &\quad + 2rC \{ \alpha \sin^2 \phi_4 + (\delta/\sqrt{3}) \sin 2\phi_4 \} \\ &\quad + 2rD \{ \alpha \sin^2 \phi_6 - (\delta/\sqrt{3}) \sin 2\phi_6 \} \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

r は C' 点と B' 点の撓みの絶対値の比である。

Fig. 15 に $\beta=3$ の矩形板の場合の荷重-撓み関係を示す。この場合の ϕ も Table 1 の値を用いた。

6 最終強度解析

最終強度については既に前報¹⁾²⁾で述べているように、弾性大撓み解析の荷重-撓み曲線と崩壊条件式より求まる荷重-撓み曲線との交点から求めた。

6.1 $\beta=2$ の矩形板の最終強度

これまでの解析で示したように、 $\beta=2$ の矩形板は $\theta=$

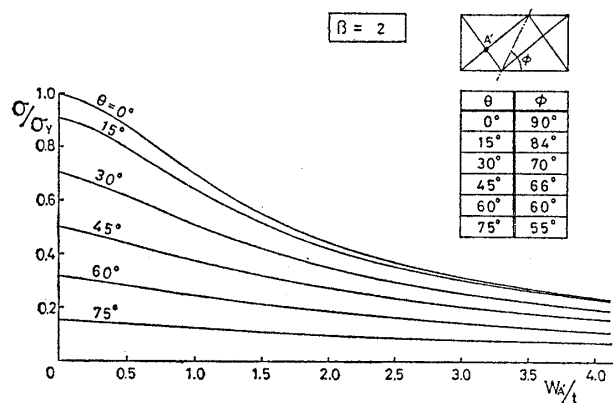


Fig. 15 Plastic analysis

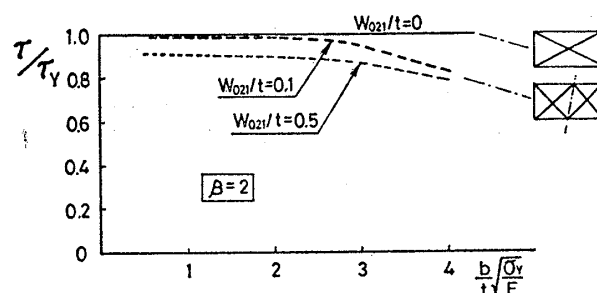


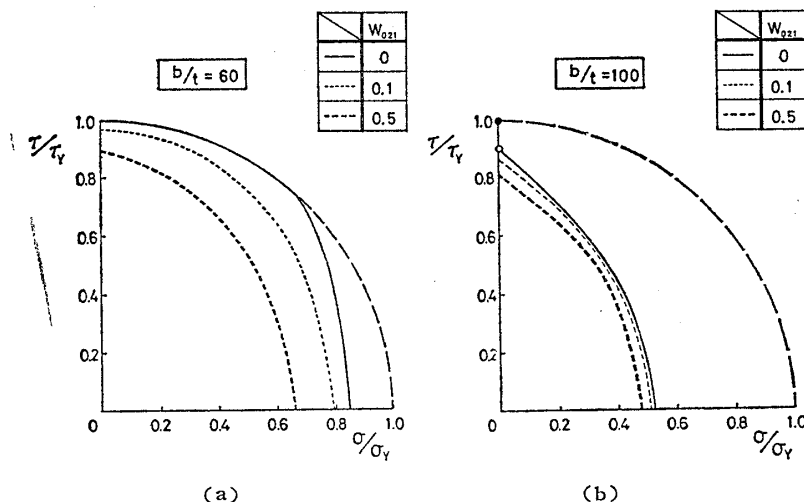
Fig. 16 Ultimate strength (pure shear)

90° の場合は (i) の崩壊機構を形成して崩壊し、 $\theta < 90^\circ$ の場合は (ii) の崩壊機構を形成して崩壊する。しかし $\theta=90^\circ$ の場合でもある程度の大きさの W_{021} が存在する場合は、やはり (ii) の崩壊機構で崩壊することは弾性大撓み解析から明らかである。

まず、アスペクト比 $\beta=2$ の矩形板が純剪断を受ける場合の最終強度曲線を Fig. 16 に示す。前述したように W_{021} が存在しない場合は (i) の崩壊機構を用いるため (20) 式より最終強度は τ_y となる。一方、初期撓み W_{021} が存在する場合は (ii) の崩壊機構となり、板厚が薄くなるほど、また W_{021} が大きくなるほど最終強度は低下する。

次に圧縮と剪断との組合せ荷重を受ける場合の最終強度相関曲線を Fig. 17 (a), (b) に示す。(a) は比較的厚い板の例として $b/t=60$ の場合であり、(b) は比較的薄い板の例として $b/t=100$ の場合である。(a) によると、初期撓みが無い場合は圧縮が支配的な領域ほど最終強度が低下し、剪断が支配的な領域では最終強度は降伏応力となっている。初期撓みが存在する場合の最終強度は荷重比にあまり左右されず、ほぼ一様に低下している。

(b) によると板が薄いため全体的に強度が低下している。初期撓みが無



(a) (b)
Fig. 17 Ultimate strength ($\beta=2$)

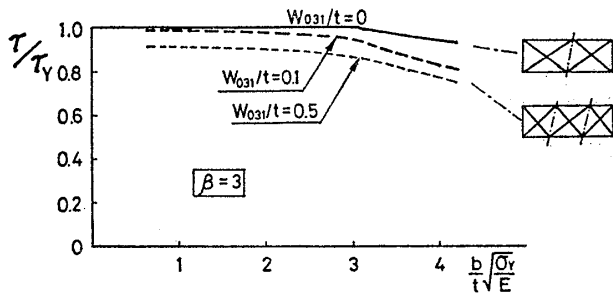


Fig. 18 Ultimate strength (pure shear)

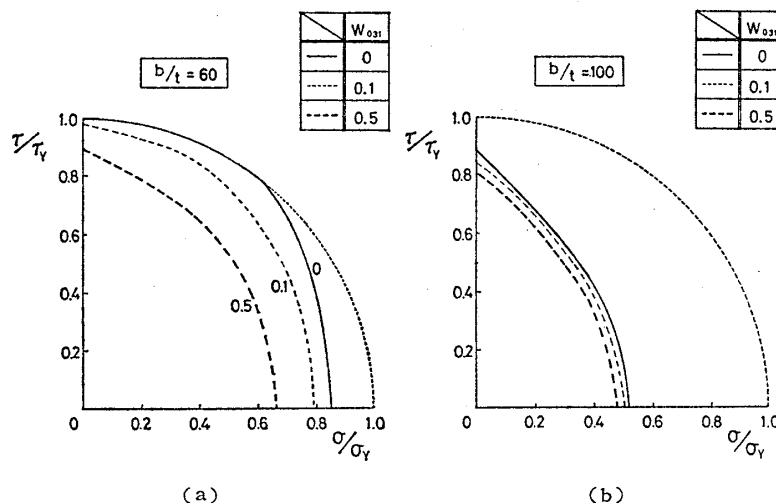
い場合は $\theta < 90^\circ$ と $\theta = 90^\circ$ で崩壊形式が異なるため $\theta = 90^\circ$ で最終強度曲線は不連続となっている。実際の板には何らかの初期撓みが存在するため低い方の最終強度をとるものと思われる。初期撓みによる最終強度の低下量は厚板 (図 (a)) に比べてかなり小さい。

6.2 $\beta=3$ の矩形板の最終強度

$\beta=3$ の矩形板は $\theta < 75^\circ$ の場合は (iii) の崩壊機構を形成して崩壊し、 $75^\circ \leq \theta$ の場合は (ii) の崩壊機構を形成して崩壊する。

$\beta=3$ の矩形板が純剪断を受ける場合の最終強度曲線を Fig. 18 に示す。初期撓みが無い場合は (ii) の崩壊形式をとるため板が薄くなると最終強度が低下する。また、ある程度の大きさの W_{031} が存在する場合は (iii) の崩壊形式をとることになる。

次に圧縮と剪断の組合せ荷重を受ける場合の最終強度相関曲線を Fig. 19 (a), (b) に示す。(a) は $b/t=60$ の場合であり、(b) は $b/t=100$ の場合であるが (a), (b) とともに $\beta=2$ の場合と良く似た傾向を示している。(b) の初期撓みが無い場合は $\theta=75^\circ$ において崩壊形式が変化している。

Fig. 19 Ultimate strength ($\beta=3$)

7 結 論

本論文では圧縮と剪断との組合せ荷重を受ける矩形板の座屈解析および最終強度解析を行ない以下の結論が得られた。

(1) エネルギー法を用いた座屈解析を行なうことにより、矩形板が圧縮と剪断との種々の組合せ荷重を受ける場合の座屈値および座屈モードを求めた。また、座屈値および座屈モードに対するアスペクト比 β および荷重比 ($\tan \theta = N_{xy}/N_x$) の影響を明らかにした (Table 1)。

(2) Galerkin 法を用いた弾性大撓み解析結果から、座屈後の荷重増分と最大撓みの2乗がほぼ比例関係にあることを示し、その事実をもとにして荷重-最大撓み関係の近似式を提案した((17)および(18)式)。

(3) アスペクト比2および3の矩形板について最終強度を解析的に求める手法を示し、最終強度相関曲線を求めた。その際に圧縮と剪断の荷重比によって崩壊モードが異なることを明らかにした。

最後に、本研究の一部は文部省科学研究費の援助のもとになされ、東京大学大型計算機センター HITAC M-200 H システムを使用させていただいた。ここに厚くお礼申し上げる。

参 考 文 献

- 1) 藤田, 野本, 仁保: 組合せ荷重を受ける平板の最終強度 (第1報), 日本造船学会論文集, 第145号 (1979), p.194.
- 2) 藤田, 野本, 仁保, 吉江: 組合せ荷重を受ける平板の最終強度 (第2報), 日本造船学会論文集, 第146号 (1979), p.289.
- 3) 吉江淳彦: 組合せ荷重を受ける平板の最終強度に関する研究, 東京大学大学院工学系研究科修士論文, 1980.