

(昭和56年11月 日本造船学会秋季講演会において講演)

高速コンテナ船の操縦運動と横揺れとの 連成挙動について

正員 孫 景 浩* 正員 野 本 謙 作**

On the Coupled Motion of Steering and Rolling of a
High Speed Container Ship

by Kyoungho Son, *Member* Kensaku Nomoto, *Member*

Summary

Digital simulation of maneuvering motions and numerical calculation of directional stability indices are carried out on the basis of captive model test of a typical container ship. An emphasis is laid upon yaw-sway-roll-rudder coupled motion. The smaller metacentric height proved to introduce the better turning performance and the poorer course-keeping characteristics.

The yaw-sway-roll-rudder coupling can be a cause of anomalous rolling which is frequently observed at automatically steered, high speed operations in seaways¹⁾. We introduce a perturbation stability analysis on the problem. It reveals the possibility of an unstable yaw-roll behavior due to roll-induced yaw moment, small GM and inadequate control parameters of autopilot steering system.

1 緒 言

船の操縦性の研究は、水平面内の移動及び重心を通る垂直軸まわりの回転運動についてのみ考えるのが普通である。しかし、最近のコンテナ船、RORO船等はメタセンタ高さ(以下GMと書く)が小さい状態で、しかも高速で航行する場合が多い。その時は船の質量重心と付加質量重心、水圧力中心との上下位置のずれが大きく、また横揺固有周波数も低い。これらの条件の下では、操縦運動と横揺れとの連成が無視できない。

この分野の研究として、Taggart¹⁾はコンテナ船の実船観測を行い、自動操舵航行に伴う激しい横揺れについて報告した。最近、Eda²⁾は船体の横傾斜によって生じるYawモーメントを説明するモデルと高速及び小さいGMの状態におけるYawとRollとAutopilotの連成作用による不安定現象を説明する数値シミュレーション等を発表した。平野³⁾は旋回操縦に伴う横傾斜の連成影響について広汎な調査を行っている。

しかしながら、これらの研究にもかかわらず、操縦運動と横揺れとの連成運動の力学的機構が十分に解明されたとは言えない。例えば、横傾斜によって生じる流体力変化の特性及びその数学モデルの問題、YawとRollと

Autopilotの連成に基づく不安定現象の原因等、まだ不明確な所が多い。

本論文では、まずPitchとHeaveのみ自由とした拘束模型試験を行って流体力の性質を明らかにし、次にその結果を使ってYaw-sway-roll-rudderの連成運動の理論的考察を行った。具体的には、同じ吃水状態でGMが大幅に変わる状況を念頭に置き、第1に旋回、Zig-zag操船及び針路安定性に及ぼす横揺連成影響の、第2にYawとRollとAutopilotの連成に基づく不安定現象の分析・検討を行った。

2 運動方程式と流体力

2.1 運動方程式

座標系は操縦運動に常用されている右手系で、重心に原点を置いた船体固定座標を用いる(Fig.1)。PitchとHeaveの影響は無視して、3次元空間内の移動と回転運動について考えると

$$\left. \begin{aligned} m(\dot{u}-vr) &= (\text{Surge force}) \\ m(\dot{v}+ur) &= (\text{Sway force}) \\ I_z \dot{r} &= (\text{Yaw moment}) \\ I_x \ddot{\phi} &= (\text{Roll moment}) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

完全流体中の物体の運動に伴う付加質量理論⁴⁾から、また静水圧による復原モーメント(WGM ϕ)を加えて、操縦運動と横揺れとの連成挙動を表わす基礎方程式は次

* 大阪大学大学院工学研究科

** 大阪大学工学部

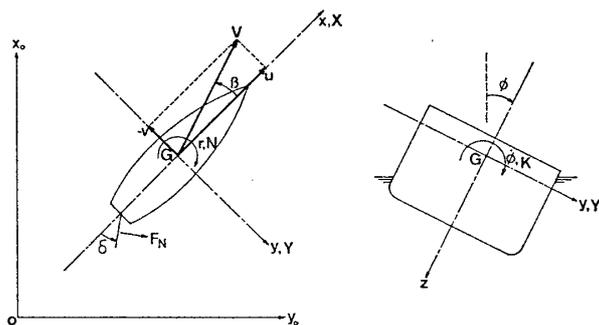


Fig.1 Coordinate system fixed in ship

のようになる。

$$\left. \begin{aligned} (m+m_x)\dot{u}-(m+m_y)vr-m_y\alpha_y r^2+m_y l_y r\dot{\phi} &= X_0 \\ (m+m_y)\dot{v}+(m+m_x)ur+m_y\alpha_y \dot{r}-m_y l_y \dot{\phi} &= Y_0 \\ (I_z+J_z)\dot{r}+(m_y-m_x)uv+m_y\alpha_y(\dot{v}+ur) \\ &\quad -m_y\alpha_y l_y \ddot{\phi}-(m_y l_y-m_x l_x)u\dot{\phi} = N_0 \\ (I_x+J_x)\ddot{\phi}-m_y\alpha_y l_y \dot{r}-m_y l_y \dot{v}-m_x l_x ur \\ &\quad +WGM\dot{\phi} = K_0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ここで、 X_0, Y_0, N_0, K_0 は重心まわりの粘性流体力を意味する。 α_y は m_y の中心の x 座標、 l_x, l_y は m_x, m_y の中心の z 座標である。上式で $m_y\alpha_y l_y \ddot{\phi}$ と $m_y\alpha_y l_y \dot{r}$ の項は高次の小さいものとして省略し、また左辺の項の中で拘束模型試験時検力計を介して粘性流体力と一緒に計測されるモーメント等は右辺の流体力の中に含ませることにすると (2) 式は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} (m+m_x)\dot{u}-(m+m_y)vr &= X_0 \\ (m+m_y)\dot{v}+(m+m_x)ur+m_y\alpha_y \dot{r}-m_y l_y \ddot{\phi} &= Y_0 \\ (I_z+J_z)\dot{r}+m_y\alpha_y \dot{v} &= N_0 \\ (I_x+J_x)\ddot{\phi}-m_y l_y \dot{v}-m_x l_x ur+WGM\dot{\phi} &= K_0 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

ところが、従来水平面内の操縦運動の取扱いで流体力は一般に 罫 (Midship) まわりについて記述する方が都合がよい。すなわち

$$\left. \begin{aligned} X_0 &= X \\ Y_0 &= Y \\ N_0 &= N - Yx_G \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

となる。ここで、 X, Y, N は 罫 まわりの流体力を意味し、 x_G は 罫 から見た重心の x 座標である。

さて、流体力 X, Y, N, K_0 は運動のパラメータの関数で表わされる。例えば

$$\left. \begin{aligned} Y' &= Y'(v', r', \dot{\phi}', \phi, \delta) \\ N' &= N'(v', r', \dot{\phi}', \phi, \delta), \text{ etc.} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

である。ここで、流体の粘性と慣性と相互干渉の影響が無視できる程小さい⁵⁾とし、パラメータの $\dot{v}', \dot{r}', \dot{\phi}', \delta'$ のような慣性項は省略している。なお無次元化は次のようにした。

$$\left. \begin{aligned} v' &= v/V, \quad r' = r(L/V), \quad \dot{\phi}' = \dot{\phi}(L/V) \\ Y' &= Y / \left(\frac{1}{2} \rho L^2 V^2 \right), \quad N' = N / \left(\frac{1}{2} \rho L^3 V^2 \right), \text{ etc.} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

流体力 X', Y', N', K_0' は MMG 提案⁶⁾に従い、船に働く流体力を船体に働く流体力と舵に働く流体力とに分離して、船体に働く流体力については後述する横傾斜時の拘束模型試験結果から、3次多項式近似で記述する。ただし、操縦運動が緩やかであるから $\dot{\phi}$ と他パラメータとの相互干渉の影響は無視する。従って

$$\left. \begin{aligned} X' &= X'(u') + (1-t)T'(J) + X'_{vr}v'r' + X'_{vv}v'^2 \\ &\quad + X'_{rr}r'^2 + X'_{\phi\phi}\phi^2 + c_{RX}F_N \sin \delta \\ Y' &= Y'_v v' + Y'_r r' + Y'_\dot{\phi} \dot{\phi}' + Y'_\phi \phi + Y'_{vvv}v'^3 \\ &\quad + Y'_{rrr}r'^3 + Y'_{vvr}v'^2 r' + Y'_{vrr}v' r'^2 \\ &\quad + Y'_{vv\phi}v'^2 \phi + Y'_{v\phi\phi}v' \phi^2 + Y'_{rr\phi}r'^2 \phi \\ &\quad + Y'_{r\phi\phi}r' \phi^2 + (1+a_H)F_N' \cos \delta \\ N' &= N'_v v' + N'_r r' + N'_\dot{\phi} \dot{\phi}' + N'_\phi \phi + N'_{vvv}v'^3 \\ &\quad + N'_{rrr}r'^3 + N'_{vvr}v'^2 r' + N'_{vrr}v' r'^2 \\ &\quad + N'_{vv\phi}v'^2 \phi + N'_{v\phi\phi}v' \phi^2 + N'_{rr\phi}r'^2 \phi \\ &\quad + N'_{r\phi\phi}r' \phi^2 + (x_R' + a_H x_H')F_N' \cos \delta \\ K_0' &= K'_v v' + K'_r r' + K'_\dot{\phi} \dot{\phi}' + K'_\phi \phi + K'_{vvv}v'^3 \\ &\quad + K'_{rrr}r'^3 + K'_{vvr}v'^2 r' + K'_{vrr}v' r'^2 \\ &\quad + K'_{vv\phi}v'^2 \phi + K'_{v\phi\phi}v' \phi^2 + K'_{rr\phi}r'^2 \phi \\ &\quad + K'_{r\phi\phi}r' \phi^2 - (1+a_H)z_R' F_N' \cos \delta \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

一方、舵に働く流体力への横揺連成影響としては $\dot{\phi}$ による舵への横方向の有効流入速度の変化が考えられる。すなわち $\dot{\phi} z_R$ がやはり舵位置での横流れ速度 (v) に相当することが予想される。しかし、今の場面においては操縦運動が緩やかで準静的であるから、この影響を無視することにする。本論文では松本の実験資料をシミュレーション計算に用いるために文献 7) から次のように表わす。

$$\left. \begin{aligned} u_p' &= u'[(1-w_p) + \tau\{(v' + x_p r')^2 + c_{pv}v' + c_{pr}r'\}] \\ v_R' &= u_p' e^{\sqrt{1.0 + k8 K_T' / (\pi J^2)}} \\ \text{ただし } J &= u_p / (nD) \\ v_R' &= \gamma v' + c_{Rr}r' + c_{Rrr}r'^3 + c_{Rrv}v' r'^2 \\ V_R &= \sqrt{u_R'^2 + v_R'^2} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$$\alpha_R = \delta + \tan^{-1}(v_R/u_R) \quad (9)$$

$$\left. \begin{aligned} F_N' &= -f_\alpha(A)(A_R/L^2)(V_R/V)^2 \sin \alpha_R \\ f_\alpha(A) &= 6.13A/(A+2.25) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

2.2 供試船型および拘束模型試験結果

供試船としては造船研究協会 108 部会で採用された代表的一軸コンテナ船を選んだ。その主要目を Table 1 に、概略線図を Fig.2 に示す。

さて、Fig.3~Fig.7 は横傾斜時の斜航試験結果である。実験状態としてプロペラ、舵は取り付けてあり、フ

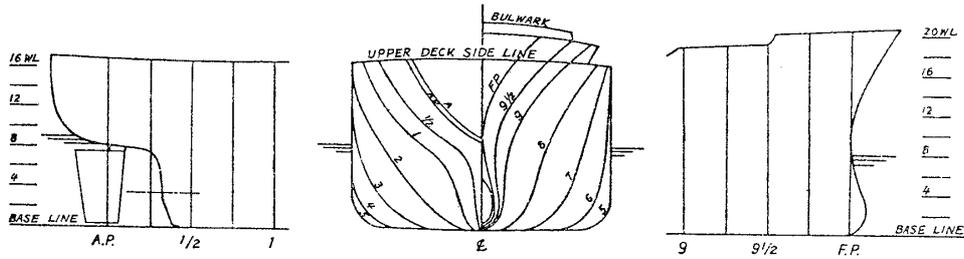


Fig. 2 Lines of SR 108 container ship

Table 1 Principal dimensions of SR 108 container ship

ITEMS			ACTUAL	MODEL	
Hull	Length B. P.	L (m)	175.00	3.00	
	Breadth	B (m)	25.40	0.435	
	Draft	Fore	d_F (m)	8.00	0.1371
		Aft	d_A (m)	9.00	0.1543
		Mean	d (m)	8.50	0.1457
	Displacement volume	(m^3)	21,222	0.10686	
	Height from keel to transverse metacenter	KM (m)	10.39	0.1781	
	Height from keel to center of buoyancy	KB (m)	4.6154	0.07912	
	Block coefficient	C_B	0.559		
	Prismatic coef.	C_P	0.580		
	Waterplane area coef.	C_W	0.686		
	Midship section coef.	C_M	0.966		
	L.C.B. from F.P.		0.518 L		
	Radius of gyration about z-axis		0.24 L		
	Bilge keel	Length	(m)	43.75	0.75
Depth		(cm)	45.0	0.7714	
Rudder	Area	A_R (m^2)	33.0376	0.009709	
	Height	H (m)	7.7583	0.133	
Propeller	Aspect ratio	λ	1.8219		
	Area ratio	A_R/Ld	1/45.0		
	Diameter	D (m)	6.533	0.112	
	Pitch ratio	p	1.009		
	Expanded area ratio		0.67		
	Boss ratio		0.18		
	Number of blade		5		

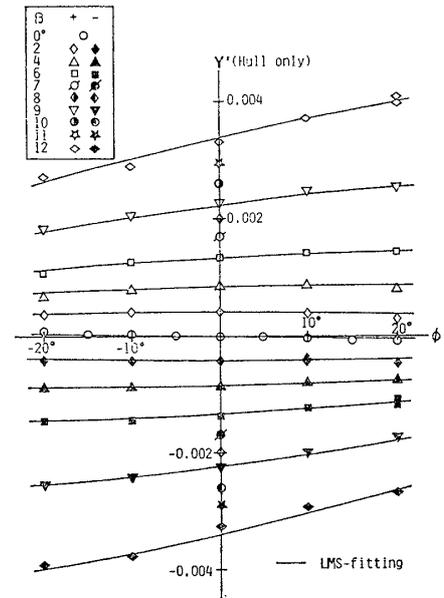


Fig. 4 Lateral force (hull only) coefficient due to roll angle with drift angle

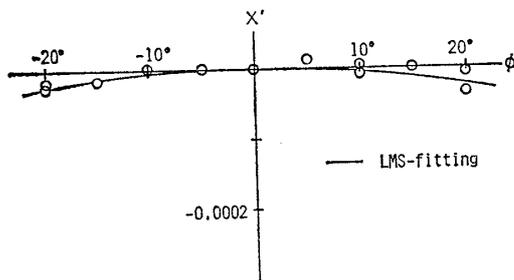


Fig. 3 Longitudinal force coefficient due to roll angle

ロード数 (F_n) は 0.2, プロペラ回転数は Ship propulsion point である。なお Fig. 4~Fig. 7 は斜航によって舵に働く力とさらに舵が船体に誘発した流体力成分を取り除いて示してある。Fig. 3 は横傾斜による抵抗増加を示しているが、その変化量は非常に小さい。Fig. 4, Fig. 5

は横傾斜による船体横力及び Yaw モーメント変化を示している。横傾斜によって生じる流体力変化としては、Eda²⁾ が説明した没水部船体の非対称流体力成分があり、さらに斜航との相互干渉による連成流体力成分がある。なおそれらはパラメータの 3 次多項式近似で精度よく表現される。Fig. 6 は横傾斜による Roll モーメント変化を示している。ここでは静水圧による復原モーメントは取り除き、ただ船が航走することによって起る変化分を示している。なおこれは見掛け上の GM 変化の原因として説明されるものであり、航走に伴う船の姿勢変化等による静的な流体力成分が大部分を占めると解釈される。Fig. 7 は横傾斜角 ϕ の $0^\circ \sim \pm 20^\circ$ の範囲で計測された船体横力と Roll モーメントとの関係から、船体固定座標での横水圧力中心位置を求めたものである。船が横傾斜した状態でも横水圧力中心はほぼ一定であると見做すことができる。この船型の場合横水圧力中心は船底から $0.65d$ の所であり、さらに旋回モード (r') が付いた場合もほぼ同じく考え、

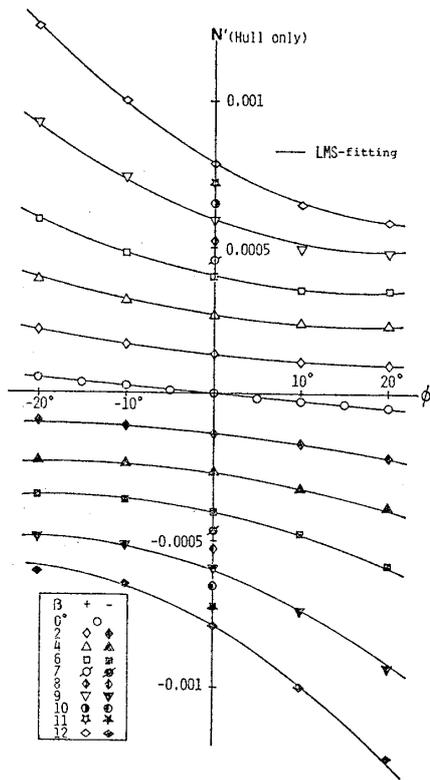


Fig. 5 Yaw moment (hull only) coefficient due to roll angle with drift angle

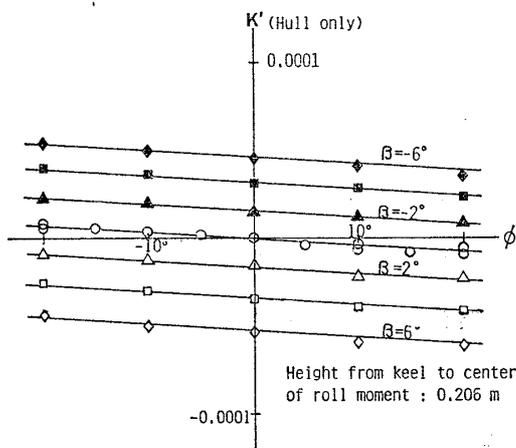


Fig. 6 Roll moment (hull only) coefficient due to roll angle

$$\left. \begin{aligned} K'_0(v', r', \phi) &= -l_H' Y'(v', r', \phi) \\ l_H' &= (KM - GM - 0.65d)/L \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

で表わす。ただし、 K'_ϕ は上述した理由から GM に関係なく一定と取り扱う。

本報告では横傾斜旋回モード時の流体力計測が不可能であった事情から、それらの各微係数を次のように推定することにする。まず水平面内の旋回微係数は同じ船型による同じ条件での実験結果を文献 7) から引用する。一方、船の運動がある程度定常の場合 r' と v' は線形の関係が成り立つと見做せるので

$$v' = -l_p' r' \quad (12)$$

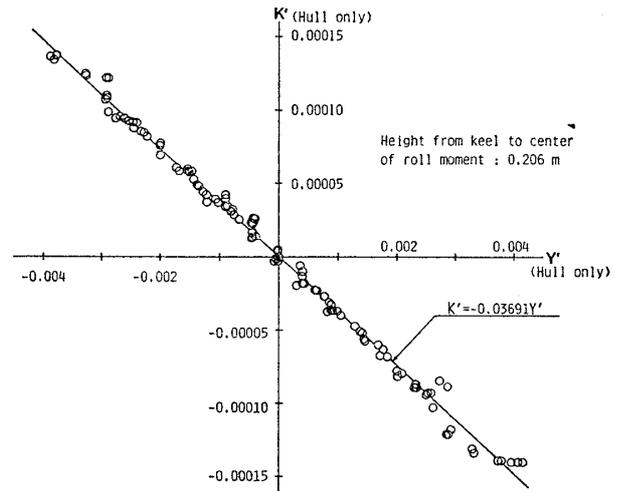


Fig. 7 Relation between K' and Y' (hull only) under oblique running test in heeled condition

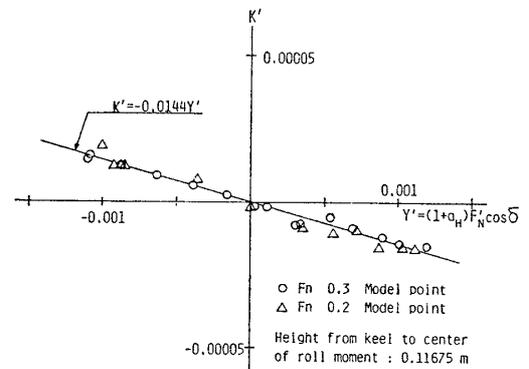


Fig. 8 Relation between K' and Y' induced by rudder deflection on the straight running

と置く。ここで、 l_p' は船の重心から転心までの距離の無次元値であり、後述する SR 108 船型の定常旋回特性から $l_p' = 0.45$ とする。ところで、(12) 式の関係は船が横傾斜した状態でもほとんど変わらないと考えられるので、 v' と ϕ との連成による流体力変化は (12) 式の関係を通じて r' と ϕ との連成による流体力変化をもたらすことが予想される。従って、例えば Yaw モーメントの場合

$$\left. \begin{aligned} N'_{rr\phi} &\doteq (-l_p')^2 N'_{vv\phi} \\ N'_{r\phi\phi} &\doteq (-l_p') N'_{v\phi\phi} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

の関係が成り立つとし、 r' と ϕ との連成微係数を推定する。

次に横揺れの減衰係数を考えて見る。 $Y'_\dot{\phi}$ は純粋な粘性に基づくものであるが、SR 108 船型の強制 Roll 試験結果⁸⁾によると、低い周波数範囲でおおよそ $Y'_\dot{\phi} = 0$ である。 $N'_\dot{\phi}$ は物理的起源によって成分分離を考えると、

$$N'_\dot{\phi} = (m_y' l_y' - m_x' l_x') + N'_\dot{\phi}^* \quad (14)$$

となる。ここで、 $N_{\dot{\phi}}'^*$ は粘性に基づくものであり、 $(m_y'l_y' - m_x'l_x')$ は付加質量の干渉に基づくものである。そこで、 $Y_{\dot{\phi}}' = 0$ であるから $N_{\dot{\phi}}'^* = 0$ と見做し、

$$N_{\dot{\phi}}' \doteq (m_y'l_y' - m_x'l_x')$$

で近似する。 $K_{\dot{\phi}}'$ は

$$K_{\dot{\phi}}' = -(L/V)(I_x' + J_x')\kappa_{\phi}\omega_n \quad (15)$$

の関係がある。ここで、 κ_{ϕ} は自由横揺運動方程式

$$\ddot{\phi} + 2\alpha_e\dot{\phi} + \omega_n^2\phi = 0 \quad (16)$$

で、 $\kappa_{\phi} = 2\alpha_e/\omega_n$ とした無次元等価線形減衰係数である。 ω_n は静止時の横揺固有周波数である。本報告では κ_{ϕ} の値を文献 9) から引用する。

一方、この船型の見掛横慣性半径は実船の $GM=1.0\text{m}$ の際、自由横揺固有周期 (T_{ϕ}) が 18 秒になるように合わせてある。これは (見掛横慣性半径) $= 0.355 \times$ (船幅) に対応する。同じ吃水状態で GM が変わった場合も T_{ϕ}^2 と $1/GM$ との関係が直線で近似できる¹⁰⁾ から、横慣性半径は一定の値と見做す。付加質量の重心と質量重心 (座標原点) との上下位置のずれ l_x, l_y は船の重心から浮心までの高さを用いる。なお、付加質量及びモーメント係数は元良のチャートより推定する。

Fig. 8 は直進中操舵試験結果から操舵によって船全体に働く横方向の流体力 $(1 + \alpha_H)F_N' \cos \delta$ の上下中心位置を求めたものである。この船型の場合横圧力中心はほぼ幾何学的舵高さの中央の所にある。また (7) 式中の F_N' を求めるために必要な C_{pv}, C_{Rr} 等の実験常数は文献 7) から引用する。

一方、本論文では実船の運動性能を議論するためにすべての計算を実船スケールで行う。拘束模型試験から求めた流体力諸係数は Reynolds 数の差に起因する尺度影響の修正を行う必要がある。本報告では簡単に直進時の抵抗推進性能についてのみ尺度影響の修正を行うことにする。(1-t) は模型試験から得られたものをそのまま実船の値とする。(1-w_p) は

$$e_t = \frac{(1-w_p)_{\text{Ship}}}{(1-w_p)_{\text{Model}}} \quad (17)$$

の相関関係を考え、Wake 比 (e_t) を文献 11) から推定すると $e_t = 1.06$ となる。実船の抵抗及びプロペラ回転数は抵抗試験及びプロペラ単独試験から換算する。なお船体抵抗は u の 2 乗に比例すると仮定し平均的な抵抗係数 X'_{uu} で表わす。スラストも K_T - J 曲線から通常の操縦運動範囲内で直線近似して表わす。ただし、 $K_T = T/$

Table 2 Hydrodynamic derivatives and coefficients

Yaw moment : around midship
Roll moment : around center of gravity
(KG=10.09 m, GM=0.3 m in full size)

a) HULL ONLY					
m'	0.00792	$Y_{\dot{\phi}}'$	0.0	$N'_{\dot{\phi}\dot{\phi}}$	-0.019058
m_x'	0.000238	$Y_{\dot{\phi}}'$	-0.000063	$N'_{\dot{\phi}\phi}$	-0.0053766
m_y'	0.007049	$Y'_{\dot{\phi}\dot{\phi}}$	-0.109	$N'_{\dot{\phi}r\dot{\phi}}$	-0.0038592
I_x'	0.0000176	$Y'_{\dot{\phi}\dot{\phi}}$	0.00177	$N'_{\dot{\phi}\phi}$	0.0024195
J_x'	0.0000034	$Y'_{\dot{\phi}\dot{\phi}}$	0.0214	$K'_{\dot{\phi}}$	0.0003026
I_z'	0.000456	$Y'_{\dot{\phi}\dot{\phi}}$	-0.0405	$K'_{\dot{\phi}}$	-0.000063
J_z'	0.000419	$Y'_{\dot{\phi}\dot{\phi}}$	0.04605	κ_{ϕ}	$\begin{cases} 0.1 & (Fn \leq 0.1) \\ 0.2 & (Fn \geq 0.2) \\ Fn & (0.1 < Fn < 0.2) \end{cases}$
α_y'	0.05	$Y'_{\dot{\phi}\phi}$	0.00304	$K'_{\dot{\phi}}$	-0.000021
l_x'	0.0313	$Y'_{\dot{\phi}\phi}$	0.009325	$K'_{\dot{\phi}\dot{\phi}}$	0.002843
l_y'	0.0313	$Y'_{\dot{\phi}\phi}$	-0.001368	$K'_{\dot{\phi}r\dot{\phi}}$	-0.0000462
K_T	0.527-0.455J	$N'_{\dot{\phi}}$	-0.0038545	$K'_{\dot{\phi}\dot{\phi}}$	-0.000558
X'_{uu}	-0.0004226	$N'_{\dot{\phi}}$	-0.00222	$K'_{\dot{\phi}\dot{\phi}}$	0.0010565
X'_{vv}	-0.00311	$N'_{\dot{\phi}}$	0.000213	$K'_{\dot{\phi}\dot{\phi}}$	-0.0012012
X'_{vv}	-0.00386	$N'_{\dot{\phi}}$	-0.0001424	$K'_{\dot{\phi}\dot{\phi}}$	-0.0000793
X'_{rr}	0.00020	$N'_{\dot{\phi}\dot{\phi}}$	0.001492	$K'_{\dot{\phi}\dot{\phi}}$	-0.000243
$X'_{\dot{\phi}\dot{\phi}}$	-0.00020	$N'_{\dot{\phi}\dot{\phi}}$	-0.00229	$K'_{\dot{\phi}\dot{\phi}}$	0.00003569
$Y'_{\dot{\phi}}$	-0.0116	$N'_{\dot{\phi}\dot{\phi}}$	-0.0424		
$Y'_{\dot{\phi}}$	0.00242	$N'_{\dot{\phi}\dot{\phi}}$	0.00156		
b) PROPELLER AND RUDDER					
N_p	79.10 (Fn 0.2)	a_H	0.237	ϵ	0.921
(rpm)	118.64 (Fn 0.3)	α_H	-0.48	k	0.631
	158.19 (Fn 0.4)	C_{RX}	0.71	γ	$\begin{cases} 0.088 & (v' > 0) \\ 0.193 & (v' \leq 0) \end{cases}$
(1-t)	0.825	z'_R	0.033	C_{Rr}	-0.156
(1-w _p)	0.816	C_{pv}	0.0	C_{Rrrr}	-0.275
α'_R	-0.5	C_{pr}	0.0	C_{Rrrv}	1.96
α'_p	-0.526	τ	1.09		

($\rho n^2 D^4$) である。

以上述べた手続きにより求めた流体力諸係数を Table 2 に示す。ここで、 GM によって変わる流体力係数については代表的に $GM=0.3\text{m}$ の場合を例に挙げている。

3 操縦性能に及ぼす横揺れ連成影響

3.1 旋回および Zig-zag 操舵性能

船体に働く流体力に横揺れの影響を加えて (7) 式で表現し、今取り上げているコンテナ船の流体力諸係数を Table 2 に示した。船速の 2 乗で無次元化した流体力微係数は船速によって少少変わるが、以下の議論ではそれらは船速によって変わらないと仮定して、 Fn 0.2~0.4 の範囲の運動を取り扱う。ただし、横揺れの無次元線形減衰係数 κ_{ϕ} には船速の影響を考慮する。

次に操舵機の数学モデルとして

$$\left. \begin{aligned} \dot{\delta} &= (\delta^* - \delta)/T_E; \quad |\delta^* - \delta| \leq T_E |\dot{\delta}_{\max}| \\ \dot{\delta} &= \text{sign}(\delta^* - \delta) |\dot{\delta}_{\max}|; \quad |\delta^* - \delta| > T_E |\dot{\delta}_{\max}| \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

を用い、 $T_E = 2.5\text{sec.}$, $|\dot{\delta}_{\max}| = 3.0\text{deg/sec}$ とする。これは汎用の電動油圧操舵機の値である。なお δ^* は指令舵角である。一方、操舵に伴う船の運動の計算は Runge-Kutta-Gill 法の逐次積分法で行う。なお水平面上の方位角 (ψ) と位置 (x_0, y_0) は時時刻刻 3 次元の船体固定座

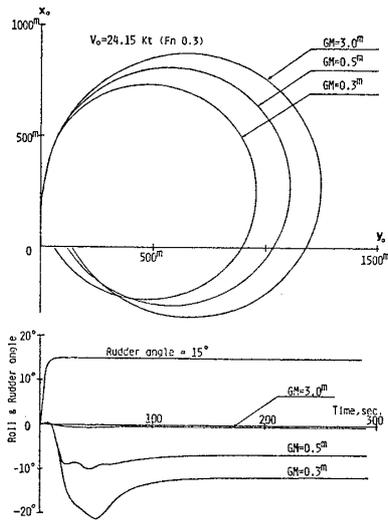


Fig. 9 Turning trajectory and roll angle

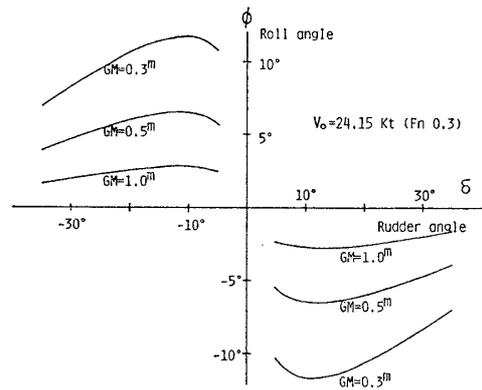


Fig. 12 Roll angle under steady turning motion

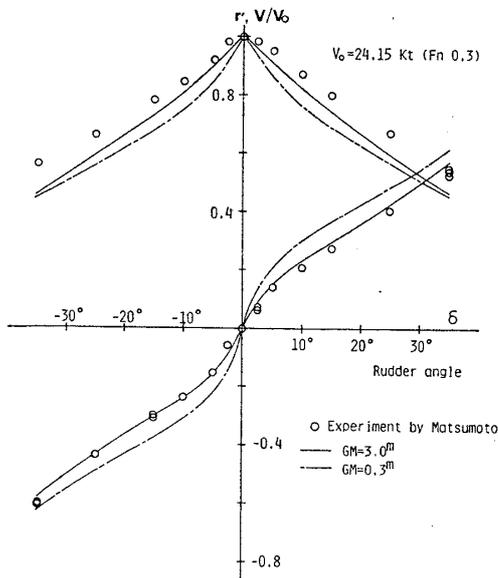


Fig. 10 Turning characteristics

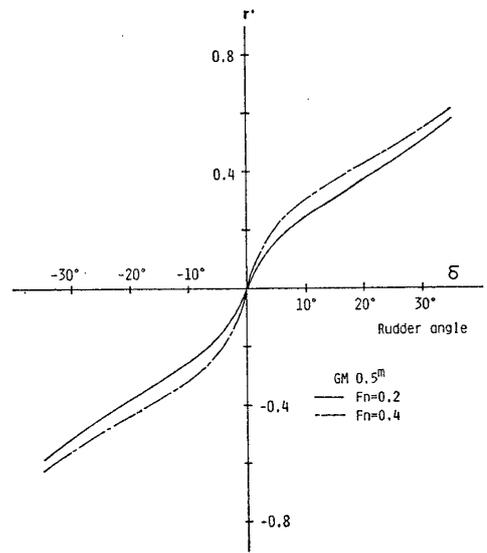


Fig. 13 The effect of ship's speed on turning characteristics

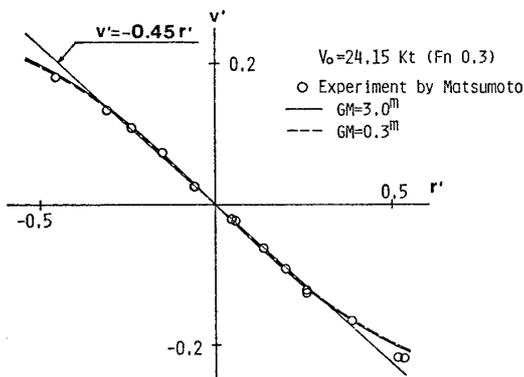


Fig. 11 Relation between v' and r' under steady turning motion

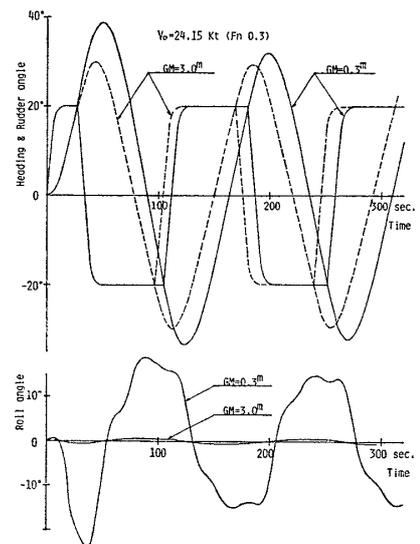


Fig. 14 Z-Maneuver response and roll angle

標から2次元の水面固定座標に直して表わす。

さて、計算結果として同じ初期船速の状態でGMが異なることによる旋回性能への影響については、Fig. 9～Fig. 12に示す。Fig. 9は舵角15°の旋回軌跡及びそれ

に伴う横傾斜角を示したものである。GMが小さくなる程、旋回半径が小さくなり、当然ながら横傾斜角が大き

くなる。Fig. 10 は定常旋回特性を示したものである。GM が小さくなる程、旋回角速度が大きくなり、同時に速度低下も大きくなる。これらの傾向は既に平野³⁾が示しているものと完全に一致する。Fig. 11 は定常旋回時の v' と r' との関係を示したものである。GM が大幅に変わっても (12) 式の関係は変わらないことが分る。Fig. 12 は定常旋回に伴う横傾斜角を示したものである。同じ GM の状態において大舵角旋回時は横傾斜角が小さくなる。その原因として考えられるのは、大舵角旋回時は船速の低下が著しいが、舵への流入速度はプロペラ回転数が一定であるからほとんど変わらない。従って、船速低下が大きくなる程船体に働く流体力に比べ、舵に働く流体力が相対的に大きくなる。舵に働く流体力は船を内方傾斜させる方向だから、結局船体の外方傾斜角が小さくなる。その傾向は舵面積比が大きくなる程著しいと予想される。Fig. 13 は同じ GM の状態で船速が異なることによる定常旋回性能への影響を示したものである。船速が早くなる程、旋回角速度が大きくなる。その原因として考えられるのは、船に働く流体力は船速の 2 乗に比例するが、静水圧による復原モーメント $WGM\phi$ は船速によって変わらない。従って、同じ GM の状態で船速が早くなることは見掛け上 GM が小さくなることと等価の効果である。

次に、Fig. 14 は $20^\circ-20^\circ Z$ 試験のシミュレーション結果であるが、GM が小さくなる程、横傾斜角が大きくなることは当然であり、方位角の Overshoot が大きくなる。

以上、旋回及び Zig-zag 操船性能に及ぼす横揺連成影響について述べたが、これらの連成は既に平野³⁾が指摘しているように、旋回しながら外方傾斜した時の Yaw モーメントの変化に起因する所が多いと考えられる。

3.2 針路安定性

船がほぼ直進している際、なんらかの外乱の後 $\delta=0$ を保ったまま元の直進にもどる性能、すなわち針路安定性に及ぼす横揺連成影響について考える。

運動方程式の組立ては前進速度一定、 $\delta=0$ とし線形項だけを取り出して無次元化すると次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} (m'+m_y')\dot{v}' - Y_v v' + m_y' \alpha_y \dot{r}' \\ + (m'+m_x' - Y_r')r' - m_y' l_y \dot{p}' \\ - Y_\phi \dot{p}' - Y_\phi' \phi = 0 \\ (I_z' + J_z')\dot{r}' - N_r r' + m_y' \alpha_y \dot{v}' - N_v v' \\ - N_\phi \dot{p}' - N_\phi' \phi = 0 \\ (I_x' + J_x')\dot{p}' - K_\phi \dot{p}' + (W'GM' - K_\phi')\phi - m_y' l_y \dot{v}' \\ - K_v v' - (m_x' l_x' + K_r')r' = 0 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \text{ただし、 } W'GM' &= WGM \left/ \left(\frac{1}{2} \rho L^3 V^2 \right) \right. \\ p' &= \phi' \end{aligned} \quad (20)$$

Table 3 Hydrodynamic derivatives around center of gravity (KG=10.09m, GM=0.3m in full size)

HULL PLUS RUDDER			
$(m'+m_y')$	0.01497	N_ϕ'	0.000213
$(I_z'+J_z')$	0.000875	N_ϕ'	-0.0001468
$(I_x'+J_x')$	0.000021	$N_{v\phi}'$	-0.018191
$m_y' \alpha_y'$	0.0003525	$N_{v\phi\phi}'$	-0.005299
$m_y' l_y'$	0.0002205	$N_{r\phi}'$	-0.003684
Y_v'	-0.012035	$N_{r\phi\phi}'$	0.0023843
$(m'+m_x' - Y_r')$	0.00522	N_δ'	0.00126
Y_ϕ'	0.0	K_ϕ	0.2
Y_ϕ'	-0.0000704	K_ϕ'	-0.000021
$Y_{v\phi}'$	0.046364	K_v'	0.000314
$Y_{v\phi\phi}'$	0.003005	$(m_x' l_x' + K_r')$	-0.0000692
$Y_{r\phi}'$	0.0093887	$K_{v\phi}'$	-0.0012094
$Y_{r\phi\phi}'$	-0.0013523	$K_{r\phi}'$	-0.0000784
Y_δ'	-0.002578	$K_{r\phi\phi}'$	-0.0002449
N_r'	-0.00243	$K_{r\phi\phi}'$	0.00003528
N_v'	-0.0038436	K_δ'	0.0000855

上式で流体力微係数は舵角 0 の舵に働く流体力も含んで、重心まわりに直した場合である。このような応答モデルで使用される形式に直した流体力微係数を Table 3 に示す。なお GM によって変わる流体力微係数については代表的に GM=0.3m の場合を例に挙げている。また後述する自動操縦時の横揺連成問題の議論に必要となる ϕ と v' 、 ϕ と r' の連成微係数も一緒に示している。

さて、(20) 式を v', r', p', ϕ の列ベクトルに関する微分方程式に書き直すと次のようになる。

$$\begin{bmatrix} \dot{v}' \\ \dot{r}' \\ \dot{p}' \\ \dot{\phi}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1' & a_2' & a_3' & a_4' \\ b_1' & b_2' & b_3' & b_4' \\ c_1' & c_2' & c_3' & c_4' \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v' \\ r' \\ p' \\ \phi \end{bmatrix} \quad (21)$$

ただし

$$\left. \begin{aligned} a_1' &= \frac{1}{\Delta'} [(I_z' + J_z') \{ Y_v (I_x' + J_x') + m_y l_y K_v \} \\ &\quad - m_y \alpha_y N_v (I_x' + J_x')] \\ a_2' &= \frac{1}{\Delta'} [(I_z' + J_z') \{ -(m + m_x - Y_r) (I_x' + J_x) \\ &\quad + m_y l_y (m_x l_x + K_r) \} - m_y \alpha_y N_r (I_x' + J_x)] \\ a_3' &= \frac{1}{\Delta'} [(I_z' + J_z') \{ Y_\phi (I_x' + J_x) + m_y l_y K_\phi \} \\ &\quad - m_y \alpha_y N_\phi (I_x' + J_x)] \\ a_4' &= \frac{1}{\Delta'} [(I_z' + J_z') \{ Y_\phi (I_x' + J_x) \\ &\quad - m_y l_y (WGM - K_\phi) \} - m_y \alpha_y N_\phi (I_x' + J_x)] \\ b_1' &= \frac{1}{\Delta'} [N_v \{ (m + m_y) (I_x' + J_x) - (m_y l_y)^2 \} \\ &\quad - m_y \alpha_y \{ Y_v (I_x' + J_x) + m_y l_y K_v \}] \\ b_2' &= \frac{1}{\Delta'} [N_r \{ (m + m_y) (I_x' + J_x) - (m_y l_y)^2 \} \\ &\quad + m_y \alpha_y \{ (m + m_x - Y_r) (I_x' + J_x) \\ &\quad - m_y l_y (m_x l_x + K_r) \}] \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned}
 b_3' &= \frac{1}{\Delta'} [N\dot{\phi} \{ (m+m_y)(I_x+J_x) - (m_y l_y)^2 \} \\
 &\quad - m_y \alpha_y \{ Y\dot{\phi}(I_x+J_x) + m_y l_y K\dot{\phi} \}] \\
 b_4' &= \frac{1}{\Delta'} [N\dot{\phi} \{ (m+m_y)(I_x+J_x) - (m_y l_y)^2 \} \\
 &\quad - m_y \alpha_y \{ Y\dot{\phi}(I_x+J_x) - m_y l_y (WGM - K\phi) \}] \\
 c_1' &= \frac{1}{\Delta'} [K_v \{ (m+m_y)(I_z+J_z) - (m_y \alpha_y)^2 \} \\
 &\quad - m_y l_y \{ m_y \alpha_y N_v - Y_v(I_z+J_z) \}] \\
 c_2' &= \frac{1}{\Delta'} [(m_x I_x + K_r) \{ (m+m_y)(I_z+J_z) \\
 &\quad - (m_y \alpha_y)^2 \} - m_y l_y \{ m_y \alpha_y N_r \\
 &\quad + (m+m_x - Y_r)(I_z+J_z) \}] \\
 c_3' &= \frac{1}{\Delta'} [K\dot{\phi} \{ (m+m_y)(I_z+J_z) - (m_y \alpha_y)^2 \} \\
 &\quad - m_y l_y \{ m_y \alpha_y N\dot{\phi} - Y\dot{\phi}(I_z+J_z) \}] \\
 c_4' &= \frac{1}{\Delta'} [-(WGM - K\phi) \{ (m+m_y)(I_z+J_z) \\
 &\quad - (m_y \alpha_y)^2 \} - m_y l_y \{ m_y \alpha_y N\dot{\phi} - Y\dot{\phi}(I_z+J_z) \}] \\
 \Delta' &= (I_z+J_z) \{ (m+m_y)(I_x+J_x) - (m_y l_y)^2 \} \\
 &\quad - (m_y \alpha_y)^2 (I_x+J_x)
 \end{aligned}$$

なお、上式で便宜のため流体力微係数の無次元量を表わす(')の記号は省略している。

(21) 式の右辺の係数行列の固有値を λ とすると、それは

$$\begin{vmatrix}
 \lambda - a_1' & -a_2' & -a_3' & -a_4' \\
 -b_1' & \lambda - b_2' & -b_3' & -b_4' \\
 -c_1' & -c_2' & \lambda - c_3' & -c_4' \\
 0 & 0 & -1 & \lambda
 \end{vmatrix} = 0 \quad (22)$$

すなわち

$$\lambda^4 + A_1' \lambda^3 + A_2' \lambda^2 + A_3' \lambda + A_4' = 0 \quad (23)$$

ただし

$$\begin{aligned}
 A_1' &= -(a_1' + b_2' + c_3') \\
 A_2' &= a_1' b_2' + a_1' c_3' + b_2' c_3' - a_3' c_1' - b_3' c_2' \\
 &\quad - a_2' b_1' - c_4' \\
 A_3' &= a_1' c_4' + b_2' c_4' - a_4' c_1' - b_4' c_2' + a_3' b_2' c_1' \\
 &\quad + a_1' b_3' c_2' + a_2' b_1' c_3' - a_3' b_1' c_2' - a_2' b_3' c_1' \\
 A_4' &= -a_1' b_2' c_4' + a_4' b_2' c_1' + a_1' b_4' c_2' - a_4' b_1' c_2' \\
 &\quad - a_2' b_4' c_1' + a_2' b_1' c_4'
 \end{aligned}$$

なる4次の特性方程式の根として求められる。(23) 式を従来のいわゆる針路安定性指数 T_1', T_2' 等を使って表わすと

$$\begin{aligned}
 &T_1' T_2' T_A' T_B' \lambda^4 + (T_1' T_2' T_A' + T_1' T_2' T_B' \\
 &\quad + T_1' T_A' T_B' + T_2' T_A' T_B') \lambda^3 + (T_1' T_2' \\
 &\quad + T_1' T_A' + T_1' T_B' + T_2' T_A' + T_2' T_B' \\
 &\quad + T_A' T_B') \lambda^2 + (T_1' + T_2' + T_A' + T_B') \lambda + 1 = 0
 \end{aligned} \quad (24)$$

ただし

$$\begin{aligned}
 &T_1' T_2' T_A' T_B' = 1/A_4' \\
 &T_1' T_2' T_A' + T_1' T_2' T_B' + T_1' T_A' T_B' + T_2' T_A' T_B'
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= A_1'/A_4' \\
 &T_1' T_2' + T_1' T_A' + T_1' T_B' + T_2' T_A' + T_2' T_B' \\
 &\quad + T_A' T_B' = A_2'/A_4' \\
 &T_1' + T_2' + T_A' + T_B' = A_3'/A_4'
 \end{aligned}$$

となる。(24) 式の定常解を代表的に r' について表わすと

$$r' = r_1' e^{-t'/T_1'} + r_2' e^{-t'/T_2'} + r_3' e^{-t'/T_A'} + r_4' e^{-t'/T_B'} \quad (25)$$

となる。ここで、 r_1', r_2', \dots は初期条件で決まる積分定数である。針路安定性指数 T_1', T_2', \dots は (24) 式を解けば求めることができる。計算の実行は Bairstow 法で行う。その結果を Table 4 に示す。なお Table 4 には同じ船型の 5m 模型船の Z 試験結果からシステム同定法で求めた T_1' と T_2' を文献 12) から引用し、比較している。この試験時の GM は不明であるが、 T_1', T_2' と ϕ のオーダは合っているようである。横揺れ連成影響を考慮した時の針路安定性指数は 4 つであるが、この場合も T_1', T_2' が重要な指数であり、これら 2 つによって大体安定性が決まる。GM が小さくなる程、針路安定性が劣化する傾向にある。しかしこの船型はもともと針路安定性が良好で、小さい GM の状態においても針路不安定におち入るようなことはない。

4 自動操舵と横揺れとの連成に基づく不安定現象

4.1 摂動展開法による解析的取扱い

GM が小さい状態であつ高速で航行するコンテナ船等は、横揺れ固有周波数が操縦運動の応答周波数に近づいて横揺れ、船首揺れ及びそれに伴う自動操舵三者の連成が顕著になる可能性がある。この連成挙動はある条件の下で激しい横揺れまたは不安定現象に発達する可能性もある。本節ではこの現象の機構を総合的に把握することを目的とし、自動操舵システム及び横傾斜によって生じる流体力変化の特性等に着眼して数学的に分析・検討を行う。

運動方程式の組立ては、まず前進速度一定と仮定し、パラメータ v', r' は充分線形範囲内の微小運動であるとす。また $m_y' \alpha_y' \dot{r}'$, $m_y' \alpha_y' \dot{\phi}'$ の寄与も影響が小さいとして省略する。しかし v', r' が線形範囲内の微小運動であっても、横傾斜 ϕ によって生じる流体力変化の特性は線形項だけでは不十分である。既に述べた拘束模型試験結果によれば、 ϕ だけ大きく変化しても流体力 Y や N はあまり変化せず、操縦運動 v や r が存在する上に ϕ が変化してはじめて Y, N に対する ϕ の影響が強くなるからである。従って、 v' と ϕ , r' と ϕ の連成流体力成分が純粋な非対称流体力成分 (線形項) に比べ、相対的に重要となる。結局、運動方程式は次のように書ける。

Table 4 Stability indices with various metacentric height, $F_n=0.3$

GM	Indice	T_1'	T_2'	T_A'	T_B'
0.1 m		8.90	0.361	0.075+0.442i	0.075-0.442i
0.3 m		5.49	0.349	0.040+0.303i	0.040-0.303i
0.5 m		4.972	0.341	0.029+0.247i	0.029-0.247i
1.0 m		4.619	0.333	0.020+0.184i	0.020-0.184i
2.0 m		4.46	0.326	0.014+0.136i	0.014-0.136i
Uncoupled		4.443	0.318		
Z-Test*					
	10°Z	3.81	0.43		
	-15°Z	4.52	0.416		
	20°Z	3.52	0.283		

* from Ref. 12)

$$\begin{aligned}
 & (m' + m_y')\dot{v}' - Y_v'v' + (m' + m_x' - Y_r')r' \\
 & \quad - m_y'l_y'\dot{p}' - Y_\phi'\dot{p}' - Y_\phi'\phi - Y'_{vv\phi}v'^2\phi \\
 & \quad - Y'_{v\phi\phi}v'\phi^2 - Y'_{rr\phi}r'^2\phi - Y'_{r\phi\phi}r'\phi^2 = Y_\delta'\delta \\
 & (I_z' + J_z')\dot{r}' - N_r'r' - N_v'v' - N_\phi'p' - N_\phi'\phi \\
 & \quad - N'_{vv\phi}v'^2\phi - N'_{v\phi\phi}v'\phi^2 - N'_{rr\phi}r'^2\phi \\
 & \quad - N'_{r\phi\phi}r'\phi^2 = N_\delta'\delta \\
 & (I_x' + J_x')\dot{p}' - K_\phi'p' + (W'GM' - K_\phi')\phi \\
 & \quad - m_y'l_y'\dot{v}' - K_v'v' - (m_x'l_x' + K_r')r' \\
 & \quad - K'_{vv\phi}v'^2\phi - K'_{v\phi\phi}v'\phi^2 - K'_{rr\phi}r'^2\phi \\
 & \quad - K'_{r\phi\phi}r'\phi^2 = K_\delta'\delta \\
 & \delta + T_E'\dot{\delta}' = -a\psi - b'\psi' \\
 & \dot{\psi}' = r' \cos \phi \doteq r' \\
 & \dot{\phi}' = p'
 \end{aligned}
 \tag{26}$$

ここで、 a, b' は Autopilot の特性を表わす比例及び微分制御常数、 T_E' は操舵機の時間遅れ T_E の無次元値である。

さて、船が自動操舵航行する時は風、波浪等の外乱とそれに対する操舵の結果として多かれ少なかれ蛇行をする。そこで、船がある瞬間、ある大きさの初期運動 (v_0', r_0', ϕ_0) を持っていたと想定する。この時 ($t'=0$) の釣合式は次のようになる。

$$\begin{aligned}
 & -Y_v'v_0' + (m' + m_x' - Y_r')r_0' - Y_\phi'\phi_0 \\
 & \quad - Y'_{vv\phi}v_0'^2\phi_0 - Y'_{v\phi\phi}v_0'\phi_0^2 - Y'_{rr\phi}r_0'^2\phi_0 \\
 & \quad - Y'_{r\phi\phi}r_0'\phi_0^2 = Y_\delta'\delta_0 \\
 & -N_r'r_0' - N_v'v_0' - N_\phi'\phi_0 - N'_{vv\phi}v_0'^2\phi_0 \\
 & \quad - N'_{v\phi\phi}v_0'\phi_0^2 - N'_{rr\phi}r_0'^2\phi_0 - N'_{r\phi\phi}r_0'\phi_0^2 \\
 & \quad = N_\delta'\delta_0 \\
 & (W'GM' - K_\phi')\phi_0 - K_v'v_0' - (m_x'l_x' + K_r')r_0' \\
 & \quad - K'_{vv\phi}v_0'^2\phi_0 - K'_{v\phi\phi}v_0'\phi_0^2 - K'_{rr\phi}r_0'^2\phi_0 \\
 & \quad - K'_{r\phi\phi}r_0'\phi_0^2 = K_\delta'\delta_0 \\
 & \delta_0 + T_E'\dot{\delta}_0' = -a\psi_0 - b'\psi_0' \\
 & \dot{\psi}_0' = r_0'
 \end{aligned}
 \tag{27}$$

それから微小時間 $\Delta t'$ の後、微小攪乱 (v', r', ϕ) が生じたとすると、その時は

$$\begin{aligned}
 & (m' + m_y')\dot{v}' - Y_v'(v_0' + v') + (m' + m_x' - Y_r') \\
 & \quad \times (r_0' + r') - m_y'l_y'\dot{p}' - Y_\phi'\dot{p}' \\
 & \quad - Y_\phi'(\phi_0 + \phi) - Y'_{vv\phi}(v_0' + v')^2(\phi_0 + \phi) \\
 & \quad - Y'_{v\phi\phi}(v_0' + v')(\phi_0 + \phi)^2 \\
 & \quad - Y'_{rr\phi}(r_0' + r')^2(\phi_0 + \phi) - Y'_{r\phi\phi}(r_0' + r') \\
 & \quad \times (\phi_0 + \phi)^2 = Y_\delta'(\delta_0 + \delta) \\
 & (I_z' + J_z')\dot{r}' - N_r'(r_0' + r') - N_v'(v_0' + v') \\
 & \quad - N_\phi'p' - N_\phi'(\phi_0 + \phi) - N'_{vv\phi}(v_0' + v')^2 \\
 & \quad \times (\phi_0 + \phi) - N'_{v\phi\phi}(v_0' + v')(\phi_0 + \phi)^2 \\
 & \quad - N'_{rr\phi}(r_0' + r')^2(\phi_0 + \phi) \\
 & \quad - N'_{r\phi\phi}(r_0' + r')(\phi_0 + \phi)^2 = N_\delta'(\delta_0 + \delta) \\
 & (I_x' + J_x')\dot{p}' - K_\phi'p' + (W'GM' - K_\phi')(\phi_0 + \phi) \\
 & \quad - m_y'l_y'\dot{v}' - K_v'(v_0' + v') - (m_x'l_x' + K_r') \\
 & \quad \times (r_0' + r') - K'_{vv\phi}(v_0' + v')^2(\phi_0 + \phi) \\
 & \quad - K'_{v\phi\phi}(v_0' + v')(\phi_0 + \phi)^2 \\
 & \quad - K'_{rr\phi}(r_0' + r')^2(\phi_0 + \phi) - K'_{r\phi\phi}(r_0' + r') \\
 & \quad \times (\phi_0 + \phi)^2 = K_\delta'(\delta_0 + \delta) \\
 & (\delta_0 + \delta) + T_E'(\dot{\delta}_0' + \dot{\delta}') = -a(\psi_0 + \psi) - b'(\dot{\psi}_0' + \dot{\psi}') \\
 & \dot{\psi}_0' + \dot{\psi}' = r_0' + r' \\
 & \dot{\phi}' = p'
 \end{aligned}
 \tag{28}$$

となる。(28)式から(27)式を引き、パラメータ v', r', ϕ の2次以上の高次項を省略して整理すると次のようになる。

$$\begin{aligned}
 & Y_1\dot{v}' - Y_2v' + Y_3r' - Y_4\dot{p}' - Y_5p' - Y_6\phi - Y_7\delta = 0 \\
 & N_1\dot{r}' - N_2r' - N_3v' - N_4\dot{p}' - N_5p' - N_6\delta = 0 \\
 & K_1\dot{p}' - K_2p' + K_3\phi - K_4\dot{v}' - K_5v' - K_6r' - K_7\delta = 0 \\
 & b'\dot{\psi}' + a\psi + T_E'\dot{\delta}' + \delta = 0 \\
 & -r' + \dot{\psi}' = 0 \\
 & -p' + \dot{\phi}' = 0
 \end{aligned}
 \tag{29}$$

ただし

$$\begin{aligned}
 & Y_1 = (m + m_y) \\
 & Y_2 = Y_v + 2Y_{vv\phi}v_0'\phi_0 + Y_{v\phi\phi}\phi_0^2 \\
 & Y_3 = (m + m_x - Y_r) - 2Y_{rr\phi}r_0'\phi_0 - Y_{r\phi\phi}\phi_0^2 \\
 & Y_4 = m_y l_y
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Y_5 &= Y\dot{\phi} \\
 Y_6 &= Y\phi + Y_{vv\phi}v_0'^2 + 2Y_{v\phi\phi}v_0'\phi_0 + Y_{rr\phi}r_0'^2 + 2Y_{r\phi\phi} \\
 &\quad \times r_0'\phi_0 \\
 Y_7 &= Y\delta \\
 N_1 &= (I_x + J_z) \\
 N_2 &= N_r + 2N_{rr\phi}r_0'\phi_0 + N_{r\phi\phi}\phi_0^2 \\
 N_3 &= N_v + 2N_{vv\phi}v_0'\phi_0 + N_{v\phi\phi}\phi_0^2 \\
 N_4 &= N\dot{\phi} \\
 N_5 &= N\phi + N_{vv\phi}v_0'^2 + 2N_{v\phi\phi}v_0'\phi_0 + N_{rr\phi}r_0'^2 \\
 &\quad + 2N_{r\phi\phi}r_0'\phi_0 \\
 N_6 &= N\delta \\
 K_1 &= (I_x + J_x) \\
 K_2 &= K\dot{\phi} \\
 K_3 &= (WGM - K_\phi) - K_{vv\phi}v_0'^2 - 2K_{v\phi\phi}v_0'\phi_0 \\
 &\quad - K_{rr\phi}r_0'^2 - 2K_{r\phi\phi}r_0'\phi_0 \\
 K_4 &= m_y l_y \\
 K_5 &= K_v + 2K_{vv\phi}v_0'\phi_0 + K_{v\phi\phi}\phi_0^2 \\
 K_6 &= (m_x l_x + K_r) + 2K_{rr\phi}r_0'\phi_0 + K_{r\phi\phi}\phi_0^2 \\
 K_7 &= K\delta
 \end{aligned}$$

なお、上式で便宜のため流体力微係数の無次元量を表わす (') の記号は省略している。

(29) 式を v', r', p', ϕ, δ の列ベクトルに関する微分方程式系に書き直すと次のようになる。

$$\begin{bmatrix} \dot{v}' \\ \dot{r}' \\ \dot{p}' \\ \dot{\phi}' \\ \dot{\delta}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & 0 & a_4 & a_5 \\ b_1 & b_2 & b_3 & 0 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & c_3 & 0 & c_4 & c_5 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d_1 & 0 & d_2 & 0 & d_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v' \\ r' \\ p' \\ \phi \\ \delta \end{bmatrix} \quad (30)$$

ただし

$$\begin{aligned}
 a_1 &= \frac{1}{A}(Y_2K_1 + Y_4K_5), & a_2 &= \frac{1}{A}(-Y_3K_1 + Y_4K_6) \\
 a_3 &= \frac{1}{A}(Y_5K_1 + Y_4K_2), & a_4 &= \frac{1}{A}(Y_6K_1 - Y_4K_3) \\
 a_5 &= \frac{1}{A}(Y_7K_1 + Y_4K_7) \\
 b_1 &= N_3/N_1, & b_2 &= N_2/N_1, & b_3 &= N_4/N_1, \\
 b_4 &= N_5/N_1, & b_5 &= N_6/N_1 \\
 c_1 &= \frac{1}{A}(Y_1K_5 + Y_2K_4), & c_2 &= \frac{1}{A}(Y_1K_6 - Y_3K_4) \\
 c_3 &= \frac{1}{A}(Y_1K_2 + Y_5K_4), & c_4 &= \frac{1}{A}(-Y_1K_3 + Y_6K_4) \\
 c_5 &= \frac{1}{A}(Y_1K_7 + Y_7K_4) \\
 d_1 &= -b'/T_E', & d_2 &= -a/T_E', & d_3 &= -1/T_E' \\
 A &= Y_1K_1 - Y_4K_4
 \end{aligned}$$

この系の定常解の安定性については、上式の右辺の係数行列の固有値を調べればよい。固有値を λ とすると、それは

$$\begin{vmatrix} \lambda - a_1 & -a_2 & -a_3 & 0 & -a_4 & -a_5 \\ -b_1 & \lambda - b_2 & -b_3 & 0 & -b_4 & -b_5 \\ -c_1 & -c_2 & \lambda - c_3 & 0 & -c_4 & -c_5 \\ 0 & -1 & 0 & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & \lambda & 0 \\ 0 & -d_1 & 0 & -d_2 & 0 & \lambda - d_3 \end{vmatrix} = 0 \quad (31)$$

すなわち

$$\lambda^6 + A_1\lambda^5 + A_2\lambda^4 + A_3\lambda^3 + A_4\lambda^2 + A_5\lambda + A_6 = 0 \quad (32)$$

なる6次の特性方程式の根として求められる。

ただし

$$\begin{aligned}
 A_1 &= k_{10} - d_3 \\
 A_2 &= -d_1b_5 - c_4 + k_{11} - d_3k_{10} \\
 A_3 &= -d_2b_5 - d_1k_8 + k_6 + d_3c_4 + k_{12} - d_3k_{11} \\
 A_4 &= -d_2k_3 - d_1k_1 - d_1k_9 + k_7 - d_3k_6 - d_3k_{12} \\
 A_5 &= -d_2k_1 - d_2k_4 - d_1k_5 - d_3k_7 \\
 A_6 &= -d_2k_2 \\
 k_1 &= b_4c_5 - b_5c_4 \\
 k_2 &= -a_1b_4c_5 - a_5b_1c_4 - a_4b_5c_1 + a_5b_4c_1 + a_1b_5c_4 \\
 &\quad + a_4b_1c_5 \\
 k_3 &= b_3c_5 + a_5b_1 - a_1b_5 - b_5c_3 \\
 k_4 &= -a_1b_3c_5 - a_5b_1c_3 - a_3b_5c_1 + a_5b_3c_1 + a_1b_5c_3 \\
 &\quad + a_3b_1c_5 \\
 k_5 &= -a_1b_4c_5 - a_5b_1c_4 - a_4b_5c_1 + a_5b_4c_1 + a_1b_5c_4 \\
 &\quad + a_4b_1c_5 \\
 k_6 &= a_1c_4 + b_2c_4 - a_4c_1 - b_4c_2 \\
 k_7 &= -a_1b_2c_4 - a_4b_1c_2 - a_2b_4c_1 + a_4b_2c_1 + a_1b_4c_2 \\
 &\quad + a_2b_1c_4 \\
 k_8 &= b_3c_5 + a_5b_1 - a_1b_5 - b_5c_3 \\
 k_9 &= -a_1b_3c_5 - a_5b_1c_3 - a_3b_5c_1 + a_5b_3c_1 \\
 &\quad + a_3b_1c_5 + a_1b_5c_3 \\
 k_{10} &= -a_1 - b_2 - c_3 \\
 k_{11} &= a_1b_2 + a_1c_3 + b_2c_3 - a_3c_1 - b_3c_2 - a_2b_1 \\
 k_{12} &= -a_1b_2c_3 - a_3b_1c_2 - a_2b_3c_1 + a_3b_2c_1 + a_1b_3c_2 \\
 &\quad + a_2b_1c_3
 \end{aligned}$$

固有値 λ がいずれも負の実数部を持つ場合、この系は安定となる。安定判別は種々の初期条件及び制御常数等を入れて特性方程式の根を調べる。計算の実行は Birstow 法で行う。初期条件 (v_0', r_0', ϕ_0) を与えるに当って、船の転心は船上の一定点と見做し v_0' と r_0' の関係は (12) 式を満足すると仮定する。

数値計算結果の例を Fig. 15~Fig. 19 に示す。Fig. 15, Fig. 16 は初期条件 r_0' をパラメータとして特性方程式の根軌跡を示したものである。すなわち、×印の $r_0'=0$ から始まって r_0' の増加と共に6個の λ が変化の様子を複素平面に描いた。安定を支配する λ は Fig. 15 に A とマークした分枝に対応する共役根で、 r_0' がある値 (Fig. 15 では 0.167) を超えると系が不安定になることが分

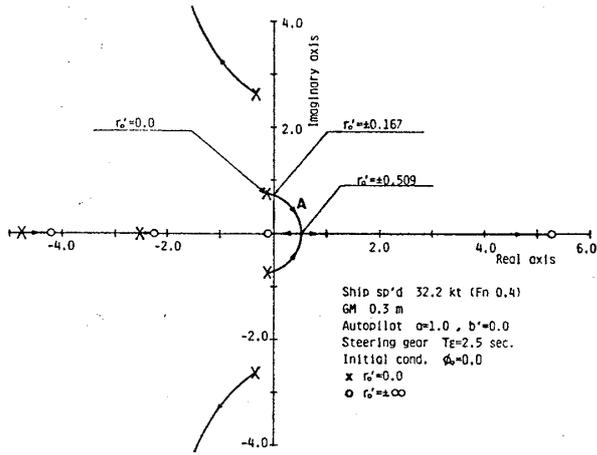


Fig. 15 Root locus diagram of stability characteristic equation

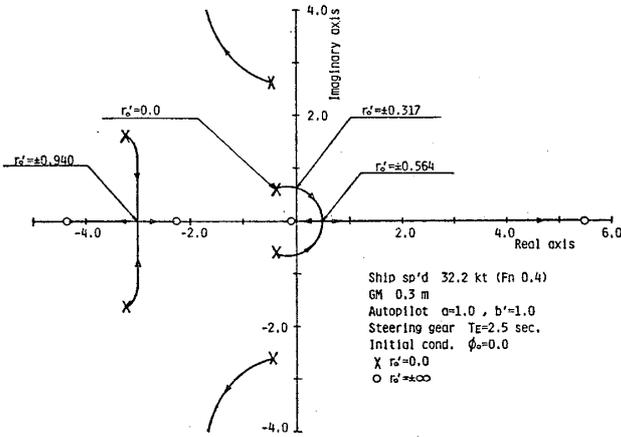


Fig. 16 Root locus diagram of stability characteristic equation

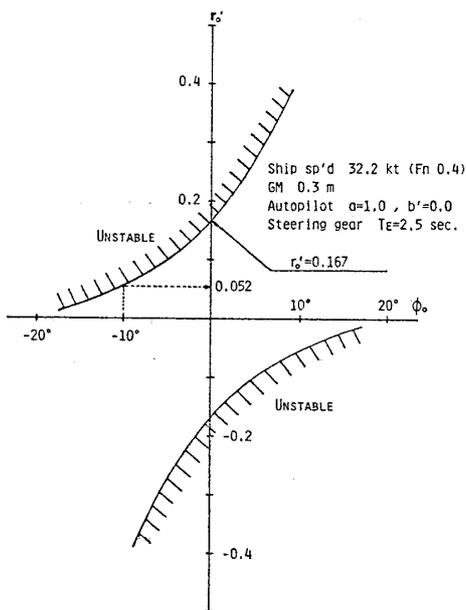


Fig. 17 The unstable region of initial condition (v_0', r_0', ϕ_0)

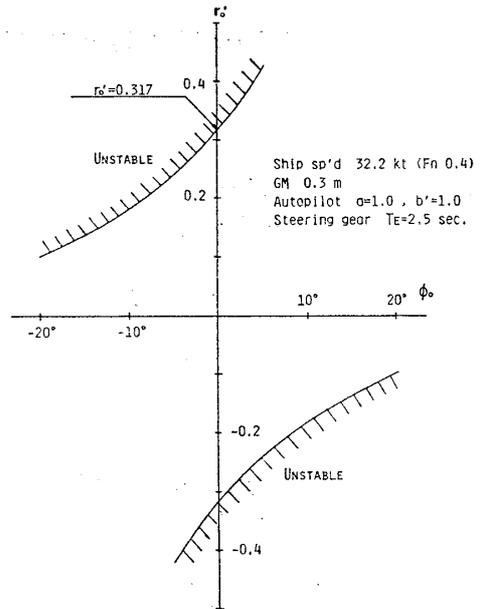


Fig. 18 The unstable region of initial condition (v_0', r_0', ϕ_0)

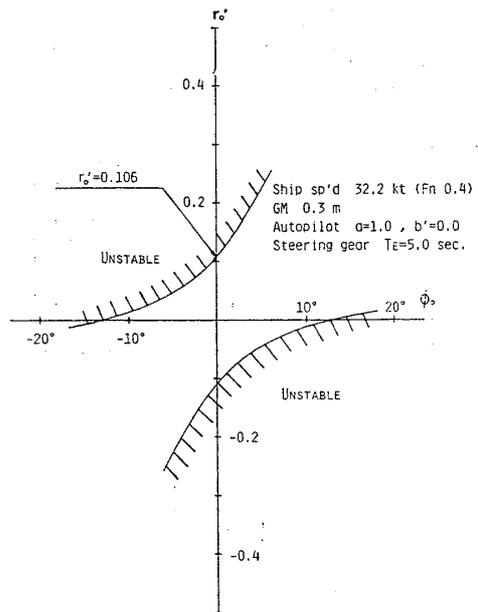


Fig. 19 The unstable region of initial condition (v_0', r_0', ϕ_0)

る。従ってこの船は直進していれば少少傾いてもまたもとに戻って安定するが、 $r_0' = 0.167$ 以上のヨーイングをしながら少しでも横傾斜すると今度は r', v, ϕ, δ とともに発散振動が始まる。そしてその振動数はこの例では $\omega = 0.73 \times (V/L) = 0.07$ 程度となることが分る。これは周期にして80秒余で、この船の自由横揺周期30秒に比べてはるかに長い。また Fig. 16 に示すように安定限界の r_0' は Autopilot の Yaw-rate gain (b') の有無によって変わることも分る。Fig. 17~Fig. 19 は初期条件 (v_0', r_0', ϕ_0) の不安定領域を示したものである。例えば

Fig. 17 (Fig. 15 に対応) を見るとヨーイングが $r_0' = 0.167$ を超えると初期傾斜 $\phi_0 = 0_+$ で発振し, $r_0' = 0.052$ のヨーイングなら $\phi_0 = 10^\circ$ 以上を与えないと発振しない。これらの図からも不安定領域は運動の初期条件及び自動操舵機の制御常数によって変わることが分る。その特性は運動の初期条件が大きくなる程, かつ自動操舵システムの位相遅延が大きくなる程, 不安定現象が起りやすいという傾向である。少し考察を加えて見ると, 初期条件の不安定領域は図のいずれも 2, 4 象限で著しいが, その領域は横傾斜によって生じる Yaw モーメントの変化が激しい所である。その傾向も運動のパラメータ v', r' が大きくなる程激しくなる。従って, 高速及び小さい GM の状態における Yaw と Roll と Autopilot との連成作用による不安定現象は, 船がある程度の蛇行をすることが重要な要件である。また自動操舵の制御特性も不安定現象に寄与する重要な要因となる。

4.2 数値シミュレーション

前節の摂動展開法による解析解の結果を検証するため特定の初期条件, 制御常数及び外乱を与えて (26) 式を時間領域で解いて見る。操舵機の数学モデルは非線形性も考慮した (18) 式をそのまま使う。

シミュレーション条件は次のようにする。船がある瞬間 ($t=0$), ある初期条件 (v_0', r_0') を持ち, 自動操舵で蛇行をしていたと想定する。それから微小時間 Δt 経った時, 横から定常風が吹いて来たとする。その定常風の強さは船が静止している時ある一定の横傾斜を起す Roll モーメントに相当するとする。

定常風が吹いて来た後の横揺角及び舵角の Time history を Runge-Kutta-Gill 法で求めた例を Fig. 20~ Fig. 22 に示す。Fig. 20 は初期に直進している場合で安定である。Fig. 21 は初期に $r_0' = -0.16$ で蛇行をしている場合で不安定の例である (Fig. 15 に対応)。Fig. 22 は Fig. 21 と同じ条件の下で Autopilot の Yaw-rate gain を加えた場合であるが, 非常に安定にすることが

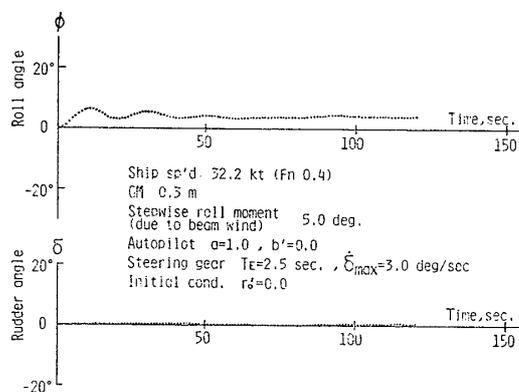


Fig. 20 Roll-yaw-rudder coupled motion with autopilot (stable)

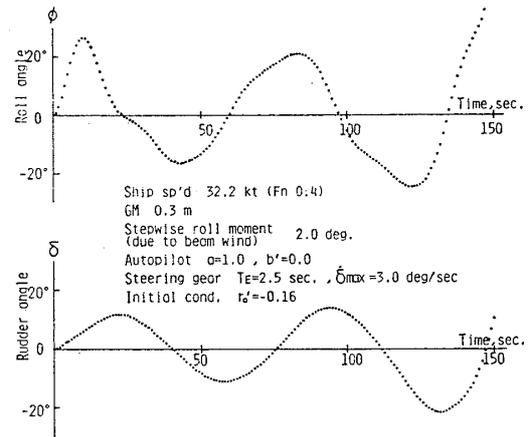


Fig. 21 Roll-yaw-rudder coupled motion with autopilot (unstable)

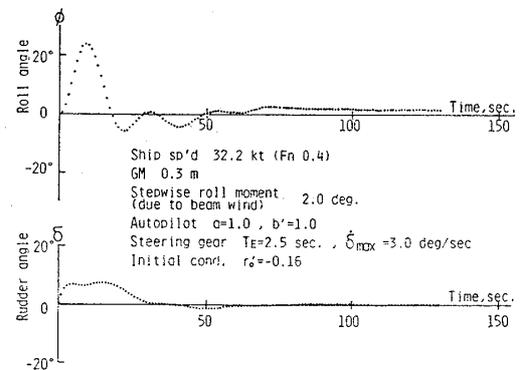


Fig. 22 Roll-yaw-rudder coupled motion with autopilot (stable)

できる。これらの数値シミュレーション結果は前節の解析解とよい対応を示している。

5 結 論

横傾斜時の拘束模型試験結果をもとに, 操縦運動と横揺れとの連成挙動を記述する新しい数学モデルを導入し, 実際の運動の力学的解析を行った結果, 以下のようにまとめることができる。

1) 横傾斜によって生じる流体力変化は, 没水部船体の非対称流体力成分及び Yaw, Sway との連成流体力成分からなり, 3次多項式近似で精度よく表現できる。この連成項は量的に大きいので無視できない。

2) 操縦性能に及ぼす横揺れ連成影響は不安定化の方向であり, それは GM が小さい程顕著である。

3) 高速及び小さい GM の状態における Yaw と Roll と Autopilot の連成に基づく不安定現象を数学的に分析した結果, 上記の連成項がこの現象に大きな役割を果たすことが分った。従って直進に近い状態ではよほど大きい横傾斜を与えない限り不安定挙動は起らないが, ある程度のヨーイングをしている状態ではごく僅かの横傾斜

を与えても運動が発散することになる。

4) 自動操舵システムの特性はこの不安定挙動を支配する重要な因子であり、特に角速度制御を強くするとローリングを含む全体の運動を安定にできる。

謝 辞

本研究の遂行にあたり、種々ご討論いただいた Davidson 研究所の江田治三博士ならびに大阪大学 浜本剛実助教授に感謝の意を表します。また模型実験に際しては大阪大学 多田納久義先生をはじめ同大学操縦性研究室の方々に多大の協力をいただきました。ここに深く謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) R. Taggart : Anomalous Behavior of Merchant Ship Steering Systems, Marine Technology, Vol.7, No.2 (1970), p.205~215.
- 2) H. Eda : Rolling and Steering Performance of High Speed Ships, 13th O.N.R. Symposium (1980), session IV-4).
- 3) M. Hirano and J. Takashina : A Calculation of Ship Turning Motion Taking Coupling Effect Due to Heel into Consideration, J. of S.N.A. of Western Japan, No.59 (1980), p.71~81.
- 4) J.N.Newman : Marine Hydrodynamics, MIT Press, 1978, p.135~140.
- 5) J. Strøm-Tejsen : A Digital Computer Technique for Prediction of Standard Maneuvers of Surface Ships, DTMB Report, No.2130 (1965), p.11.
- 6) 小川陽弘, 長谷川和彦, 芳村康男 : MMG 報告V-操縦運動数学モデルの実験的検証と改良, 日本造船学会誌, 第616号 (1980), p.27~38.
- 7) 松本憲洋, 末光啓二 : 拘束模型試験による操縦性の予測, 関西造船協会誌, 第176号 (1980), p.20.
- 8) SR125 : 超高速コンテナ船の耐航性に関する研究, 日本造船協会研究資料, No.211, 1975, p.66.
- 9) 田中紀男, 姫野洋司, 小倉雅人, 増山和雄 : 航走中の横揺性能に関する実験, 関西造船協会, 第176号 (1972), p.65.
- 10) 関西造船協会 : 造船設計便覧, 海文堂, 昭和36年, p.319.
- 11) 15th ITTC Proceedings, Sep. 1978, p.368~369.
- 12) 松本憲洋, 末光啓二 : 横流れ角を考慮した操縦性係数の解析, 関西造船協会誌, 第180号 (1981), p.92.