

(昭和 57 年 5 月 日本造船学会春季講演会において講演)

初期不整を有する球殻の圧壊強度解析

正員 安 川 度* 正員 川 上 肇*
正員 吉 川 孝 男*

Elasto-Plastic Finite Element Analysis of Imperfect Spherical Shells
Subject to External Pressure

by Wataru Yasukawa, *Member* Hazime Kawakami, *Member*
Takao Yoshikawa, *Member*

Summary

It is very important to predict the collapse strength of externally pressurized spherical shell which have imperfections such as welding deformation and residual stresses.

Many experimental studies on this problem have been made by M. Krenzke et al., but few theoretical researches have been reported.

To exactly obtain a numerical solution of the collapse pressure of the spherical shell, it is necessary to consider the strain hardening in the elasto-plastic analysis of the axisymmetric shell.

This paper introduces a newly developed method by which the elasto-plastic behavior of the axisymmetric shell can be exactly expressed by using the membrane forces and bending moments, and moreover investigates effects of the imperfections on the collapse pressure of the spherical shell.

Main conclusions obtained from this study are as follows ;

(1) The usefulness and accuracy of the new method are confirmed by comparison with the experimental results.

(2) The more plastically the spherical shell collapses, the smaller the effects of the imperfections on the collapse pressure becomes.

(3) In the case that a penetrator or a partial sphere is welded circumferentially to the spherical shell, according as the diameter of the penetrator or partial sphere increases, the collapse pressure of the spherical shell will increase if both have same value imperfection by welding.

(4) If the spherical shell has the residual stress, its collapse pressure will reduce.

1 緒 言

溶接熱変形、目違いなどのいわゆる初期不整をもつ球殻の圧壊強度は完全球殻の場合に比べかなり低下し、その圧壊圧力値を精度良く推定することは重要な問題である。

初期不整をもつ球殻の圧壊強度に関する理論的研究は、弾性座屈の場合についてはかなり多い。しかし、塑性崩壊する場合については Krenzke ら¹⁾ および他のいくつかの実験的研究^{2)~4)}があるが理論的研究は少ない。

初期不整が球殻の塑性域での圧壊強度に及ぼす影響を調べるため、FEM による弾塑性大変形解析を行うこと

が考えられる。しかし、従来の FEM では、殻の板厚方向に層分割し各層ごとの応力を用いて降伏・除荷の判定を行う（層分割法と呼ぶ）ため弾塑性の取扱いに計算時間がかかりすぎる。また、計算時間を短縮するため塑性関節法⁵⁾⁶⁾が考案されているが、この手法は材料のひずみ硬化など塑性域での挙動を正確に取り扱うことができない。

本研究では、層分割法や塑性関節法のこれらの欠点を補うため、断面力を用いてひずみ硬化の影響を考慮できる弾塑性の取扱い方法（断面力法）を考案し、解析プログラムを作成するとともに、このプログラムを用いて溶接熱変形、目違いおよび残留応力などの初期不整をもつ球殻の塑性域での圧壊強度を求めその影響を調べた。

* 川崎重工業(株)技術研究所

2 軸対称殻の弾塑性解析

2.1 断面力を用いた塑性の取扱い法

軸対称殻が軸対称荷重を受ける場合を考え、座標を Fig. 1 のように定める。この場合、軸対称殻には、経線、緯線方向の膜力 (N_s, N_θ) および曲げモーメント (M_s, M_θ) が生じる。

断面の一部が初期降伏する場合 (Initial yield) の降伏関数 Y_0 は、断面力を用いて次式で表わせる。

$$Y_0^2 = N_p^2 \times [(n_s^2 - n_s n_\theta + n_\theta^2) + 2.25 \times (m_s^2 - m_s m_\theta + m_\theta^2) + 3.0 \times (n_s^2 - n_s n_\theta + n_\theta^2)^{1/2} (m_s^2 - m_s m_\theta + m_\theta^2)^{1/2}] \quad (1)$$

また、断面のすべてが降伏する場合 (Full plastic) の降伏関数 Y_1 は次式で表わされる。

$$Y_1^2 = N_p^2 \times [(n_s^2 - n_s n_\theta + n_\theta^2) + 0.5 \times (m_s^2 - m_s m_\theta + m_\theta^2) + \{(n_s^2 - n_s n_\theta + n_\theta^2) \times (m_s^2 - m_s m_\theta + m_\theta^2) + 0.25 \times (m_s^2 - m_s m_\theta + m_\theta^2)^2\}^{1/2}] \quad (2)$$

ここに、 $n_s = N_s/N_p$, $n_\theta = N_\theta/N_p$, $m_s = M_s/M_p$, $m_\theta = M_\theta/M_p$, N_p は全塑性膜力, M_p は全塑性モーメントである。

(1), (2) 式中の各項は、膜力および曲げモーメントに関する2次形式で表現されている。

初期降伏と全断面降伏の中間の状態の降伏関数 f を Y_0, Y_1 を用いて次式のように定義する⁷⁾(付録参照)。

$$f^2 = \frac{Y_1^2 (\bar{\epsilon}^p)^A + Y_0^2 B}{(\bar{\epsilon}^p)^A + B} \quad (3)$$

ここに、 $\bar{\epsilon}^p$ は相当塑性ひずみ, A および B は降伏後の応力とひずみの関係より決定される材料定数であって、その決定法については次節で述べる。

いまここで、膜力だけが作用する場合を考えると、 $m_s = m_\theta = 0$ であるから (3) 式は

$$f^2 = N_p^2 \times (n_s^2 - n_s n_\theta + n_\theta^2)$$

となり、係数 A, B に無関係となる。

一般化応力および一般化ひずみとして次式を考え、塑性状態の内力増分とひずみ増分の関係を求める。

$$\{\sigma\} = [N_s \ N_\theta \ M_s \ M_\theta]^T, \quad \{\epsilon\} = [\epsilon_s \ \epsilon_\theta \ \kappa_s \ \kappa_\theta]^T$$

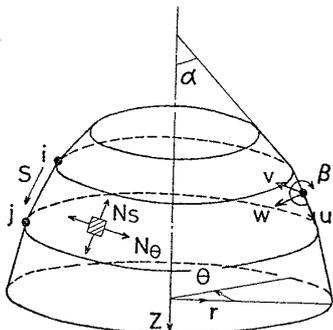


Fig. 1 Coordinate of axisymmetrical shell

まず、(3) 式の降伏関数 f を塑性ポテンシャルとし、降伏後の塑性ひずみ増分が次式で与えられるものとする。

$$\{d\epsilon^p\} = \frac{1}{g} \{\partial f / \partial \sigma\} df \quad (4)$$

塑性仕事増分は、応力状態 $\{\sigma\}$ から計算される f の値を等価断面力 $\bar{\sigma}$ と定義すれば、次式となる。

$$dW^p = \bar{\sigma} d\bar{\epsilon}^p = \{\sigma\} \{d\epsilon^p\} = \frac{1}{g} \{\sigma\} \{\partial f / \partial \sigma\} df \quad (5)$$

単軸の引張りあるいは圧縮状態での応力を σ とすれば $\bar{\sigma} = t\sigma$ となり、材料の応力・ひずみ線図から得られるひずみ硬化係数 $H' (= d\sigma/d\bar{\epsilon}^p)$ を用いて、次式の関係が得られる。

$$df = d\bar{\sigma} = tH'd\bar{\epsilon}^p \quad (6)$$

ここに、 t は板厚である。

(4), (5), (6) 式より

$$g = \frac{1}{\bar{\sigma}} \{\sigma\} \{\partial f / \partial \sigma\} \cdot tH' \quad (7)$$

さらに、(1), (2), (3) 式を用いて (7) 式を書き改めると

$$g = tH' \quad (8)$$

なる関係が得られる (上式は、 Y_0, Y_1 が膜力および曲げモーメントに関する2次形式で表現されているので簡単な形となる)。

塑性状態では、全ひずみ増分 $\{d\epsilon\}$ は弾性ひずみ増分 $\{d\epsilon^e\}$ と塑性ひずみ増分 $\{d\epsilon^p\}$ の和となるから

$$\{d\epsilon\} = \{d\epsilon^e\} + \{d\epsilon^p\}$$

一方、断面力増分 $\{d\sigma\}$ と弾性ひずみ増分 $\{d\epsilon^e\}$ の関係は、

$$\begin{aligned} \{d\sigma\} &= [D^e] \{d\epsilon^e\} \\ &= [D^e] \{d\epsilon\} - [D^e] \{d\epsilon^p\} \\ &= [D^e] \{d\epsilon\} - [D^e] \frac{1}{g} \{\partial f / \partial \sigma\} df \end{aligned} \quad (9)$$

ただし

$$[D^e] = \frac{Et}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 & 0 \\ \nu & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & t^2/12 & \nu t^2/12 \\ 0 & 0 & \nu t^2/12 & t^2/12 \end{bmatrix}$$

ここに、 E はヤング率, ν はポアソン比である。

$$df = \{\partial f / \partial \sigma\} \{d\sigma\} + \{\partial f / \partial \bar{\epsilon}^p\} d\bar{\epsilon}^p$$

なる関係を (9) 式に代入し、 $(1/g)df$ について解けば

$$\frac{1}{g} df = \frac{\{\partial f / \partial \sigma\} [D^e] \{d\epsilon\}}{g + \{\partial f / \partial \sigma\} [D^e] \{\partial f / \partial \sigma\} - \partial f / \partial \bar{\epsilon}^p} \quad (10)$$

(5), (10) 式より

$$\begin{aligned} \frac{1}{g} df &= \frac{\{dW^p\}}{\{\sigma\} \{\partial f / \partial \sigma\}} = \frac{\bar{\sigma} d\bar{\epsilon}^p}{\{\sigma\} \{\partial f / \partial \sigma\}} \\ &= \frac{\{\partial f / \partial \sigma\} [D^e] \{d\epsilon\}}{g + \{\partial f / \partial \sigma\} [D^e] \{\partial f / \partial \sigma\} - \partial f / \partial \bar{\epsilon}^p} \end{aligned}$$

上式より相当塑性ひずみ増分は、

$$d\epsilon^p = \frac{1}{\sigma} \left[\frac{\partial f}{\partial \sigma} \right] \cdot \frac{1}{g} df$$

$$= \frac{\left[\frac{\partial f}{\partial \sigma} \right] [D^e] \{d\epsilon\}}{g + \left[\frac{\partial f}{\partial \sigma} \right] [D^e] \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\} - \frac{\partial f}{\partial \epsilon^p}} \quad (11)$$

となる。また、(10) 式を (9) 式に代入すると次式が得られる。

$$\{d\sigma\} = [D^e] \{d\epsilon\}$$

$$- \frac{[D^e] \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\} \cdot \frac{\partial f}{\partial \sigma} [D^e]}{g + \left[\frac{\partial f}{\partial \sigma} \right] [D^e] \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\} - \frac{\partial f}{\partial \epsilon^p}} \{d\epsilon\} \quad (12)$$

(12) 式中、 g はひずみ硬化の影響を表わす項である。

(11), (12) 式中に $\frac{\partial f}{\partial \epsilon^p}$ の項のあることが、応力を用いて降伏、除荷を判定する従来の弾塑性解析における定式化⁸⁾とは少し異なるが、(3) 式の降伏関数を用いることにより、断面力を用いても従来の方法とほぼ同じ手順でひずみ硬化の影響を取り扱えるようになった。

2.2 材料定数 A, B の決定法

降伏関数 f ((3) 式) の中に含まれる係数 A, B は、材料の降伏後の挙動を表わす材料定数的なものである。したがって材料ごとに係数 A, B を決定する必要がある。

Fig. 2 にアルミ合金の応力・ひずみ線図を示すが、この材料を例にとり、係数 A, B の決定方法について述べる。

まず、比例限度以上での応力・ひずみの関係を図中の点線のようにモデル化する。このモデル化は、実際の材料に則したものが望ましいが、本報では便宜上、次のように仮定した。すなわち、比例限度 σ_p で傾きが弾性のヤング率と一致し、0.2% 耐力 σ_y で傾きが零となる曲線を仮定する。

次に、モデル化した応力とひずみの関係を用いて層分割法 (板厚方向に 10 層に分割) および断面力法により曲げモーメント M と曲げひずみ $\theta = t\kappa$ の関係を求めた ($\kappa_s = \kappa, \kappa_\theta = 0$ として、 M_s と $\theta_s = t\kappa_s$ の関係を求める)。

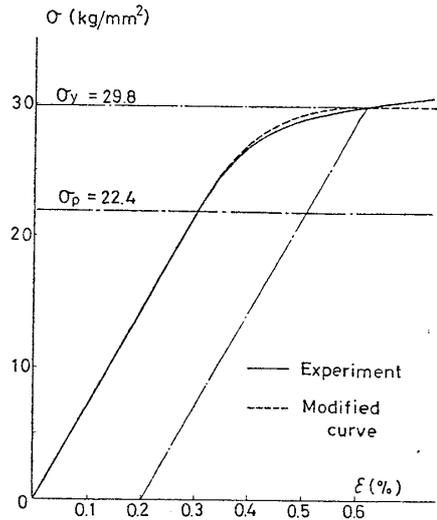


Fig. 2 Uniaxial stress-strain curve of aluminum alloy

そして、層分割法の場合とよく一致する結果を与える係数 A および B を試行錯誤的に定めた。Fig. 3 (a) は、係数 A および B の値を種々に変えて求めた結果と層分割法による結果を比較したものである。同図より、係数を定めると $A=0.5$, および $B=0.75 \times 10^{-2}$ となる。

また、膜力のみが作用した時には、2.1 で示したように、降伏関数 f は A, B に無関係となり、単軸の応力・ひずみ関係を正確にモデル化すれば膜ひずみと膜力の関係を正確に表現できることになっている。

以上、膜力、曲げモーメントがそれぞれ単独に作用した時の塑性域の挙動を正確に表現できるようになったが、膜力と曲げモーメントが同時に作用した時にも上で求めた係数 A, B が適用できることを確認する必要がある。

Fig. 3 (b) に、膜ひずみと曲げひずみが同時に比例的に作用した時の断面力の変化の様子を示す(この時、緯線方向のひずみの仮定は、 $M-\theta$ の関係を求めた時と同じ

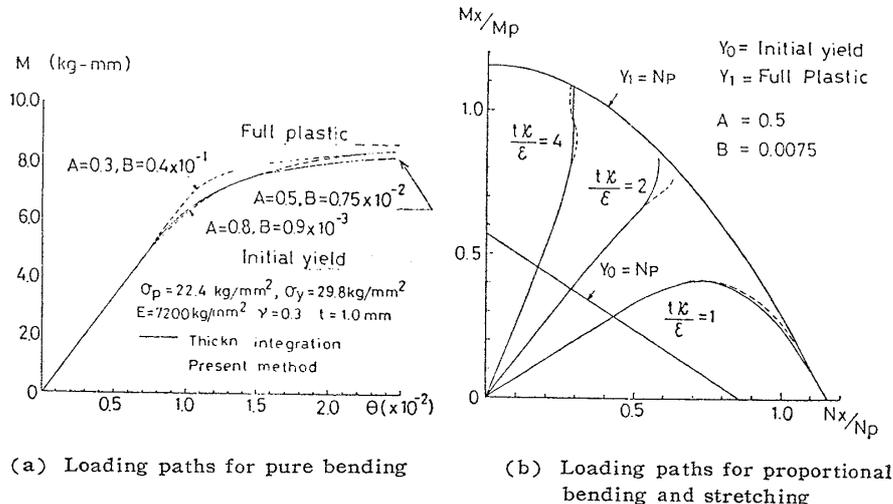


Fig. 3 Aluminum alloy

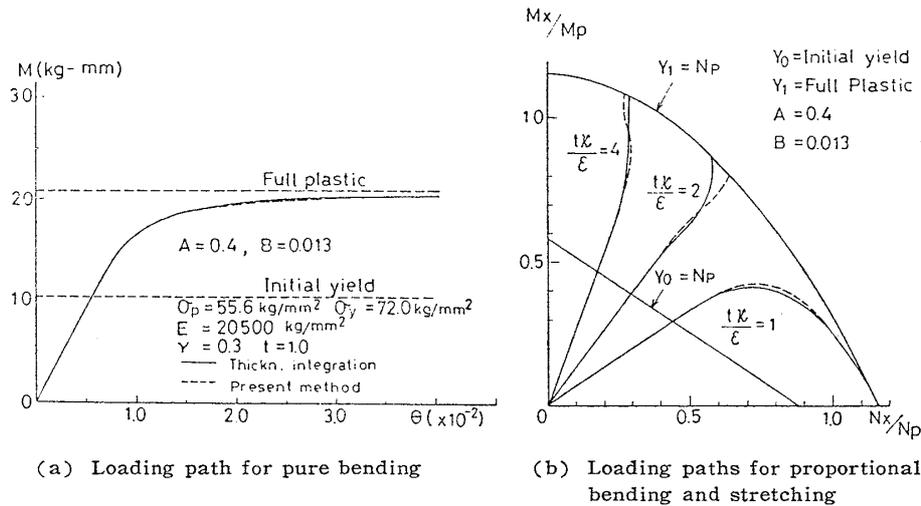


Fig. 4 NS 63

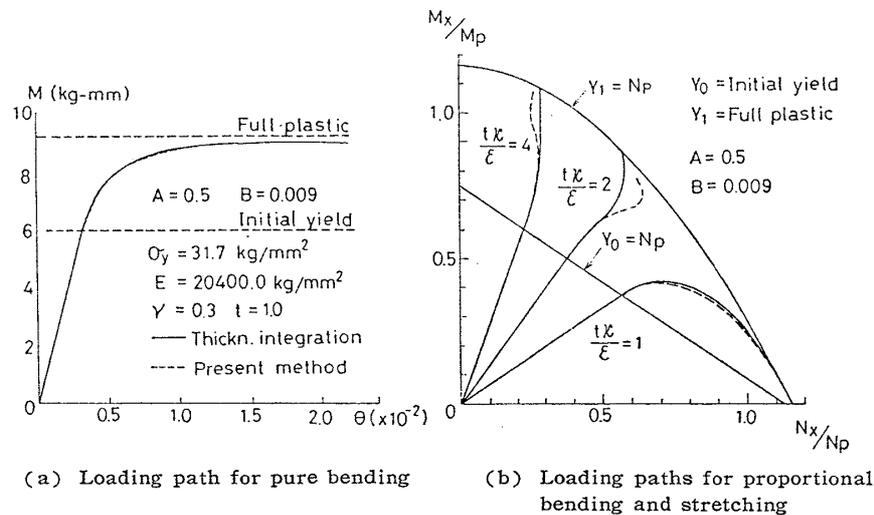


Fig. 5 Elastic-perfectly plastic material

である)。同図より、層分割法(実線)と断面力法(点線)は、全断面降伏 ($Y_1=N_p$) に近いところを除き良く一致している。また、全断面降伏に近いところでは剛性そのものが小さく、この程度の差は実構造の解析を行う場合にあまり影響を与えない。

比例的でない組合せ荷重についても同程度の精度があり、曲げモーメントと曲げひずみの関係だけから求めた係数 A, B の値をそのまま用いても良いことが確認できた。

同様の手順により、NS 63 材および降伏応力 31.7 kg/mm^2 の完全弾塑性体に対しても材料定数 A, B を定めた。これらの材料定数 A, B の値を用いて得られる曲げモーメントと曲げひずみの関係および膜ひずみと曲げひずみを比例的に作用させたときの断面力の変化の様子を Fig. 4 および Fig. 5 に示す。

本報で取り扱った材料で求めた最適な A, B の値は、 $A=0.3\sim 0.5$ 、 $B=0.75\times 10^{-2}\sim 0.4\times 10^{-1}$ であったが、種々の材料に対し A, B を求めてプログラムに内蔵しておくことと便利である。

以上の議論において、無次元化した応力・ひずみ線図 ($\sigma/\sigma_y-\epsilon$) が同一であれば、無次元化した曲げモーメントと曲げひずみの関係 ($M/M_p-\theta$) も同一となるので、 A, B は同じ値を使用できる。したがって、 E/σ_y および σ_y/σ_p が同じ値になる材料の場合にも $\sigma_y\sim\sigma_p$ 間の応力・ひずみ線図の形状がそれほど変らなければ近似的に同じ値が利用できる。

3 解析手法の検証

2. で示した断面力法の妥当性を確かめるために以下の例題について計算した。

3.1 圧力を受ける周辺支持円板

弾塑性大撓み解析の例として、大橋、村上⁹⁾が実験を実施している一様圧力を受ける周辺支持円板について解析を行った。円板の寸法、材料の物性値などは、実験条件に一致させ、以下の値を採用した。

R (半径) = 125 mm

t (板厚) = 10 mm

E (ヤング率) = 20400 kg/mm²

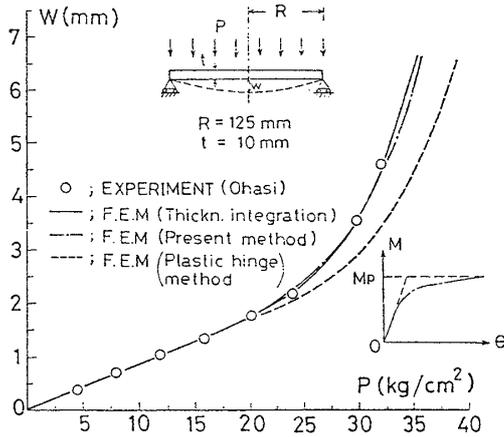


Fig. 6 Load deflection curve of simply supported circular plate

ν (ポアソン比) = 0.3 (弾性域)

σ_y (降伏応力) = 31.7 kg/mm²

E_t (降伏後の接線係数) = 20.4 kg/mm²

上記の材料は、ひずみ硬化が非常に小さいため、ほぼ完全弾塑性体とみなせる。このため、降伏関数 f に含まれる係数 A, B は Fig. 5 に示した完全弾塑性体の値をそのまま用いた。

圧力と円板中央点の撓みの関係を Fig. 6 に示す。従来の塑性関節法 (点線) では、実験結果との差が降伏後大きくなるが、断面力法 (一点鎖線) は、実験結果および層分割法 (実線) と非常に良く一致している。

3.2 外圧を受ける球殻の圧壊強度

軸対称殻の塑性崩壊の典型的なものとして外圧を受けて圧壊する球殻がある。ここでは、猪野・三代らが実験を行ったアルミ合金および NS 63 材の球殻¹⁰⁾¹¹⁾ および Krenzke が実験を行った数多くの試験体の中から 3 体を選び解析を行った。

3.2.1 アルミ球殻 (Case 1)

球殻の寸法は、 R (半径) = 337.8 mm, t (板厚) = 15.62 mm, δ (最大初期不整量) = 0.23 mm, β (初期不整のある部分の開角) = 29.8°, R_1 (初期不整のある位置の局部半径) = 344.7 mm であり、材料定数は Fig. 3 に示したものをを用いた (各記号については、Fig. 7 を参照)。

作用圧力と最大初期不整位置での撓みの関係を Fig. 8 に示す。縦軸および横軸は、作用圧力値 P および撓み w をそれぞれ降伏圧力 $P_y = (2t/R)\sigma_y$ および板厚 t で無次元化して示している。

実験で得られた圧壊圧力値は $P_{ex}/P_y = 0.931$ であるが、層分割法、断面力法、塑性関節法より得られる圧壊圧力値はそれぞれ $P/P_y = 0.968, 0.925, 0.979$ であり、大きな差はなかった。これは、球殻の板厚が半径に比べて厚く ($R/t \approx 22$)、全断面降伏に近い状態で崩壊しているためと考えられる。なお、計算による圧壊圧力値は、

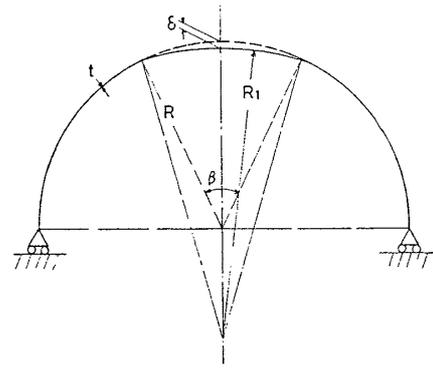


Fig. 7 Calculation model for Al and NS 63 spherical shell

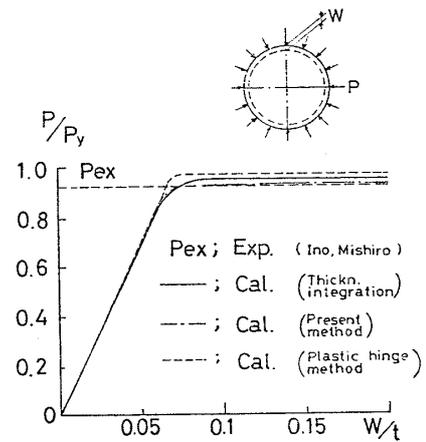


Fig. 8 Load deflection curve of aluminum spherical shell

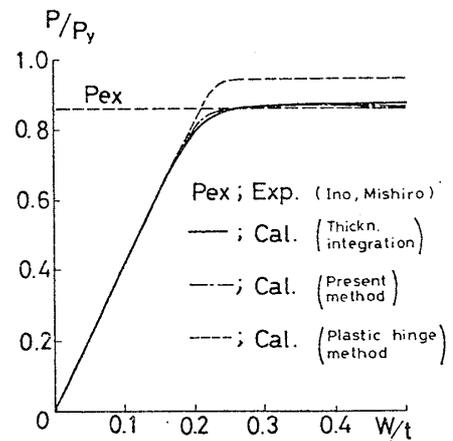


Fig. 9 Load deflection curve of NS 63 spherical shell

ここでは図中の接線勾配が初期の勾配の 1/20 となる圧力値を採用した。

3.2.2 NS 63 球殻 (Case 2)

球殻の寸法は、 $R = 345$ mm, $t = 4.12$ mm, $\delta = 0.42$ mm, $\beta = 12.3^\circ$, $R_1 = 356.96$ mm であり、材料定数は Fig. 4 に示したものである。

作用圧力と最大初期不整位置での撓みの関係を Fig. 9 に示す。実験で得られた圧壊圧力値は $P_{ex}/P_y = 0.877$

であるが、層分割法、断面力法、塑性関節法により得られる圧壊圧力値はそれぞれ $P/P_y=0.883, 0.877, 0.954$ であり、塑性関節法を除いてよく一致している。これは Case 1 に比べて Case 2 では球殻の板厚が薄く ($R/t=84$)、塑性化があまり進行しないうちに崩壊するために、 $\sigma_y=72.0 \text{ kg/mm}^2$ を降伏応力とした塑性関節法の解析では安全側の評価を与えすぎたものと考えられる。

これまでの議論はすべて球殻の軸対称変形のみを取り扱っているが、ここで非対称座屈について検討した。球殻の塑性域での非対称座屈値を求めるため、各荷重増分において周方向の波数を仮定して座屈解析を行ったが、得られた値は、軸対称圧壊値とほとんど差がなかった。

3.2.3 Krenzke モデル (Case 3, 4, 5)

Krenzke が実験を行った球殻のうち、Kao¹²⁾ が差分法で圧壊圧力を求めた試験体について、断面力法を用いて解析を行った。球殻の寸法および材料定数を Table 1 に示すが、解析は Kao の計算条件に合わせ半頂角 $\phi=30^\circ$ の部分球殻を取り出して行った。

解析結果を Krenzke の実験結果、Kao の計算結果および層分割法による結果と比較して Table 1 に示す。Case 3 を除き、断面力法を用いて求めた圧壊圧力は実験結果とよく一致している。また、Case 3 についても、断面力法により求めた圧壊圧力は層分割法による結果および Kao の計算結果と良く一致している。

以上の例題の解析を行った結果、断面力法は層分割法とはほぼ同程度の精度があることが確認できた。

以上、断面力法の特徴についてまとめると次のとおりである。

(1) 断面力法では、板厚方向の層分割をせずに断面に作用する膜力・曲げモーメントを用いて降伏、除荷の判定を行うため層分割法に比べて計算回数が少なくなり、また、剛性行列の作成や等価節点力の計算の際にも板厚

方向の積分を行う必要がない。したがって、解析に要する計算時間は層分割法に比べかなり減少することができる。ここで取り扱った例題では 20~30% の減少であった。

(2) 計算精度は、塑性関節法よりは良く、層分割法と大きな差はない。

(3) 塑性域の取り扱いにおける定式化は、従来の応力を用いて行う方法とほぼ同様の手順で行うことができる。

(4) 断面力法は軸対称殻の解析以外の問題にも拡張でき、たとえば任意形状殻の解析にも適用できる。

4 初期不整を有する球殻の圧壊強度

一様外圧を受ける球殻の塑性域における圧壊強度については、Krenzke¹⁾、船用機器開発協会²⁾、金井ら⁴⁾ の実験的研究はあるが計算を用いて圧壊強度を求めたものは少ない。

本報では、2. で述べた解析手法に基づき形状初期不整のある球殻の圧壊強度を求め、圧壊強度に及ぼす初期不整の影響を調べた。

本論文では球殻の材料としてアルミ合金 (Fig. 2 に応力・ひずみ線図を示したもの) を選び、半径と板厚の比を $R/t=25, 50, 100$ に変えて解析したが、古典座屈値 $P_{cl}=2E(t/R)^2/\sqrt{3(1-\nu^2)}$ と降伏圧力 $P_y=(2t/R)\sigma_y$ の比 $P_y/P_{cl}=\sqrt{3(1-\nu^2)}(\sigma_y/E)(R/t)$ が同一の球殻ならば、降伏度合が同一になるので以下の議論はほぼそのまま適用できる。

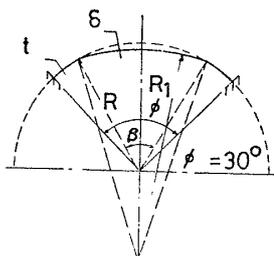
4.1 頂部にある初期不整の影響

半径と板厚の比を変え、 $R/t=25, 50, 100$ の3種類の球殻を考える。

これらの球殻は一様外圧が作用したときに塑性域で崩壊する寸法となっているが、 R/t の大小により塑性化の

Table 1 Collapse pressure of Krenzke model

CASE	t (mm)	R (°)	R ₁ (°)	β	$\frac{\delta_{\max}}{t}$	P _{ex} (kg/cm ²)	P _e (°)	P _{c1} (°)	P _{c2} (°)	P _{c3} (°)	P _{c1} /P _{ex}
3	0.264	20.77	29.04	10°	0.086	86.5	83.7	70.3	73.8	68.9	0.81
4	0.635	20.96	24.05	20°	0.068	296.3	283.0	291.8	274.2	—	0.98
5	0.630	20.95	29.22	30°	0.334	200.4	212.7	203.9	196.9	—	1.02



collapse pressure

P_{ex} --- Exp. (Krenzke) $E = 7600 \text{ kg/mm}^2$

P_e --- Exp. formula (Krenzke) $\nu = 0.3$

P_{c1} --- Cal. (Present method) $\sigma_p = 42.2 \text{ kg/mm}^2$

P_{c2} --- Cal. (Kao) $\sigma_y = 56.2 \text{ kg/mm}^2$

P_{c3} --- Cal. (Thickn. integration) $A=0.3 \quad B=0.04$

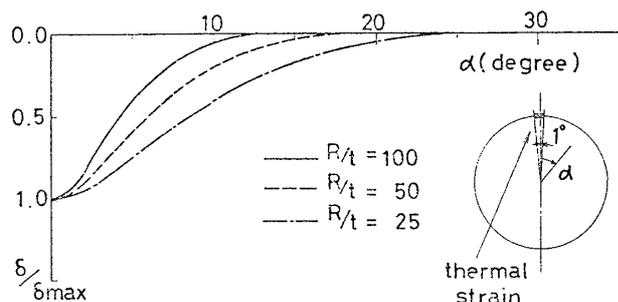


Fig. 10 Distribution of imperfection by thermal strain at the apex

程度が異なる。すなわち、 R/t が小さい球殻では塑性化がかなり進行するのに対して、 R/t の大きい球殻では塑性化があまり進行しない。

これらの球殻の頂部に軸対称の初期不整のある場合を考える。ここでは、溶接によって生じる初期不整を考えることとし、初期不整の与え方を以下のようにした。

まず、球殻の頂部 ($\alpha=0\sim 1^\circ$ の領域) に単位の熱ひずみを与え¹³⁾、変形のモードを求める。次に、この変形モードと初期不整の形状が同一であると仮定し、最大撓み δ_{max} が板厚の 0.1, 0.2, 0.4 倍になるように初期不整を与えた。得られた初期不整の形状を Fig. 10 に示す。それぞれの球殻で初期不整の存在する領域を無次元化表示して形状係数 $\lambda = \sqrt[4]{12(1-\nu^2)\beta(R/t)^{1/2}}$ (β は初期不整のある領域であり $R/t=100$ のとき Fig. 10 より $\beta=12.5^\circ$ とする) で表わすと、すべて $\lambda=4.0$ のほぼ同じ値となる。

以上のようにして求めた初期不整をもつ球殻に一様外圧を作用させ、荷重増分法により変形を求めた。作用圧力と頂点における変形の関係を $R/t=100, 50, 25$ の場合についてそれぞれ Fig. 11, 12 および 13 を示す。また、Fig. 14 には、それぞれの球殻について初期不整が圧壊圧力を低下させる割合を示した。同図にはパラメー

タとして R/t の他に $\sqrt{3(1-\nu^2)}(\sigma_y/E)(R/t)$ も () 内に併記した。このパラメータを用いると材料 (σ_y/E) や寸法 (R/t) の異なる球殻にも同図を用いて初期撓みによる圧壊圧力の低下の割合を推定することができる。同

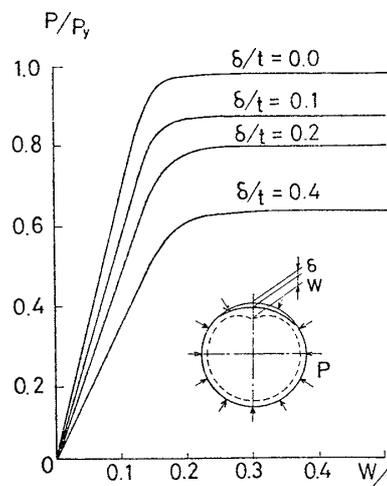


Fig. 12 Load deflection curve ($R/t=50$) — the effect of imperfection at the apex

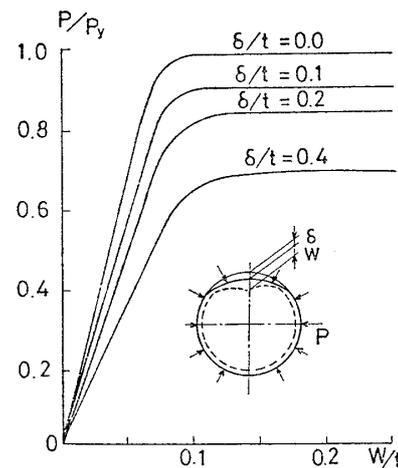


Fig. 13 Load deflection curve ($R/t=25$) — the effect of imperfection at the apex

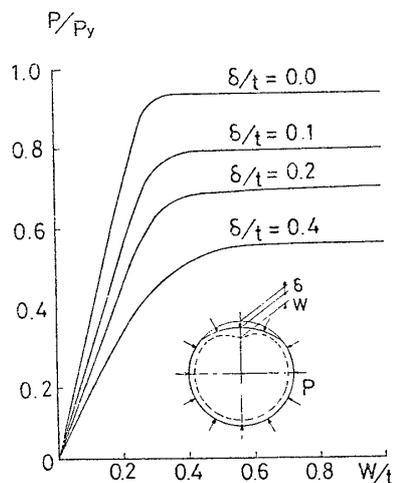


Fig. 11 Load deflection curve ($R/t=100$) — the effect of imperfection at the apex

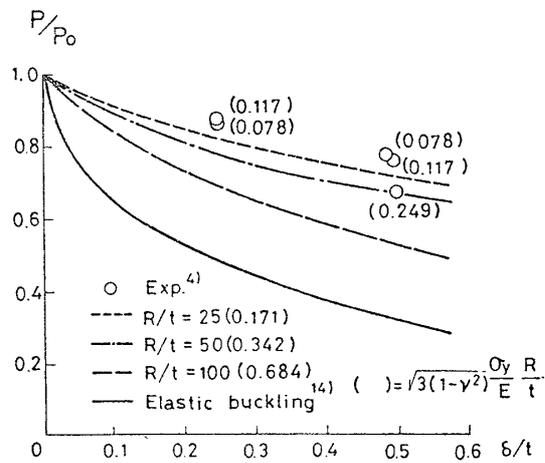


Fig. 14 Effect of imperfection on the collapse pressure

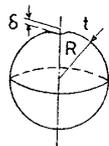
図には比較のために金井らの実験結果⁴⁾を示した。実験点は初期不整がほぼ零の球殻の圧壊圧力値を P_0 として P/P_0 を求めた。実験結果と解析結果を比較するとよく一致している。また、参考のために弾性座屈の場合として古賀, Hoff の計算結果 (type 2)¹⁴⁾をも示した。図からわかるように、球殻の板厚が薄いほど初期不整の影響による圧壊圧力の低下が大きい。すなわち、球殻の座屈が弾性域に近いところで起るほど初期不整に対して圧壊圧力が敏感であり、反対に塑性的な崩壊であるほど影響を受けにくいことがわかった。これは、金井らが実験結果から推定していることと一致している。さらに Table 2 には計算により求めた圧壊圧力値 P_{cal} と、降伏圧力 P_y 、完全球殻の圧壊圧力値 P_0 および Krenzke の実験式より得られる圧壊圧力値 P_e とのそれぞれの比を示す。計算により求めた圧壊圧力値 P_{cal} は Krenzke の圧壊圧力値に比べ高めとなっているが、実験式では形状初期不整以外の不整も含めた形で式を作成しているために計算に比べて低めの評価になっていると考えられる。

なお、形状初期不整のある領域の大小が圧壊強度に与える影響を調べるため、 $R/t=100$, $\delta/t=0.2$ の場合を例にとり、初期不整の領域 β を変えて圧壊強度解析を行ったが、 $\lambda=4.0$ のときに圧壊圧力値が最も低下した。したがって、熱ひずみを用いて初期不整形状を与える方法は、最も低めの圧壊圧力値を与え、妥当であると考えられる。ただし、弾性座屈の時、 $\lambda=3$ の初期不整が圧壊圧力を最も低下させることがわかっており¹⁵⁾、本報で得られた結果と異なるが、塑性崩壊の影響か β のとり方が不確定であるためか不明である。この点については今後の

Table 2 Spherical shell with imperfection at the apex

Case	R/t	δ/t	P_{cal}/P_y	P_{cal}/P_0	P_{cal}/P_e
I-1	100	0.0	0.92	1.0	1.05
2	100	0.1	0.77	0.84	1.06
3	100	0.2	0.67	0.73	1.09
4	100	0.4	0.54	0.58	1.26
5	50	0.0	0.97	1.0	1.04
6	50	0.1	0.86	0.89	1.06
7	50	0.2	0.79	0.81	1.09
8	50	0.4	0.67	0.69	1.15
9	25	0.0	0.99	1.0	1.04
10	25	0.1	0.90	0.91	1.07
11	25	0.2	0.84	0.85	1.12
12	25	0.4	0.73	0.74	1.23

δ ; imperfection
 P_{cal} ; collapse pressure by FEM
 P_y ; Yield pressure ($=\frac{2t}{R}\sigma_y$)
 P_0 ; P_{cal} for $\delta/t=0.0$
 P_e ; collapse pressure by Krenzke



検討が必要であろう。

4.2 同心円状にある初期不整の影響

実際の球殻では、構造上、貫通部材を取り付けるために、やむを得ずはめ込み溶接となることがある。この場合、生じる溶接変形はほぼ同心円状であると考えられ、同心円状に存在する初期不整が圧壊強度に及ぼす影響を調べる必要がある。

ここでは、 $R/t=100$ の場合について (Fig. 15 参照)、はめ込み溶接の位置の頂点からの角度 θ を $5^\circ, 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ$ と変えた4ケースの解析を行った。初期不整の与え方は 4.1 と同様に熱ひずみで与え、最大初期不整量を板厚の 0.2 倍とした。その変形状を Fig. 15 に示す。

溶接熱変形によって生じる初期不整の形状は、はめ込み溶接の位置によって異なり、 $\theta=5^\circ$ では頂点に最大撓みが生じ、 $\theta=10^\circ, 20^\circ, 30^\circ$ ではほぼ溶接位置に最大撓みが生じた。

これらの初期不整をもつ球殻に一樣外圧が作用した時の荷重と最大撓みの関係を Fig. 16 に示し、圧壊圧力値を Table 3 (Case II-1~4) に示す。

$\theta=5^\circ$ の場合の圧壊圧力値は頂点に熱ひずみを与えた場合 (Table 2 の Case I-3) とほぼ同一であるが、はめ込み溶接の半径が大きくなると ($\theta=10^\circ, 20^\circ, 30^\circ$) 圧

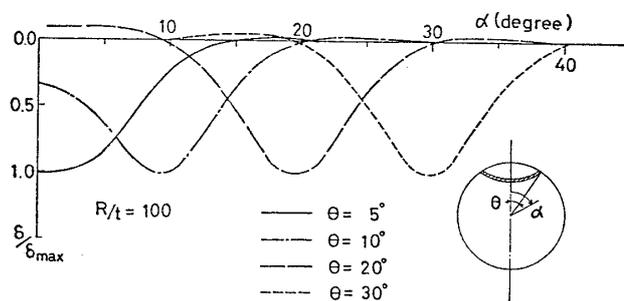


Fig. 15 Distribution of imperfection by concentric thermal strain

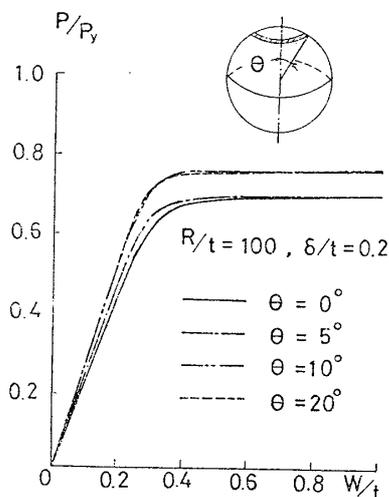


Fig. 16 Load deflection curve ($R/t=100$)—the effect of concentric imperfection

Table 3 Concentric imperfection

Case	θ (degree)	δ/t	Δ/t	δ_{max}/t	P_{cal}/P_y	P_{cal}/P_0
II - 1	5	0.2	0.0	0.2	0.67	0.73
2	10	0.2	0.0	0.2	0.76	0.82
3	20	0.2	0.0	0.2	0.74	0.80
4	30	0.2	0.0	0.2	0.74	0.80
III - 1	20	0.0	-0.2	0.2	0.79	0.85
2	20	0.0	0.2	0.2	0.76	0.82
3	20	0.2	-0.2	0.2	0.70	0.76
4	20	0.2	0.2	0.4	0.67	0.73

壊圧力が上昇している。

4.3 溶接による目違いの影響

貫通部材のはめ込み溶接を行う場合に、4.2 で取り扱った溶接熱変形による初期不整の他に、施工上、溶接目違いが生じることが多い。そこで、この目違いが圧壊強度に及ぼす影響を調べるために、 $R/t=100$ の球殻に対して頂点から 20° の位置に軸対称の目違いのある場合を考えて圧壊強度解析を行った。与えた目違い量は板厚の 0.2 倍であり、はめ込み溶接される部材が球殻の一般部よりも落ち込むような目違いを正と定義した。

解析結果を Table 3 (Case III-1~4) に示す。

球殻に目違いのみがある場合 (Case III-1, 2) は、同じ初期不整量 δ_{max} でも溶接熱変形による初期不整のある場合 (Case II-3) の圧壊圧力値に比べて高くなっている。これは、目違いによる初期不整が局部的であるためと考えられる。

実際の球殻では、目違いと溶接熱変形が同時に存在すると考えられ、両者が組合わされた場合の圧壊強度解析を行った (Case III-3, 4)。Case III-3 と 4 を比較すると、貫通部材が落ち込むような目違い (Case III-4) の方が圧壊圧力がやや低い。圧壊圧力を推定する場合、平均半径からの差の最大値 (δ_{max}) で初期不整量を評価する方法が一般に用いられ、Case III-4 の場合は、 $\delta_{max}/t=0.4$ となり初期不整量を大きく評価することになり問題はないが、Case III-3 では溶接熱変形と目違いの方向が逆であるために $\delta_{max}/t=0.2$ となり初期不整量を小さく評価することになり注意を要する。

4.4 溶接残留応力の影響

4.1~4.3 では、溶接による形状初期不整の影響のみを考えたが、実際の球殻では溶接により残留応力も生じている。

そこで、 $R/t=100$ の球殻に対して $\theta=20^\circ$ の位置にはめ込み溶接する場合を考えて圧壊強度解析を行い、残留応力が圧壊強度に及ぼす影響を調べた。

まず、溶接によって生じる熱変形、残留応力分布を求めるために $\theta=20^\circ$ の位置の両側 0.5° の領域に 1% の熱ひずみを与えて弾塑性解析を行った。この時の残留応力分布は Fig. 17 に示すようになり、溶接線上で周方向の引張りの残留応力が、その両側で圧縮の残留応力がそれぞれ生じている。また、最大初期変形は溶接部付近に生じ $\delta/t=0.078$ であった。

次に、上で求めた初期変形をもつ球殻に一樣外圧を作用させ、残留応力のある場合とない場合について圧壊圧

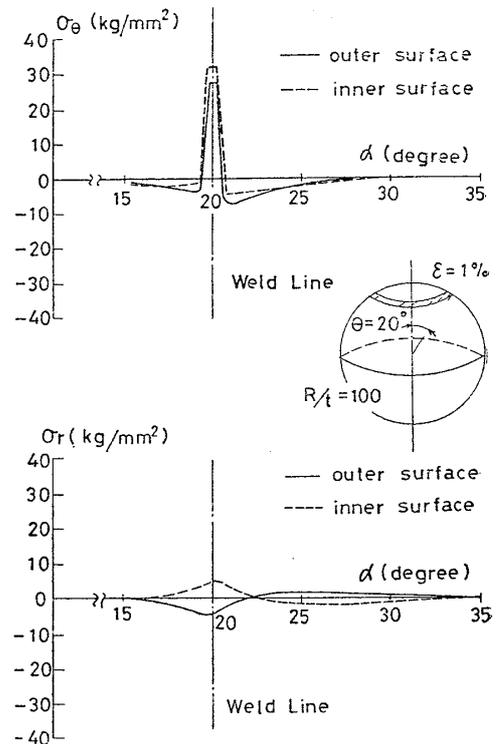


Fig. 17 Distribution of residual stress

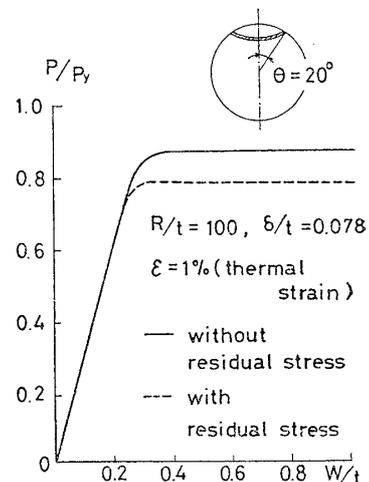


Fig. 18 Load deflection curve ($R/t=100$)

力を求めた。作用圧力と最大撓みの関係を Fig. 18 に示す。残留応力のある場合の圧壊圧力値は $P/P_y=0.789$ であり残留応力のない場合の圧壊圧力値 $P/P_y=0.872$ の90%に低下している。これは、残留応力のある場合は溶接線の両側に生じた圧縮の残留応力のため、圧力が作用した時にこの位置で降伏がはやく生じ、圧壊圧力が低下したものと考えられる。

ただし、 R/t が小さくなれば低下の割合は小さくなると思われる。

なお、今回の解析では熱ひずみは板厚方向に一定として与えたが、実際の球殻では複雑な分布になると考えられ、残留応力の影響についてはさらに詳細な解析と実験による確認が必要である。

5 結 言

本報では、軸対称殻の弾塑性解析において、断面力を用いて材料のひずみ硬化など、塑性域での挙動を正確にモデル化できる解析手法(断面力法)を考案し、解析プログラムを作成した。この手法により、従来の塑性関節法よりも精度良く軸対称殻の弾塑性挙動を追跡でき、また層分割法に比較して計算時間を20~30%短縮することができた。

さらに一様外圧にて塑性域で圧壊する球殻の解析を行い、初期不整が圧壊強度に及ぼす影響を調べ、以下の結論を得た。

(1) 球殻の頂部に生じる軸対称の初期不整のため、球殻の圧壊強度は低下するが、その低下の割合は、球殻の圧壊が弾力的であるほど(R/t が大きいほど)大きい。また、頂部に熱ひずみを与えて得られる変形モードは $\lambda=4$ の初期不整形形状となり圧壊圧力を最も低下させる。

(2) 球殻に貫通部材をはめ込み溶接する場合には同心円状の初期不整が生じると考えられるが、初期不整の大きさが同じなら、はめ込み径が大きい方が小さい場合に比べて圧壊圧力は高くなる。

(3) 球殻に溶接残留応力がある場合、圧壊強度はやや低下するが、残留応力の影響についてはさらに詳細な解析と実験による確認が必要である。

以上に得られた結果は、潜水船の耐圧殻、球形ガスホルダー、原子力関係の圧力容器などの球殻構造に適用できるものと考えられる。

また、実際の球殻では貫通部材など板厚が一様でない場合があり、この影響についても本解析法によって取り扱うことができる。

断面力を用いた弾塑性の取扱い法については、今後任意形状シェル解析などにも拡張していく予定である。

最後に、本研究に対して種々有益なご議論をいただい

た川崎重工業(株)潜水艦設計部の方々に深く感謝いたします。

参 考 文 献

- 1) M. A. Krenzke, T. J. Kierman: The effect of initial imperfections on the collapse strength of deep spherical shells, David Taylor Model Basin Report, 1757 (1965).
- 2) 財団法人 日本船用機器開発協会: 6000m 深海潜水調査船の開発研究事業報告書 (1971).
- 3) 財団法人 日本船用機器開発協会: 6000m 深海潜水調査船の開発研究事業報告書 (1972).
- 4) 金井一彦, 森鼻英征, 山崎敏樹, 他: 球殻の耐圧強度に関する実験研究, 日本造船学会論文集, 第132号 (1972).
- 5) 上田幸雄, 矢尾哲也, 藤久保昌彦: 塑性関節法の一般化に関する研究, 日本造船学会論文集, 第146号 (1979).
- 6) 川井忠彦, 都井 裕: 円形アーチ・球殻の解析における新しい離散化モデル, 日本造船学会論文集, 第144号 (1978).
- 7) H. Egger, B. Kröplin: Yielding of plate with hardening and large deformation, Int. J. Numerical Methods in Engineering, Vol.19 (1978).
- 8) 例えば, 山田嘉昭: 塑性粘弾性, コンピューターによる構造工学講座 II-2-A, 培風館 p.68~84.
- 9) 安藤良夫, 矢川元基, 菊池文雄, 他: 有限要素法による軸対称かくの弾塑性大たわみ解析, 日本機械学会論文集, 第37巻, 第303号 (1971).
- 10) 猪野一郎, 三代義雄, 竹内右近, 他: 潜水船用アルミニウム合金製耐圧容器の圧壊強度に関する実験的研究, 川崎技報, 第74号 (1980).
- 11) 猪野一郎, 三代義雄, 寺田春秋: 高張力鋼球殻の圧壊強度, 川崎技報, 第52号 (1974).
- 12) R. Kao: A comparative study on the elastic plastic collapse strength of initially imperfect deep spherical shells, Int. J. Numerical Methods in Engineering, Vol.7 (1981).
- 13) 藤田 譲, 野本敏治, 山田桑太郎, 他: 球殻構造における溶接変形の研究(第2報), 日本造船学会論文集, 第150号 (1981).
- 14) T. Koga, N. J. Hoff: The axisymmetric buckling of initially imperfect complete spherical shells, Int. J. Solids Structures, Vol.5 (1969).
- 15) 小久保邦雄, 山本善之: 外圧をうける球殻の座屈, 日本造船学会論文集, 第133号 (1973).

付 録

$$f^2 = (Y_1^2(\bar{\epsilon}^p)^A + Y_0^2 B) / ((\bar{\epsilon}^p)^A + B)$$

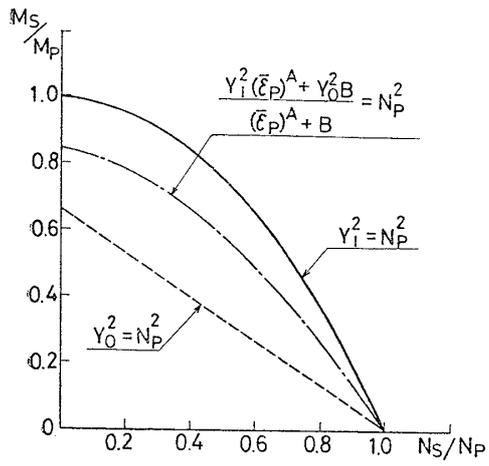
上式は、 $\bar{\epsilon}^p=0$ のとき $f=Y_0$ 、 $\bar{\epsilon}^p \rightarrow \infty$ のとき $f=Y_1$ となり、 $\bar{\epsilon}^p$ の値により降伏関数の形が決定される。

いま、簡単のために $N_\theta=M_\theta=0$ の場合を考えると、

$$Y_0=N_p \text{ は } |N_s/N_p|+1.5 \times |M_s/M_p|=1 \text{ と}$$

$$Y_1=N_p \text{ は } (N_s/N_p)^2+|M_s/M_p|=1 \text{ と}$$

それぞれ等価である。



すなわち、初期降伏 ($\bar{\epsilon}^p=0$) のとき、降伏関数は Fig. A-1 のように直線 ($Y_0=N_p$) で表わされ、塑性化が進むと降伏関数の形が変化し (1点鎖線), $\bar{\epsilon}^p \rightarrow \infty$ で放物線 ($Y_1=N_p$) となる。

Fig. A-1 Yield function