（昭和 57 年 11 月　日本造船学会秋季講演会において講演）

船の波乗り現象について

正員　梅　田　直　哉*

On the Surf-riding of a Ship

by Naoya Umeda, *Member*

Summary

When travelling in heavy following sea a ship is accelerated on the front slope of a wave and her velocity may become nearly the same as the wave celerity. This phenomenon is called surf-riding and may cause broaching-to, which is very dangerous situation for small craft. The present paper relates to the surf-riding.

First, the resistance variation in wave, an important factor of the surf-riding, was treated with both theoretically and experimentally. The usefulness of theory on the Froude-Krylov hypothesis was examined by the proposed theoretical method on the boundary value problem and the captive model experiments.

Second, the motion involving the surf-riding phenomenon was realized and recorded in a towing tank. The results show a fairly good agreement with a digital simulation based upon the theory and captive model experiments. Finally the author proposed a diagram indicating the possibility of surf-riding for a given wave and ship on the basis of the present studies. This simulation study proved useful to predict surf-riding of a given ship.

1　緒　　言

荒天下，追波状態で航行する小型高速船にとってブローチングは最も危険な現象の一つである。ブローチングとは，波乗り現象を起こしたうえ，波の下り波面で急速な回頭運動を起こすものを指す。このブローチングの発生メカニズムを調べるためには，一般的な操縦運動の場合のように横運動だけを扱うのでなく，前後運動である波乗り現象の解析が不可欠となる。またブローチング発生の必要条件に波乗り現象があることを思うと，波乗りの防止もブローチング対策として有効であろう。

ところが，この波乗り現象について研究された例は意外に少ない。実験的には Cane & Goodrich[1]，造研 RR 17 部会[2] などにより，理論的には Grim[3]，Boese[4]，浜本[5] らによってなされている。しかし理論実験の両面にわたる総合的な検討は十分に行われたとはいい難い。そこで今回は波乗り現象そのものを取り扱い，力学的考察を加えることとした。ただ，波乗り現象は普通，横傾斜角，横流れ角，波との出会角を持った状態で発生する。しかし従来の実験[6] によると，それらが微小角である限り前後力に及ぼす影響は小さい。よって横傾斜せず真追波中を直進する場合の現象で一般の波乗り現象を代表できるものとする。具体的には，まず波乗りの主たる原因と思われる波による抵抗変動を考え，拘束模型実験と流体力学的検討を行った。次に波乗りに至る運動の水槽実験を実施し，運動力学的に説明することを試みた。これらの結果より波乗り現象の力学的機構がほぼ明らかになったと思われるのでここに報告する。

* 水産工学研究所

2　追波中の抵抗変動について

波乗り現象を考えるにあたっては，波によってどのように抵抗が変動するかを捕えておく必要がある。波乗りに至るような追波状態では波と船との出会周波数が非常に低く，流体力の周波数依存性は小さいと考えられる。そこで本節では波と船が等速度で進む典型的な波乗り状態の抵抗変動の解析をもって代表させることとする。

従来の Havelock[7]，Grim[3] らの理論的研究においては Froude-Krylov の仮説に従うものに限られ，前進速度の影響などが十分考慮されていなかった。そこで今回は完全流体力学の範囲内でより合理的な方法を用い，従来の考え方の再検討を行った。具体的には 3 次元定常造波抵抗理論[8] を入射波の存在する場合に拡張することとなる。また拘束模型実験も併せて実施し，理論計算と比較検討した。

2.1　座標系と定式化

座標系としては，船体固定座標系 $G\text{-}\bar{x}\bar{y}\bar{z}$，船と等速度で移動する慣性座標系 $O'\text{-}xyz$，入射波の谷を基準と

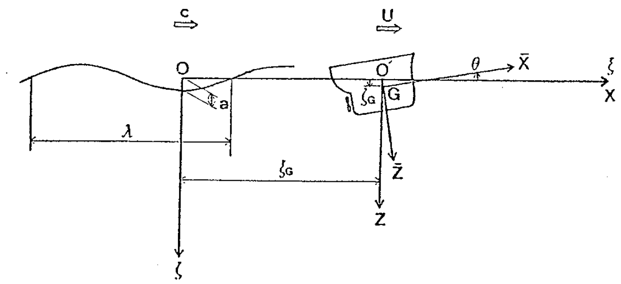

Fig. 1 Coordinate system

する慣性座標系 O-$\xi\eta\zeta$ を用い，Fig. 1 のように定義する。船の Sinkage を ζ_G，Trim を θ，そして船尾方向に最も近い入射波の谷と船体重心の距離を ξ_G とする。θ を微小とした座標変換式は次のように定まる。

$$\left.\begin{aligned}\bar{x}&=x-\theta(z-\zeta_G)\\ \bar{y}&=y\\ \bar{z}&=z-\zeta_G+\theta x\end{aligned}\right\}\qquad(2.1)$$

今回の問題は，波と船が等速度で進行するため定常と考えられる。ここで船速を U，入射波の位相速度を c と表わすとすると，$U=c$ である。また流体は非粘性，非圧縮であり，表面張力の影響は無視できるものとする。

速度ポテンシャル，水面の変位として，

$$\left.\begin{aligned}\Phi&=-Ux+\phi_w+\phi_s\\ \zeta&=\zeta_w+\zeta_s\end{aligned}\right\}\qquad(2.2)$$

(suffix w：入射波，s：攪乱)

そして Laplace 方程式に，自由表面条件，船体表面条件，無限遠の条件を加えると速度ポテンシャルについての非線形境界値問題となる。さらに正則摂動により問題の線形化を図る。摂動パラメーターとしては，入射波，船型要素を表わす次の２つを選ぶこととする。

$$\left.\begin{aligned}a/\lambda&=O(\varepsilon)\\ B/L&=O(\beta)\end{aligned}\right\}\qquad(2.3)$$

ただし，入射波の波振幅を a，波長を λ，そして，船の幅を B，長さを L とする。

これらについて摂動展開すると

$$\left.\begin{aligned}\phi_s&=\beta\phi^{(1)}+\beta^2\phi^{(2)}+\varepsilon\beta\phi_*^{(2)}+\cdots\\ \phi_w&=\varepsilon\phi_w^{(1)}+\varepsilon^2\phi_w^{(2)}+\cdots\\ \zeta_G&=\beta h^{(1)}+\varepsilon h_w^{(1)}+\cdots\\ \theta&=\beta\theta^{(1)}+\varepsilon\theta_w^{(1)}+\cdots\end{aligned}\right\}\qquad(2.4)$$

ここで non-suffix は静水航走分，w は入射波，$*$ はそれらの相互干渉を示す。また船体の幅，喫水についても次のように展開できるとする。

$$\begin{aligned}y=f(x,z)&=\beta f_1(x,z)\\ &+\beta^2\left\{-\theta^{(1)}z\frac{\partial f_1}{\partial x}-(h^{(1)}-\theta^{(1)}x)\frac{\partial f_1}{\partial z}\right\}\\ &+\beta\varepsilon\left\{-\theta_w^{(1)}z\frac{\partial f_1}{\partial x}-(h_w^{(1)}-\theta_w^{(1)}x)\frac{\partial f_1}{\partial z}\right\}\end{aligned}\qquad(2.5)$$

$$\begin{aligned}\tau&=\beta\tau^{(0)}+\beta^2\left(h^{(1)}-\theta^{(1)}x-\theta^{(1)}\tau^{(0)}\frac{\partial\tau^{(0)}}{\partial x}\right)\\ &+\beta\varepsilon\left(h_w^{(1)}-\theta_w^{(1)}x-\theta_w^{(1)}\tau^{(0)}\frac{\partial\tau^{(0)}}{\partial x}\right)\end{aligned}\qquad(2.6)$$

このような操作により，(2.7) 式で与えられる各オーダーごとの線形境界値問題に帰着する。

$$\left.\begin{aligned}&[L]\quad \frac{\partial^2\phi^{(i)}}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\phi^{(i)}}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\phi^{(i)}}{\partial z^2}=0\\ &[H]\quad \frac{\partial\phi^{(i)}}{\partial y}=\frac{1}{2}q^{(i)}(\phi^{(i-1)})\\ &[F]\quad \frac{U^2}{g}\frac{\partial^2\phi^{(i)}}{\partial x^2}+\frac{\partial\phi^{(i)}}{\partial z}=\gamma^{(i)}(\phi^{(i-1)})\\ &[\infty]\quad \phi^{(i)}=0\qquad y\to\pm\infty,\ z\to\infty\\ &[R]\quad \sqrt{x}\,\phi^{(i)}\to 0\qquad x\to\infty\end{aligned}\right\}\qquad(2.7)$$

なお，入射波の攪乱ポテンシャルへの影響は２次の項で現われるので以後２次の項まで残して考える。

2.2　速度ポテンシャル

先の境界値問題は，２つの非同次境界条件に着目し，Green の公式を適用して解くことができる。これによって速度ポテンシャルが決まり，流場は定まる。

まず，$O(\beta)$ の $\phi^{(1)}$ は Michell の Thin ship theory のものと一致し，$O(\beta^2)$ の $\phi^{(2)}$ は丸尾[8] の Higher order thin ship theory に高木[9] による修正を施したものとなる。すなわちこれらの２つは静水中の造波抵抗の速度ポテンシャルに対応している。

次に，$O(\varepsilon)$ の $\phi_w^{(1)}$，$O(\varepsilon^2)$ の $\phi_w^{(2)}$ は入射波の速度ポテンシャルとなるので，ここでは Stokes 波の結果を用いる。

さらに $O(\varepsilon\beta)$ の $\phi_*^{(2)}$ は入射波と船体の干渉による速度ポテンシャルとなり，次に示すとおりである。

$$\begin{aligned}\phi_*^{(2)}=&-\frac{1}{2\pi}\iint_{s_0}U\left\{\theta_w^{(1)}z'\frac{\partial^2 f_1}{\partial x'^2}\right.\\ &\left.-\theta_w^{(1)}\frac{\partial f_1}{\partial z'}+(h_w^{(1)}-\theta_w^{(1)}x')\frac{\partial^2 f_1}{\partial x'\partial z'}\right\}\\ &\times G(x,y,z,x',0,z')dx'dz'\\ &+\frac{1}{2\pi}\int_L U\left(h_w^{(1)}-\theta_w^{(1)}x'-\theta_w^{(1)}\tau^{(0)}\frac{\partial\tau^{(0)}}{\partial x'}\right)\\ &\times\frac{\partial f_1(x',\tau^{(0)})}{\partial x'}G(x,y,z,x',0,\tau^{(0)})dx'\\ &-\frac{1}{2\pi}\iint_{s_0}\left\{\frac{\partial\phi_w^{(1)}}{\partial x'}\frac{\partial f_1}{\partial x'}+\frac{\partial\phi_w^{(1)}}{\partial z'}\frac{\partial f_1}{\partial z'}\right\}\\ &\times G(x,y,z,x',0,z')dx'dz'\\ &-\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{0}\left\{\frac{\partial^2\phi^{(1)}}{\partial x'^2}\frac{\partial\phi_w^{(1)}}{\partial x'}+\frac{\partial\phi^{(1)}}{\partial x'}\right.\\ &\times\frac{\partial^2\phi_w^{(1)}}{\partial x'^2}+\frac{\partial^2\phi^{(1)}}{\partial x'\partial z'}\frac{\partial\phi_w^{(1)}}{\partial z'}+\frac{\partial\phi^{(1)}}{\partial z'}\frac{\partial^2\phi_w^{(1)}}{\partial x'\partial z'}\\ &-\frac{U^2}{g}\frac{\partial^3\phi_w^{(1)}}{\partial x'^2\partial z'}\frac{\partial\phi^{(1)}}{\partial x'}-\frac{U^2}{g}\frac{\partial^2\phi_w^{(1)}}{\partial x'\partial z'}\frac{\partial^2\phi^{(1)}}{\partial x'^2}\\ &+\frac{\partial\phi_w^{(1)}}{\partial x'}\frac{\partial^2\phi^{(1)}}{\partial x'^2}-\frac{\partial^2\phi_w^{(1)}}{\partial z'^2}\frac{\partial\phi^{(1)}}{\partial x'}-\frac{g}{U}\frac{\partial^2\phi^{(1)}}{\partial z'^2}\end{aligned}$$

$$\times\zeta_w^{(1)}-U\frac{\partial^3\phi^{(1)}}{\partial x'^2\partial z'}\zeta_w^{(1)}-U\frac{\partial^2\phi^{(1)}}{\partial x'\partial z'}\frac{\partial\zeta_w^{(1)}}{\partial x'}$$
$$+\frac{g}{U}\frac{\partial\phi^{(1)}}{\partial x'}\frac{\partial\zeta_w^{(1)}}{\partial x'}\Big\}_{z'=0}$$
$$\times G(x,y,z,x',y',0)dx'dy' \qquad (2.8)$$

この第1，2項は1次入射波による姿勢変化の影響，第3項は入射波の粒子の円運動を散乱する影響でどちらも船体表面条件に基づくものである。第4項は自由表面条件の非線形性の影響である。また S_0 は静止時浸水面と定める。

Gは，定常造波の Green 関数で，Havelock 型の収束積分形で表わすと次のようになる。

$$G(x,y,z,x',y',z')$$
$$=\frac{1}{4\pi}\Big[\frac{1}{\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+(z-z')^2}}$$
$$-\frac{1}{\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+(z+z')^2}}$$
$$-4K\int_{\pi/2}^{(\pi/2)+\Theta}\sec^2\alpha\, e^{-K\sec^2\alpha(z+z')}\sin$$
$$\times[K\sec^2\alpha\{(x-x')\cos\alpha+(y-y')\sin\alpha\}]d\alpha$$
$$-\frac{2K}{\pi}\int_{\pi/2}^{(3/2)\pi}\sec^2\alpha d\alpha\int_0^\infty\frac{1}{k^2+K^2\sec^4\alpha}$$
$$\times[ke^{-k|p|}\cos\{k(z+z')\}-K\sec^2\alpha\, e^{-k|p|}$$
$$\times\sin\{k(z+z')\}]dk\Big] \qquad (2.9)$$

ただし，$p=(x-x')\cos\alpha+(y-y')\sin\alpha$
$\Theta=\tan^{-1}\{(y-y')/(x-x')\}$
$K=g/U^2$

このように，第2近似の速度ポテンシャルは，船体中心面だけでなく，自由表面上の特異点分布の項も含んでいる。ところが，この項は数値計算上大きな困難を伴う。またもし flat ship theory によって定式化すると，船体表面条件は

$$\frac{\partial\phi_s}{\partial z}+\frac{\partial\phi_w}{\partial z}=-U\frac{\partial f'(x,y)}{\partial x}\quad\text{on } z=0 \qquad (2.10)$$

となり，第1近似の段階で入射波の影響が入ってくることになる（$z=f'(x,y)$ は船型を表わす)。よって非線形自由表面条件を考慮する必要がなくなる。しかし，この場合は local 波を含む積分方程式を数値的に解かねばならず，見通しが悪いうえ精度保持も難しい。そのため今回のように thin ship theory で第2近似までとるのが現実的であると考える。ただ実用船型は thin ship と flat ship の中間にあることを思うと，$[H]$ に対する入射波影響に比べ $[F]$ に対する入射波影響は小さいものと思われる。そこで今回の理論計算においては，非線形自由表面条件の影響は無視することとした。

2.3 抵抗変動の理論的表示式

速度ポテンシャルより流体力を求めるにあたっては運動量の定理を用いた。検査面は，$x=\pm\infty$，$y=\pm\infty$，底面，自由表面および船体表面とした。ここで $y=\pm\infty$ は $x=\pm\infty$ より高次の無限大とし，free wave の拡散を含まないよう定める。

このような解析の結果，追波中の抵抗変動Xの理論的表示式は次のとおりとなった。ただしXはx軸方向を正とし，次のように展開できるとする。

$$X=X^{(1)}+X_1^{(2)}+X_{2\mathrm{I}}^{(2)}+X_{2\mathrm{II}}^{(2)}+X_3^{(2)}$$

また以後，摂動パラメーターは陽に書かないこととする。

まず第1近似 $O(\varepsilon\beta)$ としては，

$$X^{(1)}=\rho\int_{-\infty}^{\infty}\int_0^\infty\Big[\frac{\partial\phi^{(1)}}{\partial x}\frac{\partial\phi_w^{(1)}}{\partial x}-\frac{\partial\phi^{(1)}}{\partial z}\frac{\partial\phi_w^{(1)}}{\partial z}\Big]_{x=-\infty}$$
$$\times dzdy-\rho g\int_{-\infty}^{\infty}\zeta^{(1)}\zeta_w^{(1)}\underset{x=-\infty}{dy}$$
$$=-2\rho ga\iint_{S_0}\frac{\partial f}{\partial x}e^{-Kz}\cos K(x+\xi)dzdx \qquad (2.11)$$

これは Froude-Krylov の力に一致する。すなわち波と船が並進する場合の Froude-Krylov 力は，無限後方での入射波と静水造波（横波）の干渉による力という形で表わされることになる（Appendix 参照)。

次に第2近似である，静水造波と相互干渉ポテンシャル $\phi_*^{(2)}$ による波の干渉という形をとる $O(\varepsilon\beta^2)$ の流体力を示す。

$$X_1^{(2)}=\rho\int_{-\infty}^{\infty}\int_0^\infty\Big[\frac{\partial\phi^{(1)}}{\partial x}\frac{\partial\phi_*^{(1)}}{\partial x}-\frac{\partial\phi^{(1)}}{\partial y}\frac{\partial\phi_*^{(2)}}{\partial y}$$
$$-\frac{\partial\phi^{(1)}}{\partial z}\frac{\partial\phi_*^{(2)}}{\partial z}\Big]_{x=-\infty}dzdy-\rho g\int_{-\infty}^{\infty}\zeta^{(1)}\zeta_*^{(2)}\underset{x=-\infty}{dy}$$
$$=\frac{2\rho K^2}{\pi}\int_{\pi/2}^{\pi}(\underbrace{P_{1A}P_{1B}+Q_{1A}Q_{1B}}_{X_{1A}^{(2)}}$$
$$+\underbrace{P_{1A}P_{1C}+Q_{1A}Q_{1C}}_{X_{1B}^{(2)}}+\underbrace{P_{1A}P_{1D}+Q_{1A}Q_{1D}}_{X_{1C}^{(2)}})$$
$$\times\sec^3\alpha\, d\alpha \qquad (2.12)$$

$$\left.\begin{matrix}P_{1A}\\Q_{1A}\end{matrix}\right\}=\iint_{S_0}\left(-2U\frac{\partial f_1}{\partial x}\right)e^{-Kz\sec^2\alpha}$$
$$\times\left\{\begin{matrix}\cos\\\sin\end{matrix}\right.(Kx\sec\alpha)dxdz$$

$$\left.\begin{matrix}P_{1B}\\Q_{1B}\end{matrix}\right\}=-\int_L 2U\left(h_w^{(1)}-\theta_w^{(1)}x-\theta_w^{(1)}\tau^{(0)}\frac{\partial\tau^{(0)}}{\partial x}\right)$$
$$\times\frac{\partial f_1(x,\tau^{(0)})}{\partial x}e^{-K\tau^{(0)}\sec^2\alpha}\left\{\begin{matrix}\cos\\\sin\end{matrix}\right.(Kx\sec\alpha)dx$$

$$\left.\begin{matrix}P_{1C}\\Q_{1C}\end{matrix}\right\}=\iint_{S_0}2U\Big\{\theta_w^{(1)}z\frac{\partial^2 f_1}{\partial x^2}-\theta_w^{(1)}\frac{\partial f_1}{\partial z}$$
$$+(h_w^{(1)}-\theta_w^{(1)}x)\frac{\partial^2 f_1}{\partial x\partial z}\Big\}e^{-Kz\sec^2\alpha}$$
$$\times\left\{\begin{matrix}\cos\\\sin\end{matrix}\right.(Kx\sec\alpha)dxdz$$

$$\left.\begin{matrix}P_{1D}\\Q_{1D}\end{matrix}\right\}=\iint_{S_0}2\left(\frac{\partial\phi_w^{(1)}}{\partial x}\frac{\partial f_1}{\partial x}+\frac{\partial\phi_w^{(1)}}{\partial z}\frac{\partial f_1}{\partial z}\right)$$
$$\times e^{-Kz\sec^2\alpha}\left\{\begin{matrix}\cos\\\sin\end{matrix}\right.(Kx\sec\alpha)dxdz$$

このうち $X_{1A}{}^{(2)}$, $X_{1B}{}^{(2)}$ は，入射波の存在による姿勢変化に基づく造波抵抗を表わす。また $X_{1C}{}^{(2)}$ は，入射波の円運動の散乱による造波抵抗に相当する。これらの力は，入射波によって船体を表わす特異点分布が乱されることによる造波抵抗ともいえよう。

入射波と静水造波の干渉という形となるもののうち，$O(\varepsilon\beta^2)$ の流体力は次のようになる。

$$\begin{aligned}X_{2\mathrm{I}}{}^{(2)}=&-\rho\int_{-\infty}^{\infty}\times\zeta^{(1)}\left\{\frac{\partial\phi^{(1)}}{\partial x}\frac{\partial\phi_w{}^{(1)}}{\partial x}-\frac{\partial\phi^{(1)}}{\partial z}\frac{\partial\phi_w{}^{(1)}}{\partial z}\right\}_{x=-\infty}dy\\&-\frac{\rho}{2}\int_{-\infty}^{\infty}\zeta_w{}^{(1)}\left\{\left(\frac{\partial\phi^{(1)}}{\partial x}\right)^2-\left(\frac{\partial\phi^{(1)}}{\partial y}\right)^2-\left(\frac{\partial\phi^{(1)}}{\partial z}\right)^2\right\}_{x=-\infty}dy-\rho g\int_{-\infty}^{\infty}\zeta^{(2)}\zeta_w{}^{(1)}{}_{x=-\infty}dy\\&+\rho\int_{-\infty}^{\infty}\int_0^{\infty}\times\left[\frac{\partial\phi_w{}^{(1)}}{\partial x}\frac{\partial\phi^{(2)}}{\partial x}-\frac{\partial\phi_w{}^{(1)}}{\partial z}\frac{\partial\phi^{(2)}}{\partial z}\right]_{x=-\infty}dzdy\\=&X_{2A}{}^{(2)}+X_{2B}{}^{(2)}+X_{2C}{}^{(2)}+\tilde{X}_2\end{aligned}\quad(2.13)$$

$$X_{2A}{}^{(2)}=-2\rho ga\int_L\left(h^{(1)}-\theta^{(1)}x-\theta^{(1)}\tau^{(0)}\frac{\partial\tau^{(0)}}{\partial x}\right)\times\frac{\partial f_1(x,\tau^{(0)})}{\partial x}e^{-K\tau^{(0)}}\cos K(x+\xi)dx$$

$$X_{2B}{}^{(2)}=2\rho ga\iint_{S_0}\left\{\theta^{(1)}z\frac{\partial^2 f_1}{\partial x^2}-\theta^{(1)}\frac{\partial f_1}{\partial z}+(h^{(1)}-\theta^{(1)}x)\frac{\partial^2 f_1}{\partial x\partial z}\right\}e^{-Kz}\cos K(x+\xi)dxdz$$

$$X_{2C}{}^{(2)}=\frac{2\rho ga}{U}\iint_{S_0}\left(\frac{\partial\phi^{(1)}}{\partial x}\frac{\partial f_1}{\partial x}+\frac{\partial\phi^{(1)}}{\partial z}\frac{\partial f_1}{\partial z}\right)_{y=0}\times e^{-Kz}\cos K(x+\xi)dxdz$$

ここで $X_{2A}{}^{(2)}$, $X_{2B}{}^{(2)}$ は，船が前進することによる姿勢変化に基づく，Froude-Krylov の力の変化分である。$X_{2C}{}^{(2)}$ については後述する。また $\tilde{X}_2$ は変数 x の消えない不定項となった。このような項がでてくる理由としては非線形自由表面条件を無視した影響と思われる。つまり摂動論的に整合性を欠くことによるものである。本研究では線形自由表面条件により流体現象を十分説明できるという立場をとっているのでこの項の寄与は無視する。

入射波と静水造波の干渉という形のもう一方，$O(\varepsilon^2\beta)$ の流体力は次に示すように零となる。

$$\begin{aligned}X_{2\mathrm{II}}{}^{(2)}=&-\rho\int_{-\infty}^{\infty}\times\zeta_w{}^{(1)}\left\{\frac{\partial\phi^{(1)}}{\partial x}\frac{\partial\phi_w{}^{(1)}}{\partial x}-\frac{\partial\phi^{(1)}}{\partial z}\frac{\partial\phi_w{}^{(1)}}{\partial z}\right\}_{x=-\infty}dy\\&-\rho g\int_{-\infty}^{\infty}\zeta^{(1)}\zeta_w{}^{(2)}{}_{x=-\infty}dy-\frac{\rho}{2}\int_{-\infty}^{\infty}\times\zeta^{(1)}\left\{\left(\frac{\partial\phi_w{}^{(1)}}{\partial x}\right)^2-\left(\frac{\partial\phi_w{}^{(1)}}{\partial z}\right)^2\right\}_{x=-\infty}dy=0\end{aligned}\quad(2.14)$$

さらに，入射波と相互干渉ポテンシャルによる波の干渉という形をとる $O(\varepsilon^2\beta)$ の流体力は，次のとおりである。

$$\begin{aligned}X_3{}^{(2)}=&\rho\int_{-\infty}^{\infty}\int_0^{\infty}\times\left\{\frac{\partial\phi_*{}^{(2)}}{\partial x}\frac{\partial\phi_w{}^{(1)}}{\partial x}-\frac{\partial\phi_*{}^{(2)}}{\partial z}\frac{\partial\phi_w{}^{(1)}}{\partial z}\right\}_{x=-\infty}dzdy\\&-\rho g\int_{-\infty}^{\infty}\zeta_*{}^{(2)}\zeta_w{}^{(1)}{}_{x=-\infty}dy\\=&X_{3A}{}^{(2)}+X_{3B}{}^{(2)}+X_{3C}{}^{(2)}\end{aligned}\quad(2.15)$$

$$X_{3A}{}^{(2)}=-2\rho ga\int_L\left(h_w{}^{(1)}-\theta_w{}^{(1)}x-\theta_w{}^{(1)}\tau^{(0)}\frac{\partial\tau^{(0)}}{\partial x}\right)\times\frac{\partial f_1(x,\tau^{(0)})}{\partial x}e^{-K\tau^{(0)}}\cos K(x+\xi)dx$$

$$X_{3B}{}^{(2)}=2\rho ga\iint_{S_0}\left\{\theta_w{}^{(1)}z\frac{\partial^2 f_1}{\partial x^2}-\theta_w{}^{(1)}\frac{\partial f_1}{\partial z}+(h_w{}^{(1)}-\theta_w{}^{(1)}x)\frac{\partial^2 f_1}{\partial x\partial z}\right\}\times e^{-Kz}\cos K(x+\xi)dxdz$$

$$X_{3C}{}^{(2)}=\frac{2\rho ga}{U}\iint_{S_0}\left(\frac{\partial\phi_w{}^{(1)}}{\partial x}\frac{\partial f_1}{\partial x}+\frac{\partial\phi_w{}^{(1)}}{\partial z}\frac{\partial f_1}{\partial z}\right)\times e^{-Kz}\cos K(x+\xi)dxdz$$

このうち，$X_{3A}{}^{(2)}$, $X_{3B}{}^{(2)}$ は，入射波による姿勢変化に基づく Froude-Krylov 力である。また $\tilde{X}$ を除く $X_{2\mathrm{I}}{}^{(2)}$ と $X_3{}^{(2)}$ は suffix w の有無だけでまったく同じ形となっている。$X_{2C}{}^{(2)}$ と $X_{3C}{}^{(2)}$ は Froude-Krylov の力には属さないが，波の円運動に対して船体表面条件を満たすことにより船体が見掛け上変化した効果という形をとっている。

さらに Appendix に示すように，Froude-Krylov 第2近似を圧力積分で求めると，上記の力には含まれない次の2つの項が現われる。

$$X_{2D}{}^{(2)}=\rho ga\int_L\frac{U}{g}\times\frac{\partial\phi(x,0,0)}{\partial x}\frac{\partial f_1(x,0)}{\partial x}\cos K(x+\xi)dx\quad(2.16)$$

$$X_{3D}{}^{(2)}=\rho ga^2\int_L\frac{\partial f_1(x,0)}{\partial x}\cos^2 K(x+\xi)dx\quad(2.17)$$

この原因としては次のことが考えられる。船体による攪乱の高次の波の取り扱いは，$z=0$ における特異点分布を用いた。ところが高次の入射波は，Stokes 波の考え方に従ったので $z=0$ の特異点分布では表わされていない。このように2つの波の取り扱いの差が存在している。もし $z=0$ での特異点分布を考えると，$z<0$ の部分は，運動量の定理の適用域より外れ，後で圧力積分して付加するべきものとなる[9]。そこで今回は $X_{2D}{}^{(2)}$, $X_{3D}{}^{(2)}$ の2項も加えて考えることとする。

このようにして導かれた理論は，従来の Froude-Krylov の考え方を第1近似として含んでいる。よって

従来の方法は，今回のより厳密な考え方のもとでも第1近似として正当である。そしてさらに第2近似として，Froude-Krylov の高次項とそれ以外の新たな力の存在を示すことができた。

2.4 拘束模型実験

以上のような理論と比較するため，拘束模型実験を実施した。今回用いた模型船は，9.9 トン型小型底曳網漁船の模型（縮率 1/6.4）で，その主要目を Table 1 に，船体線図を Fig. 2 に示した。

波と船とが等速度で進む並進波状態を作り出すにあたっては Fig. 3 に示すような Grim[3] の発案による造波板を用いた[10]。造波板をその先端が水面と接するように曳航台車の前方に固定して曳航すると，位相速度が曳航速度と等しい進行波ができる。そして同一台車の後方に模型船を拘束すると，容易に並進波状態が作り出せることになる。また造波板と模型船の間の距離を変えることにより任意の波と船との相対位置を選ぶことができる。このとき模型船の sinkage, trim は自由とし，ポテンショメーターによって計測した。そして四分力計にて前後力 X（船の前進方向を正）を検出した。

Table 1 Principal particulars

		SHIP	MODEL
Length B.P.	Lpp(m)	14.40	2.25
Breadth	B (m)	3.05	0.477
Draft Fore	df(m)	0.35	0.055
Aft	da(m)	1.396	0.2181
Displacement Volume	V (m³)	27.56	0.1051
C.G. from midship	lcb(m)	1.28	0.201
C.G. above B.L.	KG(m)		0.2091
Metacentric Height	GM(m)		0.0632
Longi. Gyradius	Kyy(m)		0.649

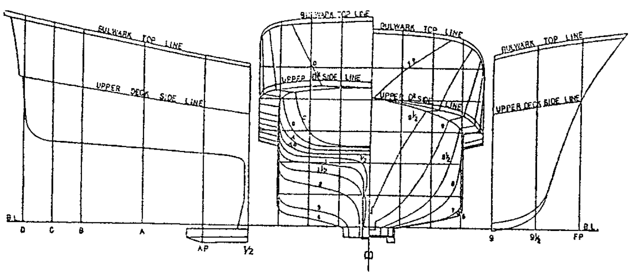

Fig. 2 Lines

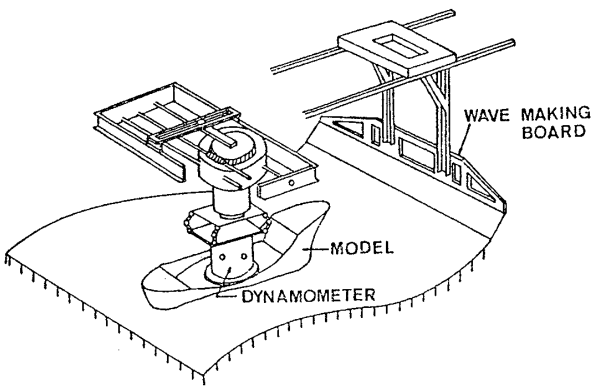

Fig. 3 General arrangement for captive model experiments

また造波板の波形をサーボ式波高計により計測した結果が Fig. 4 である。今回実験に用いた造波板による波の形は，大波高（$H/\lambda=1/14$）ということで正弦波とは異なる。しかし Stokes 波第2近似理論でほぼ説明でき[11]，理論と実験の比較には問題がないものと思われる。造波機による波もほぼ同様である。ただし造波板の波は，後方に行くにつれてわずかではあるが減衰する。これは造波板の幅が水槽幅より狭いことによる3次元影響と思われる。

なお，実験に用いた波は，$a/\lambda=1/28$，$\lambda/L=1.69$ とした。これは，従来の研究[1),2)]によって波乗りが発生しやすいといわれる，$\lambda/L=1.5\sim2.0$ のうちから，水槽の長さ，曳引台車の長さ，速度を考慮して決定した条件である。この波と並進するという条件より，模型船のフルード数は 0.55 となる。

2.5 数値計算と実験の比較検討

前述の理論に基づく数値計算は次のように行った。まず静水中の抵抗（粘性抵抗をも含む）とそのときの trim, sinkage は，今回の問題の直接の対象でないので実験値を使用した。そして船体は各横断面を3パラメーター近似で表わしたうえ，船長方向にスプライン補間を用いて表現した。船体中心面は，船長方向に 20 分割，喫水方向 20 分割として計算した。ただし，Green 関数の直接の計算を含む項 $X_{2C}^{(2)}$，$X_{2D}^{(2)}$ は，10 分割×5 分割にとどめた（後述されるようにこの2項の寄与は小さい）。

以後説明に用いるグラフは，横軸に波と船との相対位置 ξ_G/λ をとって整理した。この波と船との相対位置は，Fig. 1 に示すように，模型船重心とその後方にある波の谷との距離を ξ_G として，その波長との比 ξ_G/λ で表わした。すなわち船体重心が波の谷にあるとき $\xi_G/\lambda=0.0$,

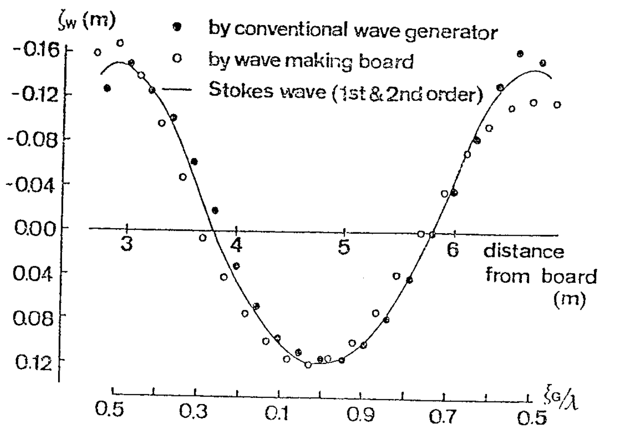

Fig. 4 Incident wave profile

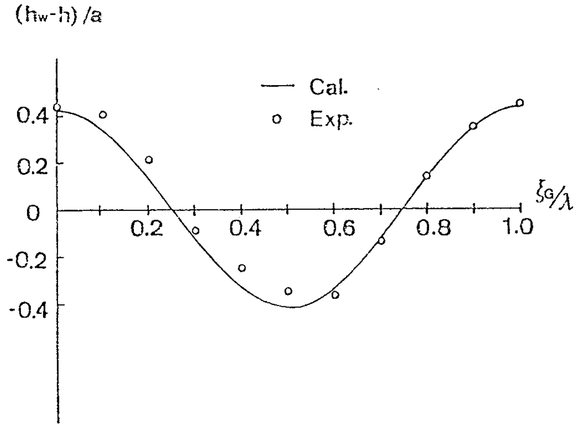

Fig. 5 Sinkage in following sea
($a/\lambda=1/28$, $\lambda/L=1.69$)

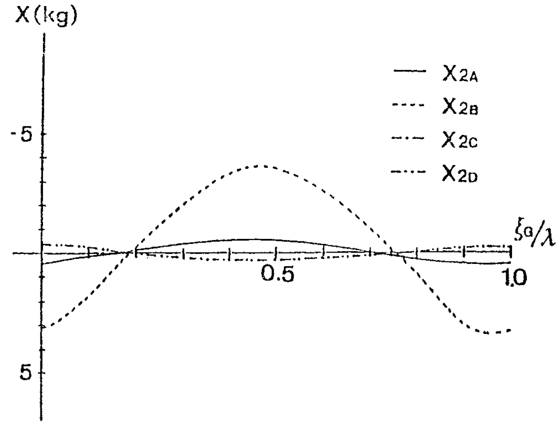

Fig. 8 Components of longitudinal force ; $X2$
(calculated value)

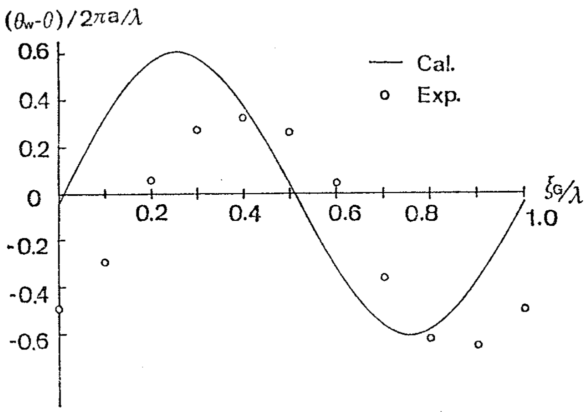

Fig. 6 Trim in following sea
($a/\lambda=1/28$, $\lambda/L=1.69$)

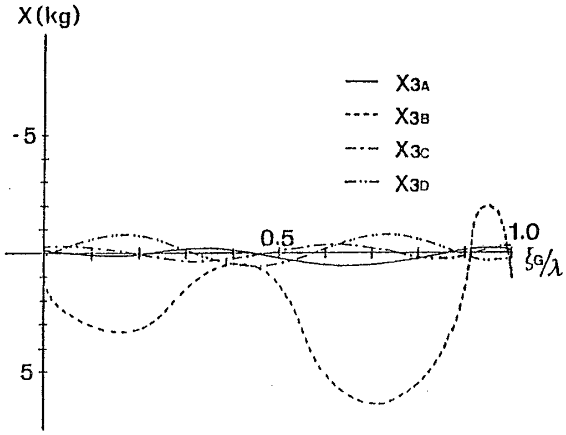

Fig. 9 Components of longitudinal force ; $X3$
(calculated value)

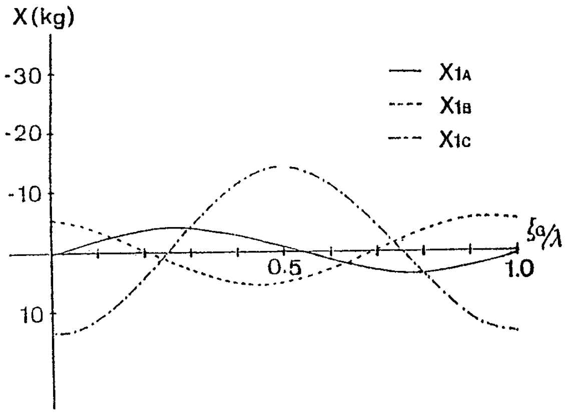

Fig. 7 Components of longitudinal force ; $X1$
(calculated value)

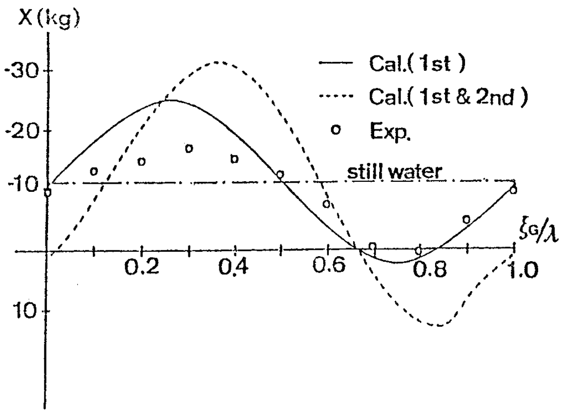

Fig. 10 Longitudinal force in following sea, captive model experiment and Theoretical calculation ($a/\lambda=1/28$, $\lambda/L=1.69$, $F_n=0.55$)

上り波面では $\xi_G/\lambda=0.0\sim0.25\sim0.5$，波の山では $\xi_G/\lambda=0.5$，下り波面では $\xi_G/\lambda=0.5\sim0.75\sim1.0$ となる。

入射波による姿勢—sinkage, trimの第1近似は Froude-Krylov 力に基づく（Appendix 参照）。Fig. 5 は，sinkage についての計算値と実験値の比較で，両者は良く一致している。Fig. 6 は trim についての比較を示すが，両者の間に位相のずれがみうけられる。

次にX力の各成分の計算値について調べる。Fig. 7 は $X_1^{(2)}$ 力，Fig. 8 は $X_2^{(2)}$ 力，そして Fig. 9 は $X_3^{(2)}$ 力を示す。$X_{1A}^{(2)}$，$X_{1B}^{(2)}$，$X_{1C}^{(2)}$ といった，波による特異点分布の変化に基づく造波抵抗は，大きな値をとっている。また，Froude-Krylov 力への姿勢変化の影響項

である，$X_{2B}^{(2)}$ と $X_{3B}^{(2)}$ も無視できない大きさとなる。その他の項の値は小さく，最終結果への寄与はほとんどないものと思われる。なお $X_{2C}^{(2)}$ は特に小さな値となり，図中に表われていない。

Fig. 10 では，これら X 力についての計算結果と実験値との比較を行った。実線の第1近似 $X^{(1)}$，すなわち，Froude-Krylov 第1近似は，丸印の実験値に対して上り波面以外はほぼ一致している。下り波面の $\xi_G/\lambda=0.7$ ～0.8 では実験でもこの計算でも抵抗は負となり，波乗り現象発生の可能性がうかがえる。このように最も問題となる下り波面で実験と一致することから，第1近似の計算は実用上十分であるといえる。しかし上り波面を通過して波乗りに至る運動の推定には問題が残る。そこで上り波面での不一致についての考察が必要となる。

破線は第2近似のX力もすべて加えた計算値である。第1近似の結果を改善することが期待されるわけであるが，逆に実験値から離れ，特に波の山，谷でその傾向は顕著となる。この理由としては，今回の計算では船首尾の大きな flare をまったく無視していることがあげられる。実験時波の谷では船首の喫水が非常に大きくなることが認められた。この場合，flare の存在により Blunt な物体が前進する場合となり，造波抵抗は大きく増加しているものと思われる。逆に波の山では船首は空中に露出しており，造波抵抗は減少していることになろう。このような船首尾の極端な没水部変化を考慮するならば，計算は実験に近づくものと考えられる。ただし今回の理論は非線形自由表面条件の省略など不備な点も多く，flare の影響についてこれ以上の言及は時機尚早と思われる。このような点を踏まえた第2近似理論の合理化と精度向上は今後の課題となろう。

3 波乗り運動について

前節では，追波中において抵抗が大きく変動することを理論，実験の両面より確かめた。ここではさらにその結果を用いて運動方程式を作りシミュレーションを行った。一方水槽内でも波乗り現象を再現する模型実験を実施し，両者を比較することを試みた。

3.1 運動方程式

波乗り運動を記述する運動方程式としては，Grim[3]，Boese[4]，浜本[5]，元良他[12]らによって示されているが，本質的には Grim のものと同じである。そこで今回はこれらを包括し，次の形とすることとした。

$$(m+m_x)\ddot{\xi}_G+\left(\frac{\partial R}{\partial V}-\frac{\partial T}{\partial V}\right)\dot{\xi}_G=X(\xi_G/\lambda)+T(1-t) \tag{3.1}$$

m：船の質量，m_x：船の静水中の付加質量

$\partial R/\partial V$：静水中の抵抗曲線の微係数

$\partial T/\partial V$：静水中の推力曲線の微係数（プロペラ回転数一定）

X：波の影響も含めた前後流体力（並進波状態）

$T(1-t)$：波の影響も含めた推力（並進波状態）

ここで重力とそれに釣り合う静的浮力はあらかじめ取り除くこととする。また heave, pitch については低周波数であることにより，常に静的釣合状態にあるとした。

3.2 実験方法

次に水槽実験の方法について述べる。実験装置は，Fig. 11 に示すように surge, heave, pitch を自由とし，sway, yaw, roll を拘束するもので曳引台車に搭載される。また入射波としては造波機による波を用いた。これは，Fig. 4 に示したように造波板による波や Stokes 波とほぼ同じであるとみなすことができる。模型船は水密とし，自航モーターを搭載した。なお計測項目は surge, heave, pitch でポテンショメーターによって検出した。そして同時に曳引台車に固定したサーボ式波高計により水面変位も計測し，刻々の波と船との相対位置を求めた。

実験手順は次のとおりである。まず模型船の後方で造波機により波を発生させる。波が水槽中央に達したところで曳引台車を走行させる。台車の速度が定常となった後，所定の波と船との相対位置のところで surge の固定を解く。そして曳引台車に対する相対変位としての surge および heave, pitch という形で運動を計測する。surge の可動範囲は約 1.8 m である。この surge の可動範囲を超えた場合，また水槽端に曳引台車が近づいたとき実験を打ち切ることとした。なお surge 可動範囲を超えたときの衝撃緩和は guide rail 端の発泡ウレタン製のダンパーおよび 4 mmϕ のテトロンロープによって行った。

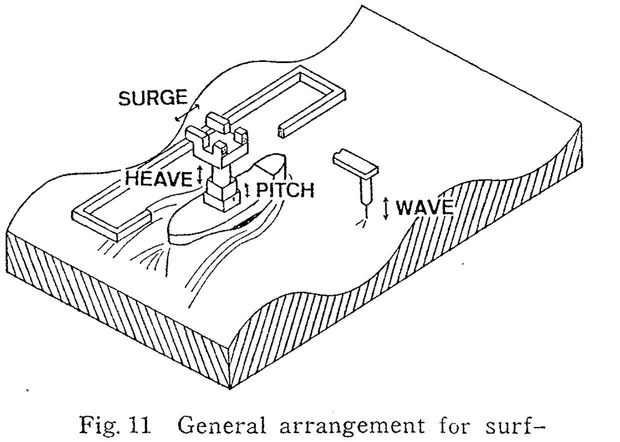

Fig. 11 General arrangement for surf-riding model experiments (Free-running model)

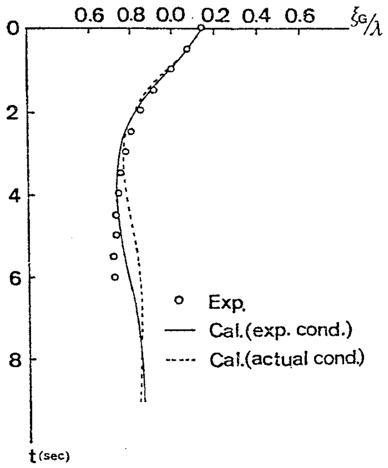

Fig. 12 Time history of surf-riding ($a/\lambda=1/28$, $\lambda/L=1.69$, propeller idling)

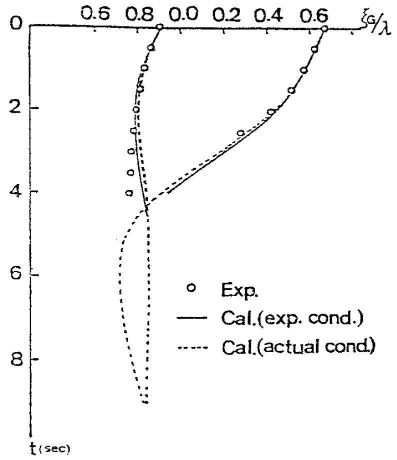

Fig. 13 Time history of surf-riding ($a/\lambda=1/28$, $\lambda/L=1.69$, propeller idling)

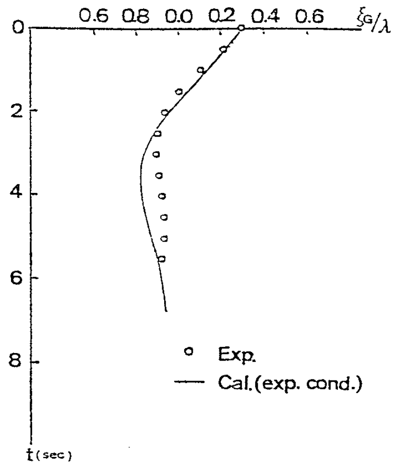

Fig. 14 Time history of surf-riding ($a/\lambda=1/28$, $\lambda/L=1.69$, propeller operating)

3.3 実験とシミュレーションの比較

水槽実験は，プロペラ作動の場合と遊転の場合について，また初期速度，初期位置，波長，波高をいろいろ変えて実施した。そしてシミュレーションもこれに対応して行った。ここではまず運動方程式の表現の正当性を確認することを目的に数例を紹介する。

Fig. 12～14 は，波乗り現象を time history の形で示したものである。横軸に波と船との相対位置 ξ_G/λ，縦軸に時間 t (sec) をとった。丸印が実験値で，実線が対応する計算値を示す。ここでのシミュレーションには，船の付加質量に元良チャートの値[13] ($m_x/m=0.063$) と拘束装置可動部の質量（船の質量の 41%），減衰係数に静水中での実験値を用い，抵抗とプロペラ推力は 2.4 で述べた波浪中での拘束実験の結果を使用した。波浪中の拘束実験は，プロペラ作動時および遊転時について行い，Fig. 15 に示すような周期スプラインで補間した。

実験と計算はどの場合もよく一致している。例えば，Fig. 12 の場合，実験では 3 秒程度の波乗りが確認された。計算では過渡状態も含め，よくこの現象を説明しているといえよう。これによって前述の運動方程式の表現がほぼ妥当と判断できるものと思われる。ただ拘束装置可動部の質量が船の質量に比べてそれほど小さくないので，実験と現実の波乗り現象が掛け離れているという懸念は残る。そこで拘束装置可動部の質量を含めずにシミュレーションを行い，その結果を破線で示した。実線と破線の差はあまり大きくはなく，今回の実験がそれほど非現実的なものではないと考えられる。

Fig. 14 は，プロペラ作動時の結果である。実験にあたってプロペラ回転数は，静水中を $F_n=0.35$ で進むときのものとした。この場合もプロペラ遊転時同様，シミュレーションと実験はよく一致している。最終的な

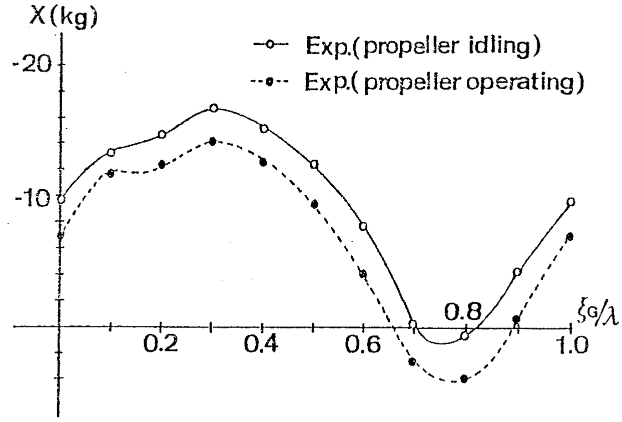

Fig. 15 Longitudinal force measured in following sea ($a/\lambda=1/28$, $\lambda/L=1.69$)

波乗り位置は，プロペラ作動時で $\xi_G/\lambda=0.9$，遊転時で $\xi_G/\lambda=0.85$ となっており，Fig. 15 の拘束実験結果で $X=0$ となる 2 点のうち安定釣合側に対応していることがわかる。この 2 つの場合より判断すると波乗り位置はプロペラ推力によって左右される可能性が大きい。また，Fig. 15 にみられる限りでは，プロペラ推力自体の波による変動は小さいものと思われる。

以上で波乗り運動を表わす運動方程式の表現の正当性が確認されたように思われる。そこで次にこの運動方程式を用いて波乗り発生条件を検討することを試みる。

Fig. 16 は，どのような波長波高のもとで波乗りが発生するかを示すものである。その他の条件は次のように固定した。プロペラ回転数は静水中で $F_n=0.35$ 対応のものとし，初期位置は波の谷 ($\xi_G/\lambda=0.0$)，初期速度は波の位相速度の 8 割である。なお H/λ は Stokes 波の砕波限界 1/7 までに限った。

計算としては図中に記した波高波長のすべての組み合わせに対して（H/λ=const. の線と λ/L=const. の線の

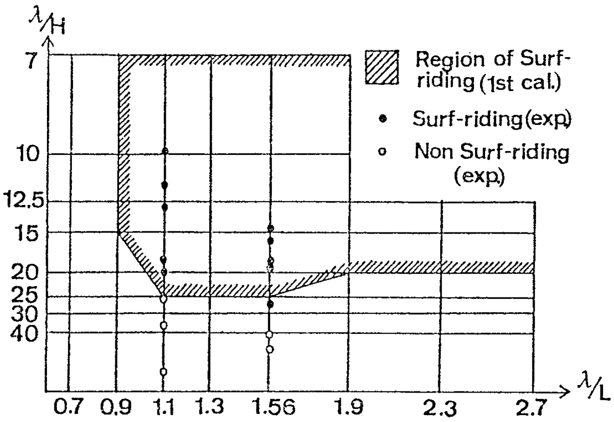

Fig. 16 Diagram indicating the possibility of surf-riding

各交点に対して）シミュレーション計算を実施した。この場合のシミュレーションにあたっては，付加質量に元良チャートの値，減衰係数に静水中での実験値，抵抗は第1近似理論値に静水中の実験値を加えたもの，そしてプロペラ推力には静水中で $F_n=0.35$ 対応の実験値を用いた。また実験は3.2の方法で，$\lambda/L=1.1$，1.56 の2つの場合について H/λ を変えて行った。

波乗り発生の判定基準としては，「船速が波の位相速度の近傍で定常となり，十分な時間がたっても一波長以上波と船の相対位置の変化がないこと」を用いた。波乗りの定義は現時点では必ずしも明確ではないが，この判定基準は規則波中の狭義のものとしては大きな誤りではないと思われる。ただその「十分な時間」とは，実験では3～10秒程度，計算では10秒をこの場合用いた。

計算と実験はよく一致しており，このような波乗り発生条件検討のシミュレーション計算は有効である。また得られた波乗り発生領域は，$\lambda/L=1.0$ 以上，$H/\lambda=1/20$ 以上でかなり広範囲にわたっている。今回の検討は1船型，1機関出力に対するものであったので，さらに多様な条件のもとでのシミュレーション計算が必要と思われる。

なお，ここでは前述のように，初期船速を波の位相速度の8割に固定して考えた。そのため，初期速度の波乗り現象発生に及ぼす影響が懸念される。そこで $H/\lambda=1/14$，$\lambda/L=1.69$ に対し，次に述べるような検討を行った。実験によれば，初期船速波速比 $U_0/c=0.7\sim1.0$ では同じように波乗り現象が発生し，その最終的な波乗り位置には有意な差はなかった。よって $U_0/c=0.8$ の場合でより一般的な場合の見通しはつくものと思われる。ただし計算によれば，極端に船速が波速と異なる場合，すなわち $U_0/c=0.4$ 以下，1.4 以上では波乗りは発生せず，ここでの考察とは異なることとなる。

4 結 言

追波中の抵抗変動を流体力学的に取り扱った結果，従来の Froude-Krylov の考え方は，境界値問題としての表式によっても第1近似とみなすことができ，実験結果とおおむね一致することを確認した。またその過程でこの場合の Froude-Krylov 力が無限遠方での入射波と静水造波の干渉という形で表わされることを明らかにした。さらに現象をより厳密に扱う試みとして第2近似についても検討を加えた。その計算結果は実験値を説明するには至らなかったが，いくつかの力の存在を理論的に示すことができた。

次に波乗りに至る運動を運動力学的に取り扱った結果，今回用いた運動方程式の表現が有効であることを，水槽実験との比較において明確にした。さらにこの運動方程式の抵抗変動項に Froude-Krylov 力を用い，波乗り発生条件の推定が可能であることを示した。

今後は抵抗変動の第2近似理論の精度向上と種々の船型や広範な外的環境に対する波乗り発生条件の検討を行うべきであると思われる。

最後に，本研究に際し懇切なる御指導を賜わった大阪大学　野本謙作教授，浜本剛実助教授に厚く御礼申し上げる。また，理論面について有益な御助言をいただいた日立造船技術研究所　高木又男博士に深く謝意を表する。そして，水槽実験実施にあたっては多田納久義先生はじめ大阪大学水槽研究室の方々の多大な御協力を得た。さらに水産工学研究所　小林務部長には暖かい御配慮を賜わった。改めて感謝の意を表する次第である。なお，数値計算には大阪大学大型計算機センター ACOS 900 および農林水産研究計算センター ACOS 800II を使用したことを付記する。

参 考 文 献

1) Cane & Goodrich : The following sea, T. R. I. N. A., Vol. 104, No. 2 (1962).
2) 日本造船研究協会：小型漁船の復原性能に関する調査研究報告書（1981），p. 118～128.
3) O. Grim : Das Schiff in von achtern anflaufender See, Jahrbuch der Schiffbau-technischen Gesellshaft, Vol. 45 (1951).
4) P. Boese : Über die Erhöhung der Sicherheit eines im achterlichen Seegang fahrenden Schiffes im Hinblick auf die Steuerfähigkeit, Schiff und Hafen, 2 (1970).
5) 浜本剛実：追波を受ける船の不安定挙動に関する研究，大阪大学博士論文（1976）.
6) 日本造船研究協会：小型漁船の復原性能に関する調査研究報告書（1981），p. 85～117.
7) T. H. Havelock : The Resistance of a Ship am-

ong Waves, P. R. S. A., Vol. 161 (1937).
8) H. Maruo : A Note on the Higher Order Theory of Thin Ships, Bulletin of the Faculty of Engineering Yokohama National Univ. Vol. 15 (1966).
9) 高木又男：高次造波抵抗理論に関する二，三の問題について（その 1），関西造船協会誌，136 号 (1970).
10) 浜本剛実，他：追波中の船の復原力変動に関する研究，関西造船協会誌，185 号 (1982).
11) 柏木 正：追波中を斜航する船体に働く流体力に関する研究，大阪大学修士論文 (1980).
12) 元良誠三，他：ブローチング現象発生機構に関する考察，日本造船学会論文集，150 号 (1981).
13) 元良誠三：船体運動に対する附加質量及び附加慣性モーメントについて—その 2—，日本造船学会論文集，106 号 (1960).
14) 元良誠三：Gravity Dynamometer による波浪中抵抗試験及び Surging について，造船協会論文集，94 号 (1953).

Appendix Froude-Krylov 理論との対応について

（1） Froude-Krylov 理論による抵抗変動

船に働く波の力を計算する場合，Froude-Krylov 仮説に従うと，乱されない入射波の圧力を船体表面について積分すればよいこととなる。ここでは本文中で用いた理論と比較するため，この Froude-Krylov 仮説による抵抗変動の理論式を 2 次の項まで残して導く。

入射波の波形，圧力は Stokes 波理論によれば次のとおりである。

$$\zeta_w = a\cos K(x+\xi) - \frac{1}{2}Ka^2\cos 2K(x+\xi) \quad \text{(A. 1)}$$

$$p = \rho g z - \rho g a e^{-Kz}\cos K(x+\xi) - \frac{1}{2}\rho g K a^2 e^{-2Kz} \quad \text{(A. 2)}$$

X 力を求めるには，次のような圧力面積分を行えばよい（ただし n は船体表面についての外向き法線）。

$$X_{FK} = -2\iint p\cos(\widehat{nx})\,dxdz = 2\int_L\int_{\zeta_w}^{\tau} p\frac{\partial f}{\partial x}\,dxdz \quad \text{(A. 3)}$$

(A. 1), (A. 2) 式を (A. 3) 式に代入し，オーダー評価を行うと，

$$X_{FK}^{(1)} = -2\rho g a\iint_{S_0}\frac{\partial f_1}{\partial x}e^{-Kz}\cos K(x+\xi)\,dxdz \quad \text{(A. 4)}$$

$$\begin{aligned}X_{FK}^{(2)} = &-2\rho g a\int_L\left(h_w^{(1)} - \theta_w^{(1)}x - \theta_w^{(1)}\tau^{(0)}\frac{\partial\tau^{(0)}}{\partial x}\right)\\ &\times\frac{\partial f_1(x,\tau^{(0)})}{\partial x}e^{-K\tau^{(0)}}\cos K(x+\xi)\,dx\\ &+2\rho g a\iint_{S_0}\left\{\theta_w^{(1)}z\frac{\partial^2 f_1}{\partial x^2} - \theta_w^{(1)}\frac{\partial f_1}{\partial z}\right.\\ &\left.+(h_w^{(1)} - \theta_w^{(1)}x)\frac{\partial^2 f_1}{\partial x\partial z}\right\}\\ &\times e^{-Kz}\cos K(x+\xi)\,dxdz\\ &+\rho g a^2\int_L\frac{\partial f_1(x,0)}{\partial x}\cos^2 K(x+\xi)\,dx\end{aligned} \quad \text{(A. 5)}$$

なお $h_w^{(1)}$, $\theta_w^{(1)}$ は，Froude-Krylov 第 1 近似で得られる sinkage, trim である。具体的には次の力の釣り合い式の解として与えられる。

$$\left.\begin{aligned}Z_{FK}^{(1)} + W = 0\\ M_{FK}^{(1)} = 0\end{aligned}\right\} \quad \text{(A. 6)}$$

ただし，$Z_{FK}^{(1)}$, $M_{FK}^{(1)}$ は sinkage, trim を考慮した Froude-Krylov 第 1 近似を示し，W は船体重量を表わす。

（2） 本文の抵抗変動理論式の補足

$X^{(1)}$ を表わす (2. 11) の第 1 式より第 2 式への誘導について簡単に説明を行う。まず $\phi^{(1)}$, $\phi_w^{(1)}$, $\zeta^{(1)}$, $\zeta_w^{(1)}$ を代入し，z, y について積分を実行する。そして次の Fourier の単積分公式を適用する。

$$f(x) = \lim_{\lambda\to\infty}\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\frac{\sin\lambda(x-t)}{x-t}\,dt$$

この場合の極は $\alpha=\pi$ である。このような演算の結果，特異点分布面についての積分が残り (2. 11) の第 2 式が得られる。この誘導過程より明らかなように，入射波と静水造波のうちの横波 ($\alpha=\pi$) が干渉して $X^{(1)}$ は得られることになる。

$X_{2A}^{(2)}$, $X_{2B}^{(2)}$, $X_{2C}^{(2)}$ を導く (2. 13) 式，そして $X_{3A}^{(2)}$, $X_{3B}^{(2)}$, $X_{3C}^{(2)}$ を導く (2. 15) 式においても同様の方法を用いた。

（3） Froude-Krylov 理論と本文の理論の比較

Froude-Krylov 力第 1 近似 $X_{FK}^{(1)}$ を表わす (A. 4) 式は，本文 (2. 11) 式と完全に一致する。

$$\begin{aligned}&-2\iint_{S_0}\left[-\rho g a e^{-Kz}\cos K(x+\xi)\right]\cos(\widehat{nx})\,dxdz\\ &=\rho\int_{-\infty}^{\infty}\int_0^{\infty}\left[\frac{\partial\phi^{(1)}}{\partial x}\frac{\partial\phi_w^{(1)}}{\partial x} - \frac{\partial\phi^{(1)}}{\partial z}\frac{\partial\phi_w^{(1)}}{\partial z}\right]_{x=-\infty}\\ &\quad dzdy - \rho g\int_{-\infty}^{\infty}\zeta^{(1)}\zeta_w^{(1)}\Big|_{x=-\infty}\,dy\end{aligned} \quad \text{(A. 7)}$$

これにより Froude-Krylov 力第 1 近似は，無限遠方における，入射波と静水造波（横波）の干渉による力と等価であることが明らかとなった。一般に，Froude-Krylov 仮説により得られるものは，圧力積分法の結果であるため，その物理的解釈は困難を伴う。今回は波と船とが等速度で進むという特別な場合について理論の適用を行ったので，(A. 7) 式のような簡単な関係式が得られたものと思われる。

Froude-Krylov 力第 2 近似 $X_{FK}^{(2)}$ を表わす (A. 5) 式は，本文の (2. 15) 式に対応する。ただし (2. 17) 式が欠けることは本文で述べたとおりである。