(昭和58年11月　日本造船学会秋季講演会において講演)

細長体近似による船体波紋の計算

正員　丸　尾　　孟*　正員　池　畑　光　尚*
正員　滝　沢　　康**　正員　升　也　利　一***

Computation of Ship Wave Pattern by the Slender Body Approximation

by Hajime Maruo, *Member*　Mitsuhisa Ikehata, *Member*
Yasushi Takizawa, *Member*　Toshikazu Masuya, *Member*

Summary

A new formulation of the slender body theory for a ship with constant forward speed is developed. It is based on an asymptotic expression for the Kelvin source and may be regarded as a substitute for the Neumann-Kelvin approximation. Wave patterns of a point source in a uniform stream are computed by the original formula of the Kelvin source and by the asymptotic formula. Wave patterns of a submerged body which is represented by a source distribution along the longitudinal axis are also computed by both methods. They agree well near the longitudinal axis. Then computation of the wave pattern for a model of Series 60, $C_B=0.6$ is carried out, and the result is compared with measurement. It is concluded that the present theory is useful as an approximate method of prediction of ship waves near the hull.

1　緒　　　言

船の波の問題を摂動法を用いて解こうとするとき，標準的な第1近似である Michell の薄い船の理論が，実用船型に対して無視できないような誤差を生ずることは，しばしば指摘されるところである。これは実用船型の幅が線形理論の適用範囲を超えることによって生ずる非線形影響が主な原因であることはいうまでもないが，線形理論が成立しそうに見えるような細長い船においても，なお理論値と実測値との差が予想以上に大きいことは，単なる非線形影響以外にも何らかの原因があるように思われる。これは通常の実用船型では一般に喫水が幅よりもかなり小さく，薄い船の理論で仮定されたように，幅が長さおよび喫水に比して著しく小さいという条件と異なっているという点に関係しているという説がある。事実，扁平な船尾を持つ近年の高速船型に対して，薄い船の理論を適用するのは若干の無理があろう。このような細長い船型に適する理論として容易に思い浮ぶのは，航空機関係で著しい成功を収めた細長体理論である。船の定常運動に細長体理論を適用することは Cummins[1] によって最初に提案されたといわれるが，これを具体化したのは Vossers[2]，丸尾[3] および Tuck[4] であった。しかしながらそこに示された公式によって造波抵抗の計算を行った結果は，Michell の公式によって求めた値よりも更に実測値からはずれ[5]，Weinblum をして“細長体理論は死んだ”とさえいわしめる結果となった。一方において周期運動する船体に関して細長体理論の適用は目覚ましい進展を遂げ，十分実用に堪える精度を示す段階に達した[6]。しかしこれとは対照的に，一様な速度で前進する船体に対するこの理論の適用は，その後ほとんど見るべき進展が無いといっても過言ではない。

理論の展開にあたり摂動論的手法によらず，なかば直観的あるいは工学的考察によって，Michell の理論よりも現実に即した解法を見出そうとする試みも少なくない。これらのうち最も精密でかつ実用船型への適用の面で有望なものが Neumann-Kelvin 近似[7] と呼ばれる方法である。これは微小攪乱を仮定した線形の式を自由表面の境界条件として用いる反面，船体表面の条件は厳密に満足する解を求めるものであり，これまでに発表された少数の計算例[8] によると，造波抵抗の計算値において実測値との合致が極めて良好であった。しかしながらこの方法には次のような欠点が指摘される。まず第一に船体表面の境界値問題は2変数の積分方程式で表わされるが，その核は極めて複雑であって，精度の良い数値計算

* 横浜国立大学工学部
** 三井造船株式会社
*** 東京大学大学院

には莫大の手数と時間を要する。第二にこの方法は本来の非線形境界値問題の解法としては論理上の一貫性を欠いた近似であり，理論上精度に関して保障が無いという原理的な難点が指摘される。

著者の一人は最近 Neumann-Kelvin 近似を摂動論的観点から見直し，細長体理論との関連性について検討を加えた。特に Neumann-Kelvin 問題における境界積分方程式の核である Kelvin-source の原点付近における漸近的性質を調査した結果，従来の細長体理論において疑問なく受け入れられて来た表現は Kelvin-source の展開に対しては不適当であり，別の形式の漸近表示を用うべきことを見出した。このような表現を用いるとき細長体理論は従来と全く異なった形式の境界値問題を導く。これを解いて得られた解は細長体の仮定による摂動法の第1近似を与え，Neumann-Kelvin 問題に内包される論理的難点を除去する役割を果すと共に，境界値問題の解法がはるかに容易となる。かくして得られた解は船体近傍の流場，たとえば船体表面の流速，圧力分布，流線などの計算を可能ならしめるものと期待される。

今回の報告では，船体に対する具体的計算を実行する前段階として，Neumann-Kelvin 近似との比較を波紋の計算値について行い，かつ実験結果とも比較して近似理論としての適否を検討した。

2 Kelvin-source の漸近表示

自由表面を持つ速度Uなる一様な流れを考え，自由表面上流れの方向にx軸，これに直角にy軸，鉛直下向きにz軸をとる。流体中 $x=x'$, $y=y'$, $z=z'>0$ の点に一つの Kelvin-source (Havelock-source) をとると，その速度ポテンシアルは直交座標に関するフーリエ積分の形を採用すると $z>0$ に対して次のように書くことができる。

$$G=-\frac{1}{r}+\frac{1}{r'}+\frac{K_0}{\pi}\times\iint_{-\infty}^{\infty}\frac{\exp(-\sqrt{\alpha^2+\beta^2}\bar{z}+i\alpha\bar{x}+i\beta\bar{y})}{\alpha^2-K_0\sqrt{\alpha^2+\beta^2}}d\alpha d\beta \tag{1}$$

ただし

$$r=\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+(z-z')^2}$$
$$r'=\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+(z+z')^2}$$
$$\bar{x}=x-x'$$
$$\bar{y}=y-y'$$
$$\bar{z}=z+z'$$
$$K_0=g/U^2$$

である。右辺第3項の積分では極をう回する回路を適当に選んで，上流に波が残らないようにする。今x軸近傍の漸近表示を求めるために，lを長さの規準，bを幅の規準として，$\bar{x}=l\tilde{x}$, $\bar{y}=b\tilde{y}$, $\bar{z}=b\tilde{z}$ と置き，$\tilde{x}$, $\tilde{y}$, $\tilde{z}$ はいずれも $O(1)$, かつ $b/l=\varepsilon\ll 1$ とする。積分変数を $\tilde{\alpha}=l\alpha$, $\tilde{\beta}=b\beta$ に変換し，$O(\varepsilon^2)$ の項を捨てると，(1)式の右辺第3項は近似的に

$$G'\approx\frac{K_0}{\pi}\iint_{-\infty}^{\infty}\frac{\exp(-|\tilde{\beta}|\tilde{z}+i\tilde{\alpha}\tilde{x}+i\tilde{\beta}\tilde{y})}{(b/l)\tilde{\alpha}^2-K_0 l|\tilde{\beta}|}d\tilde{\alpha}d\tilde{\beta} \tag{2}$$

と書くことができる。この式は $K_0 l=O(\varepsilon)$ であるような高速でも成立することがわかる。もとの座標系に戻して書き，積分路のとり方に留意してαに関する積分を行えば

$\bar{x}>0$ に対して

$$G'\approx-4\sqrt{K_0}\int_0^{\infty}e^{-\beta\bar{z}}\cos(\beta\bar{y})\sin(\bar{x}\sqrt{K_0\beta})\frac{d\beta}{\sqrt{\beta}}$$
$$=-8\sqrt{K_0}\int_0^{\infty}e^{-u^2\bar{z}}\cos(u^2\bar{y})\sin(u\bar{x}\sqrt{K_0})du \tag{3-a}$$

$\bar{x}<0$ に対して

$$G'\approx 0 \tag{3-b}$$

となる。今，$\bar{y}+i\bar{z}=Z$ と書き

$$F(x)=C(x)+iS(x)=\int_0^x e^{i\pi u^2/2}du \tag{4}$$

なる複素 Fresnel 関数を定義すれば，(3-a) 式中の積分は

$$E(\bar{x},\bar{y},\bar{z})=\int_0^{\infty}e^{-u^2\bar{z}}\cos(u^2\bar{y})\sin(u\bar{x}\sqrt{K_0})du$$
$$=-\mathcal{Im}\,e^{-iK_0\bar{x}^2/4Z}\sqrt{\frac{\pi}{2Z}}F\left(\bar{x}\sqrt{\frac{K_0}{2\pi Z}}\right) \tag{5}$$

のように表わすことができる。この式は $\bar{y}\to 0$, $\bar{z}\to 0$ の極限で指数関数的に零となるが，これは原式の結果とは異なっている。この事実は(2)式による近似が G' の $\bar{y},\bar{z}$ に関する正則部分を欠いていることを意味している。そこでまず(2)式において積分変数を $\alpha=k\cos\theta$, $\beta=k\sin\theta$ と変換し，kに関する積分を複素平面上で Cauchy の定理を用いて変形すると，$\bar{y}>0$ に対して

$$G'=\frac{2K_0}{\pi}\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\sec^2\theta d\theta\times\int_0^{\infty}\frac{t\cos t\bar{z}-K_0\sec^2\theta\sin t\bar{z}}{t^2+K_0^2\sec^4\theta}e^{-t|\bar{x}\cos\theta+\bar{y}\sin\theta|}dt$$
$$-4K_0\int_{\theta_1}^{\pi/2}e^{-K_0\sec^2\theta\bar{z}}\sin(K_0\bar{x}\sec\theta+K_0\bar{y}\sec\theta\tan\theta)\sec^2\theta d\theta \tag{6}$$

となる。ただし θ_1 は $\tan\theta_1=-\bar{x}/\bar{y}$ を満足する $-\pi/2$ と $\pi/2$ との間の角である。第1項の積分は有界であり，$\bar{x}$ 軸上で一様収束である。したがって正則展開が可能であり，$\bar{x}$ 軸上の値は既知の関数を用いて次のように表わし得る。

$$\frac{1}{\pi}\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\sec^2\theta d\theta\int_0^{\infty}e^{-t|\bar{x}|\cos\theta}\frac{tdt}{t^2+K_0^2\sec^4\theta}$$

$$=-\frac{1}{K_0|\bar{x}|}+\frac{\pi}{2}\left\{\boldsymbol{H}_1(K_0|\bar{x}|)-Y_1(K_0|\bar{x}|)-\frac{1}{\pi}\right\} \qquad (7)$$

ここに $\boldsymbol{H}_1$ は Struve 関数，Y_1 は第2種ベッセル関数である。次に（6）式第2項の積分で $\bar{y}=0$ と置いたものに，積分変数を $u=\sec\theta$ で変換した

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2}e^{-K_0\bar{z}\sec^2\theta}\sin(K_0\bar{x}\sec\theta)\sec^2\theta d\theta$$
$$=2\int_1^\infty e^{-K_0\bar{z}u^2}\sin(K_0\bar{x}u)\frac{u}{\sqrt{u^2-1}}du$$

を考えると，これは $\bar{z}=0$ と置いたものが $\bar{x}$ に関して一様収束とはならないので，単に $\bar{z}=0$ を置くことによって $\bar{x}$ 軸上の漸近値を求めるわけにはいかない。そこでまず

$$\int_1^\infty e^{-K_0\bar{z}u^2}\sin(K_0\bar{x}u)\frac{u}{\sqrt{u_2-1}}du$$
$$=\int_1^\infty e^{-K_0\bar{z}u^2}\sin(K_0\bar{z}u)du$$
$$-\int_0^1 e^{-K_0\bar{z}u^2}\sin(K_0\bar{x}u)du$$
$$+\int_1^\infty e^{-K_0\bar{z}u^2}\sin(K_0\bar{x}u)\left(\frac{u}{\sqrt{u^2-1}}-1\right)du$$

と書き換えると，右辺第1項は誤差関数を用いて表わすことができて

$$\int_0^\infty e^{-K_0\bar{z}u^2}\sin(K_0\bar{x}u)du$$
$$=\frac{1}{\sqrt{K_0\bar{z}}}e^{-K_0x^2/4\bar{z}}E_{rf}\left(\frac{\bar{x}}{2}\sqrt{\frac{K_0}{\bar{z}}}\right)$$

となる。ただし

$$E_{rf}(x)=\int_0^x e^{-t^2}dt$$

次に第2項および第3項は $\bar{z}>0$, $-\infty<x<\infty$ に関して一様収束であるから，

$$\lim_{\bar{z}\to 0}\int_0^1 e^{-K_0\bar{z}u^2}\sin(K_0\bar{x}u)du=\frac{1-\cos(K_0\bar{x})}{K_0\bar{x}}$$
$$\lim_{\bar{z}\to 0}\int_1^\infty e^{-K_0\bar{z}u^2}\sin(K_0\bar{x}u)\left(\frac{u}{\sqrt{u^2-1}}-1\right)du$$
$$=-\frac{\pi}{2}Y_1(K_0\bar{x})-\frac{\cos(K_0\bar{x})}{K_0\bar{x}}$$

したがって

$$\lim_{\bar{z}\to 0}\int_1^\infty e^{-K_0\bar{z}u^2}\sin(K_0\bar{x}u)\frac{u}{\sqrt{u^2-1}}du$$
$$=\lim_{\bar{z}\to 0}\frac{e^{-K_0\bar{x}^2/4\bar{z}}}{\sqrt{K_0\bar{z}}}E_{rf}\left(\frac{\bar{x}}{2}\sqrt{\frac{K_0}{\bar{z}}}\right)-\frac{1}{K_0\bar{x}}$$
$$-\frac{\pi}{2}Y_1(K_0\bar{x})$$

以上の結果をまとめると，

$\bar{x}>0$ に対して

$$\lim_{\bar{z}\to 0}G'(\bar{x},0,\bar{z})=\pi K_0\{\boldsymbol{H}_1(K_0\bar{x})+3Y_1(K_0\bar{x})\}$$
$$+\frac{6}{\bar{x}}-2K_0-8\sqrt{K_0}\lim_{\bar{z}\to 0}\frac{e^{-K_0\bar{x}^2/4\bar{z}}}{\sqrt{\bar{z}}}$$
$$\times E_{rf}\left(\frac{\bar{x}}{2}\sqrt{\frac{K_0}{\bar{z}}}\right) \qquad (8\text{-a})$$

$\bar{x}<0$ に対して

$$\lim_{\bar{z}\to 0}G'(\bar{x},0,\bar{z})=-\pi K_0\{\boldsymbol{H}_1(K_0\bar{x})-Y_1(K_0\bar{x})\}$$
$$+\frac{2}{\bar{x}}-2K_0 \qquad (8\text{-b})$$

(8-a) 式の右辺最後の項は (3-a) 式で $\bar{y}=0$ と置いたものに合致するから，その他の項が G' の $\bar{x}$ 軸のまわりの正則部分を与えることとなる。これらが (3-a), (3-b) の両式には現われないのは，$\bar{y}=0(1)$ としたとき見掛け上高次となるからである。かくて G' の $\bar{x}$ 軸まわりの漸近表示として次のような結果が得られる。

$\bar{x}>0$ に対して

$$G'\approx-8\sqrt{K_0}\int_0^\infty e^{-u^2\bar{z}}\cos(u^2\bar{y})\sin(u\sqrt{K_0}\,\bar{x})du$$
$$+\pi K_0\{\boldsymbol{H}_1(K_0\bar{x})+3Y_1(K_0\bar{x})\}+\frac{6}{\bar{x}}-2K_0 \qquad (9\text{-a})$$

$\bar{x}<0$ に対して

$$G'\approx-\pi K_0\{\boldsymbol{H}_1(K_0\bar{x})-Y_1(K_0\bar{x})\}+\frac{2}{\bar{x}}-2K_0 \qquad (9\text{-b})$$

(9-a) 式右辺第1項の積分で表わされる項は（5）式を用いて $-8\sqrt{K_0}E(\bar{x},\bar{y},\bar{z})$ と書くことができ，Kelvin-source による diverging wave を表わし，一方 transverse wave は $\bar{x}>0$ に対して $4\pi K_0Y_1(K_0\bar{x})+8/\bar{x}$ で与えられる。(9-a) のその他の項および (9-b) は $\bar{x}$ に関して対称で局部攪乱を表わす項である。

3 速度ポテンシアルと境界値問題

速度 U なる一様な流れの中に置かれた細長い船を考え，静喫水面中心線に沿って x 軸を，幅方向に y 軸を，鉛直下向きに z 軸をとる。細長体の仮定によって攪乱は徴小であるとして2次以上の項を省略すると，水面上の非線形影響を表わす項，および喫水線に沿った線積分は省略できて，攪乱ポテンシアルは浸水面 S の上に分布する Kelvin-source によって表わすことができる。すなわち分布密度を σ とし，（1）式で表わされる Kelvin-source potential を $G(x,y,z\,;\,x',y',z')$ と書けば速度ポテンシアルは

$$\phi=\iint_S\sigma(x',y',z')G(x,y,z\,;\,x',y',z')$$
$$\times dS(x',y',z') \qquad (10)$$

となる。（1）式で $-1/r+1/r'$ の項をとり，

$$\phi_1=\iint_S\sigma(x',y',z')(-1/r+1/r')dS \qquad (11)$$

なるポテンシアルを考えると，船体表面の近傍で $b/l=\varepsilon\ll 1$ として ε^2 の項を省略すれば，漸近表示として

$$\phi_1 \approx \int_{C(x)} \sigma(x, y', z') \ln \frac{(y-y')^2+(z-z')^2}{(y-y')^2+(z+z')^2} ds \tag{12}$$

を得る。ただし $C(x')$ は $x=x'$ における船体横断面の外周曲線，s はこれに沿った長さである。ϕ の残りの項は

$$\phi_2 = \int dx' \int_{C(x')} \sigma(x', y', z') \times G'(x, y, z\,;\,x', y', z') ds \tag{13}$$

であるが，前節に示した G' の漸近表示を用いれば核関数は

$$\begin{aligned} G'(x, y, z\,;\,x', y', z') &\approx \pi K_0 \boldsymbol{H}_1(K_0|x-x'|) \\ &+ \{\pi K_0 Y_1(K_0|x-x'|)+2/|x-x'|\} \\ &\times \{1+2\,\mathrm{sgn}(x-x')\} - 2K_0 \\ &- 4\sqrt{K_0} E(x-x', y-y', z+z') \\ &\times \{1+\mathrm{sgn}(x-x')\} \end{aligned} \tag{14}$$

と書くことができる。したがって細長体近似による船体近傍の速度ポテンシアルは (12) 式と (13) 式の和として

$$\phi = \phi_1 + \phi_2 \tag{15}$$

で与えられる。

次にこのような速度ポテンシアルが船体表面で満足すべき境界条件を考える。表面の外向き法線の方向に n をとると境界条件は

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = -U n_x \tag{16}$$

である。ここに n_x は法線の x 軸に関する方向余弦である。今 x 軸に直角な平面内で船体表面の外周に引いた外向き法線の方向に ν をとると，細長体の仮定によって ε^2 の項を省略することにより

$$\partial\phi/\partial n \approx \partial\phi/\partial\nu$$

であるから，$\phi=\phi_1+\phi_2$ として (16) を書き直すと

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial \nu} = -U n_x - \frac{\partial \phi_2}{\partial \nu} \tag{17}$$

である。今仮に右辺を既知であるとみて V_n と書けば，ϕ_1 に対する境界条件として

$$\partial\phi_1/\partial\nu = V_n \tag{18}$$

が得られる。ϕ_1 は (12) 式に示すように x 軸に直角な平面内で曲線 $C(x)$ およびその y 軸に関して対称な曲線の外側で二次元調和関数であり，z に関して奇関数かつ無限遠方で一様に零となる。このとき $C(x)$ の上で境界条件 (18) 式を満足する解は，解析的方法によって容易に求められるが，解法の詳細については別の文献[9]に譲る。

一方において，Pを流場の点，Qを境界面上の点として Green の定理からP点における ϕ の値は

$$\phi(\mathrm{P}) = \frac{1}{4\pi} \iint_S \left[\frac{\partial \phi(\mathrm{Q})}{\partial n_Q} - \phi(\mathrm{Q}) \frac{\partial}{\partial n_Q}\right] G(\mathrm{P}, \mathrm{Q}) dS_Q \tag{19}$$

の形に書くことができる。ここに $G(\mathrm{P}, \mathrm{Q})$ は $G(x, y, z\,;\,x', y', z')$ であり，添字 Q は x', y', z' に関する値を表わす。$z>0$ における ϕ_2 の正則性から，上式はまた

$$\phi(\mathrm{P}) = \frac{1}{4\pi} \iint_S \left[\frac{\partial \phi_1(\mathrm{Q})}{\partial n_Q} - \phi_1(\mathrm{Q}) \frac{\partial}{\partial n_Q}\right] G(\mathrm{P}, \mathrm{Q}) dS_Q \tag{20}$$

と書くことができるが，$\phi=\phi_1+\phi_2$ としたとき，細長体近似による ϕ_2 の表示として

$$\phi_2 = \frac{1}{4\pi} \int dx' \int_{C(x')} \left(\frac{\partial \phi_1}{\partial \nu} - \phi_1 \frac{\partial}{\partial \nu}\right) \times G'(x, y, z\,;\,x', y', z') ds \tag{21}$$

が得られる。G' に (14) 式を用いると，$\partial\phi_1/\partial\nu = V_n$ であるから

$$\begin{aligned} \phi_2 = \frac{1}{4\pi} \int dx' [&\pi K_0 \boldsymbol{H}_1(K_0|x-x'|) \\ &+ \{\pi K_0 Y_1(K_0|x-x'|)+2/|x-x'|\} \\ &\times \{1+2\,\mathrm{sgn}(x-x')\} - 2K_0] \int_{C(x')} V_n ds \\ &- \frac{\sqrt{K_0}}{\pi} \int^x dx' \int_{C(x')} \left(\frac{\partial \phi_1}{\partial \nu} - \phi_1 \frac{\partial}{\partial \nu}\right) \\ &\times E(x-x', y-y', z-z') ds \end{aligned} \tag{22}$$

と書くことができる。ϕ_1 は無限遠方で二重吹き出しと同程度に減衰し，$z=0$ で $\phi_1=0$，また $E(x-x', y-y', z-z')$ は $z>0$ で二次元調和関数，かつ無限遠方で零となることを考慮し，右辺第2項の s に関する積分を Green の定理を用いて変形すると

$$\begin{aligned} \phi_2 = \frac{1}{4\pi} \int dx' [&\pi K_0 \boldsymbol{H}_1(K_0|x-x'|) \\ &+ \{\pi K_0 Y_1(K_0|x-x'|)+2/|x-x'|\} \\ &\times \{1+2\,\mathrm{sgn}(x-x')\} - 2K_0] \int_{C(x')} V_n ds \\ &+ \frac{2\sqrt{K_0}}{\pi} \int^x dx' \int_{b(x')}^{\infty} V_z(x', y') \\ &\times E(x-x', y-y', z) dy' \end{aligned} \tag{23}$$

ただし $V_z = \partial\phi_1/\partial z)_{z=0}$，$b(x')$ は $x=x'$ の断面における水線の半幅である。ϕ_2 に対してこのような式を用いれば，境界条件式 (17) は

$$V_n = -U n_x - \frac{2\sqrt{K_0}}{\pi} \int^x dx' \int_{b(x')}^{\infty} V_z(x', y') \times \frac{\partial}{\partial \nu} E(x-x', y-y', z) dy' \tag{24}$$

のようになる。V_z は V_n が与えられれば決定されるから，上式は V_n に関する積分方程式を与える。これは x に関して Volterra 型であり，右辺は x に考えた断面より上流における V_n の値のみによって決定されるから，物体の前端から出発して順次後方へ計算を進めて行く，いわゆる前進積分法 (marching integration) によって容易に解を求めることができる。

4 Kelvin-source による波紋の計算

水面の上昇は Bernoulli の定理によって

$$\zeta=-\frac{1}{g}\left[U\frac{\partial\phi}{\partial x}+\frac{1}{2}\left\{\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial\phi}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial\phi}{\partial z}\right)^2\right\}\right]_{z=\zeta} \tag{25}$$

で与えられるが，攪乱速度が小さいとしてその2乗を省略すれば

$$\zeta=-\frac{U}{g}\frac{\partial\phi}{\partial x}\bigg)_{z=0} \tag{26}$$

となる。しかしながら細長体理論では x 軸に沿って特異点が分布していることを考慮し，y 方向および z 方向の流速は船体近傍で無視し得ないとして

$$\zeta=-\frac{1}{g}\left[U\frac{\partial\phi}{\partial x}+\frac{1}{2}\left\{\left(\frac{\partial\phi}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial\phi}{\partial z}\right)^2\right\}\right]_{z=0} \tag{27}$$

を用いる。

まず最初に第2節で得られた Kelvin-source の漸近表示と原式とを比較する目的で，強さ σ なる点吹き出しが水面下 $z=z_0$ にある場合の波紋を計算する。この場合水面の上昇は(26)式で与えられるから，Kelvin-source の式から

$$\begin{aligned}\zeta=\frac{\sigma}{2\pi^2U}\Bigg[&\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\sec\theta\,\mathrm{sgn}\{\cos(\theta-\alpha)\}d\theta\\&\times\int_0^\infty\frac{t\cos tz_0-K_0\sec^2\theta\sin tz_0}{t^2+K_0{}^2\sec^4\theta}e^{-t|x\cos\theta+y\sin\theta|}tdt\\&+2\pi\int_{\theta_1}^{\pi/2}e^{-K_0z_0\sec^2\theta}\cos(K_0x\sec\theta\\&+K_0y\sec\theta\tan\theta)\sec^2\theta d\theta\Bigg]\end{aligned} \tag{28}$$

となる。ここに

$$\alpha=\tan^{-1}(y/x)$$

である。次に吹き出しの深度が浅いとして，(9-a)，(9-b) 式の漸近表示を用いると，

$x>0$ に対して

$$\zeta=\frac{\sigma}{4\pi U}\int_0^\infty e^{-u^2z_0}u\cos(u^2y)\cos(u\sqrt{K_0}x)du-\frac{\sigma}{4U}\frac{d}{dx}\{\boldsymbol{H}_1(K_0x)-Y_1(K_0x)\}-\frac{\sigma}{2\pi Ux^2} \tag{29-a}$$

$x<0$ に対して

$$\zeta=\frac{\sigma}{4U}\frac{d}{dx}\{\boldsymbol{H}_1(K_0x)-Y_1(K_0x)\}-\frac{\sigma}{2\pi Ux^2} \tag{29-b}$$

となる。

今数値例として後に取り扱うような長さ 2m の Series 60, $C_B=0.6$ の模型を想定し，吹き出しの深さを $z_0=0.0533$ m にとり，速度および吹き出し強さは模型船のフルード数に対応して，$K_0z_0=0.373$ において $\sigma=0.1184\,\mathrm{m^3/sec}$，$K_0z_0=0.288$ において $\sigma=0.1347\,\mathrm{m^3/sec}$ に選んで波紋を計算した。積分の計算には数値積分と級数展開とを併用した。Fig. 1 および Fig. 2 の上半には漸近式による波紋，下半には Kelvin-source の原式による波紋がそれぞれの速度に対して示してある。長さはすべて深さ z_0 で無次元化したものである。x 軸の近傍では両式による波紋の概要は極めて酷似しており，特に波の位相関係は一致して，漸近式が近似値として有効であることを示している。ただし diverging wave の頂点は Kelvin 角 19°28′ よりやや内側に来ている。Kelvin 角より外側では全く波紋の様相が異なるのは，細長体近似による当然の帰結といえる。両者の相異で最も問題となるのは，transverse wave で近似値の波高がかなり高くなっていることである。これは (8-a)，(8-b) 式で見られるように，近似式では transverse wave の項で $z_0=0$ と置いて吹き出しの没水深度を無視することによるものである。これは次節に示す船体波紋の計算結果における誤差の最大の要因となるであろう。

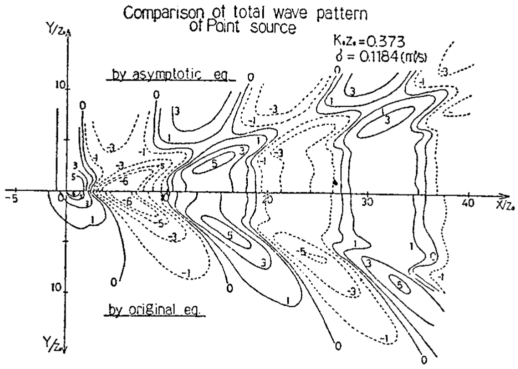

Fig. 1 Wave pattern of a point source

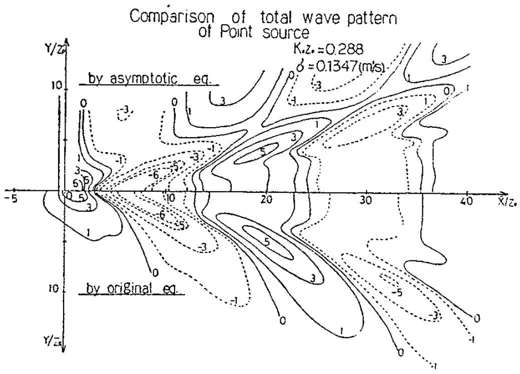

Fig. 2 Wave pattern of a point source

5 船体波紋の計算

前節に触れたように，波紋計算の対象として考えた船型は Series 60, $C_B=0.6$ の模型で，主要寸法は

$$L\times B\times d=2.000\,\mathrm{m}\times0.267\,\mathrm{m}\times0.107\,\mathrm{m}$$

である。

まず最初に Kelvin-source の原式を用いた結果と，漸近式を用いた結果とを比較するために，Havelock[10]による没水体近似を採用し，横切面積曲線の傾斜に比例する吹き出しを，喫水の 1/2 の深さにある x 軸に平行な直線上に分布させた場合を計算する。模型の水面下の各横切面積を $A(x)$ とすれば，吹き出し密度は

$$\sigma(x)=\frac{U}{4\pi}\frac{dA(x)}{dx} \tag{30}$$

で与えられる。数値計算では吹き出し分布を Fig. 3 に示すように 20 点に離散化し，前節に述べた点吹き出しに対する値を加え合わせた。Fig. 4， Fig. 5 はそれぞれフルード数 0.267，0.304 に対する波紋の等高線が，上半には漸近式による近似値，下半には Kelvin-source の原式を用いた値が示してある。近似の適用範囲である船体近傍では極めて酷似した結果が得られている。より定量的な比較を行うために，x 軸に平行断面の波形を示したのが Fig. 6 および Fig. 7 である。明らかに近似値の波高は原式の値より大きくなっている。これは前節に述べたように，transverse wave の計算で，source の没水深度を無視したことによるものである。図には船体より外側で測定した波形の実測値も示したが，A. P. より前方で原式による計算値に近くなっていることは興味深い。

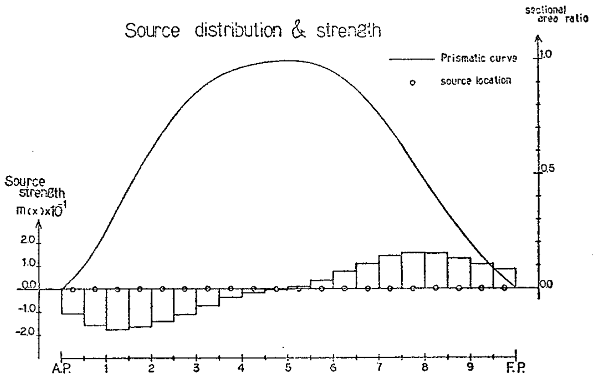

Fig. 3　Source distribution for Series 60

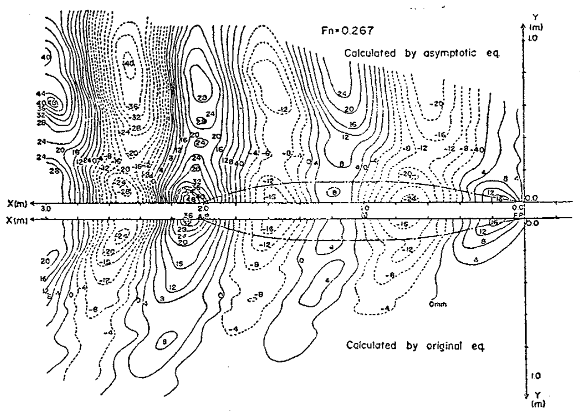

Fig. 4　Calculated wave pattern (Submerged body) $Fn=0.267$

次に第3節に述べた境界値問題を解いた結果から波紋を求めよう。この場合は細長体理論の仮定に沿って水面上昇の式には (27) を用いる。速度の計算には得られた速度ポテンシアルの微分を差分に置きかえた。Fig. 8 および Fig. 9 は没水体近似との比較を示している。この

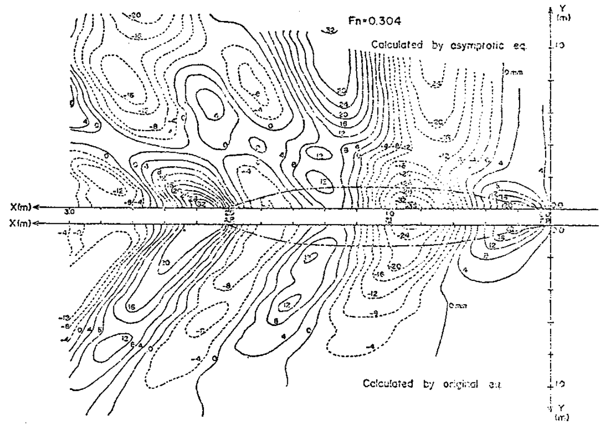

Fig. 5　Calculated wave pattern (Submerged body) $Fn=0.304$

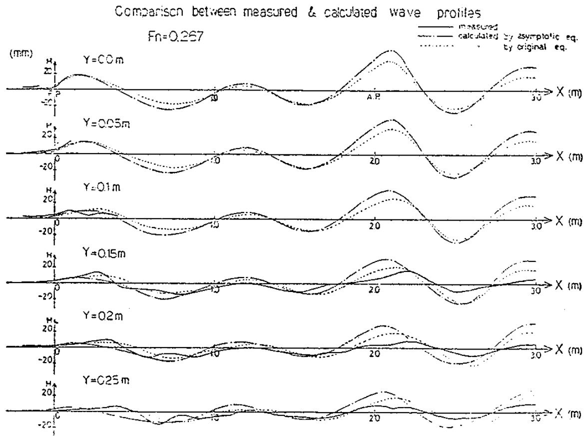

Fig. 6　Wave profiles by the submerged body approximation

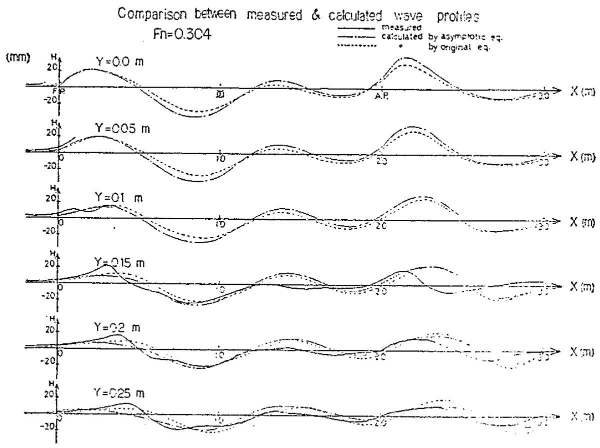

Fig. 7　Wave profiles by the submerged body approximation

結果を見ると，没水体近似が波紋としてはあまり現実的な結果を与えないことがわかる。

計算結果を実測値と比較するために，水槽において波面の測定を行った。測定方法は船側より 300 mm 以内は車台に設置したサーボ式波高計をトラバースさせ，これより外側では水槽壁で固定した容量式波高計を用いた。Fig. 10 および Fig. 11 は細長体理論による計算結果と実測結果とを比較したものである。両者の間には多少の差があるが，船体の近傍の波形には位相関係などかなりの程度一致点も認められる。用いたのが数式船型でなく，実用船型による波の複雑さを考えると，予想以上に良好な結果という見方もできよう。次に模型船表面の波形を写真撮影から決定した実測波形と比較したのが Fig. 12

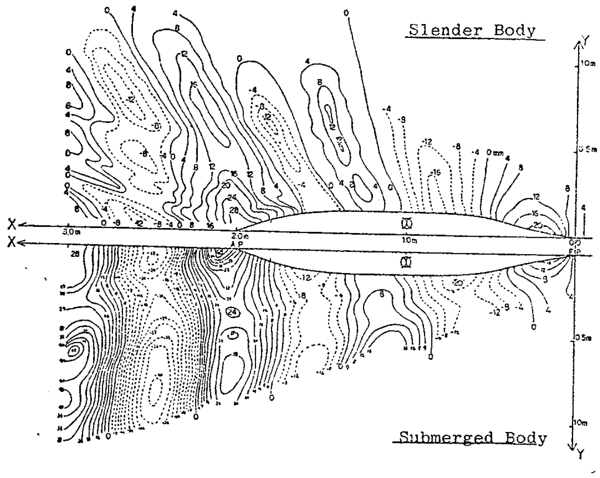

Fig. 8　Calculated wave pattern of Series 60, $Fn=0.267$

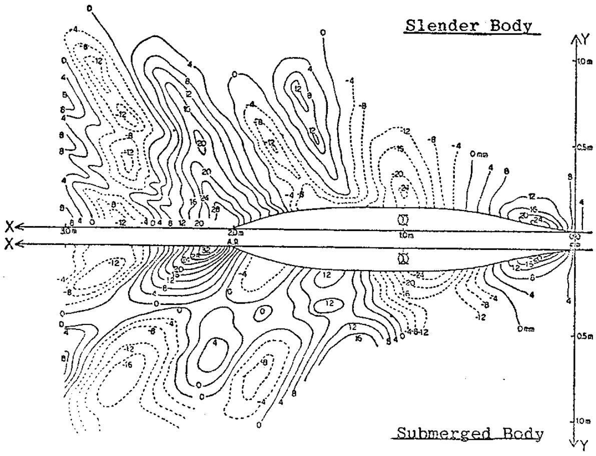

Fig. 9　Calculated wave pattern of Series 60, $Fn=0.304$

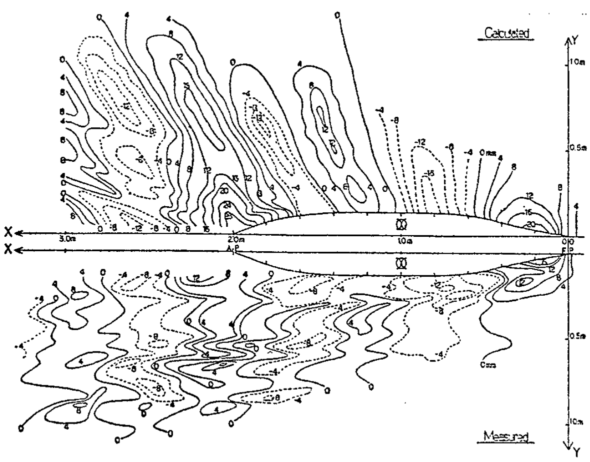

Fig. 10　Calculated and measured wave pattern, $Fn=0.267$

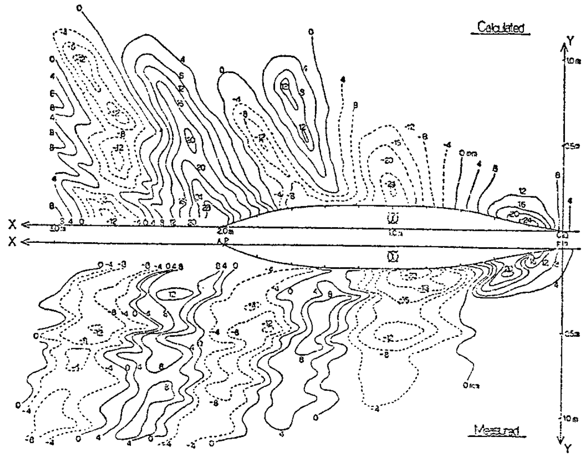

Fig. 11　Calculated and measured wave pattern, $Fn=0.304$

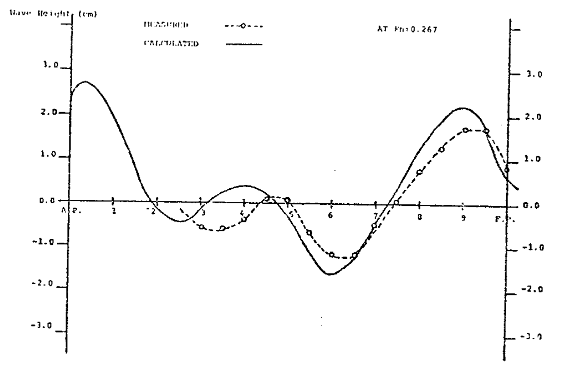

Fig. 12　Calculated and measured wave profile, $Fn=0.267$

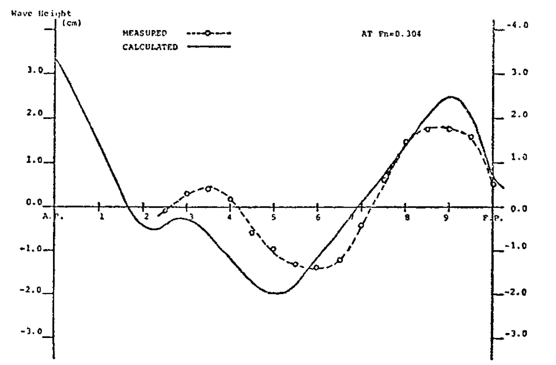

Fig. 13　Calculated and measured wave profile, $Fn=0.304$

および Fig. 13 である。計算結果は波形の傾向を定性的には良く表わしているといえる。一般的傾向として計算値の方が波高が高くなっているのは，前節に指摘した特異点の没水深度の効果を無視したことによるtransverse wave の過大評過に基づくものといえるから，没水深度による減衰効果を取り入れて計算を行えば，一致は大幅に改善されるものと考えられる。

6 結　　論

Kelvin-source の漸近表示を基礎として，船に対する新しい細長体理論を展開し，これに基づいて船体波紋の計算を行った。また模型船による波形の実測をも行い，計算結果と比較した。結論を要約すれば次の通りである。

1. 没水体近似を用い漸近式によって計算した波形を，Kelvin-source の原式から計算した結果と比較すると，船体の近傍でかなり良好な一致を示している。

2. 近似式は特異点の没水深度の影響を無視した結果，transverse wave を過大評価する傾向がある。

3. 細長体理論によって計算した，Series 60, $C_B=0.6$ の波紋は，実測結果と船体の近くで合致点が認められる。また船側波形については，複雑な船型にもかかわらずかなり良好な合致が得られた。

4. 定量的に良い一致を得るためには，transverse wave の計算に特異点の没水深度の影響を取り入れるべきである。

5. 前項を考慮した上で，ここに展開した細長体理論は任意船型の波および造波抵抗を計算する方法として，充分に実用性を持つものと判断される。

参 考 文 献

1) Cummins, W. E.: The wave resistance of a floating slender body. Unpublished Thesis, American University (1956).
2) Vossers, G.: Some applications of the slender body theory in ship hydrodynamics. Dissertation, Delft Technological University (1962).
3) Maruo, H.: Calculation of the wave resistance of ships, the draught of which is as small as the beam. 造船協会論文集, 112 号 (1962).
4) Tuck, E. O.: The steady motion of a slender ship. Dissertation, the University of Cambridge (1963).
5) Lewison, G. R. G.: Determination of the wave-resistance of a partly immersed axisymmetric body., International Seminar on Theoretical Wave-resistance, Ann Arbor (1963).
6) Maruo, H., Tokura, J.: Prediction of hydrodynamic forces and moments acting on ships in heaving and pitching oscillations by means of an improvement of the slender ship theory. 日本造船学会論文集, 143 号 (1978).
7) Brard, R.: The representation of a given ship form by singularity distributions when the boundary condition on the free surface is linearized. Journal of Ship Research 16 (1972).
8) 石井規夫，田中一朗，木村　朗：Neumann-Kelvin 造波問題の実用船型数値解析，関西造船協会誌 (1983).
9) Maruo, H.: New approach to the theory of slender ships with forward velocity. 横浜国立大学工学部紀要, 31 巻 (1982).
10) Havelock, T. H.: The approximate calculation of wave resistance at high speed. Trans. N. E. Coast Inst. Engrs. Shipbrs. 60 (1943).