(昭和59年5月 日本造船学会春季講演会において講演)

波浪中における船の粘性伴流と 粘性抵抗について

正員 姫 野 洋 司* 正員 張 懐 新**

Ship Viscous Wake and Resistance in Waves

by Yoji Himeno, Member Huai-Xin Chang, Member

Summary

The three-dimensional unsteady boundary layer theory is applied to the problem of ship viscous wake-decrease and resistance-increase in waves. The laminar boundary layer equation is expanded with the assumption of small oscillation amplitude and high frequency, so that the steady part of the second-order solutions thus implies the effect of the oscillatory flow.

The wake decreases due to the ship pitching motion and the incident wave are calculated showing a qualitatively good agreement with Nakamura and Naito's experiments. The calculation also gives an estimation of the viscous resistance increase in waves, which is, however, quite small compared to the wave resistance increase in waves.

Although the present analysis is based on the laminar boundary layer, it represents the basic mechanism of the viscous effects of the ship hydrodynamic forces in waves.

1緒 言

船の波浪中の推進性能を推定する上で自航要素や抵抗 の変化は重要である。中村・内藤¹⁾の実験によって自航 要素の波浪中における値が計測され,粘性伴流の重要性 が指摘されている。また,波浪中抵抗増加については周 知のように丸尾の理論やそれを検証するための数多くの 実験や数値計算が発表されており,造波抵抗の増加が大 部分を占めるものと考えられている。しかし,粘性抵抗 の変化も,量的に少ないとはいえ,その基本的性質を明 らかにしておくこともまた必要であろう。

粘性伴流の変化を推定する試みを最近 Faltinsen-Minsass²⁾ らが行っている。彼らは運動する船体のまわ りの境界層外のポテンシャル流れにおける非定常圧力の 平均値の変化分に着目し、これを仮想の流速増加とみな して定常境界層方程式に代入し、その影響を求め、中村 ・内藤らの実験値を説明することに成功した。この方法 は、しかしながら、船体まわりの非定常粘性流れの物理 的性質を理解するには不十分であり、そのためには、や はり問題の正しい設定と境界層理論に基づく適切な理論 展開が必要であろう。

* 大阪府立大学工学部

** 大阪府立大学大学院

本報告はそのような試みの第一歩である。まず,層流 問題を考え,平板とみなした薄い船体まわりの非定常境 界層方程式を設定し,船体の pitching,さらに入射波 のみの場合について,微小振幅かつ高周波数近似による 解法を行い,粘性伴流や抵抗増加に及ぼす粘性の影響を 求めることを試みた。得られた解は層流解とはいえ粘性 伴流の実験値を良く説明しており,振幅や周波数への依 存性が明確に表わされている。今後この種の問題の理解 に役立つと思われるのでここに報告し,諸兄のご批判を 仰ぐ次第である。

2 境界層方程式と微小量展開

向い波中を運動しながら,あるいは拘束されて,一定 速度で前進する船体のまわりの境界層を考える。今簡単 のため船体を鉛直面内におかれた平板とみなし,その平 板上に運動あるいは入射波による攪乱が作用するものと 仮定する。すなわち定常流れについては相当平板を,変 動流れについては船体の存在による攪乱の変化を無視す ることを仮定している。粘性抵抗の大部分が相当平板の 抵抗であることから,この仮定は第一近似的には妥当と 考えられる。

船体固定の座標系 (x, y, z) として, x を船首水線位 置から水平後方, y を水平横向き, z を鉛直上向きにと 44

り、それらの方向の層内速度を(u,v,w),層外速度を(U,V,W),さらに、圧力を p,時間をtとおき、平板面上での3次元境界層方程式を考えよう。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\
\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + v \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\
\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$
(1)

すなわち、y方向について境界層が薄いとみなしている ことになる。層外端での圧力条件は(1)式より、 $y=\delta$ (境界層厚さ) あるいは $y \rightarrow \infty$ において

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{\partial U}{\partial t} - U \frac{\partial U}{\partial x} - W \frac{\partial U}{\partial z}$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = -\frac{\partial W}{\partial t} - U \frac{\partial W}{\partial x} - W \frac{\partial W}{\partial z}$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0$$
(2)

が成立する。これを積分すれば Bernoulli の式が求めら れ, Faltinsen-Minsass らはその速度の非線形項の時間 平均値に着目した訳である。ここでは, 層外速度はポテ ンシャル流れにより与えられるものと仮定して次のよう におく。

$$\left. \begin{array}{c} U = U_0 + U_1(x, z, t) \\ V = 0 \\ W = W_1(x, z, t) \end{array} \right\}$$
(3)

船体を平板とみなしているので定常項は U_0 (一定)の みであるが、船体の攪乱を考える時には U_0 および W_0 に相当する項が x および z の関数で与えられることにな ろう。そして、 U_1 、 W_1 は非定常攪乱であり、船体運動 時のポテンシャルから与えられるが、ここでは伴流変化 に最も影響があるとされる船体の pitching の場合と、 短波長領域で重要と思われる入射波の場合について考え ることとする。船体の攪乱を無視すれば、まず pitching の場合、

$$\begin{array}{l} U_1 = z\theta_a \omega \sin \omega t = \operatorname{Imag} \left(z\theta_a \omega e^{i\omega t} \right) \\ W_1 = -x'\theta_a \omega \sin \omega t = \operatorname{Imag} \left(-x'\theta_a \omega e^{i\omega t} \right) \\ \theta = \theta_a \cos \omega t \end{array} \right\}$$
(4)

と与えられる。ここで、 θ , θ_a は pitching 角および振幅、 ω は円周波数、そして x' は船の中央から水線上を 前方に測った座標である。つぎに、振幅 ζ_a 、波数 k, 出会い周波数 ω_e の入射波の場合、層外変動速度は複素 表示で

 $U_1 + iW = \zeta_a \omega \exp\left\{kz + i(\omega_e t - kx')\right\} \quad (5)$

となる。一般の船体運動の際は各種運動モードからの寄 与の合成で表わせられる。

これらの式により境界層の方程式および境界条件は定 まった。つぎに解を定常項と変動項に分離し,

$$\begin{array}{c} u = u_0(x, y, z) + u_1(x, y, z, t) \\ v = v_0 + v_1, \ w = w_0 + w_1, \ p = p_0 + p_1 \\ t \neq t \downarrow, \ \bar{u}_1 = \bar{v}_1 = \bar{w}_1 = \bar{p}_1 = 0 \end{array} \right\}$$
(6)

と表わし、さらにこれを(1)式に代入し境界層方程式 を定常項と時間変動項に分離する。まず、定常の方程式 として、

$$\begin{array}{c} u_{0} \frac{\partial u_{0}}{\partial x} + v_{0} \frac{\partial u_{0}}{\partial y} = \nu \frac{\partial^{2} u_{0}}{\partial y^{2}} + F(x, y, z) \\ F(x, y, z) = \overline{U_{1}} \frac{\partial U_{1}}{\partial x} + \overline{W_{1}} \frac{\partial U_{1}}{\partial z} \\ - \left(\overline{u_{1}} \frac{\partial u_{1}}{\partial x} + \overline{v_{1}} \frac{\partial u_{1}}{\partial y} + \overline{w_{1}} \frac{\partial u_{1}}{\partial z}\right) \\ \frac{\partial u_{0}}{\partial x} + \frac{\partial v_{0}}{\partial y} = 0 \end{array} \right)$$
(7)

が得られる。ここで"[—]"は時間平均を表わす。上式は (1) 式の x 方向の式の時間平均をとったもので、 U_0 が x の関数なら上式の中にさらに定常の圧力勾配の項が 追加されることになる。非定常からの寄与である関数 Fは、非線形変動成分のいわばバイアス分であり、変動成 分 u_1 などが解けた後求められる量である。Faltinsen-Minsass らの解法はこの F の第 1 項の影響のみを考慮 することに相当していると考えられるが、層の外端では これは第 3 項と相殺するのでFの影響は層の内部で顕著 になるはずであり、彼らの仮定したように層の外端で境 界層に影響を及ぼす訳ではない。また、z 方向について も同様の式が出るが、 $W_0=0$ であることから高次の変 動項を除いた式の解は $w_0=0$ であるのでここでは省略 する。

つぎに、(1)式から(7)式を差し引くことにより変 動成分に関する方程式を得る。

$$\frac{\partial u_{1}}{\partial t} - \frac{\partial U_{1}}{\partial t} - \nu \frac{\partial^{2} u_{1}}{\partial y^{2}} = -\left(u_{0}\frac{\partial u_{1}}{\partial x} + v_{0}\frac{\partial u_{1}}{\partial y}\right) \\
-\left(u_{1}\frac{\partial u_{0}}{\partial x} + v_{1}\frac{\partial u_{0}}{\partial y} + w_{1}\frac{\partial u_{0}}{\partial z}\right) \\
-\left(u_{1}\frac{\partial u_{1}}{\partial x} + v_{1}\frac{\partial u_{1}}{\partial y} + w_{1}\frac{\partial u_{1}}{\partial z}\right) \\
+\left(\overline{u_{1}\frac{\partial u_{1}}{\partial x}} + \overline{v_{1}\frac{\partial u_{1}}{\partial y}} + \overline{w_{1}\frac{\partial u_{1}}{\partial z}}\right) \\
+U_{0}\frac{\partial U_{1}}{\partial x} + U_{1}\frac{\partial U_{1}}{\partial x} - \overline{U_{1}\frac{\partial U_{1}}{\partial x}} \\
+W_{1}\frac{\partial U_{1}}{\partial z} - \overline{W_{1}\frac{\partial U_{1}}{\partial z}} \\
\frac{\partial w_{1}}{\partial t} - \frac{\partial W_{1}}{\partial t} - \nu \frac{\partial^{2} w_{1}}{\partial y^{2}} = \cdots \\
\frac{\partial u_{1}}{\partial x} + \frac{\partial v_{1}}{\partial y} + \frac{\partial w_{1}}{\partial z} = 0$$
(8)

上式の右辺は定常成分からの寄与を含む非線形影響で ある。したがって,(7)式,(8)式が層内の非定常流 れを支配する連立方程式である。それらは厳密な形であ 波浪中における船の粘性伴流と粘性抵抗について

るが,大雑把にみれば,(8)式で決まる変動成分の高 次バイアス分が定常の運動量に寄与することになり,こ の事情は造波による抵抗増加と同じである。

さて,(8)式を解くに当り,微小量近似を導入しよう。これには振動流に対して Lin³⁾ が仮定したものと同 じ,微小振幅・高周波数攪乱を採用する。この仮定は船 体の非定常造波問題でもよく用いられており,今の場合 にも適用可能である。この時,船の長さをLとして

$$O(U_1/U_0) \ll 1, \quad O(W_1/U_0) \ll 1$$
 (9)
 $O(U_0/\omega L) \ll 1$ (10)

と仮定する。 船の pitching の場合, 仮に $L \doteq 200 \text{ m}$, $U_0 \doteq 10 \text{ m/sec}$, $\omega = 2\pi/5(1/\text{sec})$ などと仮定してみると, $\omega L/U_0 = 25$ となり, 十分に (10) 式の仮定を満たして いる。また, (9) 式と (10) 式のオーダーの違いについ てはここでは特に考慮せず, 同程度としておこう。この ほかに, (8) 式が境界層近似であることから, u_1 の及 ぶ厚さを δ_1 とすると (8) 式左辺第3項の粘性拡散項 を第1項と同じオーダーとみなして

$$O(\delta_1) = O(\sqrt{\nu/\omega}) \tag{11}$$

となる。同様に(7)式の定常境界層厚さδは周知のように

$$O(\delta) = O(\sqrt{\nu L/U_0}) \tag{12}$$

であるから,

$$O(\delta_1/\delta) = O(\sqrt{U_0/\omega L}) \tag{13}$$

となり、高周波数を仮定すれば変動成分の影響領域は定 常境界層厚さに比べてさらに薄い層であることが判る。

これらの仮定を(8)式に適用し、最低次の項のみと ると、結局右辺は消えて

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial U_1}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2}$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} - \frac{\partial W_1}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 w_1}{\partial y^2}$$
(14)

となる。これは非定常のストークス近似であり,線形で あるので容易に求解でき,これまでにも数多くの適用例 が知られている。また(7)式のFの項は他に比べて2 次の高次成分となるので,Fの評価には(14)式で求め る u_1 を用いれば十分であろう。このように,変動成分 に微小振幅・高周波数近似を施すことにより問題は極め て簡潔になり解法の見通しもよくなった。次章にその解 法と解の物理的性質を述べる。

3 境界層方程式の近似解法





$$\eta = y \Big/ \sqrt{\frac{2\nu}{\omega}}$$

となる。ここで、通常の手法に従い無次元座標 η を導入 した。(16) 式の小括孤内の複素速度分布の実部は外部 流 U_1 あるいは W_1 と同位相成分であって、いわば 粘 性減衰に寄与する項であり,また虚部は粘性による付加 質量効果を表わす。Fig.1 にこれらの分布を示す。境界 層厚さはほぼ η≒3 の程度であって、その辺りで実部に は僅かにオーバーシュート、虚部には若干の変動がみら れるが,それらは無視できる量で,全体として定常境界層 の主流および2次流れの分布に類似している。位相進み の虚部の項は壁面付近で最大となり、また壁での傾きが 実部と同じであることから摩擦応力は外部流速に対して π/4 の位相進みがあることが判る。さらに、この解は上 流の影響を受けず、その場所の層外変動流速のみに依存 する。これは(8)式において右辺の対流項を無視した ため、すなわち高周波数近似に由来する。これらはすべ て非定常ストークス流れの重要な性質である。

速度分布や(7)式における修正関数Fの具体的表現 は U_1 , W_1 に(4)式の複素表現や(5)式を代入するこ とにより得られる。まず、pitching の場合、(4)式より

$$u_1 = z \theta_a \omega \{ \sin \omega t - e^{-\eta} \sin (\omega t - \eta) \}$$

$$w_1 = -x' \theta_a \omega \{ \sin \omega t - e^{-\eta} \sin (\omega t - \eta) \}$$

$$(17)$$

となる。さらに(7)式に代入して

$$F = -\frac{1}{2} x' \theta_{a}^{2} \omega^{2} f(\eta), \quad f(\eta) = 2e^{-\eta} \cos \eta - e^{-2\eta}$$
(18)

が得られる。pitching の振幅の2乗,周波数の2乗に 比例することは Faltinsen-Minsass らと同様であるが, Fig.2 に示すようにFは壁付近で最大となる。したがっ て、この項は修正圧力勾配とみなすよりはむしろ剪断応 力 τ の非定常修正とでも呼ぶべき項である。それを τ_1 と表わし、次式

$$F = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_1}{\partial y}, \quad \tau = \tau_0 + \tau_1 \tag{19}$$

で定義すると、(18) 式を積分して

46

1.0

0.5

0

-0.5

日本造船学会論文集 第155 号

f(ŋ)

g(ŋ)

 $f_1(n)$

g1(n)

6.0 n

の性質である。

ここで求められた非定常修正関数Fを用いて(7)式 を解けば定常境界層に及ぼす非定常の影響が判る。解法 には Pohlhausen の近似解法を用い、さらにFを微小 ($F = \varepsilon \hat{F}$)と仮定して解を微小パラメーター ε で展開す ることにする。(7)式の運動量積分を行うと、

$$U_{0}^{2} \frac{d\theta}{dx} = \frac{\tau_{0w}}{\rho} - \varepsilon \hat{E}(x, z)$$
(23)
$$E = \varepsilon \hat{E} = \int_{0}^{\infty} F(x, y, z) dy$$
$$\theta = \int_{0}^{\infty} \frac{u_{0}}{U_{0}} \left(1 - \frac{u_{0}}{U_{0}}\right) dy$$
(24)

$$\tau_{0w} = \mu \frac{\partial u_0}{\partial y} \Big|_{y=0}$$

$$\delta = \delta_s - \varepsilon \delta_2 \tag{25}$$

ここで δ_s , δ_a は各々定常および非定常修正の項である。 そして通例に従って速度分布を多項式で近似し、さらに これも ε で展開すれば、

$$\frac{u_{0}}{U_{0}} = a\eta + b\eta^{2} + c\eta^{3} + d\eta^{4}, \quad \eta = y/\delta$$

$$= a\eta_{s} + b\eta_{s}^{2} + c\eta_{s}^{3} + d\eta_{s}^{4}$$

$$+ \varepsilon \frac{\delta_{2}}{\delta_{s}} (a\eta_{s} + 2b\eta_{s}^{2} + 3c\eta_{s}^{3} + 4d\eta_{s}^{4})$$

$$\eta_{s} = y/\delta_{s}$$

$$(26)$$

となる。係数の値を次の境界条件

$$y=0 \quad \subset \quad u_0=0, \quad \nu \frac{\partial^2 u_0}{\partial y^2} = -\varepsilon \hat{F}(x,0,z)$$

$$y=\delta \quad \subset \quad u_0=U_0, \quad \frac{\partial u_0}{\partial y} = \frac{\partial^2 u_0}{\partial y^2} = 0$$

$$(27)$$

から定める(ε²以上の項は無視する)と速度分布は次のようになる。

$$\frac{u_{0}}{U_{0}} = F_{s}(\eta_{s}) + \varepsilon \frac{\delta_{2}}{\delta_{s}} R(\eta_{s}) + \Lambda G(\eta_{s})$$

$$F_{s} = 2\eta_{s} - 2\eta_{s}^{3} + \eta_{s}^{4}$$

$$R = 2\eta_{s} - 6\eta_{s}^{3} + 4\eta_{s}^{4}$$

$$G = \frac{1}{6} (\eta_{s} - 3\eta_{s}^{2} + 3\eta_{s}^{3} - \eta_{s}^{4})$$

$$\Lambda = \varepsilon \frac{\hat{F}}{\nu U_{0}} \delta_{s}^{2}$$
(28)

ここで、 F_s は定常(今の場合平板)境界層の速度分布、Rは非定常効果により境界層厚さが変化した影響、そして Gは非定常効果の直接の影響であって、Rの項が上流の 履歴を受けるに対して G はむしろ局所的である。Fig.3 に各項の分布を示す。つぎに、(28) 式を(23)、(24) 式 に代入し、オーダー比較を行い、項別に求解すれば δ_s 、 δ_2 を求めることができる。

$$\delta_{s} = \alpha \sqrt{\frac{\nu x}{U_{0}}}, \quad \alpha = 2 \sqrt{\frac{315}{37}}$$

$$\varepsilon \frac{\delta_{2}}{\delta_{s}} = \frac{37}{315 \alpha} \sqrt{\frac{U_{0}}{\nu x^{2}}} \int_{0}^{x} \frac{\sqrt{x} E(x', z)}{U_{0}} dx$$



$$\tau_{1} = -\frac{\rho}{2} x' \theta_{a}^{2} \omega^{2} \sqrt{\frac{2\nu}{\omega}} g(\eta)$$

$$g(\eta) = e^{-\eta} \sin \eta - e^{-\eta} \cos \eta + \frac{1}{2} e^{-2\eta}$$

$$\tau_{1w} = \tau_{1}(0) = \frac{\rho}{4} x' \theta_{a}^{2} \omega^{2} \sqrt{\frac{2\nu}{\omega}}$$

$$(20)$$

となり、振動により生じる平均摩擦応力の増加 τ_{1w} を 与える。ただし、 τ_1 は層内で単調でなく、符号の変化 がある。また、この τ_1 を一種のレイノルズ応力とみな すことも可能であるがその際速度変動はあくまで層流で あるので壁面でも値が存在する。

つぎに、入射波の場合、(5)式を代入すれば、 $u_1+iw_1=\zeta_a \omega e^{kz} \{e^{i(\omega_c t-kx)}-e^{-\eta+i(\omega_c t-kx-\eta)}\}$

(21)

となり、 さらに上述の F,
$$\tau_1$$
 も次のように求められる。

$$F = k\zeta_a^2 \omega^2 e^{2kz} \cdot f_1(\eta)$$

$$f_1(\eta) = e^{-\eta} \{\eta \sin \eta + (1-\eta) \cos \eta - e^{-\eta} \}$$

$$\tau_1 = \rho k\zeta_a^2 \omega^2 e^{2kz} \sqrt{\frac{2\nu}{\omega_e}} \cdot g_1(\eta)$$

$$g_1(\eta) = \frac{1}{2} e^{-2\eta} - \eta e^{-\eta} \sin \eta - e^{-\eta} \cos \eta$$

$$\tau_{1w} = -\frac{1}{2} \rho k\zeta_a^2 \omega^2 e^{2kz} \sqrt{\frac{2\nu}{\omega_e}}$$
(22)

ここで、深海波の場合、 $k=\omega^2/g=2\pi/\lambda$ (λ は波長)で ある。また、Fは入射波の振幅の2乗に比例する。Fの 分布は Fig.2 に示すように pitching の場合と異なり層 の中央部で最大となる。もっとも、この変動境界層厚さ は定常のそれに比べて小さい訳であるから、いずれにせ よ非定常の影響は物体表面近くで現われることになる。 そして波の副波の振幅の2乗、すなわち $\exp(2kz)$ で減 衰することになる。以上が層内の変動速度の解およびそ



Fig. 3 Velocity profiles in boundary layer

$\frac{3465}{2738 x}$	$\int_0^x \frac{xF(x',0,z)}{U_0^2} dz$	r	(29)
$-\frac{\alpha^2}{111}\cdot\frac{1}{2}$	$\frac{F(x',0,z)}{U_0^2}x$		

ここで、 δ_s は当然 Pohlhausen の平板解であって、 Blasius の厳密解に近い。厚さ修正 δ_2 は下流になるほ ど影響が大きくかつ Reynolds 数に依存する。係数 Λ の値も局所的とはいえ定常の厚さ δ_s の2乗に比例する ので物体後端で最も影響が大きくなる。上式の表現はか なり一般的であって、運動モードにより非定常修正Fを 定めれば具体的に速度分布などを求めることができる。 また、上式の δ_2 がFやEの線形結合であることから直 ちに速度分布の変化量が pitching や入射波の振幅の2 乗に比例することも判る。

4 伴流減少と粘性抵抗増加

前章の結果を用い、pitching と入射波の各々の場合 について、船尾の伴流と抵抗の変化を具体的に求めてみ る。勿論それは層流解であるので量的な比較はできない かも知れないが、現象の物理的理解には役立つはずであ る。まず、平板の後端 x=L を船尾と考え (28) 式を適 用すると船尾端での流速は次のようになる。

$$\frac{1-w}{1-w_s}\Big|_{x=L} = 1 + \varepsilon \frac{\delta_2}{\delta_s} \frac{R(\eta_s)}{F_s(\eta_s)} + \Lambda \frac{G(\eta_s)}{F_s(\eta_s)} \quad (30)$$

ここで、wは前章と異なり粘性伴流分布の値で、 w_s は その定常値である。船の pitching の場合には

$$\varepsilon \frac{\delta_{2}}{\delta_{s}} = \frac{\theta_{a}^{2} \omega^{2} L^{2}}{U_{0}^{2}} \left\{ \frac{1}{30} \sqrt{\frac{315 \ U_{0}}{296 \ \omega L}} - \frac{9 \times 315}{37^{2} \times 48} \right\}$$

$$\Lambda = \frac{\theta_{a}^{2} \omega^{2} L^{2}}{U_{0}^{2}} \frac{315}{37}$$

$$(31)$$

となり、また入射波の場合には壁面でF=0で、Eのみ が効くことになる。

$$\varepsilon \frac{\delta_2}{\delta_s} = \sqrt{\frac{105}{222}} \frac{L}{\omega_e U_0^3} k \zeta_a^2 \omega^2 e^{2kz} \qquad \Big\} \tag{32}$$

 $\Lambda = 0$

上式でz方向について喫水 z=-d までの平均を取れば

$$\varepsilon \frac{\delta_2}{\delta_s} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{105}{222}} \frac{U_0}{\omega_e L} \frac{L}{d} \frac{\zeta_a^2 \omega^2}{U_0^2} (1 - e^{-2kd}) \quad (33)$$

となる。このように伴流の変化率が pitching や入射波の振幅の2乗に比例、さらに reduced frequency $\omega L/U_0$ に関係することは興味深い。

次にこれらを中村・内藤らの実験と比較してみよう。 Fig.4 はコンテナ船型についての3°の強制 pitching の 状態に相当する(30),(31) 式の理論値であって, 1-w の変化は高々1割程度であることを示している。Fig.5 は同じく強制 pitching の場合で、プロペラディスク面 内の伴流をリング状の流速計で計測した値と、理論式に おいて特定の η。の位置での値の比較を示したものであ り,もともと等価な比較ではないが、伴流域の外側で非 定常影響が少ないこと,内部では速度変化が pitching の振幅の2乗にほぼ比例するなど傾向はよく一致してい る。Fig.6 は同じ状態でプロペラの半径方向 (r/R)の 変化を示したものである。この場合にも η。 を半径方向 とみなして理論値を適当に重ねてある。内側ほど流速の 増加が大きく、かつ周波数の2乗にほぼ比例するなどの 傾向が理論でも良く示されている。Fig.7 は拘束模型に ついての流速変化の比較で、(32)式の計算値では波長



Fig. 4 Velocity increment due to forced pitch oscillation



Fig. 5 Velocity increment ratio in propeller disk plane due to forced pitch oscillation

の短い領域で流速増加が大きくなる様子が良く表わされ ている。もっとも、入射波の影響は船の運動による項よ りかなり小さいようである。中村・内藤らはさらに船体 運動時プロペラ面内の流速を積分して公称伴流値を求め ている。それを比較したのが Fig.8 である。理論式で は境界層厚さの平板解はかなり小さくなるので、ここで は δ_s をプロペラ半径 Rの 1.0~1.5 程度と仮定し、ボ ス部を除いた部分で積分平均を取り公称伴流値を求めて いる。計算は pitching と入射波の場合について行い、 それらの振幅を実験値と合わせ、(31)、(32) 式を用い



Fig. 6 Distribution of velocity increment ratio in propeller disk plane due to forced pitch oscillation



Fig.7 Velocity increment ratio in propeller disk plane for restrained-model condition





た。実験値と比較すると pitching の大きい時伴流値も 減少しており,量的にもよく合っている。しかし、短波 長で運動の小さい領域では計算値に入射波の影響が残る ものの値はかなり小さい。

以上のように、多少の疑問は残るが大筋において本理 論は実験の傾向と良く合っており、さらに量的にも、定 常の境界層厚さを伴流分布の実験値から適当に定めれば (例えば w=0.1 を $y=\delta$ ととるなど)、波浪中の伴流 変化をある程度予測することができよう。理論では(30) ~(33) 式のように Reynolds 数が陽に現われず、境界 層厚さ δ_s の中に関接的に含まれるので、理論の傾向は 乱流の場合にも大きくは変らないであろうと期待できる からである。

つぎに,抵抗の変化を求める。平板であるから,速度 分布の微分から摩擦応力を求め、これを全面積について 積分し抵抗 R_F が得られる。これを抵抗係数 c_F の形で 表わすと次のようになる。

$$c_{F} = \frac{8}{\alpha} \sqrt{\frac{\nu}{U_{0}L}} + \frac{2}{LdU_{0}^{2}} \int_{-d}^{0} \int_{0}^{L} \left(1 - \sqrt{\frac{x}{L}}\right) Edxdz \\ + \frac{11\alpha}{37U_{0}^{2}L^{2}d} \sqrt{\frac{U_{0}L}{\nu}} \iint \frac{\nu xF}{U_{0}} dxdz \\ = c_{F0} + \Delta c_{F}$$
(34)

抵抗変化 Δc_F は pitching の場合

$$\Delta c_{F} = \frac{\theta_{a}^{2} \omega^{2} L}{U_{0}^{2}} \frac{1}{30} \sqrt{\frac{2\nu}{\omega}} \left(\frac{30 \times 11}{37 \times 12} \sqrt{\frac{315 \, \omega L}{74 \, U_{0}}} - 1 \right)$$
(35)

右辺第1項は δ の変化の影響,第2項は局部的流速増加 の項でこれは抵抗減の方向である。しかし第2項はかな り小さく,これを無視し、さらに定常の場合の c_{F0} の 比をとると、

$$\frac{\varDelta c_F}{c_{F0}} = \frac{315 \times 11}{37^2 \times 48} \frac{\theta_a^2 \omega^2 L^2}{U_0^2}$$
(36)

となる。つぎに、入射波に対しては次式のように求めら れる。

$$\frac{dc_F}{c_{F0}} = \frac{1}{6} \sqrt{\frac{315}{296}} \frac{L\zeta_a^2 \omega^2}{dU_0^2} \sqrt{\frac{U_0}{\omega_e L}} (1 - e^{-2kd}) \quad (37)$$

このように抵抗の増加についても伴流減少と同様,運動 や入射波の振幅の2乗に比例するなどの類似の結果が得 られた。

Fig.9 は pitching の場合の抵抗増加 AR の計算結果 である。この場合強制 pitching の振幅 (3°) に合わせ, かつ AR の無次元化には運動の実験時の波高を用いてい るので、実験とは比較できないが、波長の減少と共に抵 抗増加が顕著になる様子が判る。 c_{F0} に乱流の平板値を 使えばさらに値は大きくなる。Fig. 10 は同様のことを 入射波の場合について示したもので、傾向は類似してい るが量的にはかなり小さい。そして Fig. 11 は船体運動 波浪中における船の粘性伴流と粘性抵抗について



Fig. 9 Viscous resistance increase due to forced pitch oscillation



Fig. 10 Viscous resistance increase due to incident wave



時の pitching の計測値を代入したもので、伴流の減少 と同様に pitching の大きい領域で抵抗増加が大きく、 短波長領域での特異性は運動が小さいために目立たな い。これを中村・内藤らの実験値と比較したのが Fig. 12 であって、 c_{F0} に乱流値を用いても粘性による抵抗 増加にはほとんど寄与していないようだ。しかしなが ら、伴流減少の比較の際に船尾の境界層厚さを理論値で なく実際の厚さに取れば量的にも実験値と合ったよう に、抵抗増加についても何らかのそのような事情がある



Fig. 12 Resistance increase due to ship motion

のかも知れない。これについては乱流解析と合わせて今 後の課題としたい。

5 結 言

層流の非定常境界層理論を用いて一様流に振動流があ る場合の平板境界層の速度変動および定常流に及ぼす影 響を求めた。これを船体運動に適用し, pitching およ び入射波の攪乱がある場合について,船尾の粘性伴流の 減少や粘性抵抗の増加を求め,これらが運動や入射波の 振幅の2乗に比例することや周波数への依存性などを明 らかにした。これらの傾向は, Reynolds 数が陽に現わ れない形で示されているので,乱流の場合にも成立する と思われるが,今後量的に検討できる所まで議論を深め ることを課題としたい。

終わりに,種々ご討論賜わった大阪府立大学田中紀男 教授,大阪大学内藤林講師,防衛庁技術研究本部新谷厚 博士,石川島播磨重工(株)田崎亮博士に厚く御礼申し 上げる次第である。計算には大阪府立大学 ACOS-700 システム,同 N 4700 分散処理システムを使用した。関 係各位に感謝したい。

参考文献

- S. Nakamura and S. Naito : "Propulsive Performance of Container Ships in Waves," Soc. Naval Archi., Japan, Naval Archi. and Ocean Eng., Vol. 15 (1977).
- O. M. Faltinsen, K. Minsass and others: "Prediction of Resistance and Propulsion of a Ship in a Seaway," Proc., 13 th Symp. on Naval Hydrodynamics (1980).
- C. C. Lin: see H. Schlichting, "Boundary Layer Theory," Sixth Ed. (1968).