

(昭和 59 年 11 月 日本造船学会秋季講演会において講演)

等価 2 次元翼に関する研究

正員 中 武 一 明* 正員 垣 野 内 勉**
(故) 森 山 文 雄*** 正員 山 崎 隆 介*

Study on the Equivalent Two-Dimensional Wing

by Kuniharu Nakatake, *Member* Tsutomu Kakinouchi, *Member*
late Fumio Moriyama, Ryusuke Yamazaki, *Member*

Summary

The pressure distribution on the propeller blade is usually predicted in Japan by using the lifting surface theory and Sugai's concept of the equivalent two-dimensional wing. Though the method is admitted to be useful through comparison between experiment and calculation, the effectiveness of the concept is not seemed to be guaranteed by the theoretical calculations. Then we, as the first step, show that the concept is accurate enough for practical usage by comparing the pressure distributions which are obtained by the thick wing theory and the above-described method applied for the three-dimensional wings with several plan forms and wing sections. Conclusions are as follows. 1) The concept of equivalent 2-D wing predicts fairly well the pressure distribution on the 3-D wing, which is obtained by the thick wing theory. 2) The pressure distribution on the equivalent 2-D wing has a tendency to deviate from the one on the 3-D wing in case of thick wing or small aspect ratio wing or the swept wing and in case the section approaches the wing tip. 3) The shape of wing section does not affect the agreement of pressure distributions obtained by two methods. 4) The equivalent camber and angle of attack change considerably along the span and are different from those of the actual 3-D wing.

1 緒 言

船用プロペラの性能は、理論的には揚力面理論¹⁾によって求められており、粘性修正等をほどこせば、推力トルク共大体実験値に近い値を与えることが知られている。しかしこの理論から直接得られる翼面上の圧力分布は、肉厚を無視していること等のために、実験で得られる分布とはかけ離れた分布となる。そこで菅井¹⁾は等価(相当)直進 2 次元翼の概念を導入して、揚力面理論から得られる渦分布と任意翼型の理論である守屋の方法²⁾とを組合せて、プロペラ翼断面における圧力分布を求めた。菅井の方法によって得られた圧力分布は、計測された圧力分布^{3)~6)}と定性的にも定量的にもかなり良く一致しており、この計算法の有用性が認められており、現在我国で広く用いられている。しかし理論的な検証につい

ては、直進する 3 次元翼に対しても行われていないように思われる。本論文では、第一段階として直進する 3 次元翼の平面形と断面形状を変えて、九大で開発した揚力面理論の計算法⁷⁾に等価 2 次元翼の概念を組合せる方法と Hess⁸⁾による厚翼理論による方法とによって、翼面の圧力分布を計算して比較し、前者の方法によって、3 次元翼上の圧力分布が実用上十分な精度で推定されることを示す。

2 揚力面理論を用いる方法

無限に拡がった理想流体の一樣流れの中に迎角 α で 3 次元翼が固定されているとする。Fig. 1 のように翼に固定された直交座標系 $O-xyz$ を、揚力面が xy -平面内となるようにとる。流れは均一で x 軸に平行とし流速を V とする。翼の厚さに関する平均面は、パラメータ ξ を用いて次のように表わされる。

$$x = x_M(y) + \bar{x}(y)\xi, \quad y = y, \quad z = z_0(y, \xi) \doteq 0 \quad (2.1)$$

ただし、 $-1 \leq \xi \leq 1$, $-\bar{y} \leq y \leq \bar{y}$

ここで $\bar{x}(y)$ は半弦長、 $x_M(y)$ は翼弦中心線の x 座標、

* 九州大学工学部

** 石川島播磨重工業(株)艦船設計部
(研究当時九州大学大学院)

*** 研究当時船舶技術研究所推進性能部

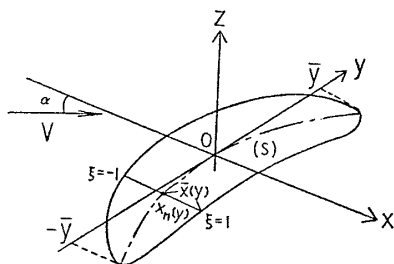


Fig. 1 Coordinate system in lifting surface theory

$\bar{y}$ は半翼幅を表わしている。揚力面(S)として翼の平面形の xy -平面への投影面をとり、この面上に密度 $\gamma(y, \xi)$ の束縛渦を分布させる。この束縛渦と後縁から流出する xy -面内の自由渦によって、(S) 面上に誘導される吹下し速度 $w(x, y, 0)$ は次式で与えられる。

$$w(x, y, 0) = \frac{1}{4\pi} \int_{-\bar{y}}^{\bar{y}} \frac{\bar{x}(y') dy'}{(y-y')^2} \int_{-1}^1 \gamma(y', \xi') \times \left(1 + \frac{x-x'}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}} \right) d\xi' \quad (2.2)$$

ただし、 $x-x' = \{x_M(y) + \bar{x}(y)\xi\} - \{x_M(y') + \bar{x}(y')\xi'\}$ 。ここで渦分布 $\gamma(y, \xi)$ として Glauert の Mode Function⁹⁾

$$\gamma(y, \varphi) = g_1(y) \cot \frac{\varphi}{2} + \sum_{n=2}^M g_n(y) \sin(n-1)\varphi \quad (2.3)$$

ただし、 $\xi = -\cos\varphi$, $0 \leq \varphi \leq \pi$

を採用すると、渦分布すなわち $g_n(y)$ を決定する (S) 面上での境界条件は次式となる。

$$w(x, y, 0) = V \left(\sin \alpha - \frac{\partial z_0}{\partial x} \cos \alpha \right) \quad (2.4)$$

式(2.4)を解いて渦分布が決まると、翼に働く流体力が計算できる。まず翼面の圧力差 Δp は、 ρ を流体の密度として

$$\Delta p = \rho V \gamma(y, \xi) \quad (2.5)$$

となり、単位幅の翼素に働く揚力 $l(y)$ 、翼全体の揚力 L 、揚力係数 C_L は翼面積 A を用いて次のように定義される。

$$l(y) = \rho \bar{x}(y) V \int_{-1}^1 \gamma(y, \xi) d\xi$$

$$L = \int_{-\bar{y}}^{\bar{y}} l(y) dy, \quad C_L = L / \left(\frac{1}{2} \rho V^2 A \right) \quad (2.6)$$

以上の具体的な数値計算法は文献 7) に述べたように、翼を翼幅方向に小さく分割し、各微小矩形の中では、翼弦方向には Mode Function で与えられる渦分布等が翼幅方向には一定と仮定するもので、普通の Mode Function 法で遭遇する数式の特異性を回避した方法である。

さて翼面上の圧力分布については、渦分布を直接使い

て計算することはできるが、(2.3) 式の第 1 項のため前縁で無限大になるなど現実の圧力分布とは全くかけ離れた分布となる。そこで菅井の等価 2 次元翼の概念¹⁾を用いて、ある y 断面での渦分布 $\gamma(y, x')$ より、等価 2 次元翼の吹下し速度 $\bar{w}(x)$ とその積分曲線 $\bar{z}_0(x)$ を求めると、座標の原点を前縁にとって次のようになる。

$$\bar{w}(x) = -\frac{1}{2\pi} \int_0^c \frac{\gamma(y, x')}{x-x'} dx',$$

$$\bar{z}_0(x) = \frac{1}{V} \int_0^x \bar{w}(x') dx' \quad (2.7)$$

ただし、 $c = 2\bar{x}(y)$

このとき等価 2 次元翼の等価迎角 $\bar{\alpha}$ と等価キャンバー $\bar{z}_c(x)$ は次のように求められる。

$$\bar{\alpha} = \tan^{-1} \left[\frac{\bar{z}_0(0) - \bar{z}_0(c)}{c} \right]$$

$$\bar{z}_c(x) = \bar{z}_0(x) - \bar{z}_0(0) - \left\{ \bar{z}_0(c) - \bar{z}_0(0) \right\} x/c \quad (2.8)$$

これらは (2.3) 式の $g_n(y)$ を用いて表わされるが、具体的な表面式については文献 10) を参照されたい。

ここで上記のキャンバー分布に、各断面での肉厚分布を加えて等価 2 次元翼を形成し、守屋の方法²⁾を用いてこの 2 次元翼が一様流中にある時の圧力分布を求め、これを 3 次元翼の各断面における圧力分布とみなす。以上のようにして厚い 3 次元翼の表面の圧力分布を求めることができる。

3 厚翼理論による方法

これは与えられた翼形状に対して何ら近似的な取扱いを施さず、厚みを持つ揚力体として取扱うもので、Hers⁹⁾によって開発された方法である。

いま Fig. 2 のように、厚みを持つ 3 次元翼が一様流速 V の流れの中に固定されているとする。通常の 3 次元直交座標系 $O-xyz$ の他に、局所的な直交座標系 $O'-\xi\eta\zeta$ を採用する。厚みを持つ翼を表わすために、翼表面 (SB) に分布する強さ $\sigma(\xi, \eta)$ の吹出しと、翼表面 (SB) および後縁から下流にのびる自由渦面 (SF) にこれらの面に垂直な軸を持つ強さ $\mu(\xi, \eta)$ の二重吹出しを分布させる。すると翼による攪乱速度ポテンシャル ϕ は

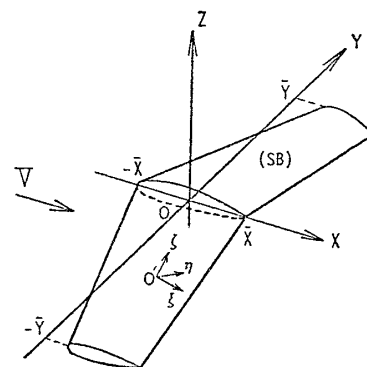


Fig. 2 Coordinate system in thick wing theory

$$\phi = \phi_S + \phi_D \quad (3.1)$$

ただし,

$$\left. \begin{aligned} \phi_S &= \frac{1}{4\pi} \iint_{(SB)} \sigma(\xi, \eta) G_S(x, y, z; \xi, \eta) d\xi d\eta \\ \phi_D &= \frac{1}{4\pi} \iint_{(SB)+(SF)} \mu(\xi, \eta) G_D(x, y, z; \xi, \eta) d\xi d\eta \end{aligned} \right\} \quad (3.2)$$

と表わされ, G_S, G_D はそれぞれ吹出しおよび分布面に垂直な軸をもつ二重吹出しの Green 関数を表わすものとする。翼上での境界条件は, (SB) の法線ベクトルを $\vec{n}_R$ とすると次式となる。

$$\left[\frac{\partial \phi}{\partial n_R} + \vec{V} \cdot \vec{n}_R \right]_{(SB)} = 0 \quad (3.3)$$

ここで, 吹出し分布 $\sigma(\xi, \eta)$ を

$$\sigma(\xi, \eta) = \sigma_0(\xi, \eta) + \sigma_D(\xi, \eta) \quad (3.4)$$

と分けて, 揚力が働かない場合の吹出し分布を σ_0 , 揚力が働く場合の補正項を σ_D と表わす。(3.3) 式は σ_0 と σ_D を求める際に用いられる。実際の計算にあたっては, Fig. 3 のように翼表面を微小 4 辺形に分割し, その各々の面内では吹出しの強さ σ_{ij} ($i=1 \sim K, j=1 \sim L$) が一定であるとして, (3.3) から σ_{ij} の値を決定する。次に揚力効果を表わす二重吹出し分布 $\mu(\xi, \eta)$ をその分布型に関する項 $\mu_0(\xi, \eta)$ と自由渦の強さを表わす項 $B(\eta)$ とに分けて,

$$\mu(\xi, \eta) = \mu_0(\xi, \eta) \cdot B(\eta) \quad (3.5)$$

とおく。 $\mu_0(\xi, \eta)$ は自由渦面 (SF) 上では x 方向に一定であり, 翼表面ではその分布型は任意に選択できる。ここでは, Fig. 4 のように分割した一つの翼要素の表面上の下面の後縁端 (T.E.) で $\mu_0(\xi, \eta) = 0$ とし, その点を原点として η 方向に一定で, 翼断面の周長 s に比例する

$$\mu_0(\xi, \eta) = s \quad (3.6)$$

なる分布型を採用し, また自由渦面 (SF) 上では各翼断面の一周長 s_t を持つものとする。一方 (3.5) 式の $B(\eta)$

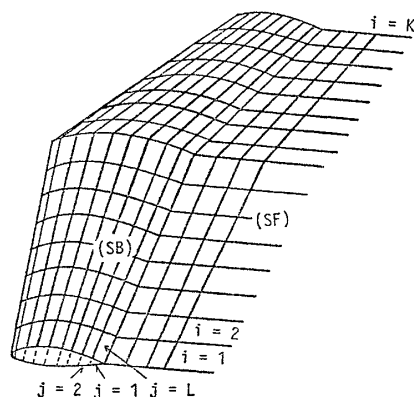


Fig. 3 Mesh division of thick wing

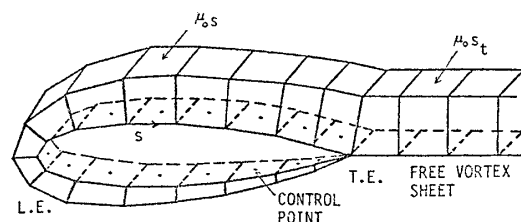


Fig. 4 Doublet distribution around wing section

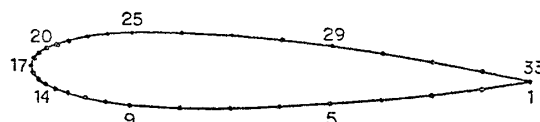


Fig. 5 Mesh division around wing section NACA 0015

は, 揚力の大きさを表わす量であるが, これは Kutta の条件から決められる。Kutta の条件として, 後縁 (T.E.) 近くで翼の上面と下面の圧力が等しくなるという条件を採用する。すなわち上面と下面の速度ベクトルを $(\vec{v})_{UP}$ および $(\vec{v})_{LO}$ とすれば, 上述の条件は Bernoulli の定理から

$$(\vec{v} \cdot \vec{v})_{UP} = (\vec{v} \cdot \vec{v})_{LO} \quad (3.7)$$

と表わされる。実際の計算においては, Fig. 5 のように翼周を 32 分割し, 第 1 番目と第 32 番目の標点において (3.7) 式を満たすように $B(\eta)$ を決定する。 $B(\eta)$ が決まれば, (3.3) 式より σ_D が決まり, 翼まわりの流れが決定されて, 翼上の速度分布 $\vec{v}$ および圧力係数 $C_p (= 1 - |\vec{v}|^2/V^2)$ が計算でき, この圧力分布の一樣流に直角な方向の成分を翼面上で積分すると揚力 L が求められる。厚翼理論による方法はプロペラ後方の舵の圧力分布の計算に適用した例¹¹⁾において, 実験値とよい一致を示し, 直接的で有効な計算法と考えられている。そのためこの計算法による圧力分布を正確なものと仮定する。

4 計算結果および考察

2 節と 3 節で述べた計算方法を用いて, 3 次元翼について揚力係数と翼表面圧力分布の計算を行い, 2 種類の計算方法による結果についての比較検討を行う。計算に使用される 3 次元翼の翼型断面は, 非対称翼型として NACA 4412 と ogival 断面 (翼厚比 15%), 対称翼型として NACA 0009, 0015, 0025 の 5 種類とし, 平面形は矩形, 楕円, 後退翼の 3 種とする。代表的な断面形状を Fig. 6 に示し, 平面形を Fig. 7 に図示する。アスペクト比 A は, 矩形翼で 1.0, 1.5, 2.0 であり, 楕円翼で 1.91, 後退翼で 4.0 であり, 後退角は (A) で 45° , (B) で 60° の 2 種とする。矩形翼と楕円翼では翼幅方向に 11 等分, 後退翼では 17 等分している。また楕円翼では翼端から全翼の 2.27% だけ除いた平面形に対して計算を行い, 翼端の特異性を回避している。Table 1 に

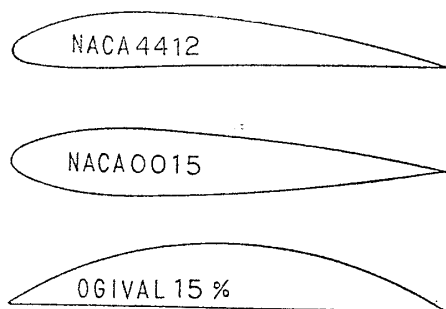


Fig. 6 Shapes of wing sections

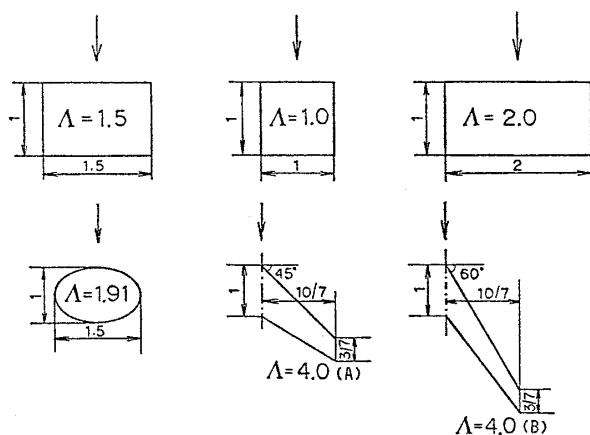


Fig. 7 Plan forms used for calculations

Table 1 Three-dimensional wings used in the calculations and comparison of lift coefficient ($\alpha=5^\circ$)

PLAN FORM	WING SECTION	ASPECT RATIO	LIFT COEFFICIENT	
			LIFTING S.T.	THICK W.T.
RECTANGULAR WING	NACA 4412	1.5	0.288	0.234
	NACA 4412	1.0	0.372	0.320
	NACA 4412	2.0	0.508	0.402
	NACA 0009	1.5	0.190	0.194
	NACA 0015	1.5	0.190	0.193
	NACA 0025	1.5	0.190	0.193
ELLIPTIC WING	OGIVAL	1.5	0.503	0.458
	NACA 4412	1.91	0.412	0.348
	NACA 0009	1.91	0.209	0.211
	NACA 0015	1.91	0.209	0.203
	NACA 0025	1.91	0.209	0.193
	OGIVAL	1.91	0.539	0.452
SWEPT WING	NACA 4412	4.0(A)	0.572	0.550
	NACA 4412	4.0(B)	0.464	0.451

計算に用いられた翼の種類と迎角 $\alpha=5^\circ$ の場合の揚力係数の比較を示す。大体において揚力面理論による値の方が大き目に得られている。対称翼型では両者の差は小さいが、非対称翼型では小さくない場合もある。

次に圧力分布の比較を行うが、まずはじめに2次元翼に対して、等価2次元翼による方法と守屋の方法を直接適用した場合の比較を行い、Fig. 8 に示す。迎角は 5° で、NACA 4412 と 0015 の場合を示す。非対称翼型の

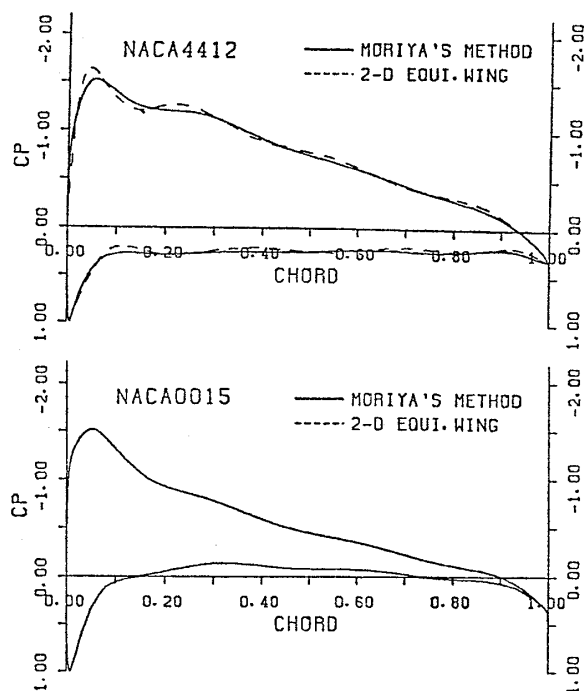


Fig. 8 Comparison of pressure distribution on 2-D wings

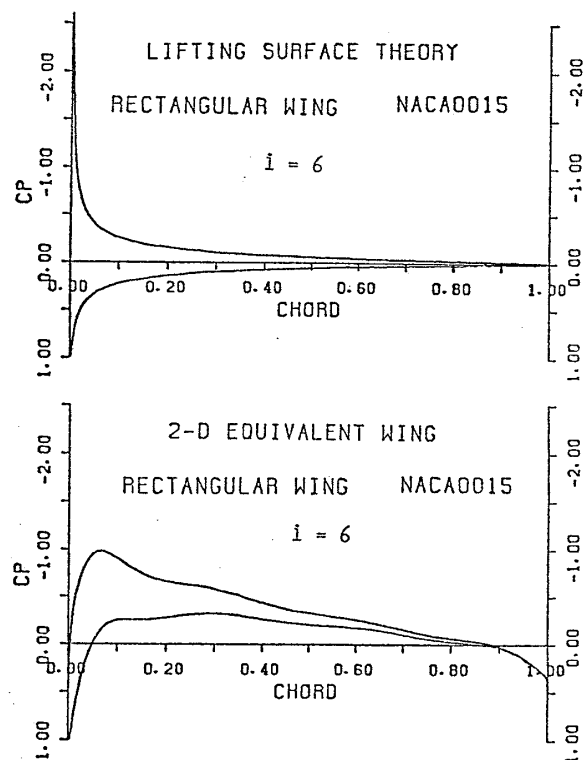


Fig. 9 Comparison of pressure distribution between lifting surface theory and equivalent wing

場合は両者はわずかに異なり、対称翼型の場合は完全に一致する。これは薄翼の仮定等のためであろうと思われる。Fig. 9 は3次元矩形翼 ($\Lambda=1.5$, $\alpha=5^\circ$) に対して求められた。揚力面理論から直接得られた圧力分布と等

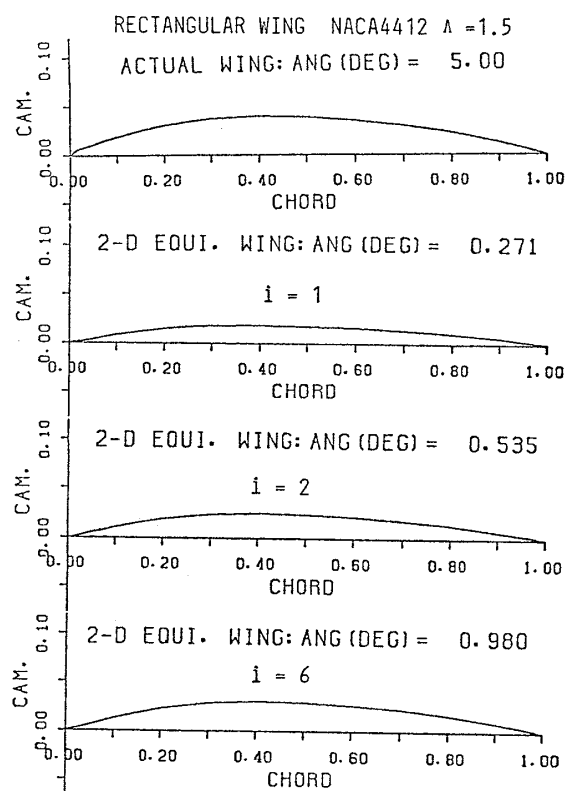


Fig. 10 Comparison of equivalent camber and angle of attack

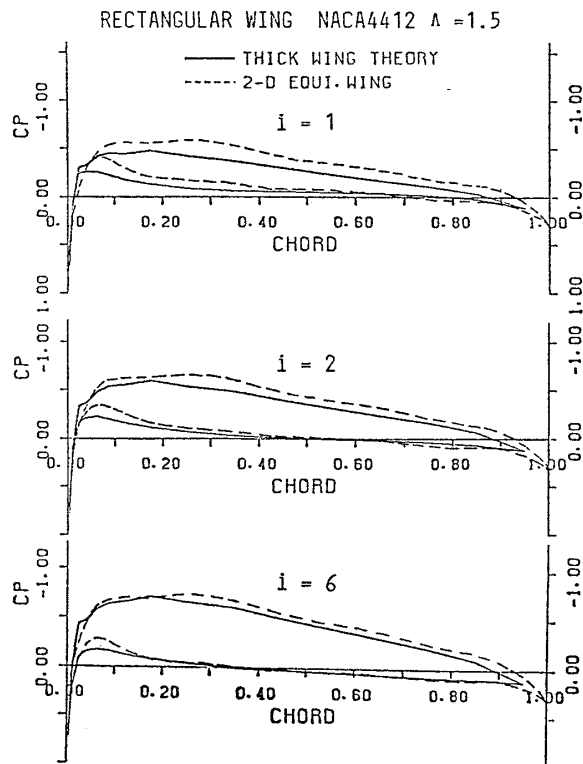


Fig. 11 Comparison of pressure distribution

価2次元翼の概念を入れて守屋の方法によって求められた翼中央部での圧力分布の比較を示す。これから分かるように前者の方法による圧力分布は前縁で無限大になる

等、後者による圧力分布とは全くかけ離れた分布となることが分かる。Fig. 10は迎角 5° の矩形翼(NACA4412, $A=1.5$)の等価キャンバー $\bar{z}_c$ および等価迎角 $\bar{\alpha}$ と実際のキャンバーおよび迎角との比較を、翼幅中央部($i=6$)と端部($i=1, 2$)において示している。この図から $\bar{z}_c, \bar{\alpha}$ は翼端に行く程小さく、 $\bar{\alpha}$ は中央でも 1° 以内というように実際の迎角 5° と比べると小さな値となっている。これに対応する圧力分布の比較をFig. 11に示す。等価2次元翼から求められた圧力分布の方が全体的に大き目であるが、分布の形は似ている。また端部に行く程厚翼理論によるものとの一致は悪くなる。Fig. 12, 13にそれぞれ $A=1.0$ と 2.0 の場合の圧力分布の比較を示す。 A が小さくなる程両方法による一致は悪くなっているようである。Fig. 14は矩形翼(NACA 0009, $A=1.5$)の $\bar{z}_c$ と $\bar{\alpha}$ の比較を示す。わずかながら負のキャンバーを示し、 $\bar{\alpha}$ は 2.5° 以内になっていて興味深い。Fig. 15~17に厚みを9%, 15%, 25%と変えた場合の圧力分布の比較を示す。肉厚が厚い程、2つの方法による圧力分布の一致度は悪くなることが分かる。Fig. 18は矩形翼(ogival, $A=1.5$)の $\bar{z}_c$ と $\bar{\alpha}$ の比較を示す。 $\bar{z}_c$ は実際の翼と比べると少々小さいが、 $\bar{\alpha}$ の方は負の値を示し $\bar{z}_c$ と $\bar{\alpha}$ は翼断面によってかなり変化することが分かる。対応する圧力分布の比較をFig. 19に示す。 $\bar{z}_c$ と $\bar{\alpha}$ はかなり変化しているが圧力分布は厚翼理論による分布に近いものが得られている。Fig. 20は楕円翼(NACA 4412, $A=1.91$)の $\bar{z}_c$ と $\bar{\alpha}$ の変化を示す。 $\bar{z}_c$

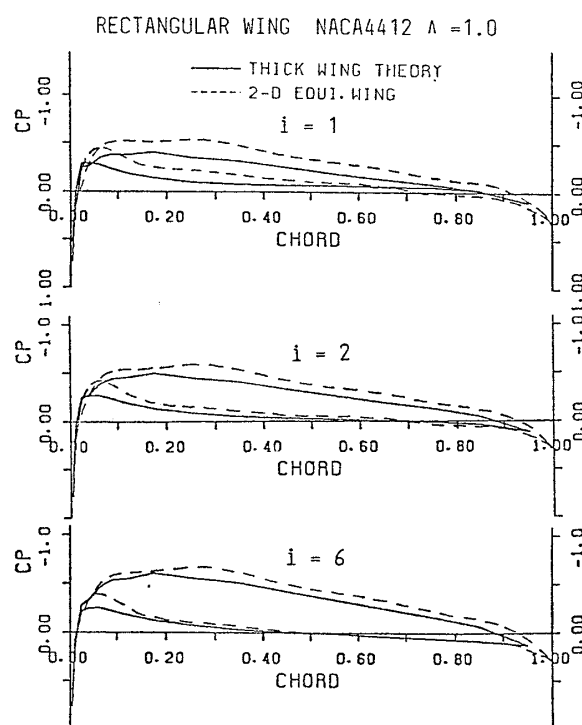


Fig. 12 Comparison of pressure distribution

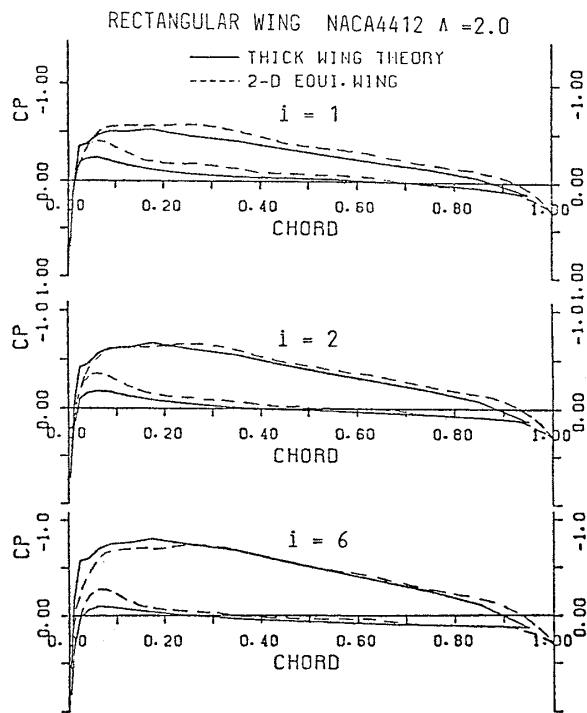


Fig.13 Comparison of pressure distribution

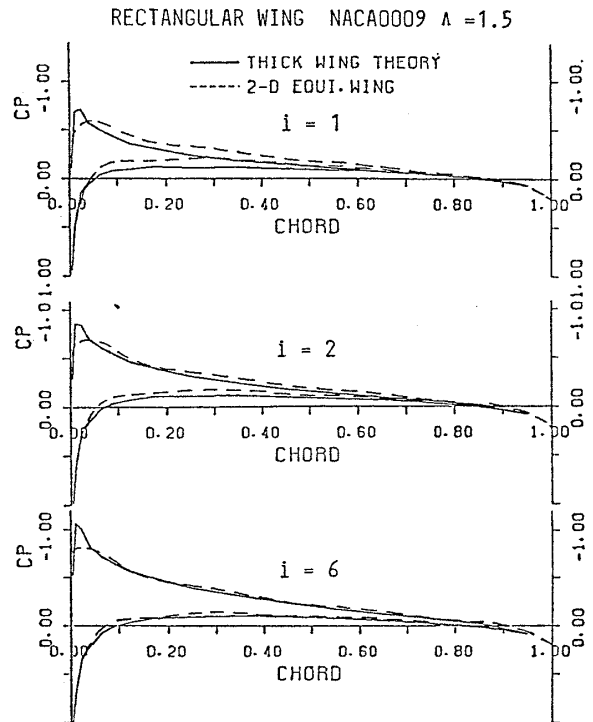


Fig.15 Comparison of pressure distribution

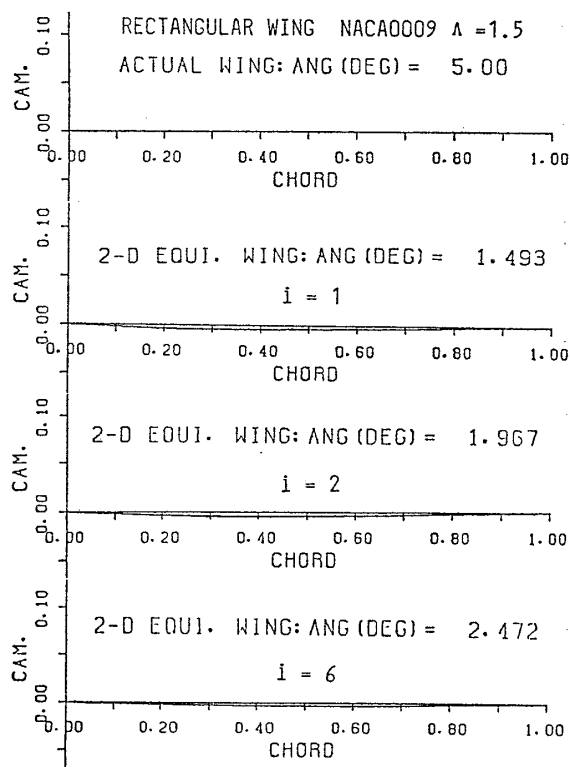


Fig.14 Comparison of equivalent camber and angle of attack

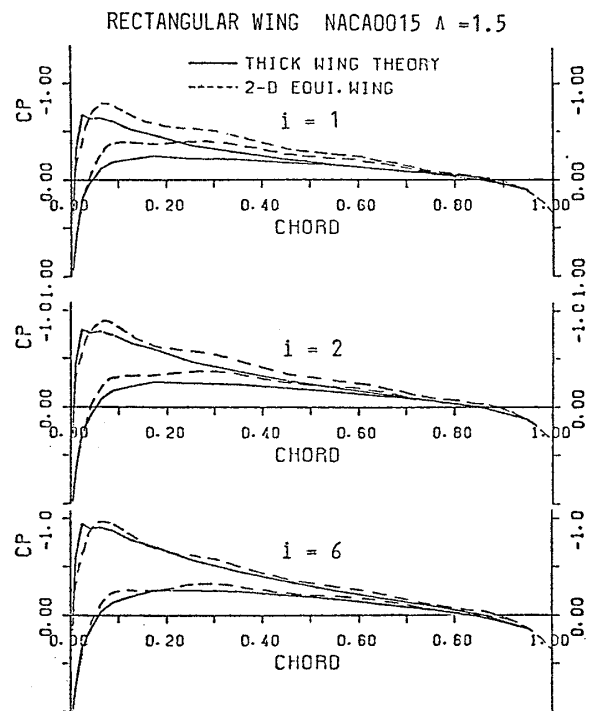


Fig.16 Comparison of pressure distribution

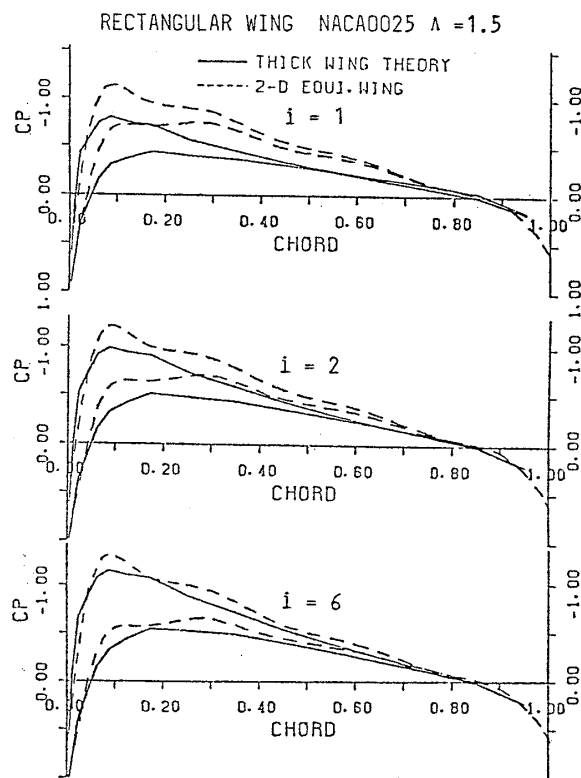


Fig.17 Comparison of pressure distribution

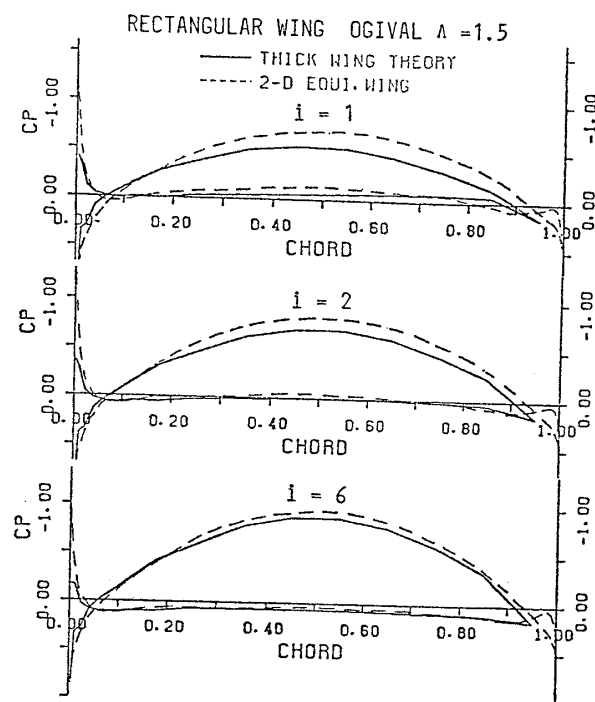


Fig.19 Comparison of pressure distribution

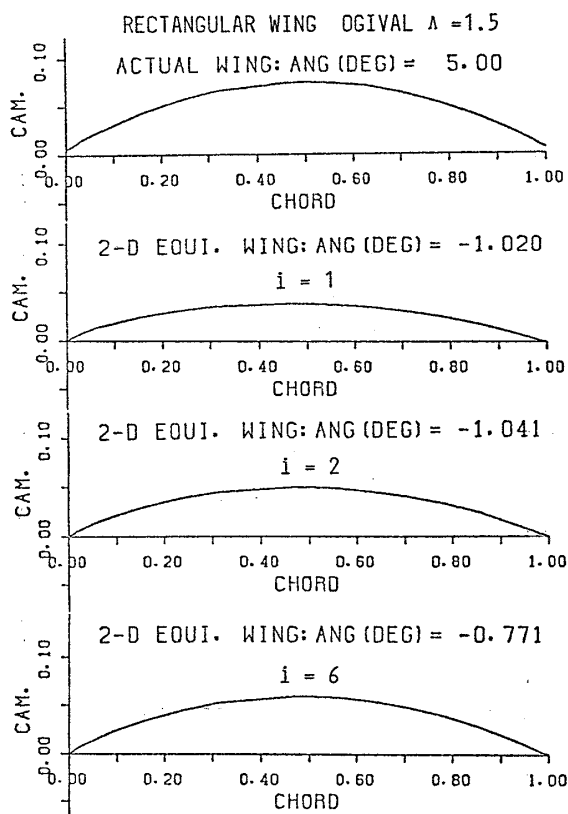


Fig.18 Comparison of equivalent camber and angle of attack

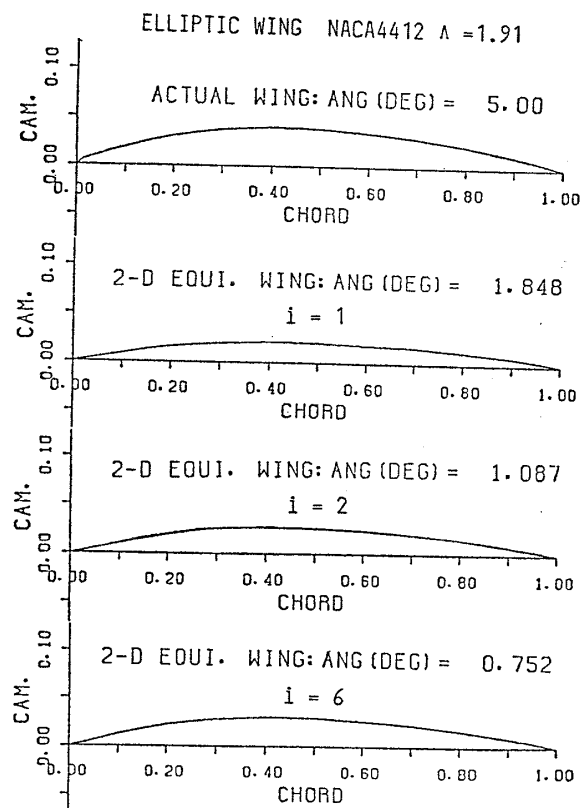


Fig.20 Comparison of equivalent camber and angle of attack

が小さく出ていることは今までの計算例と同じであるが、 α は翼端に行く程大きくなっている点が矩形翼の場合と異なる。Fig. 21 に対応する圧力分布の比較を示す。翼端近くになるにつれて2つの方法による圧力分布の一致は悪くなっているが、分布の形は似かよっている。Fig. 22~24 に対称断面 (NACA 0009, 0015, 0025) を持つ楕円翼の圧力分布の比較を示す。これらの翼に対して、圧力分布の傾向は良く一致しているが、厚さが厚い

程、翼端に近づく程量的な一致は悪くなり、一般に等価2次元翼から求められる圧力の方が大きく出ている。Fig. 25 は ogival 断面を持つ楕円翼の圧力分布の比較を示し、翼端での量的な一致が悪くなることは矩形翼と同様である。次に $A=4.0$ の2種類の後退翼上の圧力分布の比較を Fig. 26 と 27 に示す。翼幅中央 ($i=9$) での量

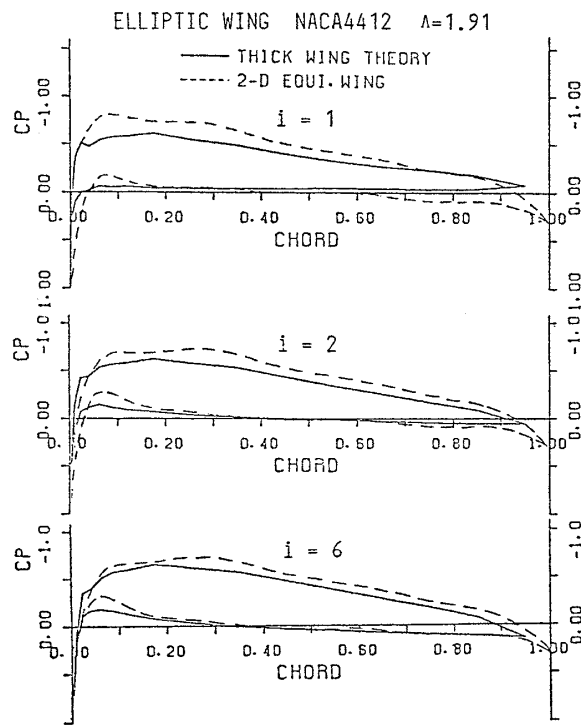


Fig. 21 Comparison of pressure distribution

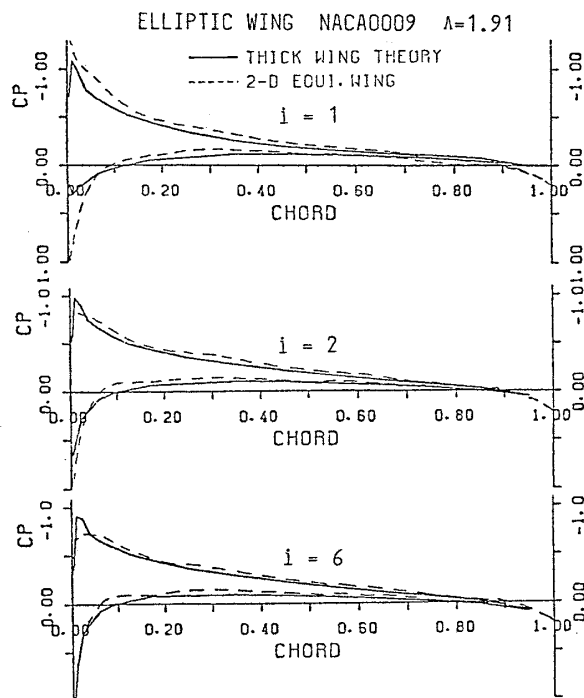


Fig. 22 Comparison of pressure distribution

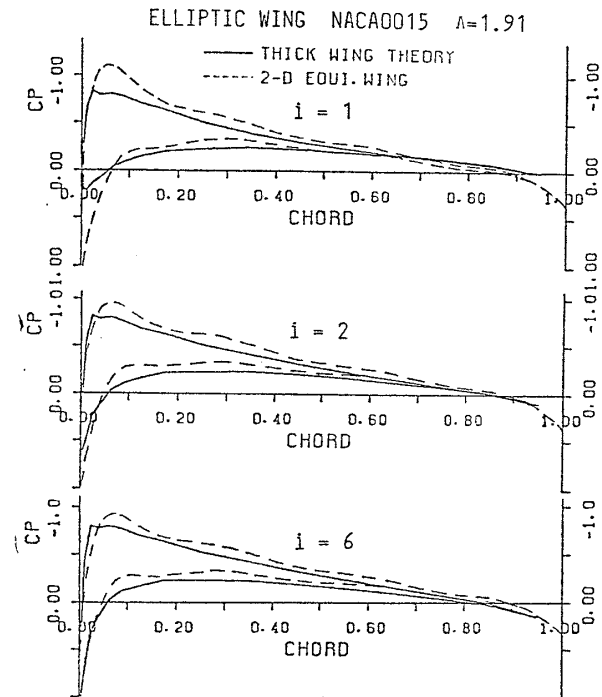


Fig. 23 Comparison of pressure distribution

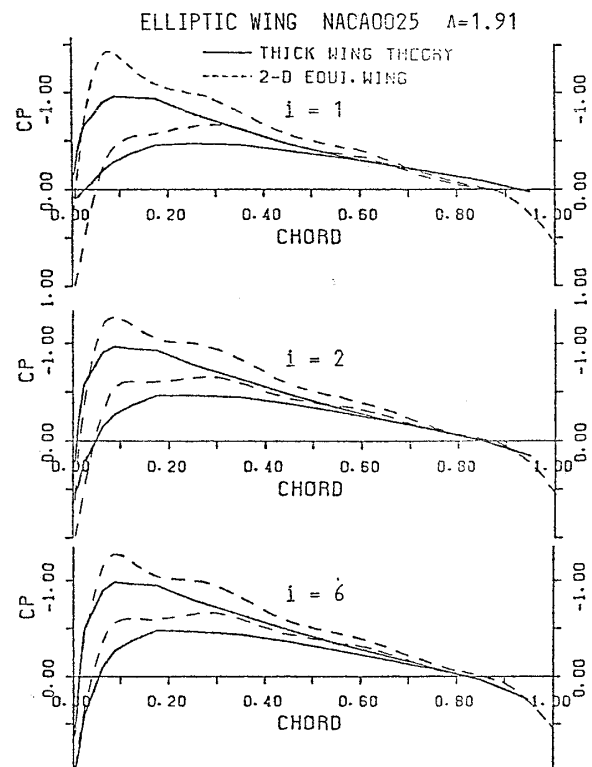


Fig. 24 Comparison of pressure distribution

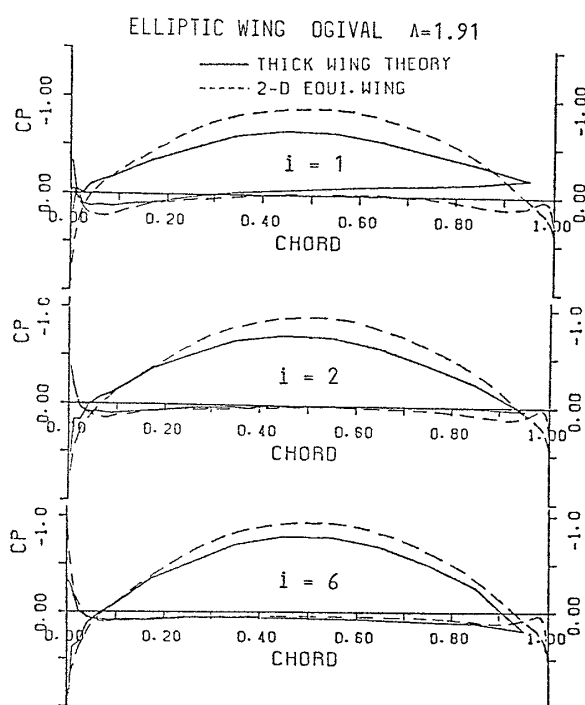


Fig. 25 Comparison of pressure distribution

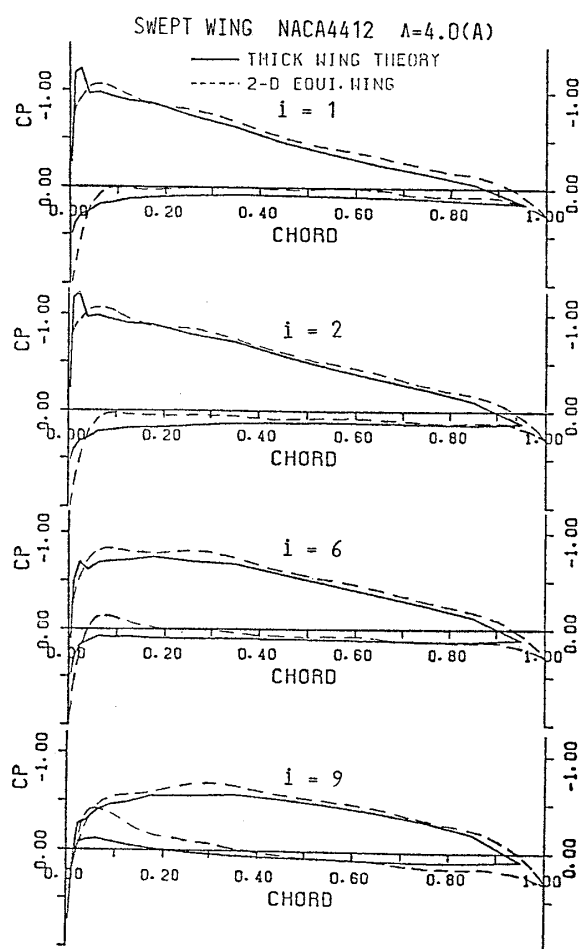


Fig. 26 Comparison of pressure distribution

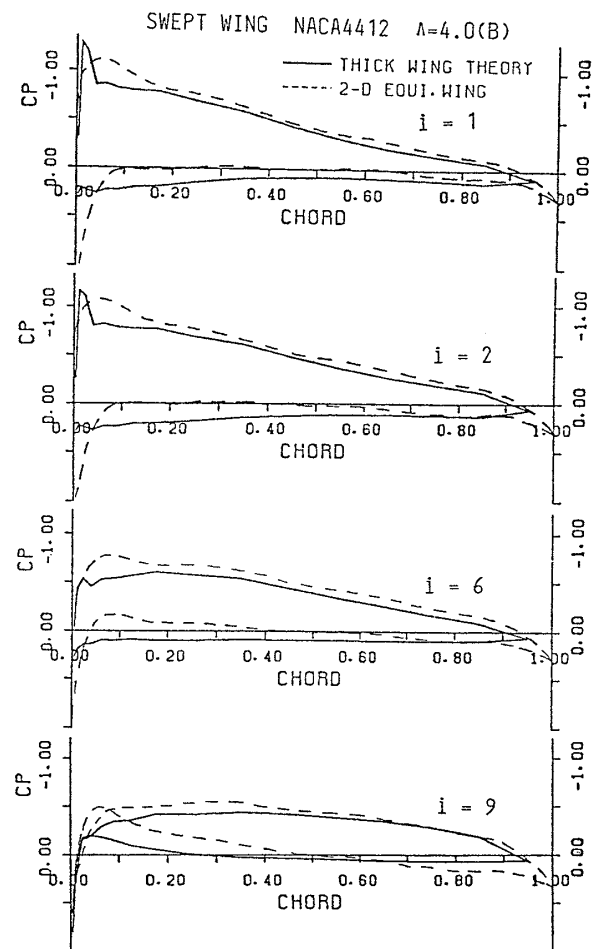


Fig. 27 Comparison of pressure distribution

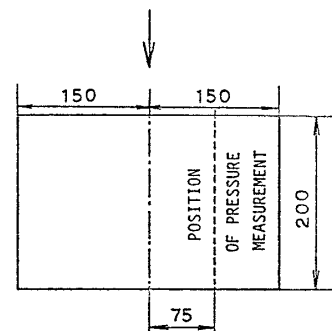


Fig. 28 Position of pressure measurement on symmetrical wing

的な一致が他の翼型に比べてあまり良くないように思われるが、この原因の一つは、厚翼理論では前縁に沿う分布面が取られているのに対し、揚力面理論では階段状分布面となっていることであろうと思われる。最後に舵を想定した対称翼型 NACA 0009, 0015, 0025 の矩形翼上の圧力分布について、実験値と計算値の比較を示す。Fig. 28 に示す矩形翼を、著者の一人が船舶技術研究所の大型キャビテーション水槽の中に迎角 10° でセットし、翼中央から $1/4$ 翼幅だけ離れた断面での圧力計測を行った結果を Fig. 29 に図示する。一方、対応する圧力分布

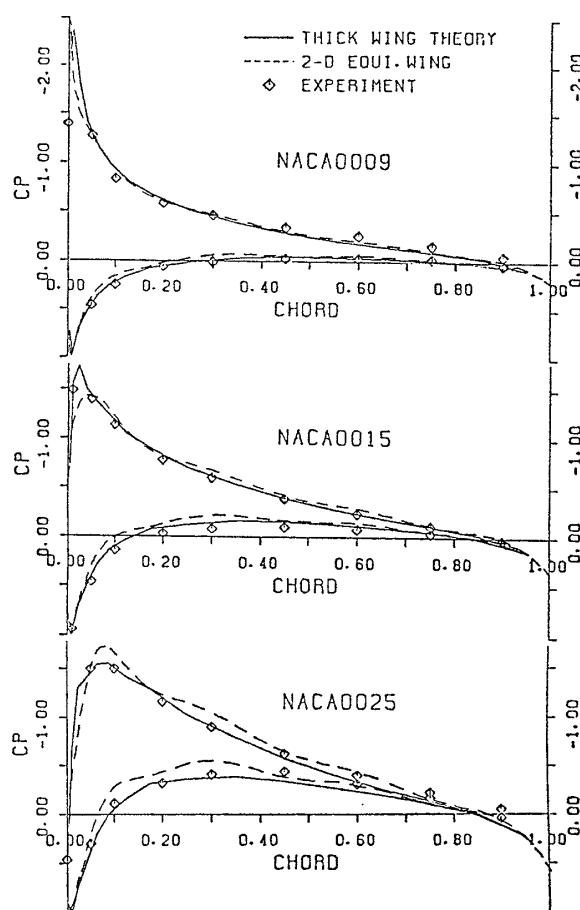


Fig. 29 Comparison of pressure distribution between experiment and calculation

を、今まで用いてきた厚翼理論と揚力面理論を用いる方法によって計算し、実験値との比較のために同図中に図示する。翼厚が厚くなる程、定量的な一致は劣ってくるが、どちらの理論を用いる方法も、この様な3次元翼に対しては実用上満足できる圧力分布を与えていることが分かる。

5 結言と謝辞

以上の理論的解析および実験値との比較により、次のような結論が導かれる。

(1) 直進3次元翼の圧力分布については、揚力面理論と等価(相当)直進2次元翼の概念とを組合せた方法によって、定性的にも定量的にも、厚翼理論から得られる分布に近い分布が得られる。

(2) 等価2次元翼から得られる圧力分布は、翼厚が

厚い程、翼端に近い程、アスペクト比が小さい程、前縁が後退する程、量的に厚翼理論による分布からずれる傾向にある。

(3) 翼断面形状が変わっても、圧力分布に対する2つの方法による一致度はほとんど変わらない。

(4) 等価キャンバーと等価迎角は、翼幅方向にかなり変化し、実際のキャンバーと迎角から大きく変る。

最後に、資料整理、図面作成に尽力して頂いた大学院生佐藤敏浩氏、片岡克己氏に厚く御礼申し上げます。

なお、本研究の一部は文部省科学研究費の援助によるものであり、本計算は全て九州大学大型計算機センターFACOM M-382によるものであることを記して関係各位に謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) 菅井和夫：船用プロペラ特性解析法に関する研究，日本造船学会論文集，第128号(1970年12月)。
- 2) 守屋富次郎：空気力学序論，培風館(1959年)。
- 3) 高橋通雄，奥 正光：MAU型プロペラのキャビテーション特性に関する研究，日本造船学会論文集，第141号(1977年6月)。
- 4) Yamasaki, T.: On Some Tank Test Results with a Large Model Propeller—0.95 m in Diameter— (part 1), J. of SNAJ, Vol.144 (1978)。
- 5) Takei, Y., Koyama, K. and Kurobe, Y.: Measurement of Pressures on a Blade of a Propeller Model, Papers of Ship Research Institute, No.55(1979)。
- 6) 永松宣雄：スキュープロペラの翼面圧力分布の研究，関西造船協会誌，第177号(1980年6月)。
- 7) 上田耕平，中武一明：揚力面理論の1数値解法，九大工学集報，第51巻，第5号(1978)。
- 8) Hess, J. L.: Calculation of Potential Flow about Arbitrary Three Dimensional Lifting Bodies, Douglas Report MDC-J5679 (1972)。
- 9) Glauert, H.: The Elements of Airfoil and Airscrew Theory, Cambridge (1948)。
- 10) 岡村尚昭：粘性の影響を考慮したプロペラ特性の実用的計算法，石川島播磨技報，第17巻，第1号(1977年1月)。
- 11) 森山文雄，山崎隆介：プロペラ後流中におかれた舵に働く力について，西部造船会会報，第62号(1981年8月)。