

(昭和 59 年 11 月 日本造船学会秋季講演会において講演)

振動流中に置かれた直列 2 円柱間の 流体力学的相互干渉について

正員 池 田 良 穂*

Viscous Interference Effect Between Two Circular Cylinders
in Tandem Arrangement in Harmonically Oscillating Flow

by Yoshiho Ikeda, *Member*

Summary

A calculation method for predicting the interference effect between two circular cylinders in tandem arrangement in harmonically oscillating flow is developed using a discrete vortex method. The flow is assumed to be symmetrical in order to reduce the computer time. Since the zero-shear point and the strength of the shedding-vortex are determined by an unsteady boundary layer theory, no experimental information is required to carry out the simulation.

The simulation results reveal some different kinds of viscous interference effects according to different behaviours of shedding-vortex movements. The drag coefficient of a cylinder decreases and the inertia coefficient of it increases with decreasing the distance between the cylinders.

1 緒 言

波浪中に存在する複数柱体に働く流体力の相互干渉影響を正確に把握することは、海洋構造物の設計において重要な問題の一つである。

入射波の波長に比べて柱体の大きさが十分大きい場合には、微小波理論を用いた理論的アプローチが可能であり、大楠¹⁾、増本²⁾、Isaacson³⁾ らによって多くの研究成果が発表されており、理論計算結果が実験値とよく合うことが確認されている。

一方、粘性流体力が重要な役割を演ずる、波長に比べて物体の大きさが小さい場合の複数柱体間の流体力の相互干渉についての研究例としては、Sarpkaya⁴⁾、Chakrabarti⁵⁾ らの実験的研究などが見られる程度で、詳しいことは分かっていない。特に、この領域においては非定常剥離流に基づく流体力が支配的となるため、理論的取り扱いが難しい。本研究では、このような非定常流中の複数肥大物体周りの剥離流の相互干渉を明らかにするための第一歩として、単振動する流体中に流れに直列に置かれた 2 本の円柱周りの流れを離散渦糸近似法を用いてシミュレートし、その相互干渉特性を明らかにすると共に、離散渦糸近似法の有効性を検討した。

2 計 算 手 法

2.1 計算手法の概略

本論文で用いた計算手法は、基本的には先に著者らが単独円柱周りの非定常剥離流を扱ったもの⁶⁾と同じであり、その概要を記すと次のようになる。

ある瞬間 ($t=0$) から一様流 U が、 $U=U_m \sin \omega t$ で表わされるように振動し始めるとし、その一様流中に同じ半径の 2 本の円柱が流れに直列に置かれているとする。まず、この 2 本の円柱表面に発達する境界層を計算し、表面上でせん断応力が 0 となる点を求める。この点で境界層内の渦を強さの等しい完全流体の渦糸で置き換える。この渦糸は流れに乗って物体表面に沿って移動していくが、下流に渦糸がたまっていくに従い、それらの渦糸の誘導速度により渦の巻き上がりが生じ、物体背後に形成される剥離渦の発達および運動をシミュレートすることができる。

2.2 Zero-shear point の推定および渦糸強さの決定

円柱のように滑らかな表面からの剥離流を離散渦糸法で扱う場合には、剥離位置を推定する必要がある。振動流中の肥大物体表面上の境界層は、Schlichting⁷⁾ によって解かれており、物体表面上でせん断応力が 0 となる点 (以下 zero-shear point と呼ぶ) の条件は次式のよ

* 大阪府立大学工学部船舶工学科

うに与えられる。

$$\frac{1}{\omega} \frac{dU_{ms}(\theta)}{dX} = \frac{\sqrt{2} \sin(\omega t + \pi/4)}{(\sqrt{2} - 1) \sin(2\omega t + \pi/4) - 0.5} \quad (1)$$

ただし、 $U_{ms}(\theta)$ は zero-shear point での境界層外端の流速振幅、 X は物体表面に沿う座標を表わす。(1)式から分かるように各時間位相 ωt における剥離位置は、物体表面上の速度勾配 dU/dX に依存する。非定常流問題においては、この zero-shear point においても、物体表面近くの流れは境界層としての特性を保持しており⁷⁾、実際の流れの剥離は zero-shear point より下流で生じることが分かっている。本計算法においては、この zero-shear point において境界層内の渦度を、一つの渦糸に置き換えることとする。この点における境界層の渦強さ $\Delta\Gamma$ は境界層理論により次式のように求まる。

$$\Delta\Gamma = 0.5 \cdot U(\theta_s) |U(\theta_s)| \Delta t + U(\theta_s) \cdot R \cdot \Delta\theta \quad (2)$$

ただし、 $U(\theta_s)$ は zero-shear point での流速、 Δt は時間間隔、 $\Delta\theta$ は Δt 間の zero-shear point の移動角度、 R は円柱半径を表わす。zero-shear point における渦糸の位置は境界層厚さの半分の位置とし、境界層厚さ δ は振動平板に対する解 ($\delta = 4.61\sqrt{2\nu/\omega}$) を援用した。

zero-shear point の下流の物体表面近くには非常に薄い逆流域が形成され、せん断応力も小さいと考えられるので、zero-shear point で置き換えた渦糸はその強さを変えることなく物体表面上に転がるように下流に移動し、やがて外部流域に放出される。この点が剥離点と考えられるが、理論的にこの点を求めることは難しいので、ここでは渦糸の表面に沿う速さと表面に垂直な速さの比のオーダーが1となった点を剥離点とした。実際の数値計算においては、この比が0.3になった点を剥離点としたが、この比の値は剥離点近傍で急激に増加する性質があるので、0.3 という値自体は計算結果にそれほど大きな影響を与えないものと思われる。

2.3 渦糸の運動の計算

zero-shear point で置き換えた渦糸の運動は、完全流体の理論を用いて計算できる。Fig. 1 に示すように、振動流 U 中に2本の円柱が流れに直列に置かれ、 z_n の位置に強さ Γ_n の渦糸があるとすると、この流れを表わす複素速度ポテンシャル W は次式のように書ける。

$$W = W_p + W_v \quad (3)$$

ただし、 W_p は渦糸を除いたポテンシャル流成分、 W_v は渦糸成分を表わし、それぞれ次のように与えられる。

$$W_p = U \left[z + \mu_0 \left(1 - \frac{R^2}{\bar{z}_n^2} \right) \frac{1}{z} + \mu_0 \left(1 - \frac{R^2}{\bar{z}_n'^2} \right) \frac{1}{z - z_0} \right] \quad (4)$$

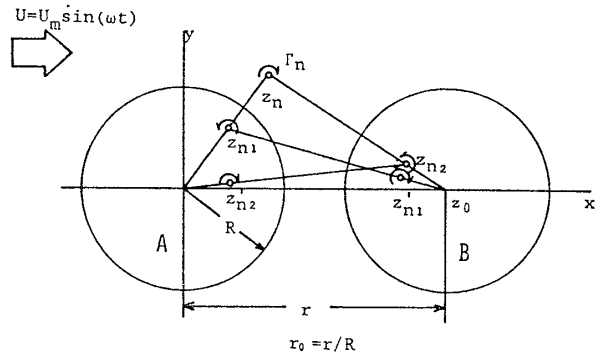


Fig. 1 Arrangement of a vortex and its image vortices

$$\text{ただし、} \mu_0 = R^2 \left(\frac{r_0^4}{r_0^4 - 1} \right), \quad r_0 = r/R$$

$$W_v = \frac{i}{2\pi} \sum_{n=1}^N [\Gamma_n \log(z - z_n) - \Gamma_n \log(z - z_{n1}) - \Gamma_n \log(z - z_{n2}) + \Gamma_n \log(z - z_{n2}') + \Gamma_n \log(z - z_{n1}')] \quad (5)$$

ただし、 Γ_n は時計回りを正とし、 z_{n1}, z_{n2} は円柱内の第1鏡像渦糸の位置を表わし、 z_{n1}', z_{n2}' は第2鏡像渦糸の位置を表わす。なお、後述するように、本研究では対称流場のみを扱うので、円中心位置の鏡像渦糸は(5)式から省いてある。

渦糸は流れに乗って移動するので、 k 番目の渦糸の運動は次式によって表わすことができる。

$$\frac{dx_k}{dt} - i \frac{dy_k}{dt} = u_k - i v_k = \frac{d \left\{ W - \frac{i}{2\pi} \Gamma_k \log(z - z_k) \right\}}{dz} \quad (6)$$

ここで、 (x_k, y_k) は k 番目の渦糸の位置を、 (u_k, v_k) はその点での流速成分を表わす。 u_k および v_k は、(3)式を代入すると簡単に求まる。(6)式の運動方程式に基づき、各々の渦糸の運動を時間領域における数値積分にて求めると、2本の円柱周りの渦の発達および移動の様子をシミュレートすることができる。数値積分にあたってはオイラー法を用いた。

2.4 渦糸モデル

実際の流体中において、渦は時間と共に拡散していく。この効果を考慮するために、渦糸を次式の周速度分布を有するものに修正した。

$$u_\theta = \frac{\Gamma_0}{2\pi r} \{ 1 - \exp(-r^2/4\nu(t-t_0)) \} \quad (7)$$

同式は、無限流体中の1個の渦の拡散を理論的に求めたもので、周速度分布は Fig. 2 に示すようになる。同式中の t_0 は、zero-shear point において渦糸を置き換える時、 $r^* = 0.5\delta$ となるように決めることとする。この渦糸モデルを導入したことにより、渦糸同士が非常に接近した場合や、渦糸が物体表面に接近した場合に、ポテンシャル渦糸の場合に生ずる非現実的な大きな誘導速度

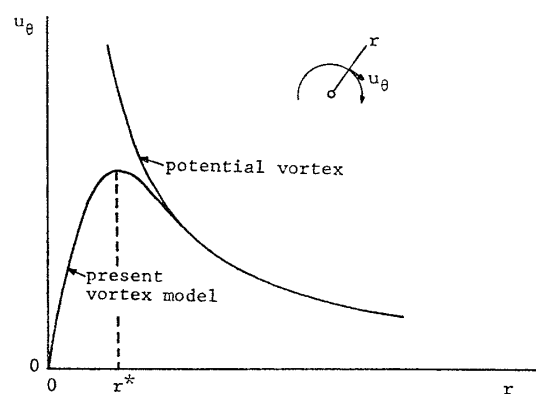


Fig. 2 Circumferential velocity of the present vortex model

の発生が無くなる利点がある。

2.5 変動圧力の計算

円柱表面上に働く変動圧力は次式の圧力方程式で計算できる。

$$P(\theta) = -\rho \frac{\partial \phi}{\partial t} - \frac{1}{2} \rho u(\theta)^2 \Big|_{\text{on cylinder surface}} \quad (8)$$

同式は、ポテンシャル成分（添字 p で表わす）と渦糸成分（添字 v で表わす）とに分けられ、

$$P(\theta) = -\rho \frac{\partial \phi_p}{\partial t} - \rho \frac{\partial \phi_v}{\partial t} - \frac{1}{2} \rho \{u_p(\theta) + u_v(\theta)\}^2 \Big|_{\text{on cylinder surface}} \quad (9)$$

となる。上式第1項は次式で与えられ、

$$-\rho \frac{\partial \phi_p}{\partial t} = -\rho R \frac{dU}{dt} \left\{ (1 + \mu_1^*) \cos \theta \right.$$

$$\left. + \mu_1^* \frac{\cos \theta - r_0}{1 + r_0^2 - 2 r_0 \cos \theta} \right\} \quad (10)$$

$$\text{ただし, } \mu_1^* = \frac{r_0^2}{r_0^2 + 1}$$

第2項は次式で与えられる。

$$-\rho \frac{\partial \phi_v}{\partial t} = \rho \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^5 (u_{nk}^* u_{nk} + v_{nk}^* v_{nk}) \quad (11)$$

ここで、 $k=1$ は流体中の渦糸、 $k=2 \sim 5$ は円柱内の鏡像渦糸を表わし、 (u_{nk}^*, v_{nk}^*) は n 番目の渦糸による円柱表面上の誘導速度、 (u_{nk}, v_{nk}) はその渦糸の運動速度を表わす。この圧力の計算において $\partial \Gamma_n / \partial t$ に比例する項は、 $\partial \Gamma_n / \partial t$ が zero-shear point でのみ値を有するので、計算から省いてある。また、計算にあたっては、2.2 節で定義した剝離条件を満足した渦糸のみを考慮する。

円柱に働く流体力は (8) 式の圧力を円柱表面にわたり積分して求めた。

3 計算結果

計算時間の制約から、流場は対称とした。一般に単独円柱の場合は Kc 数が 8 以上になると、流場は非対称になる。複数円柱の場合の流場については、実験データもなく、流れが対称から非対称に変わる Kc 数の値は明らかでないが、今回の対象流場の計算はせいぜい Kc 数が 10 程度までの流場に適用可能と考えるのが妥当であろう。以下で示す計算結果はすべて Kc=8 の場合について計算している。

Fig. 3 に、 $r_0 (=r/R)=10$ (r : 2 円柱の中心間距離、

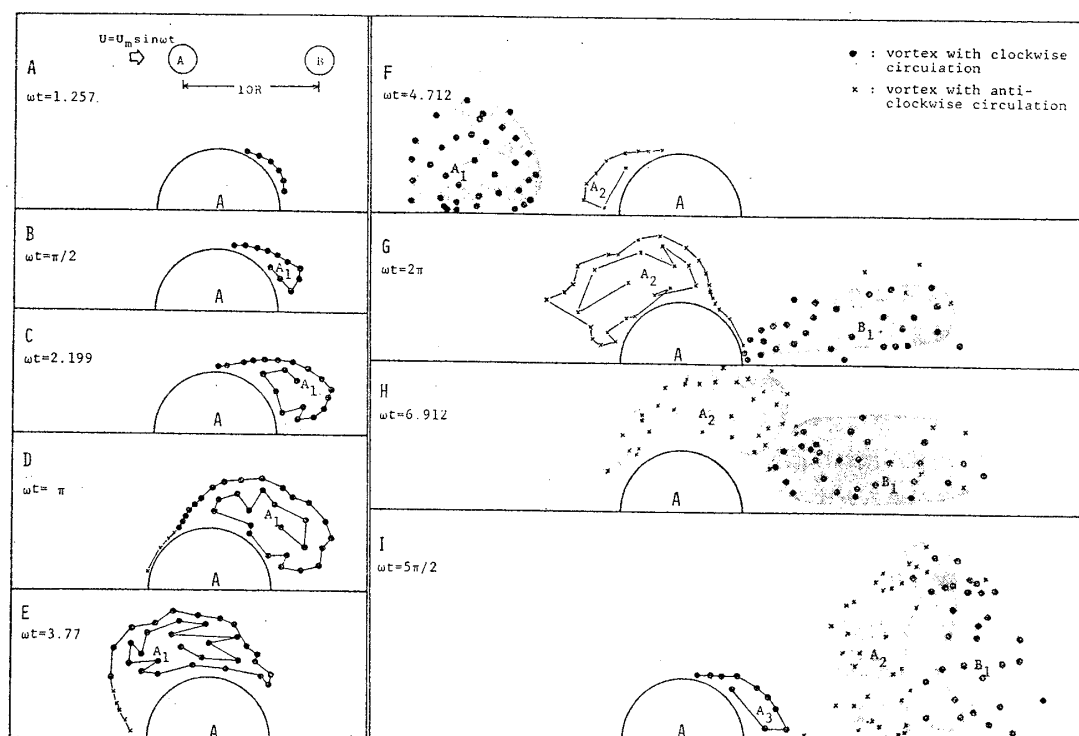


Fig. 3 Flow pattern around Cylinder A (Kc=8, Rn=6820, $r_0=10$)

R : 円柱の半径) の場合の円柱 A の周りの流場を示す。2 円柱間の距離が十分にあるため、最初の半周期に円柱 B の背後に形成される渦も、Fig. 3 に示す円柱 A の渦とほとんど同じである。1 周期目の終わりに (G), 最初の半周期間に円柱 B で形成された渦 B_1 が円柱 A に近づいて来て、円柱 A に働く流体力に影響を及ぼし始める。この渦 B_1 は、円柱 A で二揺れ目に形成された渦 A_1 と渦

対を作り、Fig. 1 の (I) に見られるように、円柱 A と B の間で徐々に上昇していく。ここで注目すべき点は、円柱 B で作られた渦が常に円柱 A に接近し、円柱 A 付近で渦対を形成することで、このことは円柱 A と円柱 B に働く流体力が異なる特性を持つことを示唆している。どちらの円柱付近で渦対が形成されるかは、初期条件に依存しており、例えばシミュレーションを $U = -U_m \sin \omega t$

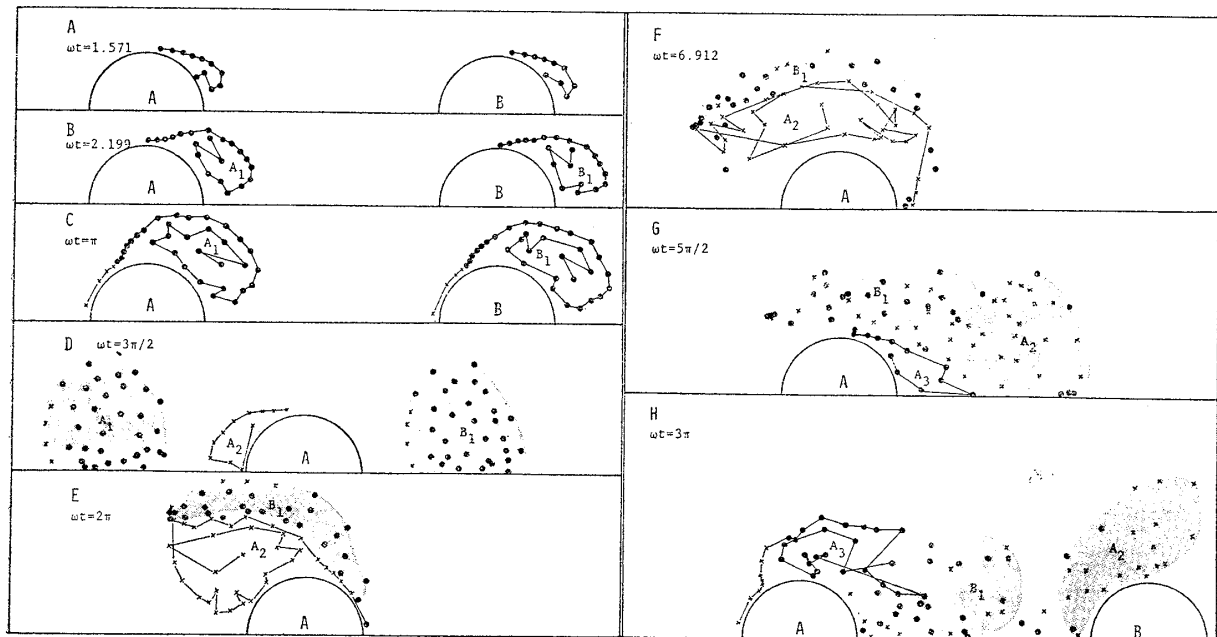


Fig. 4 Flow pattern around Cylinders A and B ($Kc=8$, $Rn=6820$, $r_0=6$)

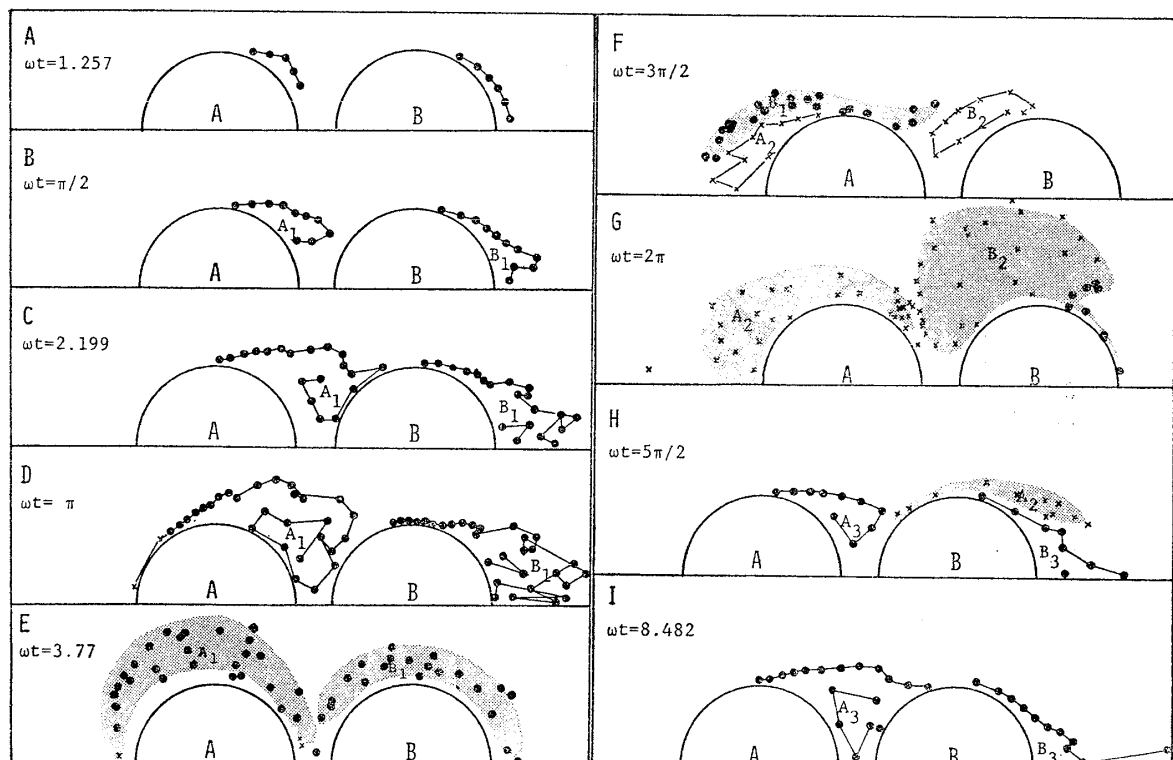


Fig. 5 Flow pattern around Cylinders A and B ($Kc=8$, $Rn=6820$, $r_0=2.5$)

として $t=0$ から始めると、渦対は常に円柱 B 付近で形成される。

Fig. 4 に示す $r_0=6$ の場合の渦の動きは、 $r_0=10$ の場合と若干異なっている。すなわち、円柱 A に近づいて来た渦 B_1 は、二揺れ目の終わりにおいて (図中(E)), 渦 A_2 を乗り越え、三揺れ目に渦対を作るが、渦 A_2 と B_1 位置関係は $r_0=10$ の場合と反対のため、この渦対は 2 円柱間に留る。

さらに 2 円柱が近づき、 $r_0=2.5$ になると、Fig. 5 に示すように一揺れ目においても、それぞれの円柱背後の渦が互いに影響を及ぼし合うようになる。また、Fig. 5 (C)(I) に見られるように上流の円柱から流出した渦列の端が下流の円柱に付着し、2 円柱間は一種の死水域となる。二揺れ目以降において、前述の 2 例に見られたような渦対の形成はなくなり、奇数番目の揺れで形成された渦は 2 個共左方へ、偶数番目の揺れで形成された渦は右方へ移動していく。 $r_0=2.5$ の場合、円柱 A の表面に働く圧力分布を Fig. 6 に示す。図中には参考のために、渦糸を除いたポテンシャル流による圧力分布と、ほぼ単独円柱とみなせる $r_0=100$ の場合の圧力分布も示している。一揺れ目において (図中 (A)~(C)), 円柱 A 背後の圧力が非常に平坦な分布形状となっているのは先に述べたように 2 円柱間が一種の死水域となっているためと思われる。二揺れ目の流速が最大となる $\omega t=3\pi/2$ の時の圧力分布は (図中 (F)), 円柱の背後 ($\pi/2 < \theta < \pi$) だけでなく前方にも負圧が働いていることを示して

り、これは Fig. 5 の (F) に見られるように上流側円柱 B 背後に形成された渦 B_2 による影響である。

Fig. 7 に円柱 A に働く流体力の計算値を示す。円柱間距離が減少するに従って、流体力の時間ベースの波形が変化していく様子が分かる。

シミュレーションは計算機の計算時間の関係でせいぜい 1.5 周期強しかできなかった (ベルリン工科大学の大型コンピュータ Cyber 170 で約 30 分)、計算された流れ自体がまだ定常状態に達していないと考えられ、得られた計算結果から流体力に関する定量的議論をすることには若干問題があるが、一応、二揺れ目と三揺れ目の計算結果を用いて、円柱 A の抗力係数 C_D および質量力係数 C_M を求めてみた。その結果を Fig. 8 に示す。2 円柱が近づくにつれ、抗力係数は減少し、質量力係数は増加してポテンシャル流の値に近づくことが分かる。このことは物理学的には次のように解釈できる。まず抗力係数については、先にも述べたように 2 円柱が接近すると、下流側の円柱には円柱背後だけでなく、円柱前部にも上流側の円柱で形成された渦により負圧が働き、これが抗力を減少させる。

また、質量力係数の増加 (質量力係数への渦の影響の減少とも言える) については、振動流の揺れどまり ($\omega t = n\pi$) おける流場から考えると理解しやすい。Fig. 9 には 2 円柱が十分に離れた時の流場 ($r_0=100$) と、円柱表面上に働く圧力分布 (ポテンシャル流れによるものと、渦によるものとに分離して表わしている) を示してい

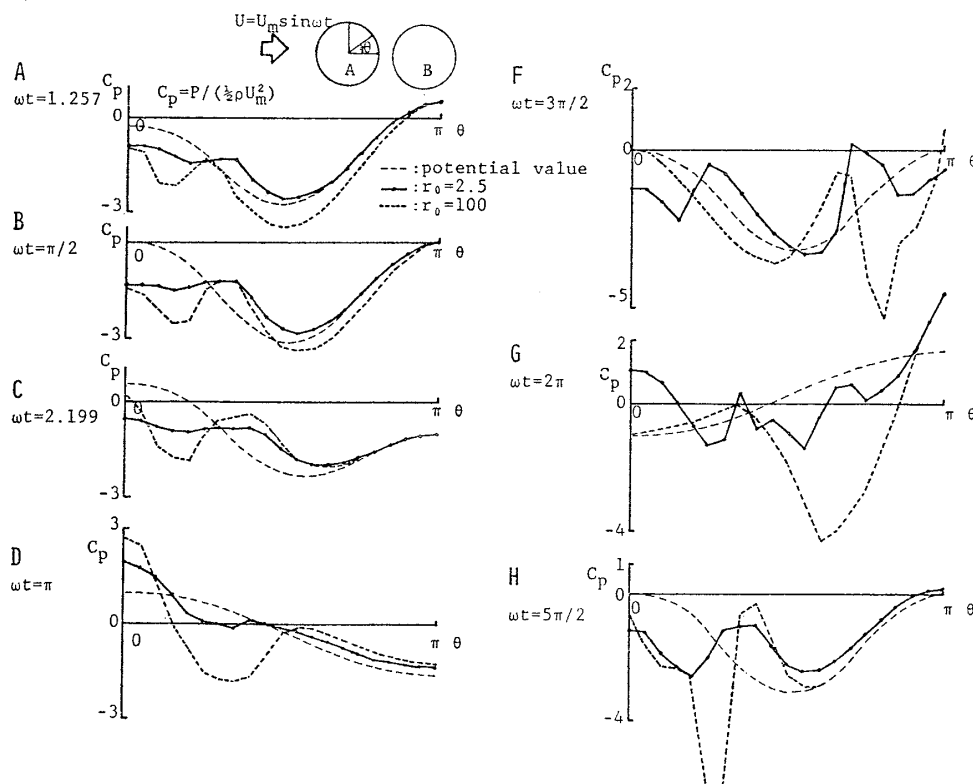


Fig. 6 Pressure distribution on Cylinder A ($Kc=8$, $Rn=6820$, $r_0=2.5$)

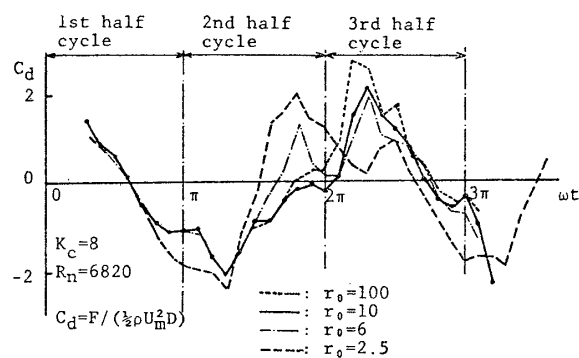


Fig. 7 Hydrodynamic force acting on Cylinder A

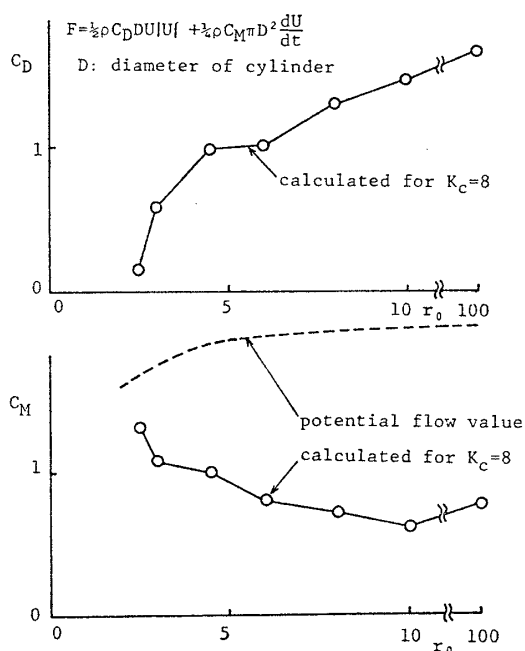
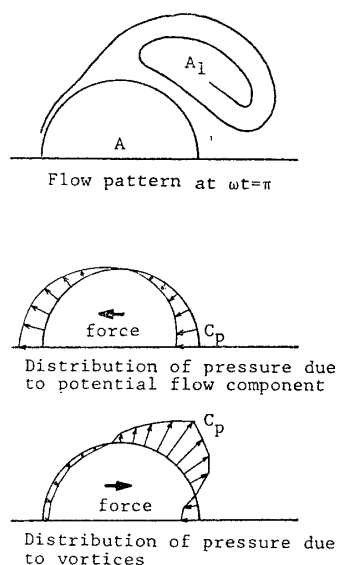
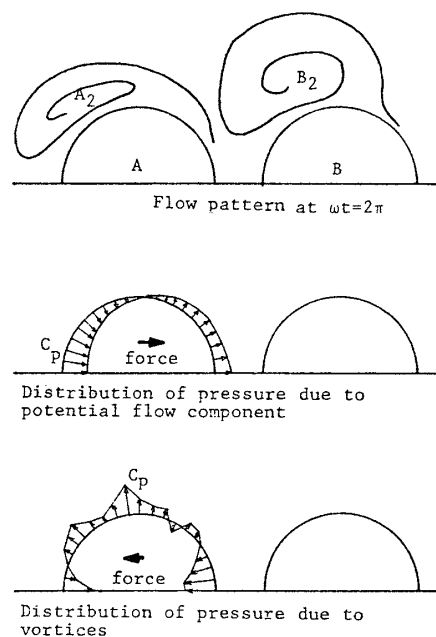


Fig. 8 Drag and inertia coefficients of Cylinder A

Fig. 9 Contribution of vortices to inertia force acting on Cylinder A ($r_0=100$)Fig. 10 Contribution of vortices to inertia force acting on Cylinder A ($r_0=2.5$)

る。揺れどまりにおいても、円柱背後には渦が残り、これが前後非対称な圧力分布を生じさせている。この圧力は、ポテンシャル流に基づく付加質量力と反対方向の力を発生し、付加質量を減少させる。ところが、Fig. 10に示すように2円柱が接近している場合 ($r_0=2.5$) には、上流側の渦 B_2 の誘導速度により渦 A_2 の形状が偏平になるため円柱 A 表面上の圧力分布がなだらかとなり、かつ、渦 B_2 の直接の影響によっても円柱 A 上の圧力分布の前後非対称性が軽減される結果、渦による付加質量の減少が少なくなり、ポテンシャル流れによる質量力係数 (Fig. 8 中破線) に近づくこととなる。

4 結 論

振動流中に流れに直列に置かれた2本の円柱周りの剥離流を離散渦糸法で計算し、以下の結論を得た。

(1) 本論文で用いた離散渦糸法は、振動流中の複数円柱周りの複雑な剥離流についての物理的理解を得るには有用な方法であることがわかった。

(2) 振動流中に流れに直列に2本の円柱が置かれた場合の流場をシミュレートした結果、剥離流の干渉として2つのタイプがあることが分かった。一つは、2円柱が比較的離れた場合に現われるもので、新しく形成された渦と一揺れ前に形成された渦による相互干渉であり、もう一つは同じ位相における2つの円柱背後の渦同士による相互干渉で、2柱が近接した時に現われる。

(3) 2つの円柱が近づくに従い、円柱の抗力係数は減少し、質量力係数は増加する。この現象の物理的理由も明らかとなった。

本研究は、著者がアレクサンダー・フォン・フンボルト奨学研究者として、西独のベルリン工科大学に滞在中に実施したものである。種々ご討論を賜わると共に、同大学滞在中、公私にわたりお世話いただいた Horst Nowacki 教授および Apostolos Papanikolaou 博士に心から御礼申し上げる。また大阪府立大学 田中紀男教授、姫野洋司助教授には貴重なご討論を頂いた。心から御礼申し上げる次第である。

参 考 文 献

- 1) Ohkusu, M.: Hydrodynamic Forces on Multiple Cylinders in Waves, Symp. on the Dynamics of Marine Vehicles and Structures in Wave (1974).
- 2) 増本 彰, 山上順雄, 坂田隆司: 浮体群に働く波浪外力について, 日本造船学会論文集, 第145号 (昭 54.6), p.79.
- 3) Isaacson, M.: Interference Effects Between Large Cylinders in Wave, OTC Paper No. 3069 (1978).
- 4) Sarpkaya, T., Cinar, N.: Hydrodynamic Interference of Two Cylinders in Harmonic Flow, OTC Paper No.3775 (1980).
- 5) Chakrabarti, K.: Wave Forces on Vertical Array of Tubes, Proc. of Civil Engineering in the Ocean IV (1974).
- 6) Ikeda, Y., Himeno, Y.: Calculation of Vortex-shedding Flow around Oscillating Circular and Lewis Form Cylinder, Proc. of the Third International Conference on Numerical Ship Hydrodynamics (1981).
- 7) Schlichting, H.: Boundary Layer Theory, 6th edition, McGraw-Hill Book Co. (1968), p.411.
- 8) 今井 功: 流体力学(前編), 第1版, 裳華房(株) (昭 48), p.215.