（昭和 59 年 11 月　日本造船学会秋季講演会において講演）

矩形板および防撓板の理想化構造要素の開発（第1報）

——面内荷重を受ける場合——

正員　上田幸雄*　正員　Sherif M. H. Rashed**
正員　白　点　基***

Plate and Stiffened Plate Units of The Idealized Structural Unit Method (1st Report)

——Under In-Plane Loading——

by Yukio Ueda, *Member*　Sherif M. H. Rashed, *Member*
Jeom Kee Paik, *Member*

Summary

In order to analyze the nonlinear behaviour of large sized structures such as ships, composed of many stiffened plates, the "rectangular plate unit" and the "stiffened plate unit" are developed in the framework of the Idealized Structural Unit Method which has been developed by the authors. For each unit, the nonlinear behaviour is idealized, failure conditions and stiffness matrices corresponding to the respective failures are formulated.

A computer program has been completed and the accuracy of the new units is confirmed in comparison with the results of analysis by the finite element method. The behaviour until ultimate strength of a large example structure is analyzed using the new units.

The units are found to be very effective since very short computing time is necessary for the analysis.

1 緒　言

有限要素法は構造物の強度を精度良く解析する強力な手法であるが，船体のような大型構造物の座屈，塑性を含む非線形挙動の解析に，有限要素法を直接適用することは経済性の点から殆んど不可能である。この問題を解析する一つの手法として，著者らは理想化構造要素法[1)2)3)]を提案し，新しくいくつかの構造要素の非線形挙動を理想化し，表式化した。そして，これらを用いて実際にトランス・リングが最終強度に至る過程などを解析し，この方法の有用性を示した。

この方法は非常に有用であるが，単位構造の種類ごとに，理想化構造要素を開発する必要がある。すなわち，単位構造の座屈，塑性，最終強度にいたる非線形挙動を理想化し，それぞれに対する条件とそれらの状態における剛性行列の定式化が必要である。

船舶，海洋構造物などで多く用いられている防撓板構造には，面内荷重と横荷重が作用するが，本研究では，このような荷重のもとでの防撓板構造の最終強度を解析するために，剛性の高い縦および横部材で囲まれた防撓板を，さらに，防撓材間の板部を理想化構造要素と考え，それらの座屈，塑性などを伴う非線形挙動を理想化し，"防撓板要素" および "矩形板要素" を開発する。本論文（第1報）では，まず，防撓材が取り付けられた防撓板が面内2軸力，曲げ，および剪断の作用している状態での矩形板要素と，これをもとにした防撓板要素を開発する。また，この新しい要素の精度を検討すると共に解析例を示す。

2 研究対象 "防撓板要素"

防撓板構造において，Fig. 1. a に示すように剛性の高い2つの縦部材（縦隔壁，ガーダ等）と2つの横部材（横隔壁，ウエブフレーム等）で囲まれた防撓板を一つの構造要素と考える。この構造要素では，通常，防撓材は1方向に平行に取り付けられている。これにより，要素は防撓材とそれに囲まれた矩形板からなる。本論文では，Fig. 1. b に示すように，x 軸を防撓材方向にとる。防撓板の板部は長さ，幅，板厚がそれぞれ a, b, t であり，$D=Et^3/12(1-\nu^2)$（E：弾性係数，ν：ポアソン比）n 本の防撓材の断面積，断面2次モーメントは A, I（I はその防撓材と板の有効幅を含む）である。防撓板の支持条件は周辺で単純支持であり，周縁は面内方向に直線を保って変位するものとする。

* 大阪大学溶接工学研究所
** センチュリ・リサーチ・センタ（株）
*** 大阪大学大学院工学研究科

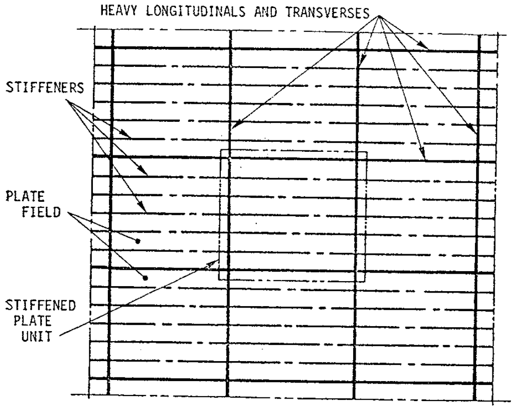

Fig. 1. a　Ship stiffened plate structure

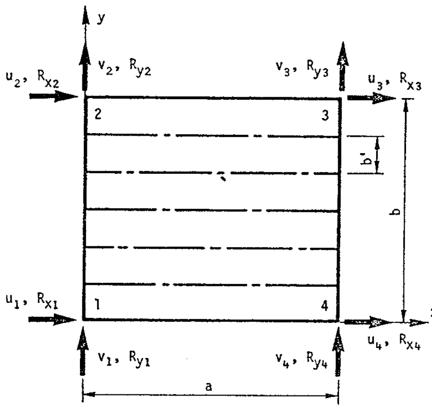

Fig. 1. b　Stiffened plate unit

この構造要素(防撓板)の４隅に節点をおき，各節点での面内２方向の節点力（R_x, R_y）と節点変位（u, v）で防撓板の挙動を表すことにする（Fig. 1. b)。すなわち，

$$\boldsymbol{U}=[\boldsymbol{U}_1\boldsymbol{U}_2\boldsymbol{U}_3\boldsymbol{U}_4]^T,\quad \boldsymbol{U}_i=[u_i v_i]^T \qquad (1)$$

$$\boldsymbol{R}=[\boldsymbol{R}_1\boldsymbol{R}_2\boldsymbol{R}_3\boldsymbol{R}_4]^T,\quad \boldsymbol{R}_i=[R_{xi}R_{yi}]^T \qquad (2)$$

本論文（第１報）では，面内荷重のみを取扱い，すべての外力は，節点にのみ作用させる（分布荷重は等価節点力に換算する)。このような外力のもとでは，防撓板には，面内２方向の軸力（圧縮または引張）と，曲げ，剪断が作用することになる（Fig. 2)。

船舶は，甲板，船底，船側などの大きい構造単位からなっている。これらの構造単位には，大きな面内曲げも作用するが，ここで考えている小さい防撓板要素においては，面内曲げの効果は比較的小さく（曲げ応力が小さい)，要素の座屈条件は，中央断面の平均応力で考えることにし，曲げの影響を無視することにする。

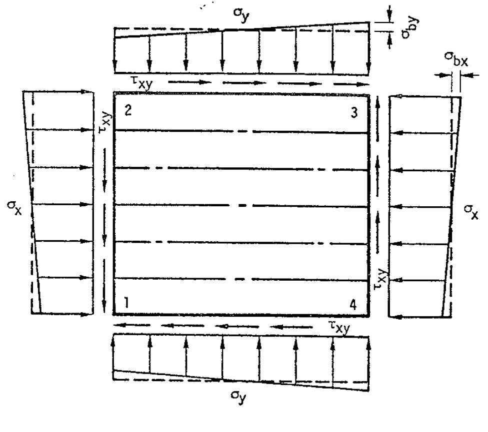

Fig. 2　Loads acting on a stiffened plate unit

防撓材は，局部座屈（捩り座屈）が生じない寸法比のものが用いられているものとする。このような防撓材が取り付けられた防撓板の種々の破損（座屈，塑性など）の中でも，座屈は内力比と，板と防撓材との相対剛比 $\gamma=(n+1)EI/bD=EI/b'D$ により，座屈の形式が異なる。このような挙動についての詳細な研究[4]はあるので，本論文では，これをもとに，４章に述べるように全体座屈と局部座屈とに分類して取り扱うことにする。局部座屈を取り扱うためには，矩形板要素の開発が必要であり，矩形板は，この節で述べたような防撓板要素に対する荷重および支持条件の枠内で挙動する。

3　矩形板要素の開発

3.1　矩形板の非線形挙動の理想化

ここでは，防撓材に囲まれた矩形板の非線形挙動を考え，理想化構造要素，“矩形板要素”を開発する。矩形板（Fig. 3）の周縁は直線で，変形後も直線を保つものと仮定する。矩形板を一つの構造要素と考えて，その挙動を４つの角部に設けた節点における節点力と節点変位で表わすことにする。この場合も面内２方向の変位の自由度を考えることにするので，節点力と節点変位の式

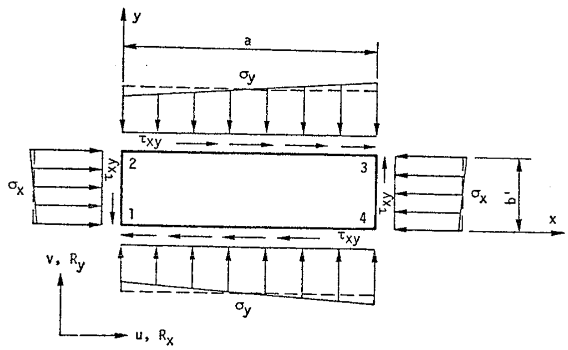

Fig. 3　Rectangular plate unit

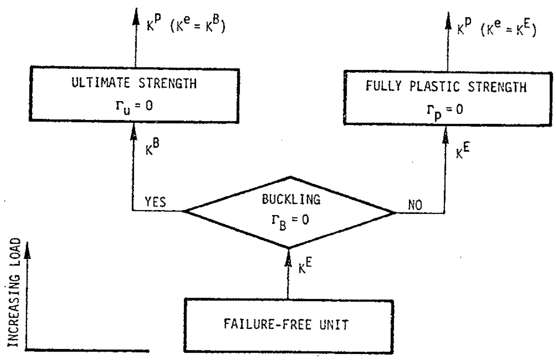

Fig. 4　Behaviour of rectangular plate units

は，前出の式（1）および（2）と全く同じ式で表わされる。

矩形板が面内荷重のもとで示す破損の形式はFig. 4のようになる。各破損の段階での挙動を示すには，節点力と節点変位の関係を増分形で表わすのが便利である。すなわち，一般形として，

$$\Delta R=K\Delta U \tag{3}$$

ここに，Kは要素（矩形板）の剛性行列である。

もし，要素が弾性のままで破損が生じるまでは，上式（3）は，次のようになる。

$$\Delta R=K^E\Delta U \tag{4}$$

ここで，K^E は弾性非破損剛性行列である。

この要素の座屈は次の座屈条件を満足する時に生じる。すなわち，Γ_B を座屈関数とすると，

$$\Gamma_B=0 \tag{5}$$

座屈後の剛性方程式は次のようになる。

$$\Delta R=K^B\Delta U \tag{6}$$

ここに，K^B は後座屈剛性行列である。

本研究では，要素の任意の位置での塑性化は，節点での応力によって判定できるようにする。したがって，要素の節点 i における応力 σ_i を節点力ベクトル R で表し，塑性条件に代入すると，節点 i の塑性条件は，

$$\Gamma_{Yi}(R)=0 \tag{7}$$

塑性条件を満足した節点には塑性節点[6),7)]を挿入して，要素の弾塑性挙動を表わす。すなわち，剛性方程式は，

$$\Delta R=K^p\Delta U \tag{8}$$

となる。ここで K^p は塑性節点法によって導出される弾塑性剛性行列である。この K^p は要素に座屈が生じたかどうか，および塑性節点の生じている位置によって式の形は異なる。

以下においては，各破損の条件式とその段階における剛性行列を示す。

3.2 非破損要素の剛性行列

座屈あるいは塑性が生じていない矩形平板の面内変位，u および v は，次式で精度よく表すことができる。

$$\left.\begin{aligned} u&=a_1+a_2x+a_3y+a_4xy+\frac{b_4}{2}(b'^2-y^2)\\ v&=b_1+b_2x+b_3y+b_4xy+\frac{a_4}{2}(a^2-x^2)\end{aligned}\right\} \tag{9}$$

これをもとに，通常の有限要素法の手法にならって，剛性行列を計算することができる。まず，変位・ひずみ関係は式（10）である。

$$\Delta\varepsilon=B\Delta U \tag{10}$$

ここに，

$$\Delta\varepsilon=[\Delta\varepsilon_x, \Delta\varepsilon_y, \Delta\gamma_{xy}]^T \tag{11}$$

B：変位・ひずみ行列

また，応力・ひずみ関係は式（12）

$$\Delta\sigma=D\Delta\varepsilon \tag{12}$$

ここに，

$$\Delta\sigma=[\Delta\sigma_x, \Delta\sigma_y, \Delta\tau_{xy}]^T \tag{13}$$

D：弾性行列

これらの諸関係式を用いると，式(4)の剛性行列 K^E は

$$K^E=\int B^TDBdv \tag{14}$$

となる。この式の積分は要素の全体積について行う。

この非破損の段階では，要素の応力は，

$$\sigma=D\varepsilon=DBU \tag{15}$$

として，評価することができる。

3.3 矩形板の座屈条件

外力が増加すると，矩形板は面内力によって座屈を生じる。通常，考えている要素（矩形板）と隣接する板も同時に座屈したり，あるいは座屈を生じる状態に非常に近くなっている。そして，それらの座屈波形は考えている板とは逆の波形になり，撓みに対する拘束は非常に小さいと考えられる。したがって，前述した要素の周縁の支持条件は単純支持と仮定する。また，矩形板の面内曲げによる応力は十分小さいと考えて，その影響を無視し，中央断面での平均応力で座屈条件を表わす。すなわち，2方向の平均直応力 σ_{xav} と σ_{yav} および剪断応力 τ_{xy} を用いると座屈条件は次式[5)]となる。ただし，Fig. 3の矢印が正の応力である。

（1） σ_{xav} が引張で，σ_{yav} が圧縮の場合（$\sigma_{xav}<0$, $\sigma_{yav}>0$）

$$\Gamma_B=\frac{(m^2+\beta^2)^2}{m^2(1+\beta^2)^2}\frac{\sigma_{xav}}{\sigma_{xcr}}+\frac{\sigma_{yav}}{\sigma_{ycr}}+\left(\frac{\tau_{xy}}{\tau_{xycr}}\right)^2-1 \tag{16 a}$$

（2） σ_{xav} が圧縮で，σ_{yav} が引張の場合（$\sigma_{xav}>0$, $\sigma_{yav}<0$）

$$\Gamma_B=\frac{\sigma_{xav}}{\sigma_{xcr}}+\frac{(1+\beta^2)^2}{(m^2+\beta^2)^2}\frac{\sigma_{yav}}{\sigma_{ycr}}+\left(\frac{\tau_{xy}}{\tau_{xycr}}\right)^2-1 \tag{16. b}$$

（3） σ_{xav} と σ_{yav} が共に圧縮の場合（$\sigma_{xav}>0$, $\sigma_{yav}>0$）

$$\Gamma_B=\left[\frac{\sigma_{xav}/\sigma_{xcr}}{1-(\tau_{xy}/\tau_{xycr})^2}\right]^{\alpha_1}+\left[\frac{\sigma_{yav}/\sigma_{ycr}}{1-(\tau_{xy}/\tau_{xycr})^2}\right]^{\alpha_2}-1 \tag{16. c}$$

ここに，$1/\sqrt{2}\leq\beta\leq\sqrt{2}$ に対して，$\alpha_1=\alpha_2=1$, $\beta>\sqrt{2}$ に対して，

$$\alpha_1=0.0293\,\beta^3-0.3364\,\beta^2+1.5854\,\beta-1.0596$$

$$\alpha_2=0.0049\,\beta^3-0.1183\,\beta^2+0.6153\,\beta+0.8522$$

σ_{xcr}, σ_{ycr} および τ_{xycr} は，σ_x, σ_y および τ_{xy} が単独に作用した場合の座屈応力[9)]，$\beta=a(n+1)/b=a/b'$：（アスペクト比），mはアスペクト比 β の板が x 方向にだけ圧縮を受けて座屈する時の座屈半波の数。

3.4 後座屈挙動と剛性行列

3.4.1 後座屈剛性（行列）

矩形板は座屈により横たわみを生じ，その挙動は座屈

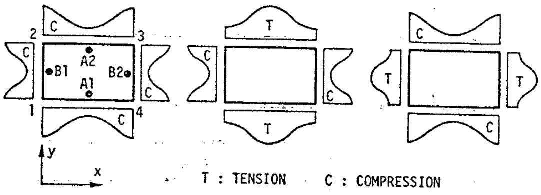

Fig. 5 Stress distribution in a buckled plate

前と異なるため，要素内変位の式（9），変位・ひずみ関係式（10）は適用できない。本研究では，座屈変形の生じている板の挙動を検討し，たわみによる面内剛性の低下を考慮し，平板と同様に面内挙動だけで取り扱いができるような等価な平板に置換する。

まず，座屈した板の周辺の変位を求める。2軸力と剪断を受けて座屈した板の周辺の直応力の分布は Fig. 5 のようになる。ここでは，もともと一様な剪断応力の分布は，座屈後もあまり変化せず，一様であると仮定する。

板の周辺は直線を保つと考えているので，板の周縁における x および y 方向変位 δ_x, δ_y は次式から計算できる。

$$\left.\begin{aligned}\delta_x&=\int_0^a \varepsilon_x)_{y=0}dx=\int_0^a\left(\frac{1}{E}\sigma_x)_{y=0}-\frac{\nu}{E}\sigma_y)_{y=0}\right)dx\\ \delta_y&=\int_0^{b'} \varepsilon_y)_{x=0}dy=\int_0^{b'}\left(\frac{1}{E}\sigma_y)_{x=0}-\frac{\nu}{E}\sigma_x)_{x=0}\right)dy\end{aligned}\right\}\tag{17}$$

通常，$\sigma_x)_{y=0}$ および $\sigma_y)_{x=0}$ はその作用方向に沿って変化するが，その変化は少なく，一様であると考えて取り扱う場合が多い。この仮定を適用すると δ_x, δ_y は次のように書ける。

$$\left.\begin{aligned}\delta_x&=\frac{a}{E}\sigma_x)_{y=0}-\frac{\nu a}{E}\sigma_{yav}\\ \delta_y&=-\frac{\nu b'}{E}\sigma_{xav}+\frac{b'}{E}\sigma_y)_{x=0}\end{aligned}\right\}\tag{18}$$

式（17），（18）の $\sigma_x)_{y=0}$，$\sigma_y)_{x=0}$ は，有効幅の考えを用いて評価することにする。したがって，

$$\left.\begin{aligned}\sigma_x)_{y=0}&=\sigma_{xav}b'/b_e'\\ \sigma_y)_{x=0}&=\sigma_{yav}a/a_e\end{aligned}\right\}\tag{19}$$

ここに，b_e' および a_e は σ_{xav} および σ_{yav} に対する有効幅であり，この有効幅を用いると，δ_x, δ_y は次のように書き換えることができる。

$$\delta_x=\frac{ab'}{Eb_e'}\sigma_{xav}-\frac{\nu a}{E}\sigma_{yav}\tag{20. a}$$

$$\delta_y=-\frac{\nu b'}{E}\sigma_{xav}+\frac{b'a}{Ea_e}\sigma_{yav}\tag{20. b}$$

他方，剪断に対しては，見かけの剪断ひずみに対して，等価剛性率 G_e を用いて表わすと，

$$\gamma_{xyap}=\tau_{xyav}/G_e=\tau_{xy}/G_e\tag{21}$$

ここで，有効幅 b_e', a_e および等価剛性率 G_e は次節で評価する，これによって，面内の有効な剛性が得られたことになるので，これを等価剛性としてもつ平板の応力・ひずみ関係は，次のようになる。

$$\left.\begin{aligned}\varepsilon_{xim}&=\frac{b'}{b_e'E}\sigma_{xav}-\frac{\nu}{E}\sigma_{yav}\\ \varepsilon_{yim}&=-\frac{\nu}{E}\sigma_{xav}+\frac{a}{a_eE}\sigma_{yav}\\ \gamma_{xyim}&=\tau_{xyav}/G_e\end{aligned}\right\}\tag{22}$$

上式で，添字 im は等価平板に対するものであることを表わしている（したがって，この式から計算されるひずみは，実際のひずみでないことに注意を要する）。また，式（22）を表わしている b_e', a_e, G_e は，作用する応力の大きさ，および比率で変化するもので，式（22）は，この意味において非線形である。

式（22）の応力・ひずみ関係を増分形で示すために，式（22）を微分し，応力増分について式を解くと，

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{\varDelta\sigma}&=\begin{bmatrix}d_1&d_2&d_3\\d_4&d_5&d_6\\d_7&d_8&d_9\end{bmatrix}\varDelta\boldsymbol{\varepsilon}_{im}\\ \boldsymbol{\varDelta\sigma}&=\boldsymbol{D}^B\varDelta\varepsilon_{im}\end{aligned}\right\}\tag{23. a}$$

ここに，次節で求める be', a_e, G_e を用いると，$d_1\cdots d_9$ は，次のようになる。

$$\begin{bmatrix}d_1&d_2&d_3\\d_4&d_5&d_6\\d_7&d_8&d_9\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}e_1&e_2&e_3\\e_4&e_5&e_6\\e_7&e_8&e_9\end{bmatrix}^{-1}\tag{23. b}$$

さらに，

$$e_1=\psi_1[1.0+\eta_1(f(V)+1.0)]$$

$$e_2=\psi_1\eta_2(f(V)+1.0)+\psi_2$$

$$e_3=\psi_1\left[3.888\,\sigma_{xcr}v^{1.4}+\sigma_{xav}\alpha^*{}_{x\max}\frac{df(V)}{d\tau_{xy}}\right]$$

$$e_4=\psi_3+\psi_4\eta_2(g(V)+1.0)$$

$$e_5=\psi_4\left[1.0+\eta_1\frac{a^4}{m^4b'^4}(g(V)+1.0)\right]$$

$$e_6=\psi_4\left[3.888\,\sigma_{ycr}v^{1.4}+\sigma_{yav}\alpha^*{}_{y\max}\frac{dg(V)}{d\tau_{xy}}\right]$$

$$e_7=-\frac{C_1C_2}{G\sigma_{xcr}}\frac{|\tau_{xy}|}{(C_1S_x+C_2)^2(C_1S_y+C_2)}$$

$$e_8=-\frac{C_1C_2}{G\sigma_{ycr}}\frac{|\tau_{xy}|}{(C_1S_x+C_2)(C_1S_y+C_2)^2}$$

$$e_9=\frac{1.0}{G_e}$$

$$-\frac{v}{(v+5)^2(v-15)^2(C_1S_x+C_2)^2(C_1S_y+C_2)^2}$$
$$[(v-15)^2\{8.4(C_1S_x+C_2)(C_1S_y+C_2)$$
$$+C_2(C_1S_y+C_2)(5.166\,S_x-8.4)$$
$$+C_2(C_1S_x+C_2)(5.166\,S_y-8.4)\}$$
$$-12.915\,C_2(v+5)^2\{S_x(C_1S_y+C_2)$$
$$+S_y(C_1S_x+C_2)\}]$$

ここで，

$$S_x=\frac{\sigma_{xav}}{\sigma_{xcr}},\quad S_y=\frac{\sigma_{yav}}{\sigma_{ycr}},\quad v=\frac{|\tau_{xy}|}{\tau_{xycr}}$$

$$\psi_1=\psi_4=\frac{1.0}{E},\ \psi_2=\psi_3=-\frac{\nu}{E} \qquad (23.\mathrm{c})$$

$f(V)$, $g(V)$, $\alpha^*_{x\,\max}$, $\alpha^*_{y\,\max}$: 式 (25) で与えられる。

剛性行列の評価のためには，式 (22) で表わされる等価平板の応力およびひずみは等価平板に一様に分布すると考えることができる。したがって，要素内変位は式 (9) で，また，変位・ひずみ関係は式 (10) で表わされる。この破損（座屈）の状態では式 (14) の D は D^B であるので，等価な板の剛性行列 K^B (式 (6)) は，これらを用いると，剛性行列は式 (14) によって計算できる。

$$K^B=\int B^T D^B B dv \qquad (24)$$

上式の B は式 (10) の B と同じである。

3.4.2 座屈後の有効幅と等価剛性率

座屈後の有効幅については参考文献 10) で詳細に検討しており，ここでは，その概要と結果を示す。

まず，矩形板の面内に2軸力だけが作用し，剪断応力は生じていない ($\tau_{xy}=0$) 場合を考える。

アスペクト比 $\beta=a/b'$ が 1.0 より大きい場合の座屈による撓みを次式で表わせるものとする。

$$w=A_m \sin\frac{m\pi x}{a}\sin\frac{\pi y}{b'}$$

これを用い平衡方程式，適合条件式，境界条件を満足するように解くと，任意の点の応力値，さらに有効幅を求めることができる。すなわち，式 (19) より，

$$\left.\begin{aligned} b_e'&=\int \sigma_x dy/\sigma_x)_{y=0}=\sigma_{xav}b'/\sigma_x)_{y=0}\\ a_e&=\int \sigma_y dx/\sigma_y)_{x=0}=\sigma_{yav}a/\sigma_y)_{x=0}\end{aligned}\right\} \qquad (19')$$

次に，有効幅に対する剪断応力の影響を検討する。そのため，弾性大たわみ挙動を増分形エネルギー法[8]を用い，一連の理論解析を行った。解析対象の正方形板は，1000×1000×9 mm であり，Fig. 6. a に示すように，最初に x 方向に平均圧縮応力 σ_x^* 与え，それを一定に保ち，剪断応力 τ_{xy} を増加させながら作用させる。σ_x^* の大きさを6段階に変えた計算結果から次のことがわかった。

(1)　$\sigma_x^*<\sigma_{xcr}$ の場合

この場合は σ_x^* によって板は座屈しないので，σ_x^* だけが作用している時は，応力分布は一様である。剪断応力 τ_{xy} を加え，増加させると，座屈条件を満足し，板は座屈する。更に，τ_{xy} を増加させると，Fig. 6. b に示すように σ_x の分布は一様でなくなり，縁で増加し，中央で減少する。したがって，τ_{xy} の増加と共に，有効幅は減少する。この応力の再分布により，板は x 方向に圧縮変位が増加する。有効幅の変化を Fig. 6. c の曲線で示す。

(2)　$\sigma_x^*>\sigma_{xcr}$ の場合

σ_{xav} が σ_{xcr} に達すると，板は座屈する。σ_{xav} を更に増加させると，応力分布は一様でなくなり，縁で大き

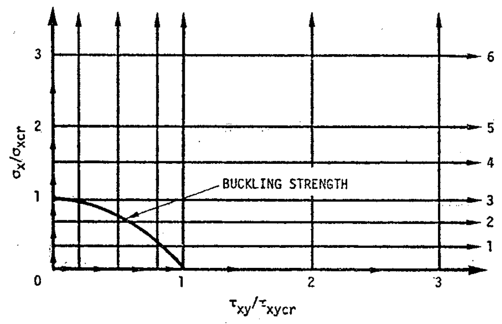

Fig. 6. a　Loading histories

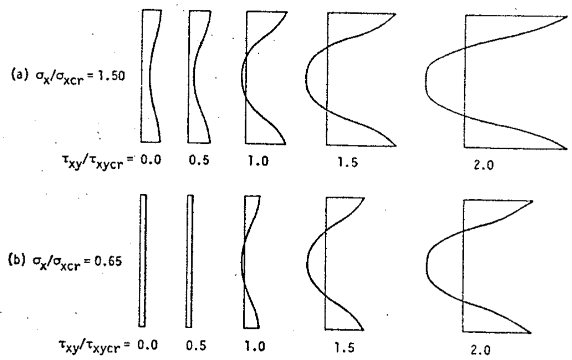

Fig. 6. b　Axial stress distribution

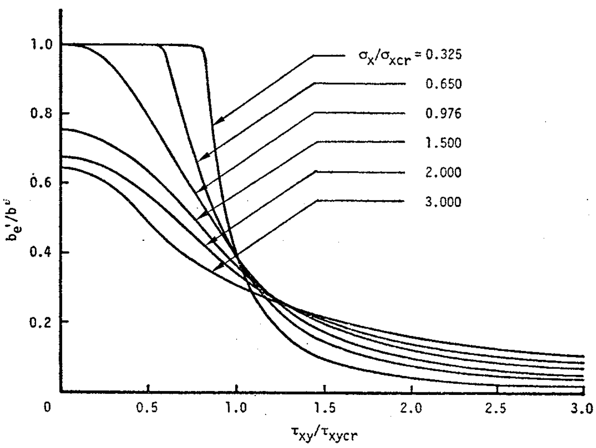

Fig. 6. c　Effect of shear stress on the compressive effective width

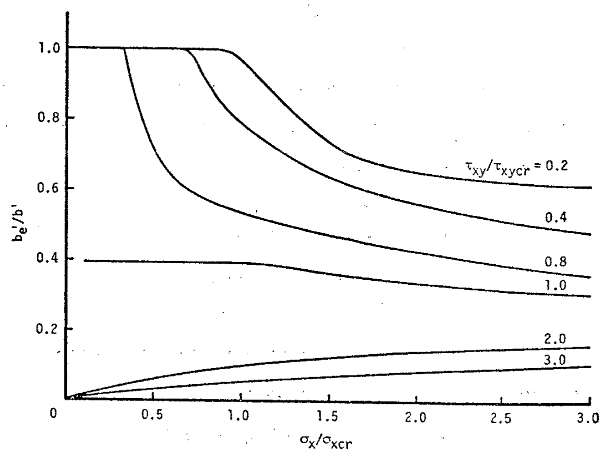

Fig. 6. d　Effect of axial compression on the compressive effective width

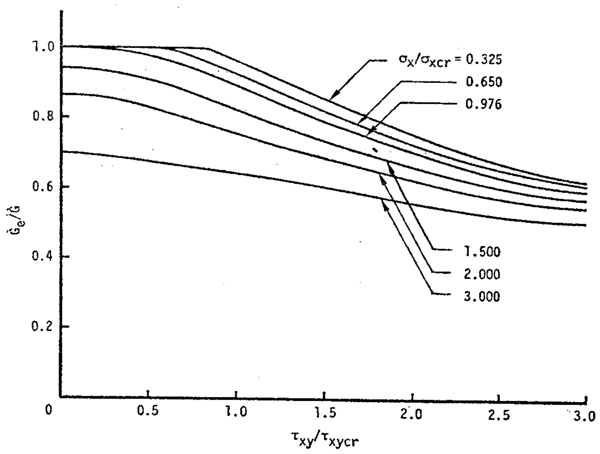

Fig. 6. e　Effect of shear stress on the effective modulus of rigidity

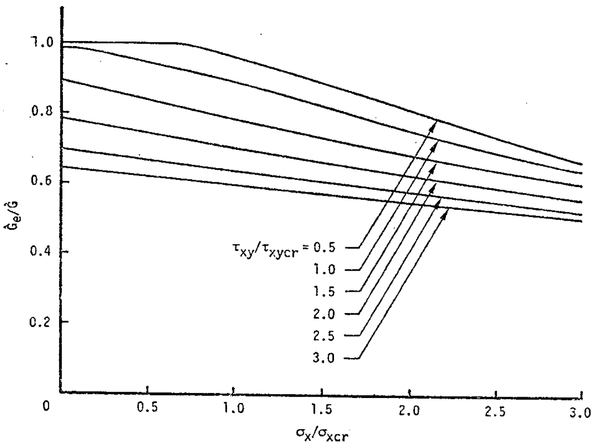

Fig. 6. f　Effect of axial compression on the effective modulus of rigidity

く，中央で小さくなる。ここで，$\sigma_{xav}=\sigma_x{}^*$ で一定に保ち，剪断応力 τ_{xy} を作用させる。前項と同様に直応力 σ_x の分布は，Fig. 6. b のように変化する。これによって，Fig. 6. c の曲線のように有効幅も変化し，また，x 方向に圧縮変位が増加する。

以上では，圧縮応力 σ_{xav} を $\sigma_x{}^*$ に保って剪断応力 τ_{xy} を作用させたが，次に τ_{xy} を作用させ，$\tau_{xy}{}^*$ に保って σ_{xav} を加えた場合の有効幅を検討する。

この荷重条件で一連の計算を行った結果，有効幅比 b_e'/b' と圧縮応力比 $\sigma_{xav}/\sigma_{xcr}$ の関係は Fig. 6. d のようになる。両荷重履歴による有効幅を比較した結果，最終荷重状態が同じであれば，荷重履歴に無関係に，有効幅比は同じであるという重要な結論を得ている。

以上は単軸圧縮応力と剪断応力が作用した場合の結果であるが，2方向に直応力を作用させても，剪断応力は，これと同様の影響を与えると考えると，2軸力と剪断のもとでの有効幅は次式で表わすことができる。

$$\left.\begin{aligned} b_e' &= b'/(1+\alpha_{x\max}) \\ a_e &= a/(1+\alpha_{y\max}) \end{aligned}\right\} \qquad (25)$$

ここに，

$$\alpha_{x\max}=1.62\frac{\sigma_{xcr}}{\sigma_{xav}}v^{2.4}+\alpha^*{}_{x\max}(f(V)+1)$$

$$\alpha_{y\max}=1.62\frac{\sigma_{ycr}}{\sigma_{yav}}v^{2.4}+\alpha^*{}_{y\max}(g(V)+1)$$

$$\alpha^*{}_{x\max}=\eta_1+\eta_2\frac{\sigma_{yav}}{\sigma_{xav}}-\frac{\pi^2m^2D}{a^2}\eta_3\frac{1}{\sigma_{xav}t}$$

$$\alpha^*{}_{y\max}=\eta_2\frac{\sigma_x}{\sigma_{yav}}+\frac{a^4}{m^4b'^4}\eta_1-\frac{\pi^2D}{b'^2}\eta_3\frac{1}{\sigma_{yav}t}$$

$$\eta_1=\frac{2\,m^4b'^4}{a^4+m^4b'^4},\quad \eta_2=\frac{2\,m^2a^2b'^2}{a^4+m^4b'^4},\quad \eta_3=\frac{2(a^2+m^2b'^2)^2}{a^4+m^4b'^4}$$

$$\begin{array}{ll} \alpha^*{}_{x\max}\leq 0 & f(V)=0.62\,v \\ \alpha^*{}_{x\max}>0,\ v\leq 1 & f(V)=1.3\,v^{1.5} \\ \alpha^*{}_{x\max}>0,\ v>1 & f(V)=1.3\,v \\ \alpha^*{}_{y\max}\leq 0 & g(V)=0.62\,v \\ \alpha^*{}_{y\max}>0,\ v\leq 1 & g(V)=1.3\,v^{1.5} \\ \alpha^*{}_{y\max}>0,\ v>1 & g(V)=1.3\,v \end{array}$$

$$v=|\tau_{xy}|/\tau_{xycr}$$

上式中の m は座屈半波数で，板のアスペクト比 $\beta=a/b'$，軸応力比 $\sigma_{yav}/\sigma_{xav}$ などによって変化する。また，取り扱っている板のアスペクト比は既知であるので，m は次式を満足する最小整数より決定される。

$$\beta\leq[-P+(P^2+4Q)^{1/2}]^{1/2}/2$$

$$P=C[m^4-(m+1)^4]/[2(m-2\,mC-C)+1]$$

$$Q=m^2(m+1)^2(2\,m+1)/[2(m-2\,mC-C)+1]$$

$$C=\sigma_{yav}/\sigma_{xav}$$

最後に，等価剛性率 G_e を評価する。これは，板の各点の見掛けの剪断ひずみ γ_{xytm} を求め，板全体に対して積分し，その平均値 γ_{xyav} をとると，求めることができる。すなわち，

$$G_e=\tau_{xy}/\gamma_{xyav} \qquad (26)$$

種々の大きさの $\sigma_x{}^*$ を与えて，その値を一定に保った状態で，τ_{xy}/τ_{xycr} に対する G_e の変化を Fig. 6. e に，また，$\sigma_{xav}/\sigma_{xcr}$ の変化による G_e の変化は，Fig. 6. f に示す。σ_{yav} も σ_{xav} と同じように G_e に影響すると考えられる。このように考えると，G_e は次式で表わされる。

$$G_e=G\frac{1}{C_2}\left(C_1\frac{\sigma_{xav}}{\sigma_{xcr}}+C_2\right)\left(C_1\frac{\sigma_{yav}}{\sigma_{ycr}}+C_2\right) \qquad (27)$$

ここに，

$$C_1=\frac{12.915}{v-15}-\frac{5.166}{v+5}+1.6482$$

$$C_2=\frac{8.4}{v+5}-0.4$$

$$G=E/2(1+\nu)$$

3.5　要素の塑性条件と弾塑性剛性行列

要素の変位関数の性質あるいは座屈の有無により，要素内の応力分布は異なる。したがって，要素内で塑性の生じる位置は，必ずしも，節点とは限らない[5]。しかし，要素内の応力が節点力で表わされる限り，節点での応力

の関数として表すことができる。したがって，要素内の塑性化は節点の応力で判定できる。塑性条件を満足した場合には塑性節点を挿入し，要素における塑性化の拡大に対する要素の剛性の変化を評価する。

3.5.1 節点応力

座屈が生じていない場合，応力は式（15）によって計算できる。座屈が生じた要素では，横たわみが生じているが，周縁は直線を保つ。他方，座屈によって，減少した剛性は，周縁の応力をもとにして有効幅として評価できる。したがって，有効幅内の応力は周縁の実応力とみなせる。この有効幅を用いて，節点変位Uに対する応力σは次のようになる。

$$\sigma = D_{pl}{}^{B} B U = \sigma(R) \tag{28.a}$$

ここに，

$$D_{pl}{}^{B} = \frac{E}{1-\dfrac{b_e' a_e}{b' a}\nu^2}\begin{bmatrix} 1 & \dfrac{a_e}{a}\nu & 0 \\ \dfrac{b_e'}{b'}\nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{G_e}{E}\left(1-\dfrac{b_e' a_e}{b' a}\nu^2\right) \end{bmatrix} \tag{28.b}$$

座屈が生じていない場合は，(b_e'/b') および (a_e/a) は 1.0 となり，式（28.a）は式（15）と一致する。

式（28）の応力を用いて塑性条件を満足したかどうかを調べる。

3.5.2 塑性条件

塑性条件式（7）としてミーゼスの降伏条件式（29.a）を用いる。すなわち，

$$f(\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}, \sigma_0) = \sigma_x{}^2 + \sigma_y{}^2 - \sigma_x\sigma_y + 3\tau_{xy}{}^2 - \sigma_0{}^2 = 0 \tag{29.a}$$

ここに，σ_0 は単軸の降伏応力。

これを節点力Rで表わすと，

$$\Gamma_Y = \Gamma_Y(R) = 0 \tag{29.b}$$

ここで，取り扱う矩形板の応力分布の特性は次のようになっている。

（1） 座屈が生じない場合。採用している変位関数は要素内で線形変化する応力分布を与える。したがって塑性は必ず節点で生じる。式（29.a），（29.b）を適用することができる。すなわち，

$$\left.\begin{aligned} f_{Yi} &= f_{Yi}(\sigma_{xi}, \sigma_{yi}, \tau_{xyi}, \sigma_0) \\ \Gamma_{Yi} &= \Gamma_{Yi}(R) \end{aligned}\right\} \tag{29.c}$$

（2） 座屈が生じた場合。要素の周縁に生じる応力分布は Fig. 5 のようになるので，塑性は節点か支持辺の座屈半波の中点で生じる可能性がある。前者の場合には，前記（1）と同様に式（29.a），（29.b）がそのまま塑性条件になる。ただし，応力は式（28）で与えられる。

$$\left.\begin{aligned} f_{Yi} &= f_{Yi}(\sigma_{xi}, \sigma_{yi}, \tau_{xyi}, \sigma_0) \\ \Gamma_{Yi} &= \Gamma_{Yi}(R) \end{aligned}\right\} \tag{29.d}$$

後者の場合，面内曲げを無視しているので，応力分布は2軸対称である。この分布は3.4.2で述べたように解析解をもとにしているので，節点応力で要素内の応力を表わすことができる。したがって，座屈半波の辺中央の点 A_1 (Fig. 5) の応力は節点 i の応力と次のような関係にある。

$$\sigma_{xA_1} = \sigma_{xi}$$
$$\sigma_{yA_1} = f(\sigma_{xi}, \sigma_{yi}, \tau_{xyi})$$
$$\tau_{xyA_1} = \tau_{xyi}$$

これを式（29.a）に代入し，σ_{xi}, σ_{yi} および τ_{xyi} を節点力Rで表わすと，

$$\begin{aligned} \Gamma_{YA_1} &= \Gamma_{YA_1}(\sigma_{xi}, \sigma_{yi}, \tau_{xyi}, \sigma_0) \\ &= \Gamma_{YA_1}(R) \end{aligned} \tag{29.e}$$

これは点 A_1 での塑性を点 i で調べることになる。したがって，式（29.d）は節点 i 自身の，また，式（29.e）は点 A_1 の塑性条件を共に節点力で表わした塑性条件になっており，節点 i で同時に検討されるようになっている。このため，節点 i では両条件の制限を受けることになる。換言すると，両条件の内側になる部分だけを採用した塑性条件を用いれば，節点 i と点 A_1 の塑性を節点 i だけで同時に取り扱えることになる[11]。

3.5.3 弾塑性剛性行列

いま，塑性化する可能性のある n 個の節点のうち，節点 $1\sim k$ までが，塑性条件を満足した場合，節点 i の塑性条件を Γ_{Yi} とすると，

$$\Gamma_{Yi}(R) = 0 \quad (i \leq k) \tag{30}$$

この塑性条件を塑性ポテンシャルとみなし，塑性ポテンシャル論を適用する。

節点 m の塑性節点変位増分 $\Delta U_m{}^P$ は第1番から第 k 番までの塑性節点によって生じる塑性節点変位増分の和である[6),7)]。

$$\begin{aligned} \Delta U_m{}^P &= \sum \Delta U_i{}^P = \sum d\lambda_i \phi_i \\ &= \Phi \cdot d\lambda = \Phi(\Phi^T K^e \Phi)^{-1} \Phi^T K^e \Delta U \end{aligned} \tag{31}$$

ここに，$\Phi = [\phi_1, \cdots, \phi_k]$

$d\lambda = [d\lambda_1, \cdots, d\lambda_k]^T$

要素の弾塑性剛性方程式は次式となる[6),7)]。

$$\Delta R = K^p \Delta U \tag{32}$$

ここに，$K^p = K^e - K^e\Phi(\Phi^T K^e \Phi)^{-1}\Phi^T K^e$

$K^e = K^E$ または，K^B

塑性節点 i の荷重状態は下記のように判定される。

$$\left.\begin{aligned} d\lambda_i &> 0, \quad \text{負荷} \\ d\lambda_i &= 0, \quad \text{中立負荷} \\ d\lambda_i &< 0, \quad \text{除荷} \end{aligned}\right\} \tag{33}$$

もし，除荷が決定されると，節点 i を弾性とした剛性行列を用い，この荷重増分間の解析をやり直す必要がある。

4　防撓板要素の開発

4.1　防撓板の非線形挙動の理想化

本章では，防撓板の非線形挙動の理想化を行い，各破損の条件とその状態での剛性行列を具体的に評価する。

対象とする防撓板は，すでに2章で述べたように，長さ×幅×板厚$=a\times b\times t$ でn本の防撓材がx軸方向に付けられており（Fig. 1. b），外力としては，Fig. 2 のように面内荷重を考える。

この防撓板が最終強度に達するまでの破損の経路を Fig. 7 に示す。まず，防撓板の座屈は全体座屈形式と局部座屈形式とに分れる。前者の場合には防撓板を異方性平板として，他方，後者の場合には，防撓材と防撓材間の板部の集合構造として取り扱う。いずれの場合も，この要素（防撓板）は，1枚の板と考え，4つの隅部に節点を設け，その節点力と節点変位で，種々の非線形挙動を増分形で表現する。一般形として剛性方程式は式（3）のように次式である。

$$\varDelta R=K\varDelta U \qquad (34)$$

ここに，Kは剛性行列。

座屈あるいは，塑性が生じない時は，要素は非破損であるので，

$$\varDelta R=K^E\varDelta U \qquad (35)$$

ここに，K^E は非破損剛性行列。

防撓板の座屈は防撓材の剛比 $\gamma=EI/bD$ とその限界値 $\gamma_{\min}{}^B$ の関係により，次のようになる。

$$\gamma\leq\gamma_{\min}{}^B,\qquad \varGamma_B=0\quad（全体座屈）\qquad (36.\mathrm{a})$$

ここに，$\varGamma_B$ は全体座屈関数。

γを大きくすると座屈荷重は増大するが，局部座屈により座屈荷重の上限に達する。

$$\gamma\geq\gamma_{\min}{}^B,\qquad \varGamma_B{}'=0\quad（局部座屈）\qquad (36.\mathrm{b})$$

ここに，$\varGamma_B{}'$ は局部座屈関数で式（16）と同じ。

これらの座屈条件は要素（防撓板）の中央断面の平均応力で表わされる。

上式の2条件で低い座屈荷重を与える方の座屈が生じる。また，γを変化させて，2つの座屈条件を計算した時に，等しい座屈荷重を与えるγが $\gamma_{\min}{}^B$ である。

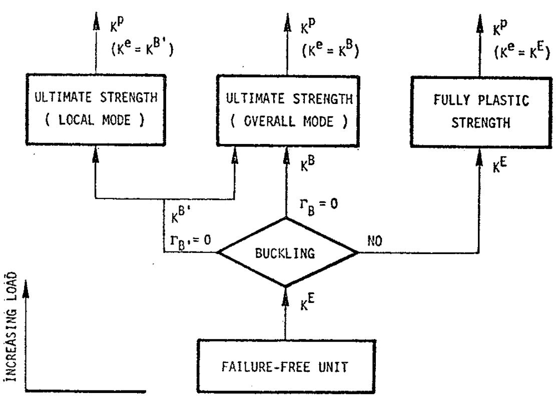

Fig. 7　Behaviour of stiffened plate units

座屈後の剛性方程式は，

$$\varDelta R=K^B\varDelta U\quad（全体座屈後）\qquad (37.\mathrm{a})$$

または，

$$\varDelta R=K^{B'}\varDelta U\quad（局部座屈後）\qquad (37.\mathrm{b})$$

ここに，$K^B, K^{B'}$ は後座屈剛性行列。

要素の塑性化は座屈の有無にかかわらず，節点での応力によって決定される。たとえば，節点iでの応力ベクトル σ_i を要素の節点力ベクトルRを用いて表わすと，節点iでの塑性条件は，

$$\varGamma_{Yi}(R)=0 \qquad (38)$$

塑性条件を満足した節点には塑性節点[6),7)]を挿入する。そうすると，塑性が生じた状態での剛性方程式は，

$$\varDelta R=K^p\varDelta U \qquad (39)$$

ここに，K^p は弾塑性剛性行列。

なお，K^p は式（32）と同じ形になるが，同式中のK^e は，要素の力学的状態，すなわち，座屈の有無，などに応じて $K^E, K^B, K^{B'}$ などとなる。

以下では，各破損の条件とその段階での要素（防撓板）の剛性方程式を具体的に導出する。

4.2　非破損要素の剛性行列

要素（防撓板）に破損が生じていない場合には，要素の応力は通常の手法によって計算できる。すなわち板部の応力は，矩形板と全く同じ式（12）で，また，防撓材の応力 σ_{xs} は次式を適用する。

$$\varDelta\sigma_{xs}=E\varDelta\varepsilon_x=EB_1\varDelta U \qquad (40)$$

ここに，B_1 はB（式（10））の第1行である。

防撓板の剛性方程式は式（35）で与えられ，その剛性行列 K^E は板部の剛性行列 K_{pl} と防撓材の剛性行列 K_s の和として表わすことができる。

$$\begin{aligned}K^E&=K_{pl}+K_s\\&=\int B^TDBdv+\int B_1{}^TEB_1dv\end{aligned} \qquad (41)$$

上式の第1項の積分は板部の全体積について，第2項の積分はn本の防撓材の取付け位置を考慮して体積積分を行う。

4.3　要素（防撓板）の座屈条件

全体座屈条件および局部座屈条件を満足する外力のうちで低い方の外力で座屈が生じる。

4.3.1　全体座屈条件

全体座屈が生じる場合，要素を直交異方性板とみなして座屈条件を与える。したがって，式（36.a）は式（16）で表わされるが，同式に含まれる $\sigma_{xcr}, \sigma_{ycr}$ および τ_{xycr} は異方性板に対する座屈応力を用いる必要がある。具体的な座屈荷重は文献[9)]を参照して求めることができるが，下記の記号が用いられている。

$$E_x=E\left(1+\frac{nA}{bt}\right)\qquad E_y=E$$

$$A_x=bt \qquad A_y=at$$

$$D_x=\frac{nI}{b}+D \qquad D_y=D$$

$$2D_{xy}=\frac{Gt^3}{3}+\nu(D_x+D_y)$$

$$D=EI/[12(1-\nu^2)] \tag{42}$$

4.3.2 局部座屈条件

局部座屈条件，式(36.b)は具体的には式(16)で表わされる。局部座屈は防撓材間の板部 ($a\times b'\times t$) の座屈であるので，σ_{xcr}, σ_{ycr}, τ_{xycr} はこの寸法に対するものである。

4.4 後座屈挙動と剛性行列

4.4.1 全体座屈後

全体座屈した要素の挙動は直交異方性板として取扱い，その後座屈剛性行列は，前章の矩形板の場合と同様の考え方で導出できる。この場合の座屈後の有効幅 b_e, a_e および等価剛性率 G_e はそれぞれ式(25)および式(27)によって計算できる。これらの式中に含まれる b' は b に置換し，σ_{xcr}, σ_{ycr}, τ_{xycr} は直交異方性板に対するものを用いなければならない。したがって，応力・ひずみ行列 D^B は次式で与えられる。

$$\boldsymbol{D}^B=\begin{bmatrix} d_1 & d_2 & d_3 \\ d_4 & d_5 & d_6 \\ d_7 & d_8 & d_9 \end{bmatrix} \tag{43}$$

ここに，$d_1\cdots d_9$ は，式(25)または式(27)などを用いて式(23)より与えられるが，同式に含まれる σ_{xcr}, σ_{ycr} および τ_{xycr} としては，異方性板に対する座屈応力値を用いる必要があり，また，b' の代わりに b を，さらに，$\alpha_{x\max}{}^*$, $\alpha_{y\max}{}^*$, $\psi_1\cdots\psi_4$ は，次式を用いなければならない。

$$\alpha_{x\max}{}^*=\eta_1+\eta_2\frac{\sigma_{yav}}{\sigma_{xav}}-\frac{\pi^2m^2D_x}{a^2}\eta_3\frac{1}{\sigma_{xav}t}$$

$$\alpha_{y\max}{}^*=\eta_2\frac{\sigma_{xav}}{\sigma_{yav}}+\frac{a^4}{m^4b^4}\eta_1-\frac{\pi^2D_y}{b^2}\eta_3\frac{1}{\sigma_{yav}t}$$

$$\psi_1=\frac{bt}{E(bt+\sum A)}, \quad \psi_2=\psi_3=-\nu\psi_1$$

$$\psi_4=\frac{bt+\sum A(1.0-\nu^2)}{E(bt+\sum A)} \tag{44}$$

式(37.a)の剛性行列は式(24)によって計算できるが，式中の D^B は式(43)の D^B に置換して，板 ($a\times b\times t$) だけに対する体積積分を行う必要がある。

全体座屈した板の4隅の節点における応力を計算するために Fig. 8 に示すような応力分布を考える。図中の破線は，直交異方性板として計算すると得られる応力である。これは図中に実線で示した板の実応力と防撓材が負担する内力を実線（板の実応力）と相似に分布させた応力との和になっている。したがって，破線の応力は実線の応力と相似であり，両者に対する有効幅を考えると

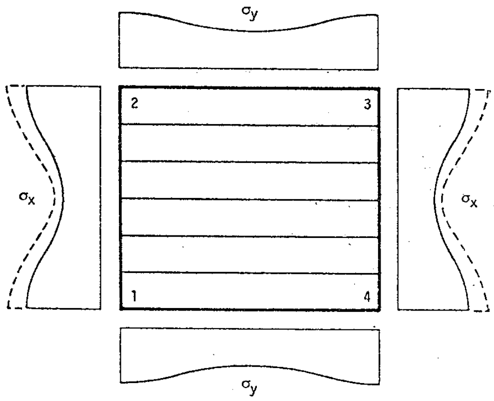

Fig. 8 Stress distribution in a stiffened plate after overall buckling

共に等しい。

全体座屈後の塑性は局所的なものであるので，塑性条件を検討するための応力は板部全体に生じる応力を用いる。したがって，矩形板要素の場合と全く同じ手法で計算できる。すなわち，式(28.a)および式(28.b)の $D_{pl}{}^B$ を用い，同式に含まれる等方性板に対する有効幅 a_e, b_e' をここで取り扱っている異方性板の有効幅 a_e, b_e に置換し，b' の代りに全幅，b を用いればよい。

4.4.2 局部座屈後

防撓材間の板に局部座屈が生じても防撓材は真直ぐであると考えている。この状態の要素の剛性方程式(37.b)の剛性行列は，座屈した板の剛性行列 K^B と防撓材の剛性行列 K_s との集合体として求める。したがって，剛性行列の式(41)において D を式(23.a)の D^B に置換して $a\times b\times t$ の板について積分を行って求めることができる。また，防撓材の剛性行列 K_s は式(41)のものを用いればよい。

節点における実際の応力は，式(28)によって計算できる。また，防撓材の応力は次式のようになる。

$$\sigma_{xs}=EB_1U \tag{45}$$

4.5 要素の塑性条件と弾塑性剛性行列

要素の塑性および崩壊の条件は，要素の座屈の有無，およびその形式などにより異なるが，本章の始めで述べたように，各力学的状態に応じて，適当な塑性条件を用いて，節点の応力によって判定する。塑性が判定された節点には，塑性節点を挿入して要素の弾塑性方程式を導出する。すなわち，式(39)の K^p が具体的に式(32)のように求められる。この式中の K^e は非破損の場合は，K^E，全体座屈の場合は，K^B，局部座屈の場合は $K^{B'}$ をとる。

（1） 座屈が生じない場合の塑性

全体および局部座屈が生じない場合には，塑性の取扱いは矩形板要素の場合と全く同様である。ミーゼスの降伏条件式(29.a)を用い，板部の4隅の節点における応

力で，塑性を判定する。弾塑性剛性方程式は式（32）である。この式に含まれる K^e は，式（35）の防撓板の非破損剛性行列を用いる。

（2） 全体座屈後の全体崩壊形式の塑性（$\gamma<\gamma_{\min}{}^B$）

全体座屈が生じた場合の塑性は，4隅か，縁の座屈1半波の中央で生じる。矩形板の場合と同様に，式（29）を用いると，等価塑性条件を導出でき，節点力で両方の塑性条件を表すことができる。弾塑性剛性方程式は（1）と同じである。

（3） 局部座屈後の全体崩壊形式の塑性（$\gamma_{\min}{}^B<\gamma<\gamma_{\min}{}^U$）

局部座屈後に防撓材が有効幅を持つ柱として座屈し，最終強度に達する。この座屈条件を節点力で表わし，塑性条件と考えることができる。防撓板全体としての最終強度，P_{xu} は次式で与えられる[5]。

$$P_{xu}=nP_{us}+N_x' \qquad (46.\mathrm{a})$$

ここに，

P_{us}＝防撓材の最終強度[5]。

$$N_x'=\frac{\sigma_0 b't}{2(1+\alpha_x)}\left[\frac{\sigma_{yav}}{\sigma_0}(1+\alpha_y)+\sqrt{4-4\left(\frac{\tau_{xy}}{\tau_0}\right)^2-3\left[\frac{\sigma_{yav}}{\sigma_0}(1+\alpha_y)\right]^2}\right] \qquad (46.\mathrm{b})$$

防撓板の端面（$x=0$）で，応力 $\sigma_x)_{x=0}$ は違った値で分布するが，節点力で表わすことができるので，

$$P_{xu}=\int\sigma_x)_{x=0}dA=f(\boldsymbol{R}) \qquad (47)$$

（4） 局部座屈後の局部崩壊形式の塑性（$\gamma>\gamma_{\min}{}^U$）

局部座屈後は，防撓材間の板部の塑性で局部崩壊すると考えている。この場合の塑性の発生は，防撓板の4隅か，最も外側の板部の縁の座屈1半波の中央である。これは，式（29）で判定できる。実際には，塑性は片側の板部から，順次拡がるが，塑性節点法では，この拡がりは自動的に考慮されている。

5 解析手順と解析例

5.1 解析手順

本研究では，矩形板要素および防撓板要素を開発したが，これを用いた解析は本質的に非線形解析であり，増分法を用いる。解析手法はよく知られた増分法を用いた有限要素法による非線形解析と全く同じであるので，ここでは，詳しく述べないことにする。

解析手順では，まず，局部座屈系で各要素の剛性方程式を求める。全体座標系へ変換し，構造全体の剛性方程式を作成し，境界条件および荷重増分を与えて平衡方程式を作成する。平衡方程式の解として節点変位増分が得られ，さらに，節点力増分および新しい節点力が求められる。これより各要素の破損を調べる。破損した要素にはその状態に応じた剛性行列を用い，その挙動を表わす。そして，さらに，荷重増分を与えて上述の手順を繰り返す。最後に全体構造の最終強度に達して解析を終了する。

5.2 解析例

本論文で開発した理想化構造要素である“矩形板要素”と“防撓板要素”の精度を有限要素による弾塑性大たわみ解析結果と比較して検討する。また，最後に防撓板要素を用い防撓構造を解析する。

（1） 解析例1

Fig. 9 に示すような寸法と機械的性質をもつ正方形板に一軸圧縮を負荷した状態での応力 σ_{xav} と x 方向の圧縮変位を同図に示す。図中，実線は理想化構造要素法（ISUM）および破線は有限要素法による解析結果である。有限要素法による解析では板1/4に4×4の矩形要素を

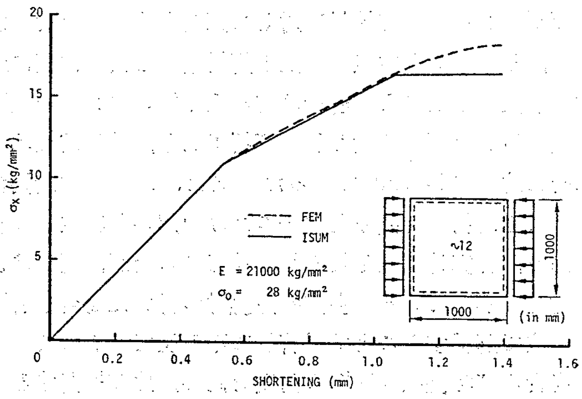

Fig. 9 Load-displacement relationship of a square plate subjected to compression

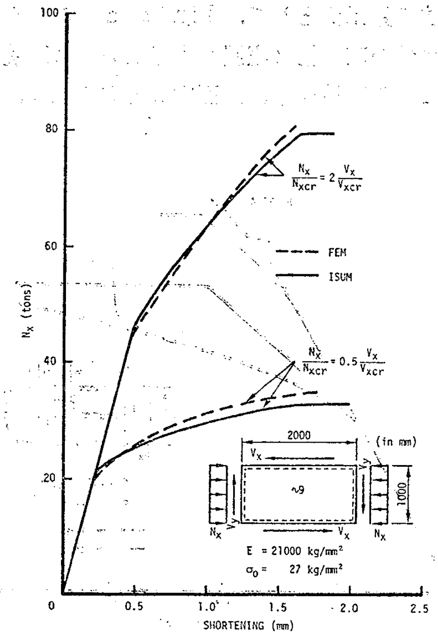

Fig. 10 Load-shortening relationships of a rectangular plate subjected to compression and shear

用いた弾塑性大たわみ解析である。また，理想化構造要素法による解析では“矩形板要素”を一つだけ用いた非線形解析である。両者はよい対応を示している。

（2） 解析例2

Fig. 10 に示すような寸法と機械的性質をもつ矩形板に圧縮と剪断の2つの組合せ荷重を比例負荷した状態での軸力 N_x と x 方向の圧縮変位を同図に示す。図中，実線は理想化構造要素法および破線は有限要素法による解析結果である。有限要素法による解析では 8×16 の矩形要素を用いた弾塑性大たわみ解析である。計算時間はそれぞれ約3時間 cpu であった．理想化構造要素法による解析は“矩形板要素”を一つだけ用いた非線形解析であり，計算時間はそれぞれ2秒であったが，その精度は十分高い。

（3） 解析例3

Fig. 11 に示すような防撓材が1本だけ付けられた防撓板が，2種類の防撓材に対して圧縮を受ける場合を解析し，その結果を有限要素法の解析結果と共に同図に示す。有限要素法による解析は防撓板 1/4 に 5×5 の矩形要素を用いた弾塑性大たわみ解析であり，計算時間はそれぞれ約1時間 cpu であった。また，理想化構造要素法による解析は防撓板要素一つだけを用いた非線形解析であり，計算時間はそれぞれ2秒であったが，両者はよい対応を示している。多数の防撓材の付いた場合を有限要素法で解析することは経済的に不可能であるので，この場合の“防撓板要素”の精度を直接，比較検討することはできなかった。

（4） 解析例4

本解析法の適用例として，Fig. 12（a）のような縦横に4本の剛性の高い桁（座屈が生じない）に防撓板が取付けられている防撓構造に，面内2方向の圧縮，面内曲げと剪断を比例負荷した場合を解析した。Fig. 12（b）には荷重係数 p と節点 A の水平変位曲線と共に，破損の履歴を示した。この解析は 90 荷重増分を与えて，ACOS-1000 で 24 秒 cpu であった。

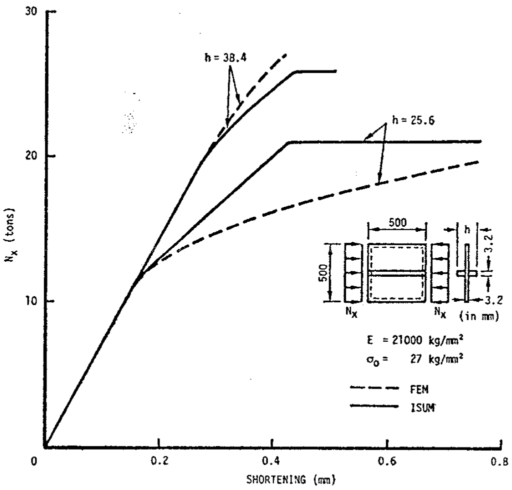

Fig. 11 Load-shortening relationships of a stiffened square plate subjected to compression

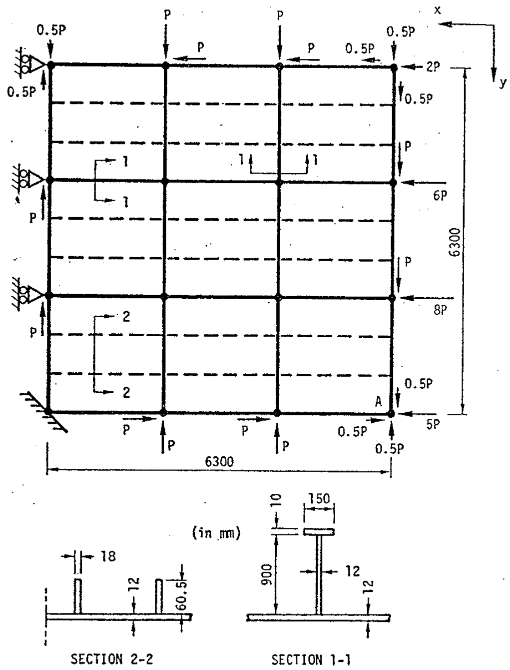

Fig. 12. a Example structure

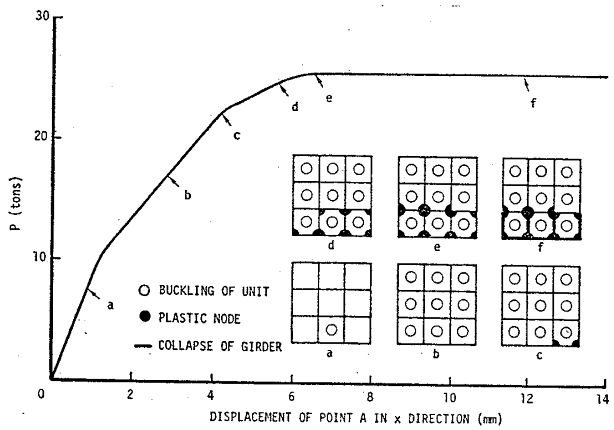

Fig. 12. b Load-displacement relationship and history of failures

6 結 言

本論文では，防撓板よりなる大型構造物の非線形挙動を効果的に解析することができる理想化構造要素法に基づく“矩形板要素”と“防撓板要素”を開発した。具体的には，これらの要素の非線形挙動を理想化し，要素に生じる各種の破損の条件式とそれらの破損の状態における要素の剛性行列を理論的に導出した。これらの要素のコンピュータープログラムを作成し，具体例を解析し，有限要素法による計算結果と比較し，開発した要素が満足できる十分な精度の理想化が行われていることを確認

した。また，実構造を想定した大きな構造単位の最終強度を解析した。いずれの解析例も計算時間が極めて短く，本解析法の有用性を更めて確認した。

参考文献

1) 上田，Rashed：船体最終横強度解析に関する基礎的研究，日本造船学会論文集，第136号（1974），pp. 309〜324.

2) Y. Ueda, S. M. H. Rashed: The Idealized Structural Unit Method and Its Application to Deep Girder Structures, Computer & Structures, Vol. 18, No. 2 (1984), pp. 227〜293.

3) 上田，Rashed，片山：理想化構造要素法による二重底構造の最終強度解析，日本造船学会論文集，第138号（1975），pp. 322〜329.

4) 上田，矢尾，他：補強材の最小剛比について（第1報）〜（第4報），日本造船学会論文集，第140号（1976），第143号（1978），第145号（1979），第148号（1980）.

5) 上田，Rashed，白：組合せ荷重を受ける矩形板および防撓板の座屈および最終強度相関関係（第1報），日本造船学会論文集，第156号（1984）.

6) 上田，矢尾，藤久保：塑性関節法の一般化に関する研究，日本造船学会論文集，第146号（1979），pp. 307〜313.

7) Y. Ueda and T. Yao: The Plastic Node Method: A New Method of Plastic Analysis. Jl. of Computer Methods in Applied Mechanics and Engr., Vol. 34, No. 1-3, Sept. (1982).

8) 上田，山川，森：平板の非線形挙動の解析（第1報），日本造船学会論文集，第126号（1969），pp. 263〜273.

9) C. R. C. JAPAN: HandBook of Structural Stability, CORONA, Tokyo, 1971.

10) 上田，Rashed，白：種々の荷重下での平板の座屈後の有効幅，日本造船学会へ投稿予定.

11) 上田，Rashed，藤久保，白：塑性節点法の適用性の開発と理論的背景，日本造船学会へ投稿予定.