

船体まわりの自由表面流れの非線形計算法

正員 荻原 誠 功* 正員 丸 尾 孟**

A Numerical Method of Non-linear Solution for Steady Waves around Ships

by Seikoo Ogiwara, Member Hajime Maruo, Member

Summary

This paper describes a numerical method to solve steady potential flow around ships based on the non-linear free surface boundary condition. One of the authors previously examined an iterative method for solving the velocity potential by using Rankine source, taking into account the non-linear free surface conditions in two-dimensional aspect and showed the usefulness of the method through the comparison between the computations and the experiments.

In this paper, the authors expand this method to three-dimensional problem and apply to the computation of free surface flow around ships. Starting with a solution based on the double model linearized free surface condition, boundary conditions at the free surface in its non-linear form are satisfied iteratively. The method of numerical solution is examined on the steady waves and non-linearity of the waves is discussed.

Further, the pressure distribution on the hull surface and wave resistance are computed for two types of hull form, that is a slender form and a blunt form. It is found that the computed results show better agreement with the experiments than the results of linear theories.

1 緒 言

船の造波現象は本質的に非線形問題である。その解析法として最も一般的なものは摂動法であり、船の造波に関しては幅を微小と仮定し、幅/長さ比を摂動パラメータとする薄い船の理論、なかんずくその第1近似である Michell の線形理論¹⁾が主として採り上げられてきた。しかしながら Michell の理論は船の幅が極端に狭い場合に限って成立するものであるために、実用船型の寸法比においてはすでに適用の限界を超えており、正しい結果を与えないことが知られている。さらにこのような摂動法を進めて高次近似解を求める試みも見られるが^{2)~4)}この問題のグリーン関数に相当する Kelvin-source の自由表面上における高度の特異性によって、三次元の水面上に適用して有用な結果が導かれる見通しは得られないに至っていない。一方肥大船の低速における造波問題を解析する方法として、解をフルード数により展開し、フルード数零の極限における流れ、すなわち二重模型のまわりの流れを基準として線形解を導く方法が提案された。このような考え方は Ogilvie⁵⁾によって最初に提案

されたものであるが、船の三次元問題に対しては馬場武隈⁶⁾、丸尾⁷⁾によって定式化され、一般に低速理論と呼ばれている。Dawson⁸⁾は同様の問題を船体表面および静水面上に分布する吹き出しを用いて純数値的に解を計算する方法を考案したが、著者の一人⁹⁾はこの方法により任意船型に対する計算プログラムを開発し、これを用いて船側波形、船体表面上の圧力分布、造波抵抗を計算することによりその実用性を検討した。以上のような線形化の手法によるのではなく、自由表面の非線形問題を直接解くには純数値的方法に頼らざるを得ない。その代表的なものは差分法により非定常運動方程式を時間で積分することによって、解を時間的経過を追って計算して行くものである^{10),11)}。この方法では後続波が定常状態に達するまで計算を進めるには莫大な計算時間を要すること、および計算領域外周の境界条件を適切に取り入れることが困難なために、無限水深の後続波の特性を正しく表現し得るか否か不明であるという難点が指摘される。一方非線形影響を取り入れた数値的解法として Rankine source を用いた Gadd¹²⁾の逐次近似法や線形条件式を実際の水面で満足させる方法¹³⁾があるが、いずれも理論的に不完全である。今回提示する方法は Rankine source を核関数とする境界要素法の一様

* 石川島播磨重工業(株)技術研究所

** 横浜国立大学工学部

流中に置かれた船体まわりの定常的非線形自由表面流れを二重模型による線形解 (double model linearization) を出発点として、自由表面条件の非線形項を取り入れた逐次計算により決定しようとするものである。この際数値解法には Dawson の方法に基づいた計算プログラムを活用することができる点極めて好都合な面がある。著者の一人はさきに没水柱体の2次元問題に対してこの方法を適用し、実験と良く合致する結果を得てこの方法の有用性を立証した¹⁴⁾。この方法はまた解を最終的に吹き出し分布によって解析的に表示し、かつ無限遠方の条件を満足させ得るという利点がある。今回はまず細長い数式船型を対象として、この方法の数値解法上の技術的問題を調査し、次いで blunt な船首を有する船型について計算を行い、自由表面の形状、船体表面上圧力分布、および造波抵抗を計算して実験結果との比較を行う。

2 基礎式

座標系は静水面上に x 軸、 y 軸をとり、鉛直上向きを z 軸とする。船体は x 軸方向の一樣流 U の中に固定されていると考え、船体中央に座標原点をとる。非粘性、非圧縮性流体の非回転運動を仮定すると、流場は速度ポテンシャル ϕ で表現され、連続条件から流体内部でラプラス方程式

$$\phi_{xx} + \phi_{yy} + \phi_{zz} = 0 \quad (1)$$

が成立する。ここで添字は偏微分を表わす。次に自由表面の形状を

$$z = \zeta(x, y) \quad (2)$$

とすると、自由表面の境界条件は次のように表わされる。

$$\text{運動学的条件; } \phi_x \zeta_x + \phi_y \zeta_y - \phi_z = 0 \quad (z = \zeta) \quad (3)$$

$$\text{動力学的条件; } \frac{1}{2}(\phi_x^2 + \phi_y^2 + \phi_z^2 - U^2) + g\zeta = 0 \quad (z = \zeta) \quad (4)$$

ここに g は重力の加速度である。上の式は自由表面 $z = \zeta$ で成立するものであるが、逐次計算の過程で自由表面上の値をそのまま用いると著しく不安定の要因となり、解を発散させることが試計算の結果判明したので、 ζ が小さいとして (3) (4) 式の左辺を $z=0$ に関してテーラー展開し、 ζ の2乗以上の項を省略すると次のようになる。

$$\begin{aligned} & \phi_x \zeta_x + \phi_y \zeta_y - \phi_z - \phi_z \zeta \\ & = \phi_x \zeta_x + \phi_y \zeta_y - \phi_z + (\phi_{xx} + \phi_{yy})\zeta = 0 \quad (z=0) \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2}(\phi_x^2 + \phi_y^2 + \phi_z^2 - U^2) \\ & + (\phi_x \phi_{xz} + \phi_y \phi_{yz} + \phi_z \phi_{zz})\zeta + g\zeta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & = \frac{1}{2}(\phi_x^2 + \phi_y^2 + \phi_z^2 - U^2) \\ & + \{\phi_x \phi_{zx} + \phi_y \phi_{zy} - \phi_z(\phi_{xx} + \phi_{yy})\}\zeta \\ & + g\zeta = 0 \quad (z=0) \end{aligned} \quad (6)$$

ここで数値計算を容易にするために (1) 式および非回転の関係を考慮して流速成分 (ϕ_x, ϕ_y, ϕ_z) の z 方向微分を x 方向、 y 方向の微分に変換している。

次に速度ポテンシャル ϕ を二重模型ポテンシャル ϕ_0 と自由表面の波動を表わす速度ポテンシャル ϕ_1 との和として表わす。

$$\phi = \phi_0 + \phi_1 \quad (7)$$

(7) 式を (5) (6) 式に代入して整理すると次のようになる。

$$\begin{aligned} & \phi_{0x}\zeta_x + \phi_{1x}\zeta_{0x} + \phi_{0y}\zeta_y + \phi_{1y}\zeta_{0y} \\ & - \phi_{1z} + D_1(x, y) = 0 \quad (z=0) \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} & \zeta = \frac{1}{2g}(U^2 - \phi_{0x}^2 - \phi_{0y}^2 - 2\phi_{0x}\phi_{1x} - 2\phi_{0y}\phi_{1y}) \\ & + D_2(x, y) \quad (z=0) \end{aligned} \quad (9)$$

ここで

$$\zeta_0 = \frac{1}{2g}(U^2 - \phi_{0x}^2 - \phi_{0y}^2) \quad (10)$$

$$\begin{aligned} D_1(x, y) & = \phi_{1x}(\zeta_x - \zeta_{0x}) + \phi_{1y}(\zeta_y - \zeta_{0y}) \\ & + (\phi_{0xx} + \phi_{0yy} + \phi_{1xx} + \phi_{1yy})\zeta \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} D_2(x, y) & = -\frac{1}{2g}(\phi_{1x}^2 + \phi_{1y}^2 + \phi_{1z}^2) \\ & - \frac{1}{g}\{(\phi_{0x} + \phi_{1x})\phi_{1zx} + (\phi_{0y} + \phi_{1y})\phi_{1zy} \\ & - \phi_{1z}(\phi_{0xx} + \phi_{0yy} + \phi_{1xx} + \phi_{1yy})\}\zeta \end{aligned} \quad (12)$$

(8) (9) 式で $D_1(x, y) = 0$, $D_2(x, y) = 0$ とすると両式から ζ を消去して次式を得る。

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2}\{\phi_{0x}(\phi_{0x}^2 + \phi_{0y}^2)_x + \phi_{0y}(\phi_{0x}^2 + \phi_{0y}^2)_y\} \\ & + \{\phi_{0x}(\phi_{0x}\phi_{1x} + \phi_{0y}\phi_{1y})_x \\ & + \phi_{0y}(\phi_{0x}\phi_{1x} + \phi_{0y}\phi_{1y})_y\} \\ & + \frac{1}{2}\{\phi_{1x}(\phi_{0x}^2 + \phi_{0y}^2)_x + \phi_{1y}(\phi_{0x}^2 + \phi_{0y}^2)_y\} \\ & + g\phi_{1z} = 0 \quad (z=0) \end{aligned} \quad (13)$$

さらに二重模型流れの流線に沿う座標 (s) に座標変換を行うと ϕ_1 に関して次の線形自由表面条件を得る。

$$\phi_{0s}^2 \phi_{1ss} + 2\phi_{0s}\phi_{0ss}\phi_{1s} + g\phi_{1z} = -\phi_{0s}^2 \phi_{0ss} \quad (z=0) \quad (14)$$

これは Dawson が採用した double model linearized free surface condition と一致し、関数 $D_1(x, y)$, $D_2(x, y)$ は速度ポテンシャル ϕ_1 に関して非線形影響を含む項である。

一方、船体表面の境界条件は船体表面上の外向法線を n とすると次式で表わされる。

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = -\frac{\partial \phi_0}{\partial n} + \frac{\partial \phi_1}{\partial n} = 0 \quad (15)$$

二重模型ポテンシャル ϕ_0 は船体表面条件を満足している。 ϕ_1 に関して次式が満足されなければならない。

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial n} = \phi_{1x}n_x + \phi_{1y}n_y + \phi_{1z}n_z = 0 \quad (16)$$

ここで (n_x, n_y, n_z) は n の方向余弦である。船体表面を S_0 とすると二重模型流れは S_0 上の吹出し分布 σ_0 を用いて次のように表わされる。

$$\phi_0(x, y, z) = Ux - \iint_{S_0} \sigma_0 \left(\frac{1}{r_0} + \frac{1}{\bar{r}_0} \right) ds \quad (17)$$

ただし

$$r_0 = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}$$

$$\bar{r}_0 = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z+z')^2}$$

次に静水面を S_1 とすると ϕ_1 は S_1 上と S_0 上にそれぞれ $\sigma_1, \Delta\sigma_0$ の吹出しを分布することによって次のように表わされる。

$$\phi_1(x, y, z) = -\iint_{S_1} \sigma_1 \frac{1}{r_1} ds - \iint_{S_0} \Delta\sigma_0 \left(\frac{1}{r_0} + \frac{1}{\bar{r}_0} \right) ds \quad (18)$$

ただし

$$r_1 = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + z^2}$$

(17) 式および (18) 式を境界条件式 (8) (9) (16) に代入し、これらの式を満足するように吹き出し密度 $\sigma_1, \Delta\sigma_0$ を決定するのが問題である。

3 境界値問題の解法

解法の概要は自由表面条件 (8) (9) において、 $D_1(x, y), D_2(x, y)$ を double model linearized solution (DML) に対する非線形補正と見て、繰り返し計算により境界条件を満足させようというものである。すなわち線形化された自由表面条件 (14) を採用し、船体表面および $z=0$ の平面上に分布させた吹出しを用いて境界条件を満足する解を求めたものを第1近似とする。次に以上で得られた ϕ_1 を (11) (12) に代入して $D_1(x, y), D_2(x, y)$ を計算し、(9) 式に代入して ζ を求めた後、(8) 式を $z=0$ における境界条件として再び吹出し分布を決定することにより第2近似を得る。以後は同様の手順を繰り返す。この際、すでに開発した Dawson の方法に基づく計算プログラム⁹⁾ が全面的に活用される。

二次元問題で採用したように、自由表面条件において非線形補正項 $D_1(x, y), D_2(x, y)$ に緩和係数 $\alpha_1 < 1$ を乗じた式を用いる。これは後に論ずるように、水面変動の大きいとき非線形性が水面を不安定にし、解の発散をまねく傾向を抑制して、繰り返し計算を安定して進めるために必要である。

境界面を離散化して計算を行うために、船体表面を

M_0 個、船体を囲む静水面の有限な領域を M_1 個の微小面素に分割し、各面素内で吹出し密度を一定とすると、 ϕ_1 による攪乱速度は次のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \phi_{1x} &= \sum_{j=1}^{M_1} \sigma_1(j) CX_1(ij) + \sum_{j=1}^{M_0} \Delta\sigma_0(j) CX_0(ij) \\ \phi_{1y} &= \sum_{j=1}^{M_1} \sigma_1(j) CY_1(ij) + \sum_{j=1}^{M_0} \Delta\sigma_0(j) CY_0(ij) \\ \phi_{1z} &= \sum_{j=1}^{M_1} \sigma_1(j) CZ_1(ij) + \sum_{j=1}^{M_0} \Delta\sigma_0(j) CZ_0(ij) \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

ここで (CX_0, CY_0, CZ_0) および (CX_1, CY_1, CZ_1) はそれぞれ船体表面および静水面上の単位吹出しによる流速成分で次のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} CX_0(ij) &= \iint_{S_{0j}} (x_i - x_j) \left(\frac{1}{r_{0ij}^3} + \frac{1}{\bar{r}_{0ij}^3} \right) ds \\ CY_0(ij) &= \iint_{S_{0j}} (y_i - y_j) \left(\frac{1}{r_{0ij}^3} + \frac{1}{\bar{r}_{0ij}^3} \right) ds \\ CZ_0(ij) &= \iint_{S_{0j}} \left(\frac{z_i - z_j}{r_{0ij}^3} + \frac{z_i + z_j}{\bar{r}_{0ij}^3} \right) ds \\ CX_1(ij) &= \iint_{S_{1j}} \frac{x_i - x_j}{r_{1ij}^3} ds \\ CY_1(ij) &= \iint_{S_{1j}} \frac{y_i - y_j}{r_{1ij}^3} ds \\ CZ_1(ij) &= \iint_{S_{1j}} \frac{z_i}{r_{1ij}^3} ds \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

$$\left. \begin{aligned} CX_1(ij) &= \iint_{S_{1j}} \frac{x_i - x_j}{r_{1ij}^3} ds \\ CY_1(ij) &= \iint_{S_{1j}} \frac{y_i - y_j}{r_{1ij}^3} ds \\ CZ_1(ij) &= \iint_{S_{1j}} \frac{z_i}{r_{1ij}^3} ds \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

ただし、 S_{0j}, S_{1j} はそれぞれ船体表面および静水面の面素上の積分範囲を表わす。

水面の条件は $D_1(x, y), D_2(x, y)$ に緩和係数 α_1 を乗じて

$$\phi_{0x}\zeta_x + \phi_{1x}\zeta_{0x} + \phi_{0y}\zeta_y + \phi_{1y}\zeta_{0y} - \phi_{1z} + \alpha_1 \cdot D_1(x, y) = 0 \quad (22)$$

$$\zeta = \frac{1}{2g} (U^2 - \phi_{0x}^2 - \phi_{0y}^2 - 2\phi_{0x}\phi_{1x} - 2\phi_{0y}\phi_{1y}) + \alpha_1 \cdot D_2(x, y) \quad (23)$$

とする。

(22) 式に (11) 式を代入して整理すると次式を得る。

$$\phi_{1x}A_x + \phi_{1y}A_y + \alpha_1 \cdot \zeta (\phi_{1xx} + \phi_{1yy}) - \phi_{1z} = B \quad (24)$$

ここで

$$A_x = \zeta_{0x} + \alpha_1 (\zeta_x - \zeta_{0x}) \quad (25)$$

$$A_y = \zeta_{0y} + \alpha_1 (\zeta_y - \zeta_{0y}) \quad (26)$$

$$B = -\phi_{0x}\zeta_x - \phi_{0y}\zeta_y - \alpha_1 \cdot \zeta (\phi_{0xx} + \phi_{0yy}) \quad (27)$$

また波形は (23) (12) 式より次のように計算される。

$$\zeta = \frac{U^2 - \phi_{0x}^2 - \phi_{0y}^2 - 2\phi_{0x}\phi_{1x} - 2\phi_{0y}\phi_{1y} - \alpha_1 (\phi_{1x}^2 + \phi_{1y}^2 + \phi_{1z}^2)}{2g + \alpha_1 \{ \phi_x \phi_{1zx} + \phi_y \phi_{1zy} - \phi_{1z} (\phi_{xx} + \phi_{yy}) \}} \quad (28)$$

(19) 式を自由表面条件 (24) および船体表面条件 (16) に代入すると次式を得る。

$$\sum_{j=1}^{M_1} \sigma_1(j) A_1(ij) + \sum_{j=1}^{M_0} \Delta\sigma_0(j) A_0(ij) + 2\pi\sigma_1(i) = B(i)$$

$$(i=1, 2, \dots, M_1 \text{ on } S_1) \quad (29)$$

$$\sum_{j=1}^{M_1} \sigma_1(j) N_1(ij) + \sum_{j=1}^{M_0} \Delta\sigma_0(j) N_0(ij) = 0$$

$$(i=1, 2, \dots, M_0 \text{ on } S_0) \quad (30)$$

ここで

$$A_m(ij) = CX_m(ij) A_x(i) + CY_m(ij) A_y(i) + \alpha_1 \zeta(CXX_m + CYY_m) \quad (31)$$

$$B(i) = -\phi_{0x}(i) \zeta_x(i) - \phi_{0y}(i) \zeta_y(i) - \alpha_1 \zeta(i) \{ \phi_{0xx}(i) + \phi_{0yy}(i) \} \quad (32)$$

$$CXX_m = \{ CX_m(x=x_i) - CX_m(x=x_i - \Delta x) \} / \Delta x \quad (33)$$

$$CYY_m = \{ CY_m(y=y_i) - CY_m(y=y_i - \Delta y) \} / \Delta y$$

$$N_m(ij) = CX_m(ij) \cdot n_x(i) + CY_m(ij) \cdot n_y(i) + CZ_m(ij) \cdot n_z(i) \quad (34)$$

ただし

$$N_0(ii) = 2\pi + n_z(i) \iint_{S_{0i}} \frac{ds}{4z_i^2}$$

添字 m は $m=0$ のとき船体表面上、 $m=1$ のとき静水面上の吹出しによる寄与を表わす。

波形 $\zeta(i)$ が (23) 式によって計算されていれば、上式は吹出し強さ $\sigma_1(j)$ および $\Delta\sigma_0(j)$ に関する連立一次方程式となり、これを解くことによって吹出し強さが決定され、これを (19) 式に代入して次のステップに進む。

4 簡易計算法

前節で述べた方法で数値計算を行うことは、境界条件を静水面と船体表面とで同時に満足させるために、連立方程式の元数が増え、計算時間が長くなって実用的計算法としては得策でない。そこで次に述べるような近似的簡易計算法を試みた。

あらかじめ船体表面上の吹出し分布 $\Delta\sigma_0^{(k)}$ と波形 $\zeta^{(k)}$ が与えられたとすると σ_1 に関する連立方程式は (29) 式より次のように表わされる。

$$\sum_{j=1}^{M_1} \sigma_1(j)^{(k+1)} A(ij) + 2\pi\sigma_1(i)^{(k+1)} = C(i)^{(k)} \quad (i=1, 2, \dots, M_1 \text{ on } S_1) \quad (35)$$

ただし、

$$C(i)^{(k)} = B(i) - \sum_{j=1}^{M_0} \Delta\sigma_0(j)^{(k)} A_0(ij) \quad (36)$$

しかしこの解は船体表面上に

$$v_n(i) = \sum_{j=1}^{M_1} \{ \sigma_1(j)^{(k+1)} - \sigma_1(j)^{(k)} \} N_1(ij) \quad (37)$$

なる法線速度をもたらすので、これを補正するために

$$\varepsilon = -\frac{1}{4\pi} v_n(i) \quad (38)$$

なる吹出しを船体表面上に付加して、 $\Delta\sigma_0(i)$ のかわりに $\Delta\sigma_0(i) + \varepsilon$ を新しい吹出し分布とする。解法の手順

はまず $\Delta\sigma_0$ と $\zeta(x, y)$ の第 1 近似を線形自由表面条件 (14) による解で与える。第 1 近似の波形は (9) 式で $D_2(x, y) = 0$ とおいて次式で計算される。

$$\zeta(x, y) = \frac{1}{2g} (U^2 - \phi_{0x}^2 - \phi_{0y}^2 - 2\phi_{0x}\phi_{1x} - 2\phi_{0y}\phi_{1y}) \quad (39)$$

次に (35) 式を消去法で解き、(38) 式で船体表面上の吹出し分布を計算する。(19) 式で流速を計算し、(28) 式で新しい波形を求める。再び (35) 式を解き、波形が一定のかたちになるまでこの手順を繰り返す。ただし新しい波形を求める際に、2次元問題の計算に用いたと同様に、緩和係数 α_2 を乗じて波形の増分を調節する。

$$\bar{\zeta}(i)^{(k+1)} = \zeta(i)^{(k)} + \alpha_2 \{ \zeta(i)^{(k+1)} - \zeta(i)^{(k)} \} \quad (40)$$

ここで、 $\zeta(i)^{(k)}$ は k 回目の波形の計算値であり、 α_2 は 1.0 より小さい正数で、繰り返し計算のステップ間隔を調整する意味を持つ。本方法による計算全体の流れを Fig. 1 に示す。なお (35) 式のマトリックスのなかに含まれている二重模型流れの流速成分と波形の偏微分は次

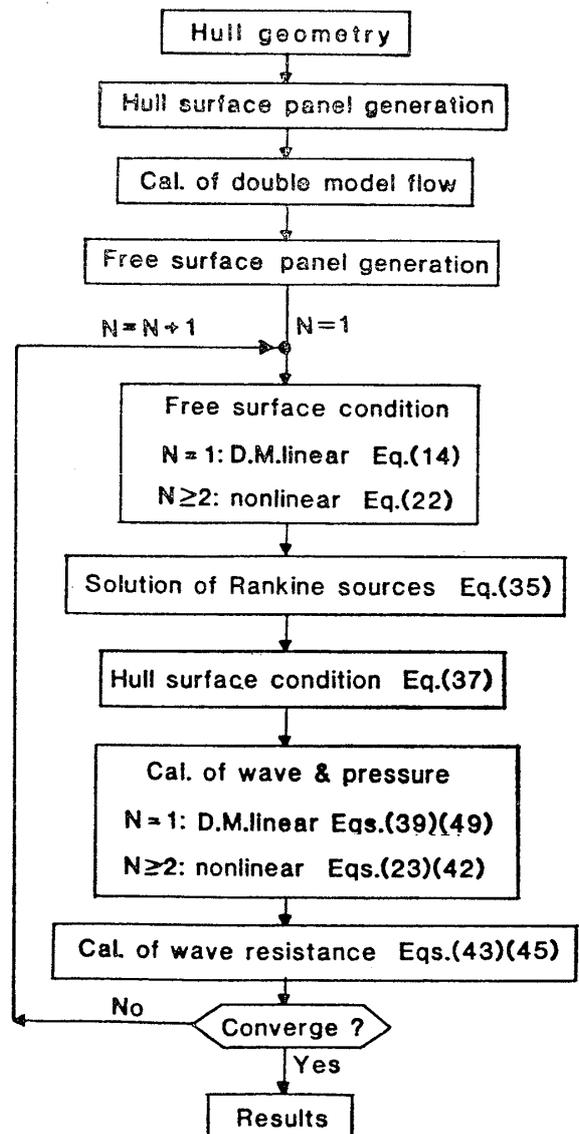


Fig. 1 Flow diagram of numerical computation

のように計算する。 $x-y$ 面での物理量を $f(x, y)$ とすると、3点 $(x_i, y_i, f_i, i=1, 2, 3)$ を通る平面方程式

$$ax+by+cf=1 \quad (41)$$

を求めて、 f に対する偏微分を次式で近似する。

$$f_x = -\frac{a}{c}, \quad f_y = -\frac{b}{c}$$

試算の結果、このような簡易法による計算結果は前節の方法で計算した結果と実用上十分な精度で一致することが確かめられた。

5 圧力分布および造波抵抗

速度ポテンシャル ϕ_1 が求まれば船体まわりの圧力は、波形の表現 (28) 式にあわせて、次のように表わされる。

$$p-p_0 = \frac{1}{2} \rho \{ U^2 - \phi_{0x}^2 - \phi_{0y}^2 - \phi_{0z}^2 - 2\phi_{0x}\phi_{1x} - 2\phi_{0y}\phi_{1y} - 2\phi_{0z}\phi_{1z} - \alpha_1(\phi_{1x}^2 + \phi_{1y}^2 + \phi_{1z}^2) \} \quad (42)$$

非粘性流体であり、碎波を考えなければ圧力抵抗は造波抵抗と定義できる。船体表面の面素上で圧力を一定とすると、造波抵抗は次式によって計算することができる。

$$R_w = - \sum_{j=1}^{M_0} \{ p(i) - p_0 \} n_x(i) \Delta s(i) \quad (43)$$

ここで $\Delta s(i)$ は面素の面積である。

非線形影響を考慮した造波抵抗の計算では静水面と波面とのあいだの圧力に対して補正を行う必要がある¹³⁾。ここでは静水面と波面とのあいだの圧力分布を直線で近似し、次式の圧力を加える。

$$p-p_0 = p_w \left(1 - \frac{z}{\zeta} \right) \quad (44)$$

ここで p_w は静水面上での圧力の計算値であり、船側波形 $\zeta(x)$ を用いて $p_w = \rho g \zeta(x)$ で表わされる。また静水面と波面とのあいだの n_x が近似的に静水面での値に等しいとすると、造波抵抗の補正量は次式のように計算することができる。

$$\begin{aligned} \Delta R_w &= -2\rho g \int_{-l}^l \int_0^{\zeta(x)} \zeta(x) \left\{ 1 - \frac{z}{\zeta(x)} \right\} \cdot n_x \cdot dz dx \\ &= -\rho g \int_{-l}^l \zeta^2(x) \cdot n_x \cdot dx \end{aligned} \quad (45)$$

これを造波抵抗の波高修正と呼ぶことにする。

6 数式船型に関する計算

前節の方法について計算技術的な問題を検討するために、まず単純な数式船型を用いて計算を行う。以下に示す方法は4節に述べた簡易計算法によるものである。

供試船型には次式で表わされる細長い形状の船型 (Model A) を用いる。

$$y(x, z) = w(x) \left(1 - \frac{z^2}{d^2} \right) \quad (46)$$

ここで

$$w(x) = \begin{cases} \frac{B}{2} \left\{ 1 - \left(\frac{x}{l} \right)^2 \right\} (1-a) + a \left\{ 1 - \left(\frac{x}{l} \right)^n \right\} & (-l \leq x \leq 0) \\ \frac{B}{2} \left\{ 1 - \left(\frac{x}{l} \right)^2 \right\} & (0 \leq x \leq l) \end{cases} \quad (47)$$

$$l=L/2, \quad a=0.3, \quad n=12, \quad L/B=10, \quad B/d=1.6$$

L : 船長 B : 船幅 d : 吃水

この船型は Wigley 模型の前半部を肥らせた形状となっていて、 $a=0$ とすれば Wigley 模型と一致する。船体主要目を Table 1 に示す。

船体表面および静水面上のパネル分割の結果を Fig. 2 の上図に示す。静水面上のパネル分割は文献9)の方法に従い、Hess & Smith 法¹⁵⁾による二重模型流れの流線と双曲線を用いて分割した。船体表面上の分割数は長さ方向に 27, 吃水方向に 10 で片舷について合計 270 個, 静水面上の分割数は長さ方向に 44, 幅方向に 9 で合計 396 個である。船体の長さ方向の分割点と静水面上の長さ方向の分割点とは船体表面上で一致するようにした。

計算結果を検討して次のようなことがわかった。

(1) 第1近似の波形及び繰り返し計算による波形の変化

本方法では (14) 式の線形自由表面条件によって求めた波形を逐次解法の第1近似として用いる。そのときの船側波形を Fig. 3 に示す。流速の勾配 ϕ_{1zs} の差分近似は文献9)の検討結果に従って、船体前半部では4点上流差分、後半部では2点差分としている。

この波形を第1近似として繰り返し計算を行ったときの船側波形の変化の一例を Fig. 4 に示す。 $\alpha_1=1.0$, $\alpha_2=0.1$ の場合では、2回目で船首波の波頂付近で解が発散しはじめる。また船尾波も繰り返すごとに波頂が尖るようになる。 $\alpha_1=0.5$, $\alpha_2=0.1$ の場合では、船首波付近の発散が収まり波頂の部分が尖った波形が得られる。船首波と船尾波を除くと波形の山谷は比較的ゆるや

Table 1 Principal particulars of models

	Model A	Model B
L (m)	6.000	6.000
B (m)	0.600	1.000
d (m)	0.375	0.400
S (m ²)	5.3121	8.4456
V (m ³)	0.6342	1.8073
L/B	10.0	6.0
B/d	1.6	2.5
C_B	0.470	0.753
C_P	0.705	0.844
C_{PF}	0.743	0.911
C_{PA}	0.667	0.778

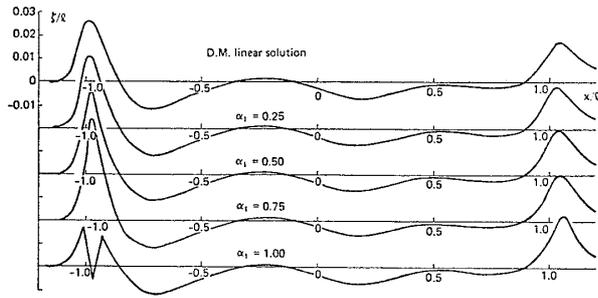


Fig. 5 The effect of relaxation factor α_1 on wave profile (Model A, $F_n=0.250$, $\alpha_2=0.10$, 4th step)

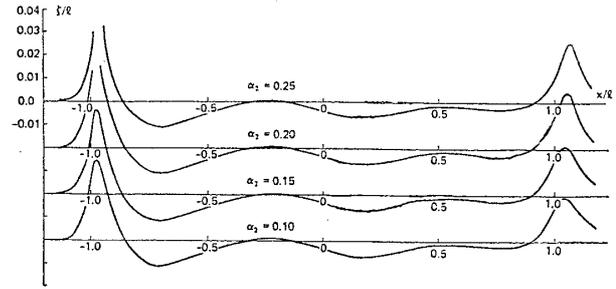


Fig. 6 The effect of relaxation factor α_2 on wave profile (Model A, $F_n=0.250$, $\alpha_1=0.50$, 4th step)

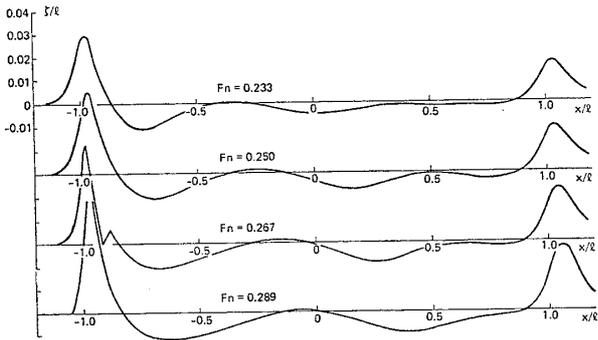


Fig. 7 The effect of Froude number on wave profile (Model A, $\alpha_1=0.50$, $\alpha_2=0.10$, 4th step)

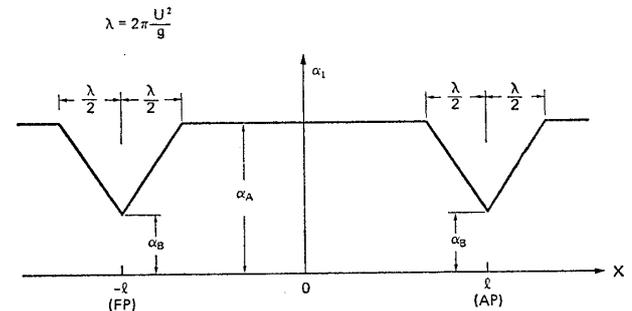


Fig. 8 Distribution of relaxation factor

かであり、その部分では繰り返し計算による波形の変化はほとんど見られない。

(2) 緩和係数 α_1 および α_2 の影響

非線形影響項に対する緩和係数 α_1 を変化させたときの船側波形の変化を Fig. 5 に示す。 $F_n (= U/\sqrt{gL}) = 0.25$ の場合であるが、 α_1 の増加とともに船首波の波頂が尖りはじめ、 $\alpha_1=1.0$ つまり補正を行わない場合には波頂付近で発散が起こる。船尾波も同様に α_1 の増加とともに波頂が尖りようになる。しかし船体中央部のゆるやかな波形は α_1 によって変化しないことがわかった。これは振幅の小さい波ではもともと非線形影響の寄与が小さいためである。

次に繰り返し計算の緩和係数 α_2 の値を変化させたときの波形の変化の一例を Fig. 6 に示す。 α_2 の減少とともに解の発散が弱まる傾向を示している。この場合でも波形の変化は船首尾波の波頂の部分に限られ、船体中央部の波形は α_2 によってほとんど変化しない。

(3) フルード数の影響

$\alpha_1=0.5$, $\alpha_2=0.1$ として F_n を変化させたときの船側波形を Fig. 7 に示す。 α_1, α_2 を一定とすると、 F_n の増加とともに船首波の部分で解が不安定になる。この船型の波紋観測によると、船首波に波崩れが見られ、それが F_n の増加とともに顕著になっている。 F_n の増加に

従って船首波の計算が発散する傾向は実際の現象とも対応している。

以上の結果を要約すると、 α_1 を 1.0 より小さくして非線形影響項の寄与を抑えることによって安定した解を得ることができる。また α_1 を一定とした場合、 F_n の増加とともに解は発散する傾向を示す。解が発散するところは常に船首波あるいは船尾波の波頂付近に限られ、船体中央部のゆるやかな波は線形自由表面条件に基づく結果とほとんど変わらないことがわかった。したがって計算技術的には船首尾端のごく一部分の流れの非線形影響を緩和させれば安定な解が得られることになる。Fig. 8 に示すように α_1 の値を船首尾端を中心とする円の内で変化させ、次式で与えることとする。

$$\alpha_1 = \begin{cases} \alpha_B + 2r(\alpha_A - \alpha_B)/\lambda & (0 \leq r \leq \lambda/2) \\ \alpha_A & (r > \lambda/2) \end{cases} \quad (48)$$

ここで r は $x = \pm l$ を中心とする半径で、 $\lambda = 2\pi U^2/g$ とする。前述の検討結果から、 $\alpha_A = 1.0$, $\alpha_B = 0.25$, $\alpha_2 = 0.1$ としたときの繰り返し計算による船側波形の変化を Fig. 9 に示す。また (43) (45) 式に従って造波抵抗を繰り返し計算ごとに求めた結果を Fig. 10 に示す。これらの結果から波形や造波抵抗は 4 回程度の繰り返し計算でほぼ一定値に近づくことがわかる。計算条件を同じくして F_n を変化させたときの船側波形を Fig. 11 に示す。同図には線形自由表面条件による波形も示しているが、それと比べて本方法による波形は船首波および船尾

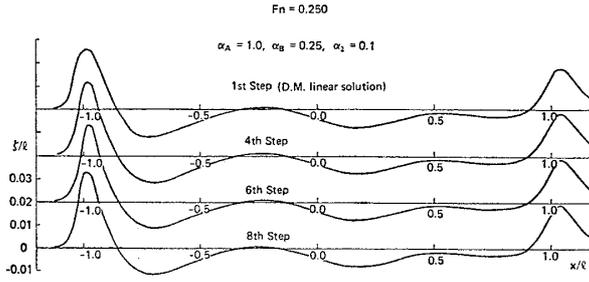


Fig. 9 Wave profile at each step of iteration process (Model A)

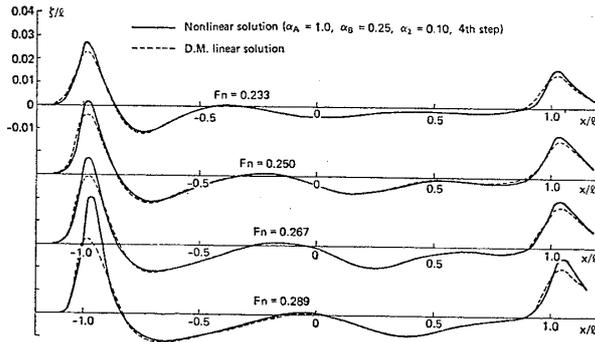


Fig. 11 Comparison of wave profile on the hull surface of Model A

波の波頂の部分に非線形性が現われ、その傾向は F_n の増加とともに顕著になる。

7 計算と実験との比較

前節の数値計算上の検討結果に従って、ここでは船側波形、船体表面上の圧力分布および造波抵抗などの計算と実験との比較を行う。前節の検討に用いた細長い船型 (Model A) のほかに、blunt な船首を有する船型 (Model B) についても実験と計算を行った。Model B の船首、船尾の水線面形状はそれぞれ楕円、放物線となっていて Table 2 に示す数式で表わされる。船体主要目を Table 1 に示す。Model B の船体表面および静水面上のパネル分割を Fig. 2 (下図) に示す。船体表面上の分割数は長さ方向に 28、吃水方向に 10 で合計 280、

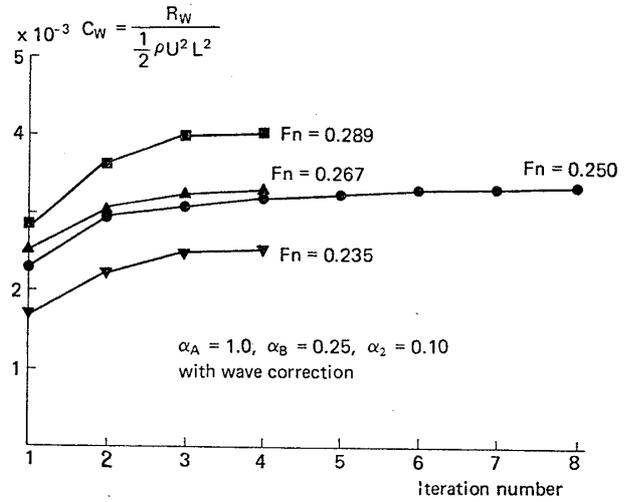


Fig. 10 Change of C_w value due to iteration number for Model A

静水面上では長さ方向に 47、幅方向に 9 で合計 423 である。

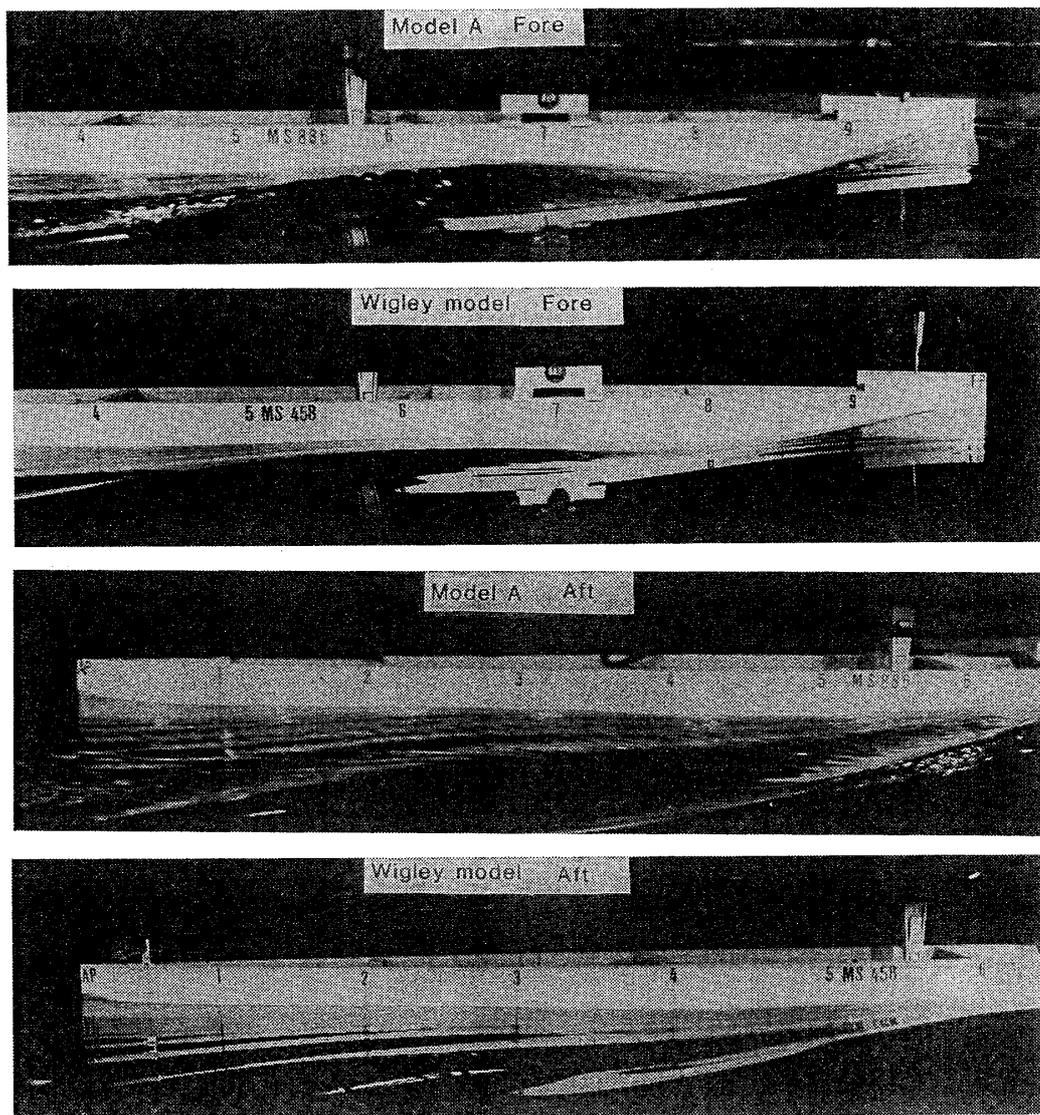
まず Model A について、曳航時の船側波形の写真を Fig. 12 に示す。図には比較のために Wigley 模型の船側波形も示すが、Wigley 模型に比べて船首波の波高が高く、波傾斜もかなり急である。Wigley 模型の起こす波には波崩れは観察されないが、Model A では船首波の crest line に沿って波崩れが観察される。船側波形の計算結果と実測値との比較を Fig. 13 に示す。また吃水のほぼ中間の水線 ($z/d = -0.52$) に沿った圧力分布の計算と実験との比較を Fig. 14 に示す。計算に用いた緩和係数はそれぞれ $\alpha_A = 1.0$ 、 $\alpha_B = 0.25$ 、 $\alpha_2 = 0.1$ で 4 回目の繰り返し計算の結果である。

船側波形の計算結果には船首波の急峻な立ち上がり

Table 2 Mathematical representation of half breadth y for Model B

	Elliptic form	Parallel part	Parabolic form
x	$-\frac{L}{2} \leq x \leq -\frac{L}{3}$	$-\frac{L}{3} \leq x \leq \frac{L}{6}$	$\frac{L}{6} \leq x \leq \frac{L}{2}$
$-\frac{d}{2} \leq z \leq 0$	$\frac{B}{2} \sqrt{1 - \frac{(x+L/3)^2}{(L/6)^2}}$	$\frac{B}{2}$	$\frac{B}{2} \left\{ 1 - \frac{(x-L/6)^2}{(L/3)^2} \right\}$
$-d \leq z \leq -\frac{d}{2}$	$\frac{B}{2} \sqrt{1 - \frac{(x+L/3)^2}{(L/6)^2} - \frac{(z+d/2)^2}{(d/2)^2}}$	$\frac{B}{2} \sqrt{1 - \frac{(z+d/2)^2}{(d/2)^2}}$	$\frac{B}{2} \left\{ 1 - \frac{(x-L/6)^2}{(L/3)^2} \right\} \sqrt{1 - \frac{(z+d/2)^2}{(d/2)^2}}$

L ; ship length B ; ship breadth d ; draft

Fig. 12 Wave profiles on the hull surface at $F_n=0.250$

現われていて、実測値の傾向とよく対応している。船体表面上の圧力分布も船側波形と似た傾向を示し、本計算法による結果は実測値と比較的よく一致している。

これらの図には Michell の理論によって計算した船体中心線面上の波形と圧力分布も示すが、波形や圧力分布の山谷の変化が実際より大きく、また位相が後方にずれている。したがって Michell の理論に比べて本計算法は実際に近い結果を与えている。船体まわりの波形の計算結果を鳥瞰図のかたちで Fig. 17 (上図) に示す。

次に Model B の場合で body plan に投影した船側波形および船体表面圧力をそれぞれ Fig. 15, Fig. 16 に示す。表面圧力は $z/d=-0.3$ の水線に沿う分布を示している。計算条件は Model A と同じで、 $\alpha_A=1.0$, $\alpha_B=0.25$, $\alpha_2=0.1$ で 4 回目の繰り返し計算の結果である。船体前半部での計算は実測値とよく一致しており、船首端での波形は一様流の水頭 ($=U^2/2g$) に一致し、圧力係数も 1.0 に近い。船体後半部、とくに船尾端

付近の波高と圧力の計算値は実測よりかなり大きくなっている。船尾における圧力の実測値はほぼ一定で $C_p \approx 0.0 \sim 0.05$ となっているが、これは剝離によるためと考えられる。本計算法には粘性の影響が考慮されていないので、船尾端付近の波や圧力が実測より高く計算されている。船体まわりの波形の計算結果を Fig. 17 (下図) に示す。

次に造波抵抗の計算について実験と比較検討する。まず Model A の船体表面上の圧力を積分して求めた造波抵抗を Fig. 18 に示す。図中 \triangle 印は線形自由表面条件 (DML) による解から圧力を次式によって計算した抵抗である。

$$p-p_0 = \frac{1}{2} \rho (U^2 - \phi_{0x}^2 - \phi_{0y}^2 - \phi_{0z}^2 - 2\phi_{0x}\phi_{1x} - 2\phi_{0y}\phi_{1y} - 2\phi_{0z}\phi_{1z}) \quad (49)$$

線形自由表面条件による結果は抵抗試験による造波抵抗よりかなり低い値となっている。非線形影響を考慮して

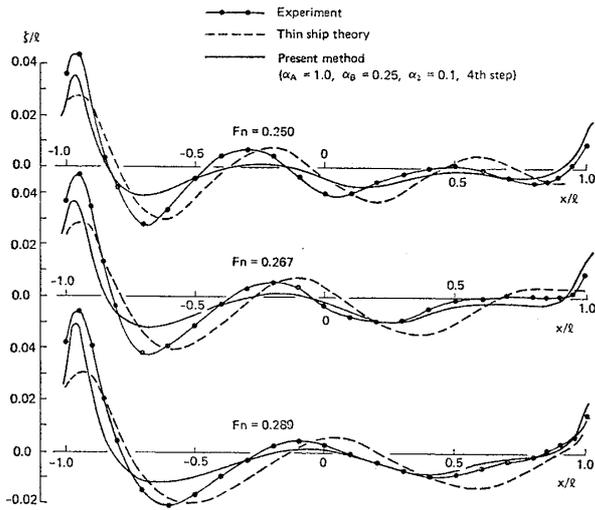


Fig. 13 Comparison of wave profiles of Model A

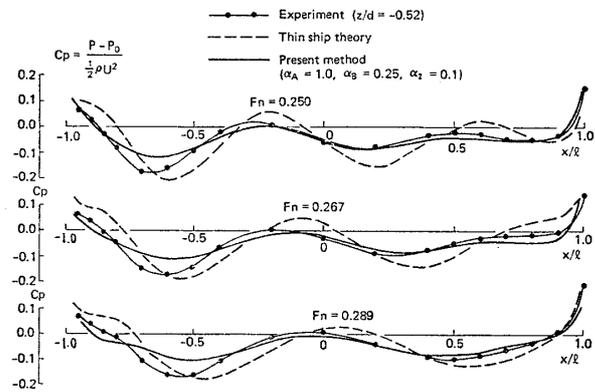


Fig. 14 Comparison of pressure distribution for Model A at $z/d = -0.52$

(42) (43) 式より求めた造波抵抗を○印で示す。非線形影響を考慮することによって造波抵抗は若干大きくなり、このことは船首波の波高が非線形影響によって高くなることに対応している。(45) 式の波高修正を施すことによって造波抵抗はさらに大きくなり(□印)、抵抗試験による結果に近づく傾向を示している。

次に Model B について造波抵抗の計算値と実験値との比較を Fig. 19 に示す。抵抗試験による造波抵抗が波形造波抵抗の倍以上あり、波崩れによる抵抗成分がかなり大きい船型である¹⁶⁾。

線形自由表面条件に基づく造波抵抗を△印で示す。Fig. 16 に示した圧力分布を用いて計算した造波抵抗を□印で示す。非線形影響を取り入れることによって、造波抵抗は抵抗試験による結果に一致するようになる。本計算では波崩れ現象そのものを推定することはできないが、緩和係数を用いて解を安定させることによって、波崩れを伴う船型に対しても造波抵抗をある程度の精度で

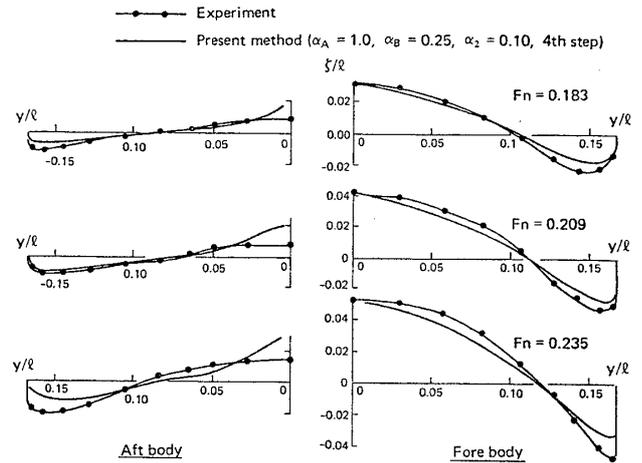


Fig. 15 Comparison of wave profiles for Model B

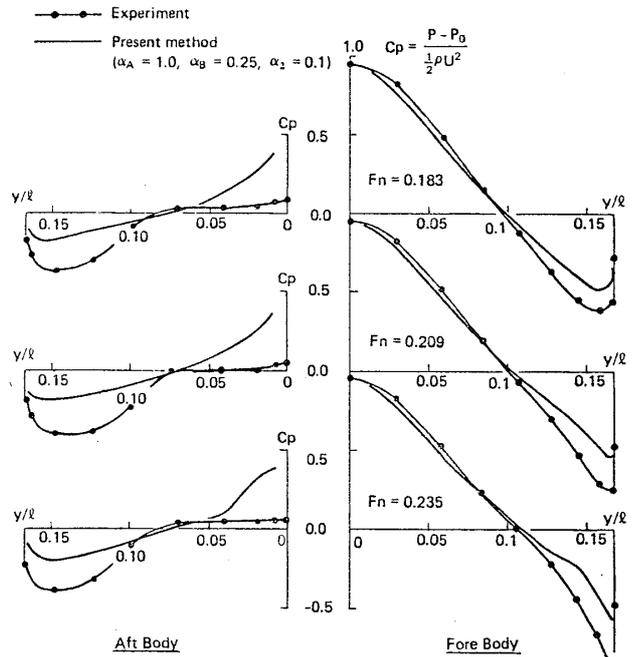


Fig. 16 Comparison of pressure distribution for Model B at $z/d = -0.3$

推定できるものとする。

8 結 言

本研究において、水面の非線形性を考慮に入れて任意船型のまわりの自由表面流れを求める方法を示した。数値例として簡単な船型について自由表面形状、船体表面上の圧力分布、造波抵抗を求め、実験値との比較を行い次のような結論を得た。

(1) 本方法による計算結果は、実験結果とかなり良好な一致が見られ、任意船型に対する計算法として本方法の実用性が確かめられた。

(2) 非線形影響項に対する緩和係数 α_1, α_2 の採用により、繰り返し計算を安定して行うことができた。このうち α_1 は船首尾における水面の高い盛り上りによる不安定性を抑制する役割を持ち、船首尾の波崩れと密接な関連性がある。したがって $\alpha_1 < 1$ なる係数は、船首

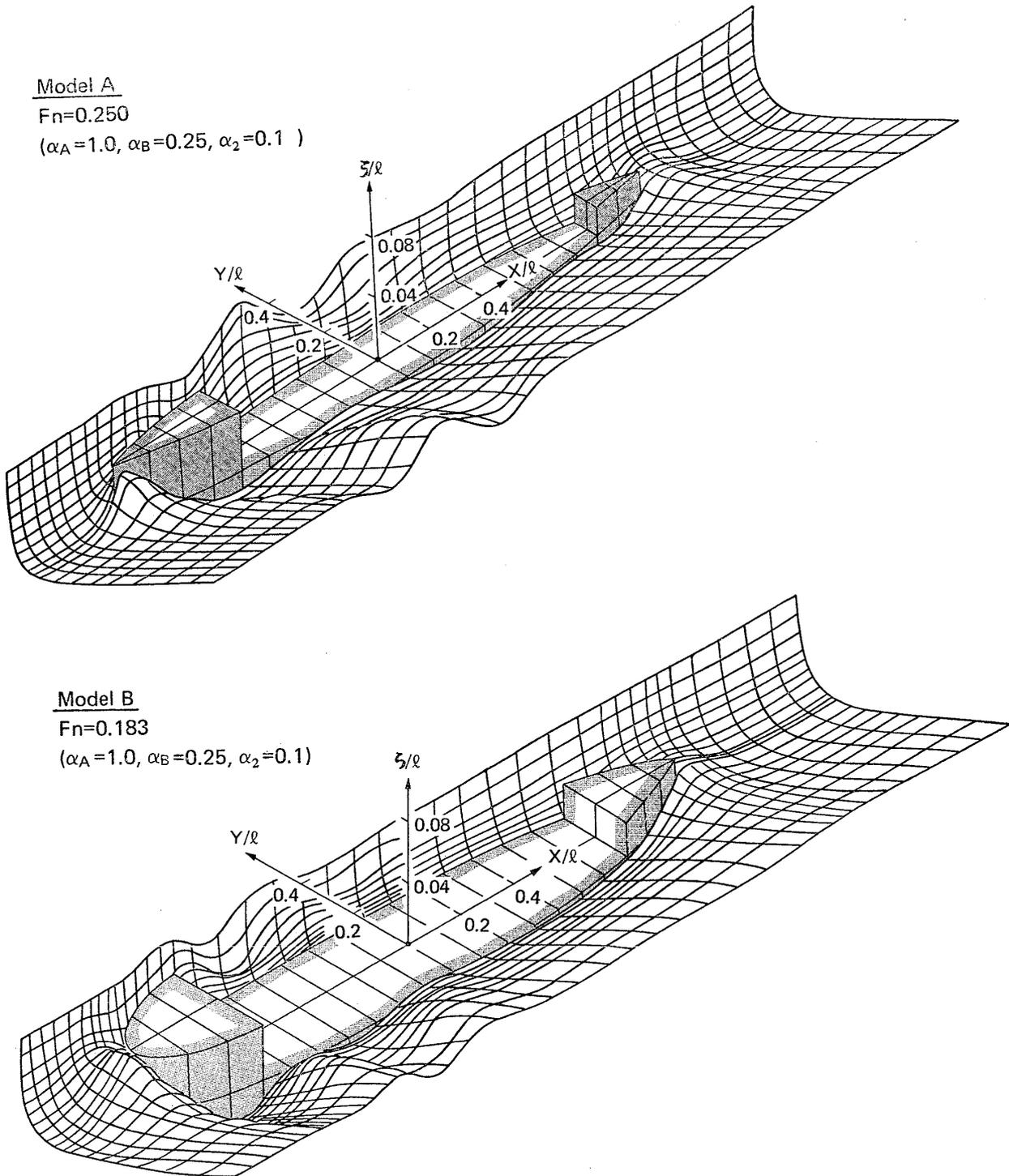


Fig. 17 Computed wave patterns around mathematical hulls

尾端近くの局所的範囲で適用すれば十分である。

(3) 細長い船型 (Model A) および blunt な船首を持つ船型 (Model B) において、船側波形、圧力分布、造波抵抗の計算値は実験結果と概ね良好な一致を示すが、Model B の船尾付近では剥離の影響により差が認められる。

(4) 本方法による波形の計算結果を線形理論による結果と比較すると、非線形影響の特徴である船首尾付近の水面の高く尖った波頂が明瞭に現われている。一方、

船体中央部の波形では非線形影響は少ないが、Michell の理論に比べると波の位相が前方に寄り、実測波形の傾向と一致する。

(5) 非線形影響を考慮した造波抵抗の計算値は線形自由表面条件 (DML) に基づく計算結果よりもかなり高くなる。

今回の数値計算は横浜国立大学電子計算機センター、リモートステーションを介して東京大学大型電子計算機

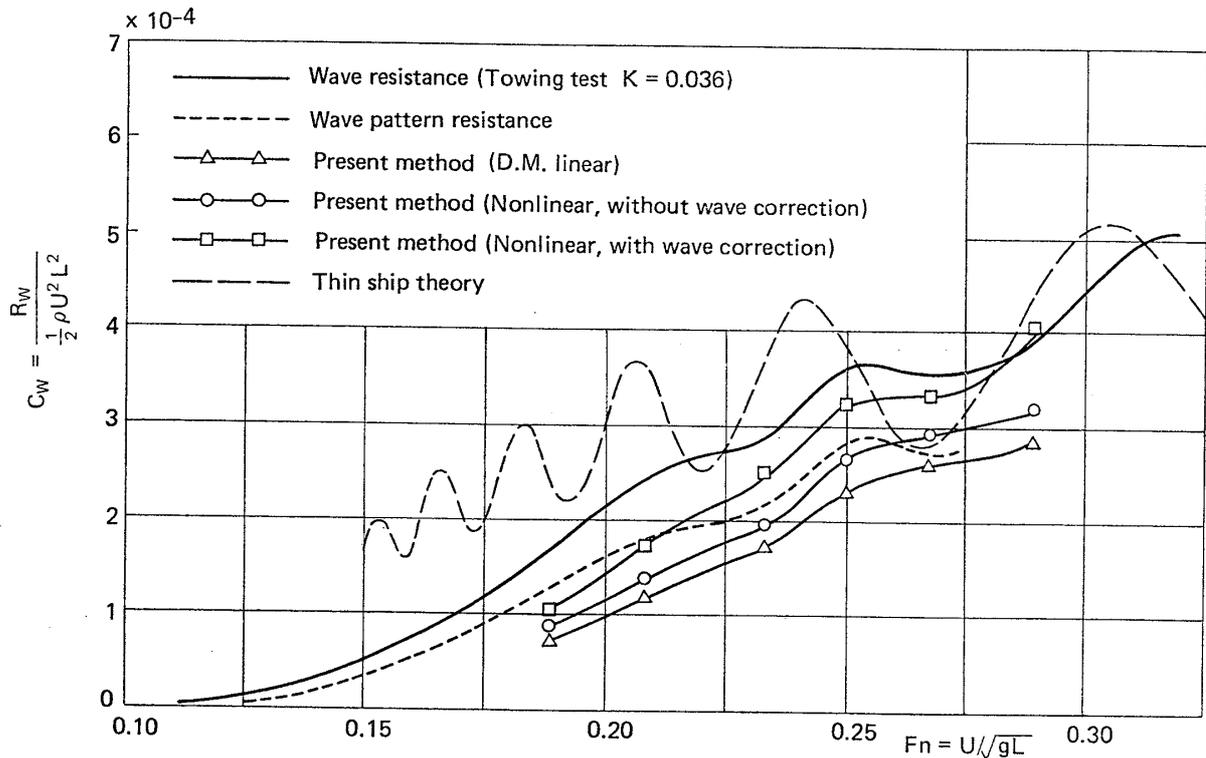


Fig. 18 Comparison of wave resistance of Model A

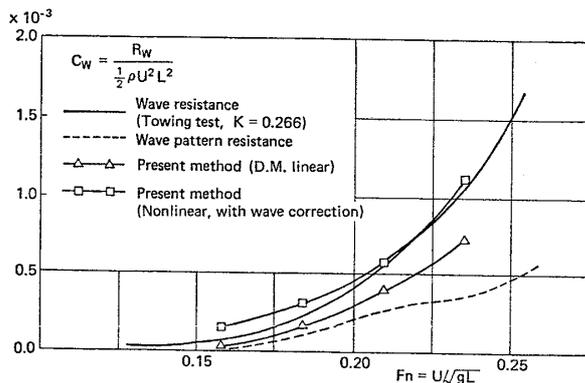


Fig. 19 Comparison of wave resistance of Model B

センターの HITAC M-280 H を用いて行われた。なお本研究の一部は文部省科学研究費の補助を受けたことを付記する。

最後に本研究に対して貴重な御意見を賜った長崎総合科学大学神中龍雄教授に謝意を表します。また熱心なご支援とご助言をいただいた石川島播磨重工業(株)技術研究所の田崎亮副所長、並松正明技師長、山崎禎昭推進性能部長ならびに堤孝行課長に謝意を表します。本計算のプログラムの作成にあたりご協力をいただいた横浜国立大学、船舶海洋工学科の鈴木和夫、岡田巧 両氏に感謝いたします。

参考文献

1) Michell, J. H., The wave resistance of ship,

Phil. Mag. 45 (1898).

- 2) Wehausen, J. V., An approach to thin ship theory, Int. Seminar on Theoretical Wave Resistance, Ann Arbor (1963).
- 3) Maruo H., A note on the higher order theory of thin ship, Bulletin of Fac. Eng. Yokohama Nat. Univ. vol.15 (1966).
- 4) Eggers, K. W. H., Second order contributions to ship waves and wave resistance, 6th Symp. Naval hydrodynamics, Washington D. C. (1966).
- 5) Ogilvie, T. F., Wave resistance, the low speed limit, Rep. No.002, Dept. of Nav. Arch. Marine Eng. Univ. of Michigan (1968).
- 6) Baba, E., Takekuma, K., A study on free surface flow around bow of slowly moving full form, J. of Soc. Nav. Arch. of Japan, Vol.137 (1975).
- 7) Maruo, H., Suzuki, K., Wave resistance of a ship of finite beam predicted by the low speed theory, J. of Soc. Nav. Arch. of Japan, vol.142 (1977).
- 8) Dawson, C. W., A practical computer method for solving ship wave problems, 2nd Int. Conf. Numerical Ship Hydrodynamics, Berkeley (1977).
- 9) 荻原誠功: Rankine source による船体まわりの流れの近似計算法, 関西造船協会誌, 第 190 号 (1983).
- 10) Chan, R. K. C., Chan, F. W. K., Numerical solution of transient and steady free surface flow about a ship of general hull shape, 13

- th Symp. Naval Hydrodynamics, Tokyo (1980).
- 11) Aoki, K., Miyata, H., Masuko, A., Kajitani, H., A numerical analysis of nonlinear waves generated by ships of arbitrary waterline (1st report), J. of Soc. Nav. Arch. of Japan, vol.154 (1983).
 - 12) Gadd, G. E., A method of computing the flow and surface wave pattern around full forms, Trans. R. I. N. A., vol.118 (1976).
 - 13) Daube, O., Dulien, A., A numerical approach of the nonlinear wave resistance problem, 3rd Int. Conf. Numerical Ship Hydrodynamics, Paris (1981).
 - 14) 荻原誠功: 二次元没水体による定常波の非線形計算法, 日本造船学会論文集, 第156号 (1984).
 - 15) Hess, J. L., Smith, A. M. O., Calculation of nonlifting potential flow about arbitrary three dimensional bodies, J. of Ship Research, vol.8 no.2 (1968).
 - 16) 荻原誠功, 増子 章, 佐藤隆一, 堤 孝行: 波崩れを伴う船首流場に関する実験, 関西造船協会誌, 第194号 (1984).
-