（昭和 61 年 5 月　日本造船学会春季講演会において講演）

境界要素法の直接法によるプロペラまわりの三次元流れ解析

（第 2 報：定常な船尾伴流中）

正員　凌　志　浩*　正員　佐々木康夫*
正員　高橋通雄**

Analysis of Three-Dimensional Flow around Marine Propeller by Direct Formulation of Boundary Element Method

(2nd Report: in Steady Ship's Wake)

by Zhihao Ling, *Member*　Yasuo Sasaki, *Member*
Michio Takahashi, *Member*

Summary

The direct formulation of boundary element method (BEM) based on the thick wing theory, which is expected to be a more accurate method than lifting surface theory, to the analysis of three-dimensional flow around the marine propeller in uniform flow has been presented at the 1st report for the need of more accurate prediction of pressure distribution acting on the surface of the propeller blade.

In the present paper, BEM formulation is extended to the marine propeller in steady ship's wake. The present method is applied to the analysis of flowfields around conventional propeller and highly skewed propeller. The result is compared with that of the lifting surface theory (LST), and the usefulness of the present method for the problem of marine propeller in steady ship's wake is verified.

記　号

本報告で使用する記号の意味は下記の通りである。

(x, y, z)：プロペラに固定した直交動座標系(Fig. 1 参照)

(X, Y, Z)：絶対静止座標系（Fig. 1 参照）

(x, r', θ)：プロペラに固定した円柱動座標系(Fig. 1 参照)

a：後流渦面 S_W のピッチ角 $\beta_W(r')$ を決定する常数

b：後流渦面 S_W 上の流体粒子の x 軸方向の平均速度を決定する常数

$a_j(r'), b_j(r'), c_j(r'), d_j(r'), e_j(r'), f_j(r')$：船尾伴流のフーリエ係数

C：コード長さ

C_P：無次元圧力係数

$\hat{C}_P$：P点における境界の立体角

D：プロペラ直径

$e_x, e_y, e_z, e_{r'}, e_\theta$：単位ベクトル（Fig. 1 参照）

F_y, F_z：y, z 軸方向の力

F_Y, F_Z：水平，鉛直側力

$\boldsymbol{I}$：ロータルピ

$J=V_a/nD$：プロペラ前進係数

$\bar{J}=\bar{V}_{a\mathrm{mean}}/nD$：平均プロペラ前進係数

$K_T=T/\rho n^2D^4$：スラスト係数

$K_Q=Q/\rho n^2D^5$：トルク係数

M_y, M_z：y, z 軸まわりのモーメント

M_Y, M_Z：垂直面，水平面モーメント

MR, MC：計算モデルの半径方向，弦方向の分割数

M：境界 S_A の要素総数

$n=\Omega/2\pi$：単位時間のプロペラ回転数

N：境界 S_A の節点総数

$\boldsymbol{n}(\alpha, \beta, \gamma)$：流体内部に向けて立てた単位法線ベクトル

*　（財）日本海事協会技術研究所
**　研究当時　（財）日本海事協会技術研究所

P：圧力

P_{TE}：プロペラ翼後縁上の点

P_{wake}：後流渦面 S_W 上の点

P_∞：無限遠方の圧力

Q：トルク

r：点 $P(x,y,z)$ と点 $Q(x_1,y_1,z_1)$ 間の距離

R：プロペラ半径

S_A：プロペラ表面

S_W：後流渦面

$S=S_A+S_W$：計算モデルの全境界面（閉曲面）

t：時刻

T：スラスト

V_a：プロペラ前進速度

$\bar{V}_{ar'}$：半径 r' におけるプロペラ翼素の平均前進速度

$\bar{V}_{a\text{mean}}$：プロペラ回転面における $\bar{V}_{ar'}$ の面積平均

V_S：船の前進速度

$\vec{V}_{ab}=\vec{V}_W+\vec{V}$：絶対速度ベクトル

$\vec{V}_W(-v_{Wx},-v_{Wr'},-v_{W\theta})=\vec{V}_W(v'_{Wx},v'_{Wy},v'_{Wz})$：船尾伴流速度（Fig. 1 参照）

$\vec{V}(u,v,w)$：撹乱速度ベクトル

W_X：X 軸方向伴流係数

$\vec{W}(\bar{u},\bar{v},\bar{w})$：相対速度ベクトル

$\beta_{r'}$：半径 r' におけるプロペラ翼素の face line のピッチ角

$\beta_W(r')$：半径 r' の後流渦ら線のピッチ角

$\eta=TV_a/Q\Omega$：プロペラ効率

θ_0：G. L. 回転角（Fig. 1 参照）

$\theta_{W0.7}$：後縁から計った $0.7R$ の後流渦ら線のら線回転角

$\Delta\theta_{W0.7}$：$0.7R$ の後流渦ら線を含む任意な要素のら線回転角

$\phi=\phi_0+\phi_S+\phi_T$：速度ポテンシャル，添字 $_0$ は時間不変成分，S は定常な周期変動成分，T は過渡成分

$\hat{\phi}_j$：速度ポテンシャルの j 次複素振幅

$\hat{\phi}_{j+},\hat{\phi}_{j-}$：Back 面後縁，Face 面後縁における速度ポテンシャルの j 次複素振幅

$\Delta\phi(P_{\text{wake}},t)$：時刻 t のとき後流渦面 S_W 上の点 P_{wake} における上下面での速度ポテンシャルの差

$\Delta\phi(P_{TE},t)$：時刻 t のとき後縁上の点 P_{TE} における翼の Back 面と Face 面のポテンシャルの差

ρ：密度

τ：流体粒子が点 P_{TE} から点 P_{wake} に到達するまでに要した時間

Ω：プロペラ回転角速度

1 緒　　言

第1報[1]で述べたように，自動車運搬船など高速船型に用いられるピッチ比が0.8以上の Conventional Propeller（以下 CP と略記する）に生じた翼根部の疲労き裂発生の問題や，Highly Skewed Propeller（以下HSP と略記する）多用化に伴うより正確な翼応力分布の把握の必要性等が生じたため，一層正確な翼強度評価を行うことが急務となってきた。そのため，荷重である翼面圧力分布を精度よく解析することが必要になった。

そこで，従来のプロペラ理論である揚力面理論（薄翼理論であり，以下 LST と略記する）と比較してより精度の高い三次元流れ解析が可能と期待される境界要素法の直接法（厚翼理論であり，以下 BEM と略記する）に基づくプロペラまわりの三次元流れ解析を行った。第1報[1]では BEM を均一流中のプロペラに適用し，従来の揚力面理論と比較した結果，圧力分布や速度分布などの局部的特性を除き，それらの翼面積分値であるスラスト係数やトルク係数などについてはほぼ一致をみた。

本報では，より一層実船状態に近づけるために，定常な船尾伴流中のプロペラに対する BEM 解析の定式化，CP や HSP への適用，および花岡・小山の方法[2]との比較について報告する。

2 定常な船尾伴流中におけるプロペラ問題の定式化およびプロペラ性能の計算

問題の定式化に際し，次の3つの仮定を設ける。

仮定　i）流れは非粘性でプロペラに固定した動座標系に対して広義の非圧縮（時間的・空間的に密度が一定）ポテンシャル流れである。

仮定　ii）船尾伴流は定常で，伴流の不均一性は弱く，かつ無限遠方に位置しているとする。このとき，船尾伴流速度 $\vec{V}_W$ はフーリエ級数に展開することができ，x 軸の負の方向に対し右まわりに一定角速度 Ω で回転する動座標系 (x,r',θ) および (x,y,z) に対して次式で表わされる。

$$\left.\begin{aligned}
\vec{V}_W&=-v_{Wx}e_x-v_{Wr'}e_{r'}-v_{W\theta}e_\theta\\
&=v'_{Wx}e_x+v'_{Wy}e_y+v'_{Wz}e_z\\
&\text{ここで}\\
v_{Wx}&=v_{Wx_0}(r')\\
&\quad+Re\sum_{j=1}^{\infty}[a_j(r')+ib_j(r')]e^{-ij(\theta-\Omega t)}\\
v_{Wr'}&=v_{Wr_0'}(r')\\
&\quad+Re\sum_{j=1}^{\infty}[c_j(r')+id_j(r')]e^{-ij(\theta-\Omega t)}
\end{aligned}\right\}\quad(1)$$

$$v_{W\theta}=v_{W\theta_0}(r')+Re\sum_{j=1}^{\infty}[e_j(r')+if_j(r')]e^{-ij(\theta-\Omega t)}$$

仮定 iii) プロペラの後流渦面 S_W は条件『後流渦面 S_W では上下面の圧力差が存在しない，すなわち，後記後流渦面 S_W 上の上下面のポテンシャルの差 $\Delta\phi(P_{\mathrm{wake}},t)$ が点 P_{wake} における流体の平均速度で動く』を満足するように繰り返し計算により求めるべきであるが，ここでは，伴流の不均一性が弱いとの仮定により，後流渦面 S_W の幾何学的位置の時間的変化を無視する。したがって，後流渦面 S_W は，簡単のため，各半径 r' におけるプロペラ翼素の face line のピッチ角 $\beta_{r'}$ および平均前進速度 $\bar{V}_{ar'}$ により決定されるピッチ角 $\beta_W(r')$ からなるらせん面上にあると仮定する。なお，$\beta_W(r')$ は次式のように定義した。

$$\beta_W(r')=\tan^{-1}[a\{\tan\beta_{r'}+\bar{V}_{ar'}/\Omega r'\}] \tag{2}$$

ここで，a は定常計算[1]のときと同様な値とした。すなわち

$a=0.45$ (CP)

$\quad 0.50$ (HSP)

プロペラが無限流体中において，Fig. 1 に示すように x 軸の負の方向に対し右まわりに一定角速度 Ω で回転しながら，x 軸の負の方向に船とともに V_S で直進しているものとする。絶対速度ベクトル $\vec{V}_{ab}$ を次式で表わしたとき，

$$\vec{V}_{ab}=\vec{V}_W+\vec{V} \tag{3}$$

撹乱速度ベクトル $\vec{V}(u,v,w)$ に対して，プロペラに固定した直交動座標系 (x,y,z) に関する速度ポテンシャル ϕ を次式のように定義すると

$$\vec{V}=\nabla\phi(x,y,z) \tag{4}$$

広義の非圧縮性の仮定により連続方程式は

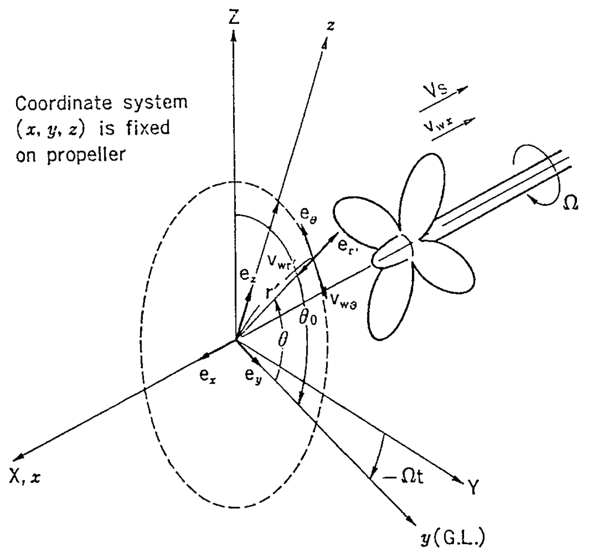


Fig. 1 Coordinate systems

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\phi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\phi}{\partial z^2}=0 \tag{5}$$

となる。結局問題は次の境界条件の下で（5）式を解くことに帰着する。

境界条件1 流れはプロペラ表面 S_A に沿っている。すなわち，S_A 上で

$$\vec{V}_W\cdot\boldsymbol{n}+\frac{\partial\phi}{\partial n}=(-V_S e_x-\Omega r' e_\theta)\cdot\boldsymbol{n} \tag{6}$$

が成立する。ここで，$\boldsymbol{n}$ は S_A 上で流体内部に向けて立てた単位法線ベクトル，e_x, e_θ, r' はそれぞれ単位ベクトルおよび x 軸まわりの回転半径である（Fig. 1 参照）。

境界条件2 時刻 t のとき，後流渦面 S_W 上の点 P_{wake} における上下面のポテンシャルの差 $\Delta\phi(P_{\mathrm{wake}},t)$ は，翼の後縁における ϕ の連続性により

$$\Delta\phi(P_{\mathrm{wake}},t)=\Delta\phi(P_{TE},t-\tau) \tag{7}$$

として求められる。ここで，$\Delta\phi(P_{TE},t)$ は時刻 t のとき後縁上の点 P_{TE} における翼の Back 面と Face 面のポテンシャル差であり，τ は流体粒子が点 P_{TE} から点 P_{wake} に到達するまでに要した時間を意味する。定常な船尾伴流の場合，ϕ から初期条件による過渡成分 ϕ_T および定常成分のうち時間不変成分 ϕ_0 を除いた定常な周期変動成分 ϕ_S は，複素振幅 $\hat{\phi}_j$ を使って次式のように書き表わすことができる。

$$\phi=\phi_0+\phi_S+\phi_T \tag{8}$$

$$\phi_S=Re\sum_{j=1}^{\infty}\hat{\phi}_j(x,y,z)e^{ij\Omega t} \tag{9}$$

したがって，（7）式より各周期 j に対して次式が成立する。

$$\Delta\hat{\phi}_j(P_{\mathrm{wake}})=\Delta\hat{\phi}_j(P_{TE})e^{-ij\Omega\tau} \tag{7$'$}$$

計算ではプロペラの縮流および加速効果を考慮して，τ を次式で近似する。

$$\tau\doteqdot|x_{\mathrm{wake}}-x_{TE}|/bV_S \tag{10}$$

ここで b の値を，1.0～1.5 の間で数ケースとって数値実験を行った結果，計算結果に顕著な違いが認められなかったので，平均的な代表値として $b=1.1$ とした。なお，プロペラの場合，ここで述べる後縁における条件のみでは，後流渦の位置 S_W が正しく仮定されていないこと，およびプロペラ表面 S_A として原翼型表面に境界層の排除厚さを考慮したいわゆる見掛け翼型[3]を採用していないために，Kutta の条件を満足する解を得ることができない。そのため，後記（13）式における左辺第3項の後流渦面 S_W に関する積分で，正しい後流渦面 $S_{W\,\mathrm{true}}$ によるこの項の積分値を推定する意味で，便宜的に $\Delta\hat{\phi}_j$ を未知数として直接探索法であるシンプレックス法により，Kutta の条件が満足されるまで繰り返し計算を行う。また Kutta の条件として後縁で翼の Face 面と Back 面の速さが等しくなるという条件を次の2式で近似した。

$$\left.\begin{aligned}|\mathrm{Re}(\nabla\hat{\phi}_{j+})|^2&=|\mathrm{Re}(\nabla\hat{\phi}_{j-})|^2\\|\mathrm{Im}(\nabla\hat{\phi}_{j+})|^2&=|\mathrm{Im}(\nabla\hat{\phi}_{j-})|^2\end{aligned}\right\}\qquad(11)$$

境界条件3　無限遠方では流れは船尾伴流 $\vec{V}_W$ であり，かつ開領域の Green の公式の成立条件により

$$\phi=0\qquad(12)$$

となる。

以上のように定式化された問題で，境界 S_A, S_W に対して直接 Green の公式を適用するか，またはポテンシャル問題に対する重みつき残差法を用いて，重み関数に基本解 $1/r$ を採用することにより，伴流の各 j 次周期成分に対して，次の複素振幅 $\hat{\phi}_j$ に関する第2種の Fredholm 型積分方程式を得る。

プロペラ表面 S_A 上の点 $P(x, y, z)$ で

$$\begin{aligned}&\hat{C}_P\hat{\phi}_j(P)-\oint\!\!\!\oint_{S_A}\hat{\phi}_j\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{1}{r}\right)dS\\&-\oint\!\!\!\oint_{S_W}\Delta\hat{\phi}_j(P_{\mathrm{wake}})\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{1}{r}\right)dS\\&=-e^{-ij\theta}\oint\!\!\!\oint_{S_A}[\{a_j(r')+ib_j(r')\}e_x\\&+\{c_j(r')+id_j(r')\}e_{r'}\\&+\{e_j(r')+if_j(r')\}e_\theta]\cdot n\frac{1}{r}dS\qquad(13)\end{aligned}$$

ここで，境界 $S(S=S_A+S_W$, S_A：プロペラ境界面，S_W：後流渦面) 上の任意点を $Q(x_1, y_1, z_1)$ とするとき，各記号の意味は次の通りである。

$r=\sqrt{(x-x_1)^2+(y-y_1)^2+(z-z_1)^2}$

$r'=\sqrt{y_1{}^2+z_1{}^2}$

$\hat{C}_P$：P点における境界の立体角

$\oint\!\!\!\oint$：CAUCHY の主値積分

次に，ポテンシャル流の仮定により，運動方程式から圧力Pを求めるためのロータルピ$\boldsymbol{I}$に関する次の関係式が導かれる。

$$\begin{aligned}\boldsymbol{I}&=P/\rho+gZ+(v'_{Wx}+u+V_S)^2/2+(v'_{Wy}+v-\Omega z)^2/2\\&\quad+(v'_{Wz}+w+\Omega y)^2/2-\Omega^2(y^2+z^2)/2\\&=-\frac{\partial\phi}{\partial t}+f(t)\qquad(14)\end{aligned}$$

(14) 式を使って無次元圧力係数 C_P，スラスト $T(-F_x)$，トルク $Q(M_x)$，水平側力 F_Y，鉛直側力 F_Z，垂直面モーメント M_Y および水平面モーメント M_Z は，それぞれ動座標系に対する相対速度 $\vec{W}$，およびプロペラ境界面 S_A の外向き単位法線ベクトル $\boldsymbol{n}=(\alpha,\beta,\gamma)$ を使い，次のように表示することができる。

$$\begin{aligned}\vec{W}&=(\bar{u},\bar{v},\bar{w})=(v'_{Wx}+u+V_S, v'_{Wy}+v-\Omega z, v'_{Wz}\\&\quad+w+\Omega y)\qquad(15)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}C_P&=(P-P_\infty)\Big/\frac{\rho}{2}[\bar{V}^2{}_{a\,\mathrm{mean}}+\Omega^2(y^2+z^2)]\\&=\Big[(v'_{Wx}+V_S)^2+(v'_{Wy}-\Omega z)^2+(v'_{Wz}+\Omega y)^2\\&\quad-|\vec{W}|^2-2\frac{\partial\phi}{\partial t}\Big]\Big/[\bar{V}^2{}_{a\,\mathrm{mean}}+\Omega^2(y^2+z^2)]\qquad(16)\end{aligned}$$

$$T=\iint_{S_A}P\boldsymbol{n}\cdot e_x dS\qquad(17)$$

$$Q=\iint_{S_A}P(\beta z-\gamma y)dS\qquad(18)$$

$$F_Y=F_y\cos(-\Omega t)-F_z\sin(-\Omega t)\qquad(19)$$

$$F_Z=F_y\sin(-\Omega t)+F_z\cos(-\Omega t)\qquad(20)$$

$$M_Y=M_y\cos(-\Omega t)-M_z\sin(-\Omega t)\qquad(21)$$

$$M_Z=M_y\sin(-\Omega t)+M_z\cos(-\Omega t)\qquad(22)$$

ここで

$$F_y=\iint_{S_A}-P\boldsymbol{n}\cdot e_y dS\qquad(23)$$

$$F_z=\iint_{S_A}-P\boldsymbol{n}\cdot e_z dS\qquad(24)$$

$$M_y=\iint_{S_A}P(\gamma x-\alpha z)dS\qquad(25)$$

$$M_z=\iint_{S_A}P(\alpha y-\beta x)dS\qquad(26)$$

以上の定式化に対し第1報と同様な BEM による離散化を行った[1]。なお，後流渦の長さは，$0.7R$ の後流渦ら線長さがプロペラ直径の 7.5 倍（後縁からのら線回転角 $\theta_{W0.7}$ で 1200° 相当）になるように決定し，その要素分割方法は次式によった。

$$\left.\begin{array}{l}0<\theta_{W0.7}\leq 60^\circ\ \text{のとき}\ \Delta\theta_{W0.7}=1.5^\circ\\60<\theta_{W0.7}\leq 120^\circ\ \text{のとき}\ \Delta\theta_{W0.7}=2.0^\circ\\120^\circ<\theta_{W0.7}\leq 180^\circ\ \text{のとき}\ \Delta\theta_{W0.7}=3.0^\circ\\180^\circ<\theta_{W0.7}\leq 360^\circ\ \text{のとき}\ \Delta\theta_{W0.7}=3.75^\circ\\360^\circ<\theta_{W0.7}\leq 540^\circ\ \text{のとき}\ \Delta\theta_{W0.7}\leq 5.0^\circ\\540^\circ<\theta_{W0.7}\leq 1200^\circ\ \text{のとき}\ \Delta\theta_{W0.7}=6.0^\circ\\\quad\text{ここで}\Delta\theta_{W0.7}\ \text{は}\ 0.7R\ \text{の後流渦ら線を}\\\quad\text{含む任意な要素のら線回転角}\end{array}\right\}\ (27)$$

また，$0.7R$ の後流渦ら線を含まない後流渦要素分割は，要素節点の x 座標が対応する $0.7R$ のら線を含む要素の節点 x 座標と等しくなるように要素分割した。

3 調和伴流中におけるプロペラの計算結果と考察

計算例として選んだプロペラは第1報[1] と同様，練習船青雲丸の CP および HSP[4] で，要目を Table 1 に示す。Fig. 2，Fig. 3 にそれぞれ CP，HSP の計算モデルの要素分割投影図を示す（半径方向分割数 $MR=7$，弦方向分割数 $MC=10$，節点総数 $N=1017$，要素総数 $M=1890$）。なお，計算モデルでは，閉曲面を構成する必要から，ボス部の前後に回転だ円体（短軸，長軸の比 3：10）を付加しているが，Fig. 2，Fig. 3 では煩雑を避けるため，回転だ円体の部分を図示していない。

Table 1 Principal particular of model propellers

Type	CP	Tip Unloaded HSP
Diameter of Propeller	3600mm	
Pitch Ratio (Mean)	0.950	0.920
Expanded Area Ratio	0.650	0.700
Boss Ratio	0.1972	
Number of Blades	5	
Blade Thickness Ratio	0.0442	0.0496
Mean Blade Width Ratio	0.2465	0.2739
Skew Angle	10.5°	45.0°
Rake Angle	6.0°	−3.03°
Blade Section	MAU	Modified SRI-B
Material	AlBC3(Ni-Al-Bronze)	

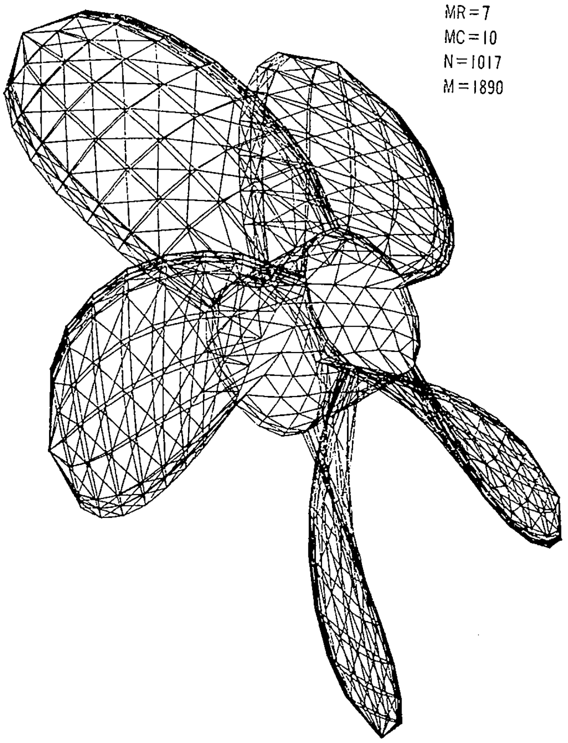


Fig. 2 Mesh division of conventional propeller

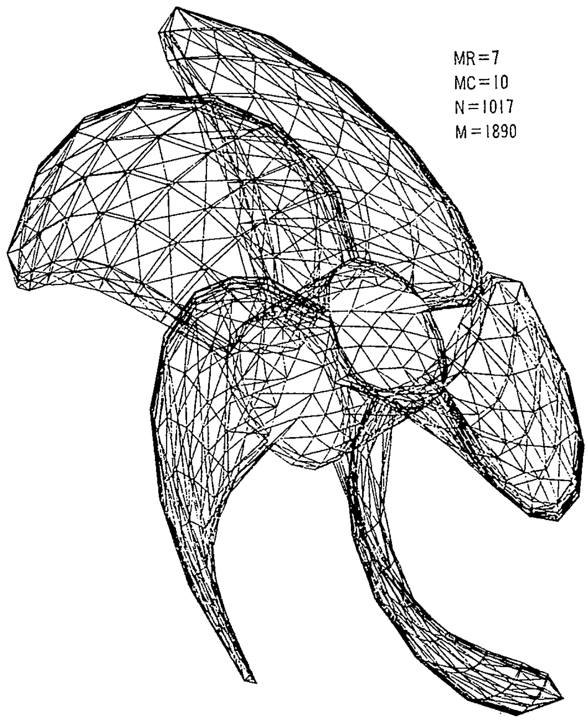


Fig. 3 Mesh division of highly skewed propeller

Table 2 Comparison of propeller performance (CP, 0.3+0.3 cos $n\theta$)

CP, $\bar{J}$=0.461 Vs=6.454(m/s) N=163.5 (rpm)	PRESENT steady $\overline{W_X}$=Mean (W_X)	PRESENT unsteady W_X=0.3+0.3 cos $n\theta$	KOYAMA unsteady W_X=0.3+0.3 cos $n\theta$
THRUST CO. K_T	0.288	0.275	0.306
TORQUE CO. K_Q	0.0401	0.0377	0.0414
EFFICIENCY η	0.527	0.535	0.542

Table 3 Comparison of propeller performance (HSP, 0.3+0.3 cos $n\theta$)

HSP, $\bar{J}$=0.461 Vs=6.454(m/s) N=163.5 (rpm)	PRESENT steady $\overline{W_X}$=Mean (W_X)	PRESENT unsteady W_X=0.3+0.3 cos $n\theta$	KOYAMA unsteady W_X=0.3+0.3 cos $n\theta$
THRUST CO. K_T	0.257	0.250	0.278
TORQUE CO. K_Q	0.0352	0.0324	0.0366
EFFICIENCY η	0.536	0.566	0.556

3.1 プロペラ特性

Table 2, Table 3 にそれぞれ調和伴流中（計算例として $W_X=0.3+0.3\cos n\theta : n=1\sim8$, 平均プロペラ前進係数 $\bar{J}=0.461$ とした）における BEM および小山の計算方法による CP, HSP のプロペラ特性を示す。表中には平均伴流係数 $\overline{W}_X$（式（1）で $a_j=b_j=0$）に対する BEM の定常計算結果も併記している。なお，各計算とも粘性は考慮されていない。表から小山の計算方法と比較して，スラスト係数およびトルク係数はともに小さいが，プロペラ効率はよく対応していると考えられる。

3.2 1翼に働くスラスト変動

Fig. 4 および Fig. 5 にそれぞれ前記調和伴流中における BEM および小山の計算方法による CP, HSP の1翼に働くスラスト変動を示す。変動波形は G. L. の回転位置に対してプロットされている。図から小山法の計算と比較して，BEM のスラスト変動振幅はおおむね大きい。また，小山法の計算では HSP と比較して CP のスラスト変動振幅が常に大きい。一方，BEM の計算結果では，調和伴流 $n=3$ および7のとき，CP と比較して HSP の振幅減小効果が認められず，$n=8$ では逆に HSP の方が振幅変動が大きい。上記次数以外の調和伴流については，$n=5$ を除き，BEM の計算結果による HSP の振幅減小効果は小山法の計算ほどではない。すなわち，BEM の計算結果によれば，スラスト変動振幅

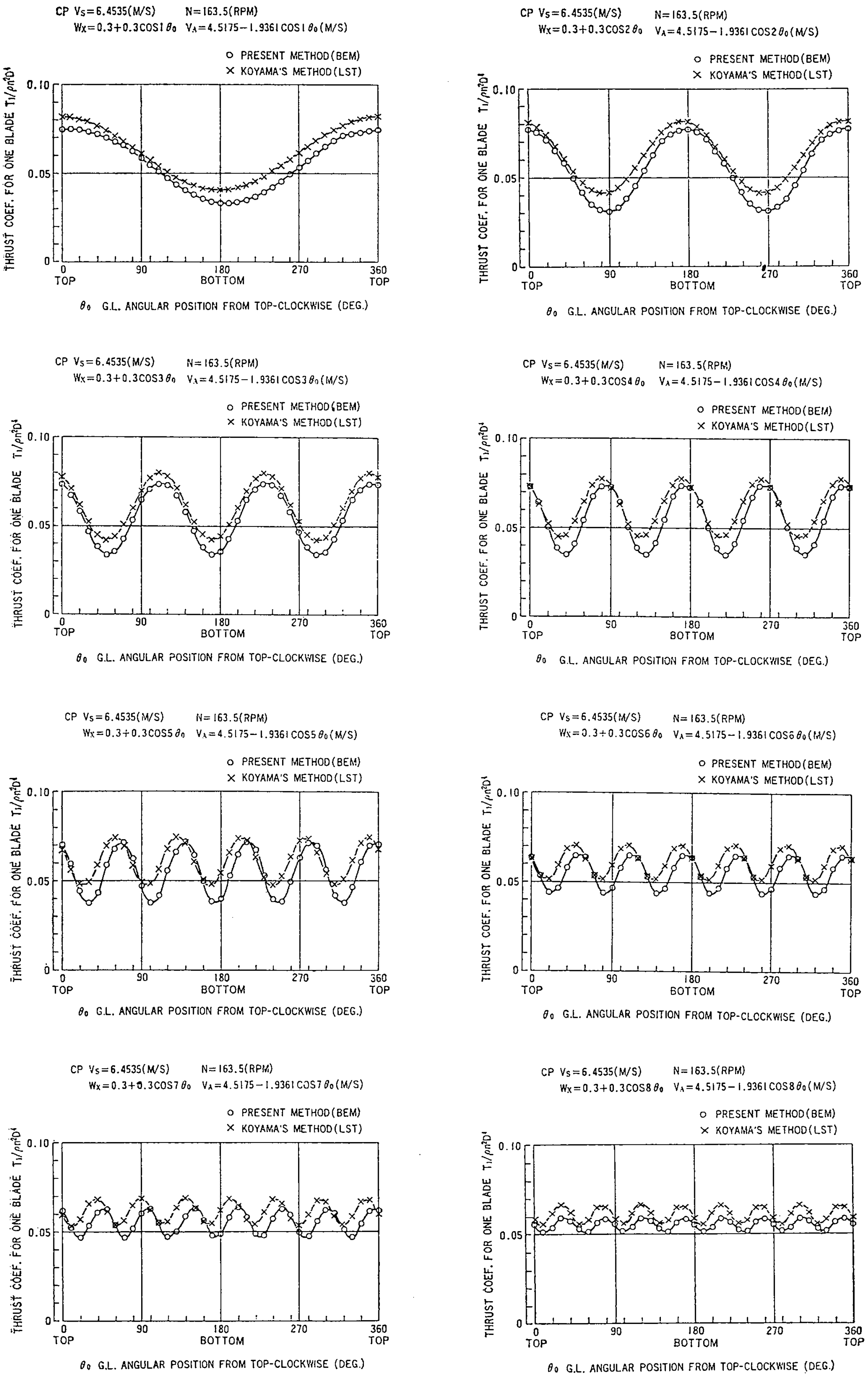


Fig. 4 Thrust fluctuation of one blade in harmonic wake $0.3+0.3\cos n\theta$ (CP, V_S=6.4535 m/s, N=163.5 rpm)

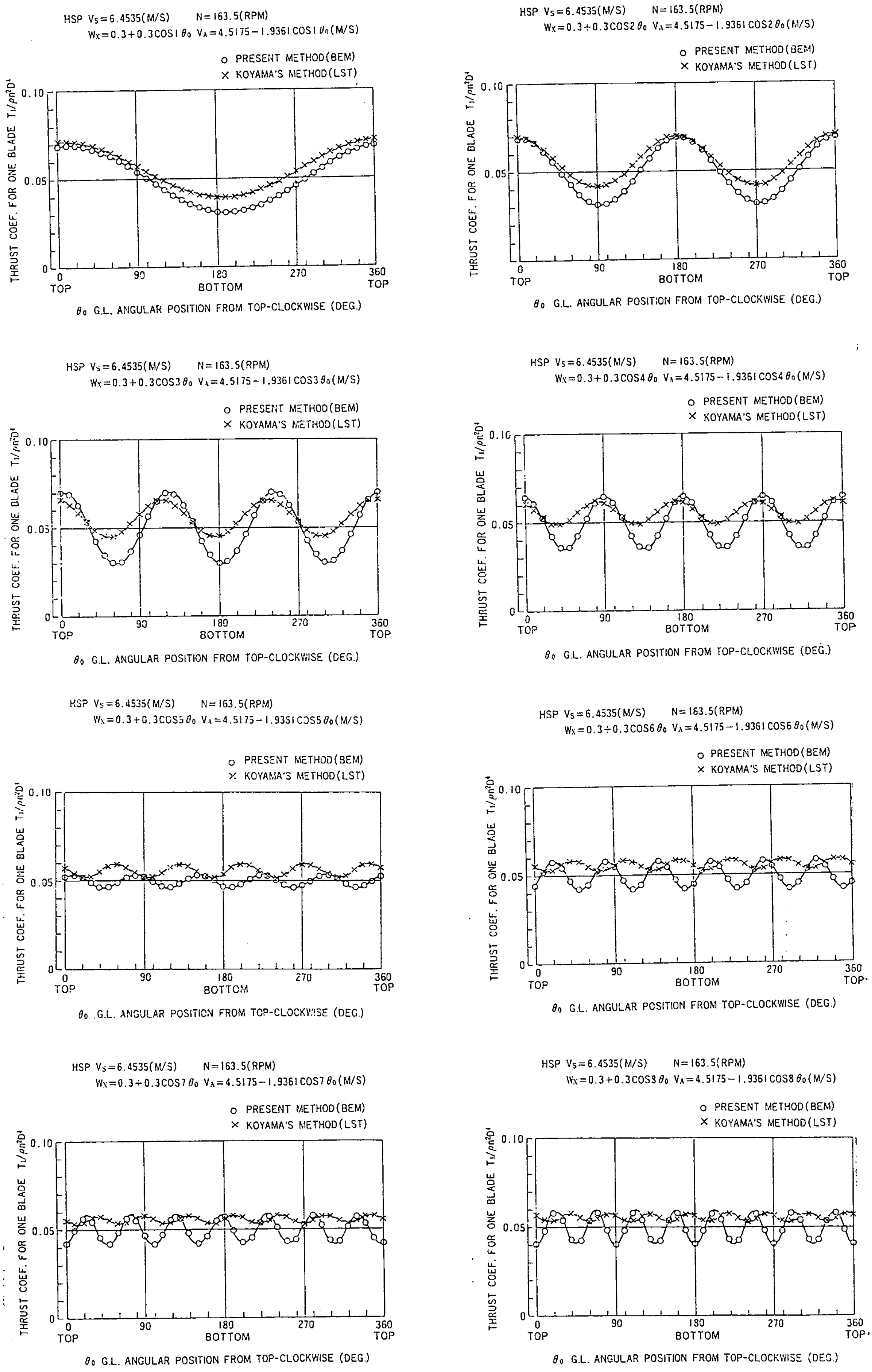


Fig. 5 Thrust fluctuation of one blade in harmonic wake $0.3+0.3\cos n\theta$
(HSP, V_S=6.4535 m/s, N=163.5 rpm)

に対するプロペラのスキュー角と伴流の次数 n の相互関係は，小山法の計算結果のように HSP の振幅減小効果は調和伴流 $n=1 \sim 8$ の範囲では常に期待できるといった単調な関係ではなく，より複雑のようである。位相に関して，小山法の計算では CP と HSP の変動波形はほぼ同位相であるのに対し，BEM では CP の変動波形の位相はおおむね小山法の計算結果と同じであるが，BEM の HSP 変動波形は CP の変動波形に対して 10°～20° の位相遅れを示す。この BEM の計算における HSP の位相遅れは，HSP の幾何形状から考えて妥当と思われる。

4 定常な船尾伴流中におけるプロペラの計算結果と考察

計算例として選んだプロペラおよび実船は3節と同じく練習船青雲丸で，計算モデルもすべて3節と同様である。Fig. 6 に模型伴流[4]に基づいて田中法[5]より推定した実船伴流を，（1）式を使って Fourier 級数 10 項を用いて近似したときの係数 $a_j(r')$, $b_j(r')$ を示す。なお小山法の計算との違いをより明確にするため，円周接線方向伴流および半径方向伴流をゼロとした。

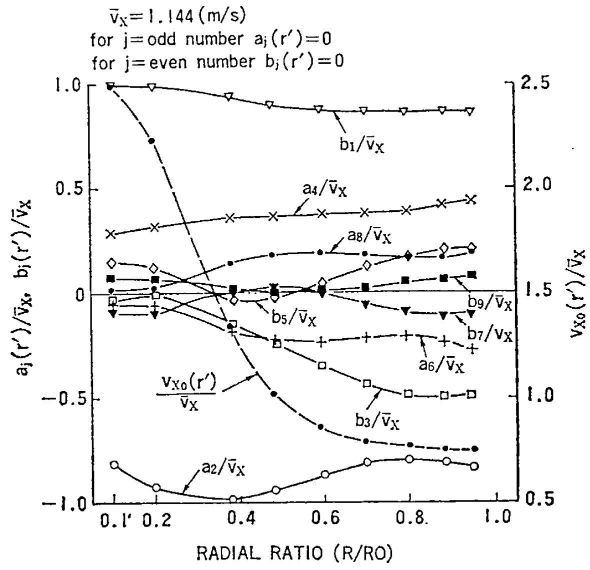
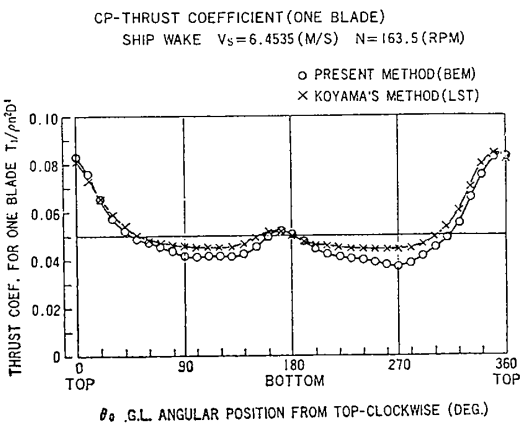


Fig. 6 Coefficients of Fourier series of estimated full-scale ship wake by Tanaka's method[5]

4.1 スラスト変動およびトルク変動

Fig. 7, Fig. 8 にそれぞれ1翼に働くスラストおよびトルクの G. L. 回軸角に対する変化を示す。各変動波形



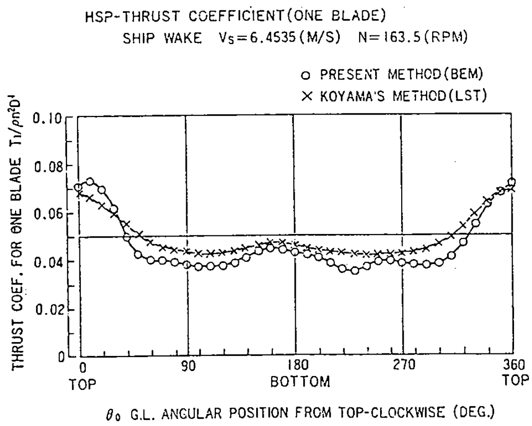
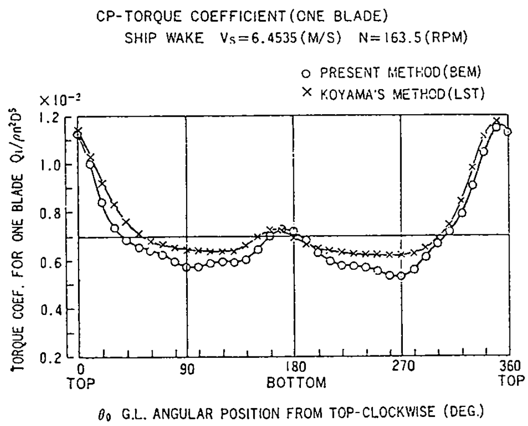


Fig. 7 Thrust fluctuation of one blade in estimated full-scale ship wake (CP, HSP)



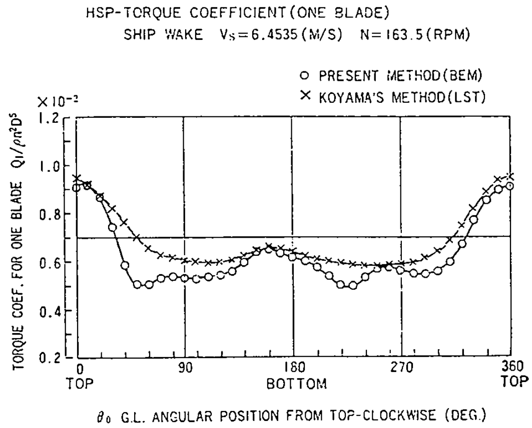


Fig. 8 Torque fluctuation of one blade in estimated full-scale ship wake (CP, HSP)

の振幅はほぼ小山法の計算と対応しているが，時間不変一定成分（0次成分）に対する変動成分の比率に関してはBEMの方が大きい。また，1翼のスラスト変動波形のピーク値の位相は，BEMの計算結果がCP, HSPそれぞれ小山法の計算と比較して5°および10°遅れている。小山法の計算によって得られた1翼スラスト変動を荷重としてプロペラの変動翼応力をFEMより計算したとき，変動翼応力のピーク値の位相は，青雲丸の実船計測により得られた変動翼応力のそれと比べて，5°〜10°進んでいる[6]。このことから，上記BEMのスラスト変動波形の小山法の計算のそれに対するピーク値の位相遅れは妥当と考えられる。

Fig. 9，Fig. 10にそれぞれプロペラのスラストおよびトルクのG. L. 回転角に対する変化を示す。ここで，従来スラストおよびトルクを求めるときに，Kutta-Joukowskiの定理による2次元近似の適用の結果，伴流の翼数の整数倍成分のみが，スラストおよびトルクの変動に関与することになっていた。しかし，圧力は（15）式に示すように相対流速 $\vec{W}$ と2乗の関係にあるため，翼数の整数倍以外の伴流成分でもプロペラのスラストおよびトルクのBlade Frequency成分に関与することは注意を要する。すなわち，Fig. 9に示すプロペラのスラスト変動では，HSPの振幅減少効果は，Fig. 4およびFig. 5に示す5次の調和伴流のときほど顕著でない。また，Fig. 6に示す船尾伴流のフーリエ係数で5次である b_5 が伴流の主成分ではないことを考え合わせると，HSPの振幅減少効果がそれほど顕著でない理由は圧力と相対流速の関係を示す（14）式にあることがわかる。なお，同様なことはほかのシャフトフォースについてもいえる。

4.2 シャフトフォース

Fig. 11に1翼に働らく Y 軸，Z 軸方向の力およびこれらの軸まわりのモーメントを示す。BEMの計算による変動振幅は小山法の計算による変動振幅とよく対応していると思われる。変動ピーク値の位相に関しては，小山法の計算ではCP, HSPともほぼ同位相であるのに対し，BEMの計算結果では，HSPのピーク値の位相はCPのそれと比べて10°〜40°遅れる。

Fig. 12にプロペラシャフトフォースを示す。小山法の計算とほぼ対応していると思われる。

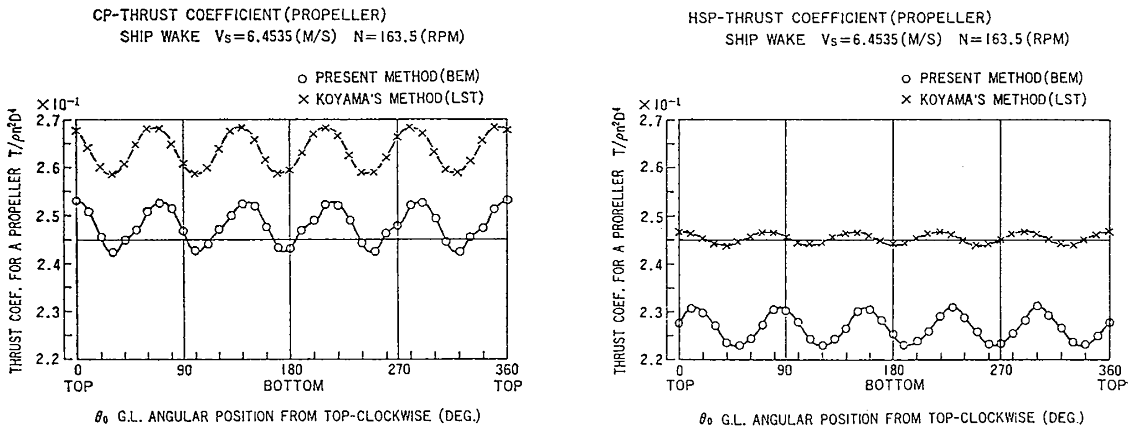


Fig. 9 Thrust fluctuation of a propeller in estimated full-scale ship wake (CP, HSP)

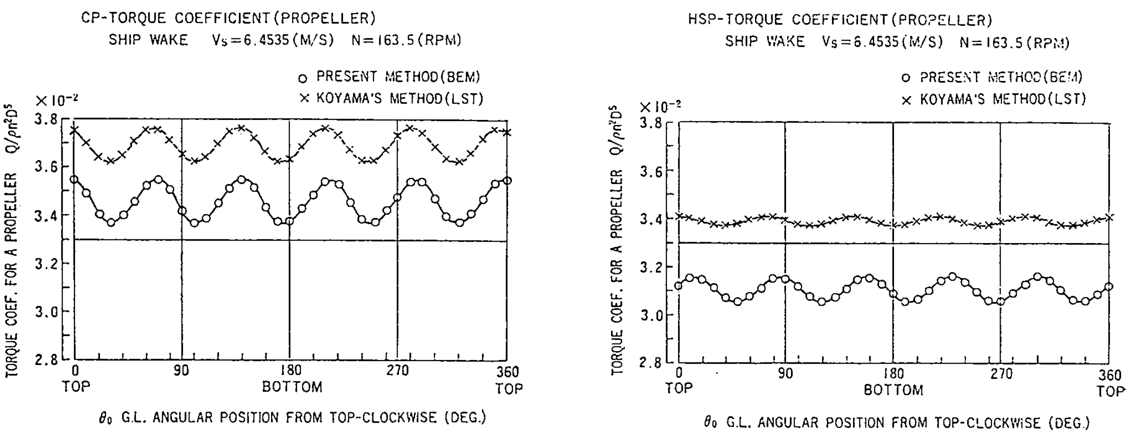


Fig. 10 Torque fluctuation of a propeller in estimated full-scale ship wake (CP, HSP)

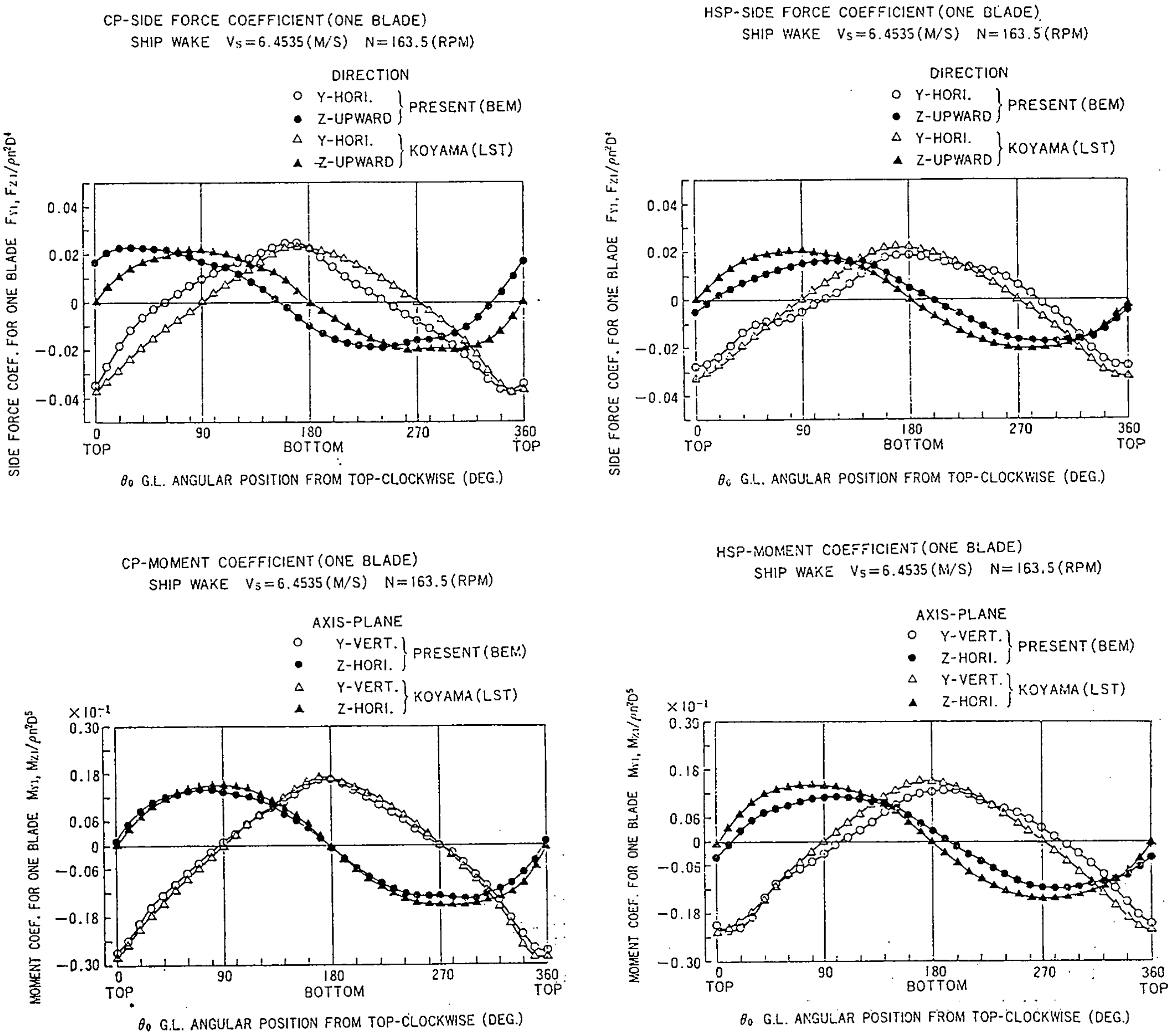


Fig. 11　Side forces and moments of one blade in estimated full-scale ship wake (CP, HSP)

4.3　プロペラ翼面上の圧力分布

Fig. 13, Fig. 14 にそれぞれ代表的な CP と HSP の G. L. 回転角 ($\theta_0=-30°$, 0°［TOP］, 20°, 50°) に対する翼面圧力分布を示す。図から，Back 面の負圧が最大になるのは CP が G. L. 回転角 $\theta_0=0°$ (TOP) のときであるのに対し，HSP では $\theta_0=20°$ のときである。また，Back 面負圧の大きな範囲（たとえば $-C_P>2.0$ の領域）は HSP と比べて，CP の方が大である。このBEM による翼面圧力分布の傾向は青雲丸の実船キャビテーション観察で，キャビティ最大となるのは CP では $\theta_0=20°$ に対し HSP では $\theta_0=40°$，またキャビティ範囲は HSP と比べて，CP が大であるという実船観察結果[4]と矛盾しない。

4.4　プロペラ翼面上の速度分布

Fig. 15, Fig. 16 にそれぞれ G. L. 回転角 $\theta_0=0°$(CP), $\theta_0=20°$(HSP) および $\theta_0=50°$(CP, HSP) のときの CP および HSP の翼面上速度分布を示す。これらの図は，プロペラ軸に垂直な面への投影図で，矢印の向きは速度の投影と同じ向きを持ち，その長さは速さに等しい。また，絶対速度の矢印長さのスケールは，相対速度のそれの２倍にしてある。なお，図中各三角形要素の頂点はプロペラ軸心を中心とする同心円上にあり，したがって，三辺のうちの一辺は同心円の弦になっている。速度分布は（7）式に示す後流渦の変動影響を受けるが，基本的には定常のときと同様な傾向を示し[1]，次の（1）～（6）にまとめることができる。

速度分布の一般傾向

（1）ボス部を除く翼面上では，Face 面の速度と比べて，Back 面の速度は半径方向内向きの傾向がより強い。ボス部では逆の傾向を示す。

（2）プロペラ前縁部において，Face 面では，流れがおおむね半径方向外向きである。一方，該部における Back 面ではボス部近傍を除きおおむね内向きである。

（3）CP において，G. L. 回転角 $\theta_0=0°$(TOP) と 50° (HSP では $\theta_0=20°$ と 50°) の Back 面前縁部の相対速度の大きさの違いが Fig. 13 (HSP では Fig. 14)

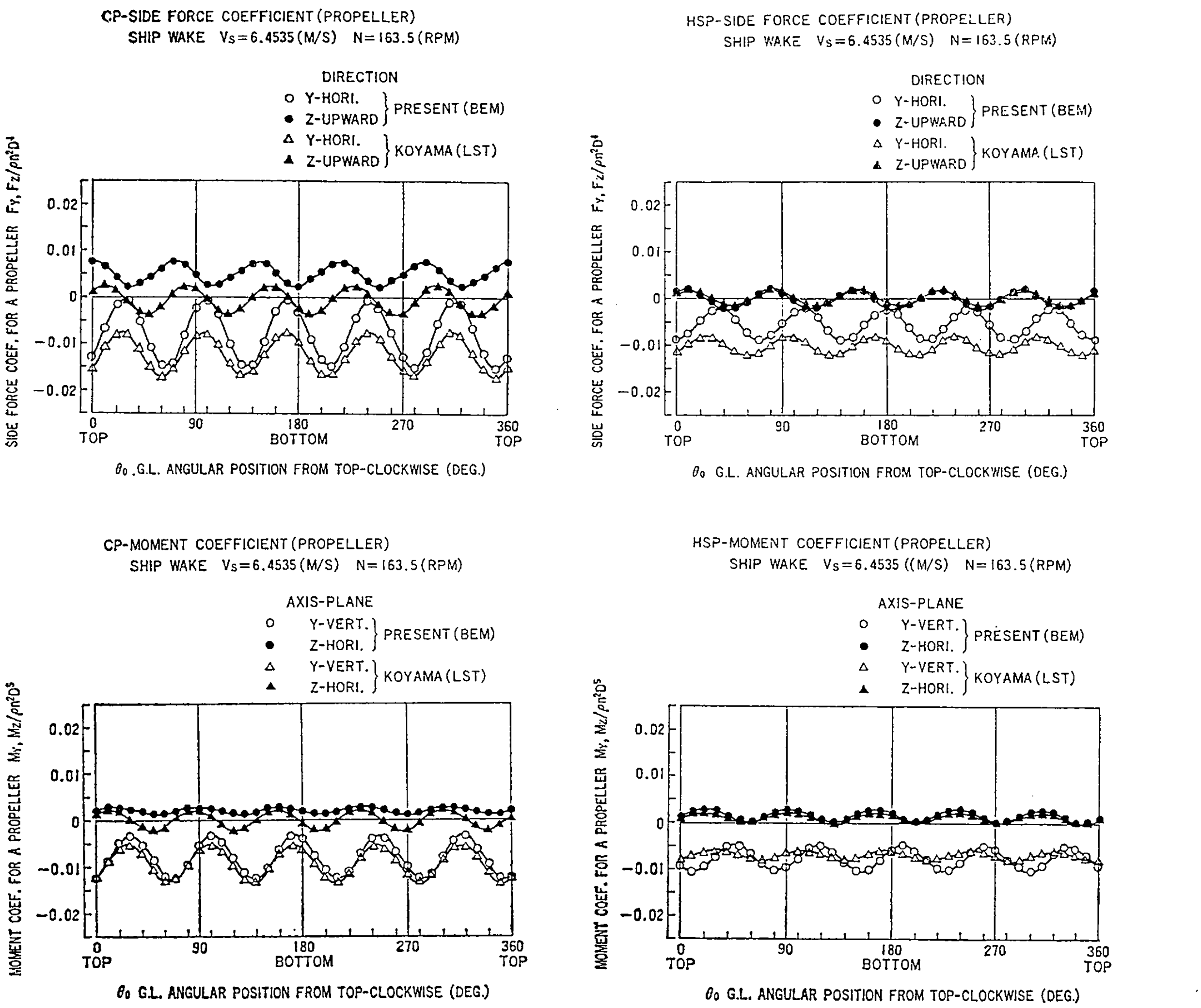


Fig. 12 Propeller shaft forces and moments in estimated full-scale ship wake (CP, HSP)

に示す該部の負圧の大きさの違いと対応している。

CP と HSP の比較

（4） 翼端部において，CP の Face 面および Back 面の流れは，Face 面の前縁を除き，両翼面とも半径方向内向きである。一方，該部における HSP の Face 面の流れは外向きであり，Back 面では内向きである。

（5） $0.4839R$～$0.7950R$ 間では，後縁および HSP の Face 面 Tip より部分を除き，CP，HSP の流れは半径方向内向きの傾向を示す。なお，絶対速度分布の後縁における CP と HSP の流れの違いは，他の位置と比較して，この位置で CP と HSP の幾何形状が相対的に大きく異なっているためと思われる。

（6） $0.2R$～$0.4839R$ 間のボス部では，CP と HSP はよく似た流れを示す。これはこの部分において CP と HSP の幾何形状がよく似ていることからも，この結果は当然の帰結と思われる。

5 結　　論

本報において，定常な船尾伴流中のプロペラ問題に対し厚翼理論に基づく BEM 解析の定式化を行った。それを CP および HSP に適用し，次の結論を得た。

（1） 調和伴流中における CP および HSP の BEM 計算結果を小山法の計算結果と比較することにより，一翼に働く CP と HSP のスラスト変動波形間の位相の違い，および調和伴流の次数 n と変動振幅の関係などから，BEM は HSP のような複雑な形状を持つプロペラに対しても十分適用できると考えられる。

（2） 定常な船尾伴流中における CP および HSP の BEM 計算結果より

（a） 1翼に働くスラスト変動波形と実測翼応力変動波形間の位相関係，および G. L. 回転位置に対する翼面圧力分布の変化と実船キャビテーション観察結果の関係などから，BEM の計算結果は定性的に実船計測結果と対応する。

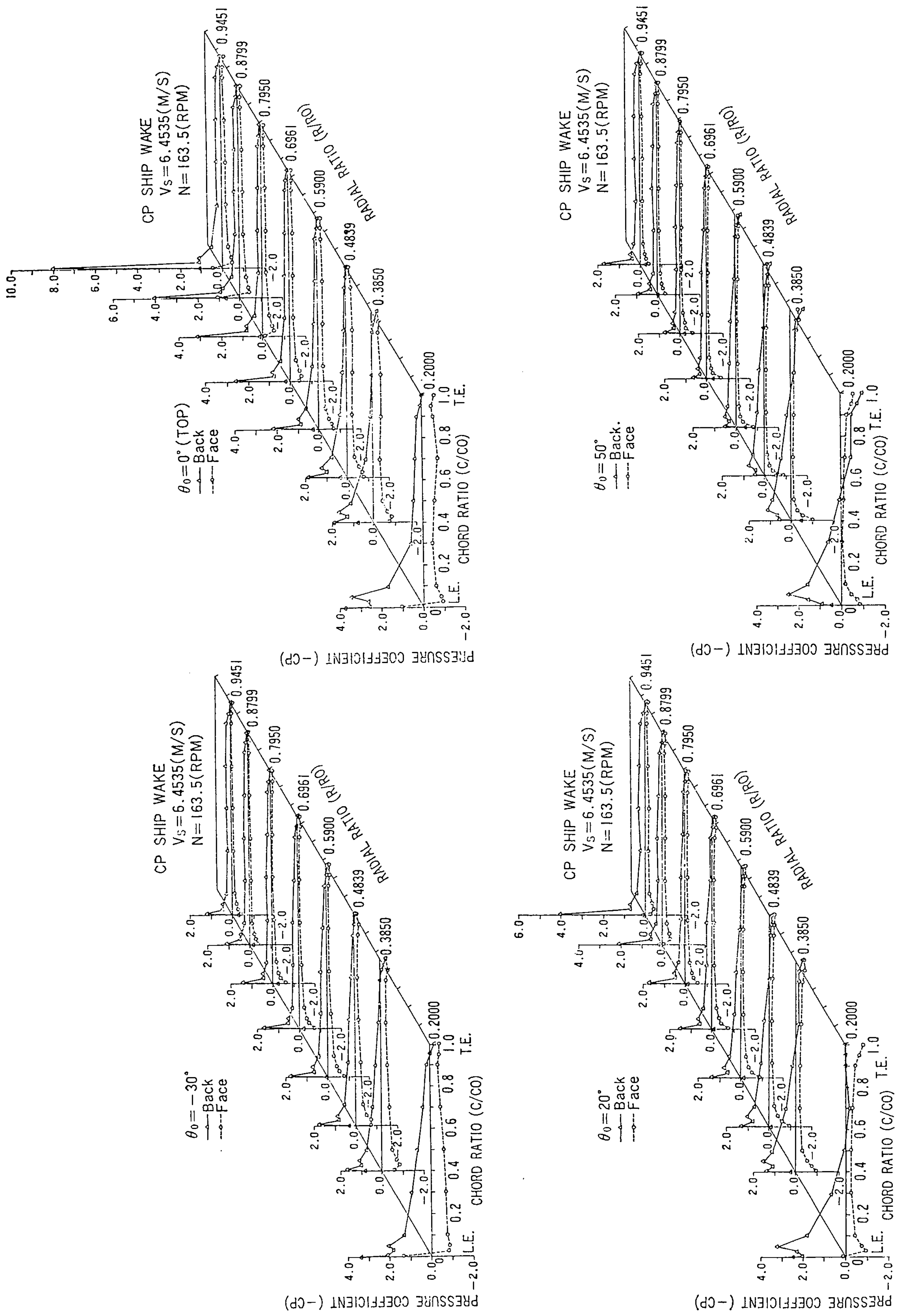


Fig. 13 Unsteady pressure distributions of CP blade in estimated full-scale ship wake (V_S=6.4535 m/s, N=163.5 rpm)

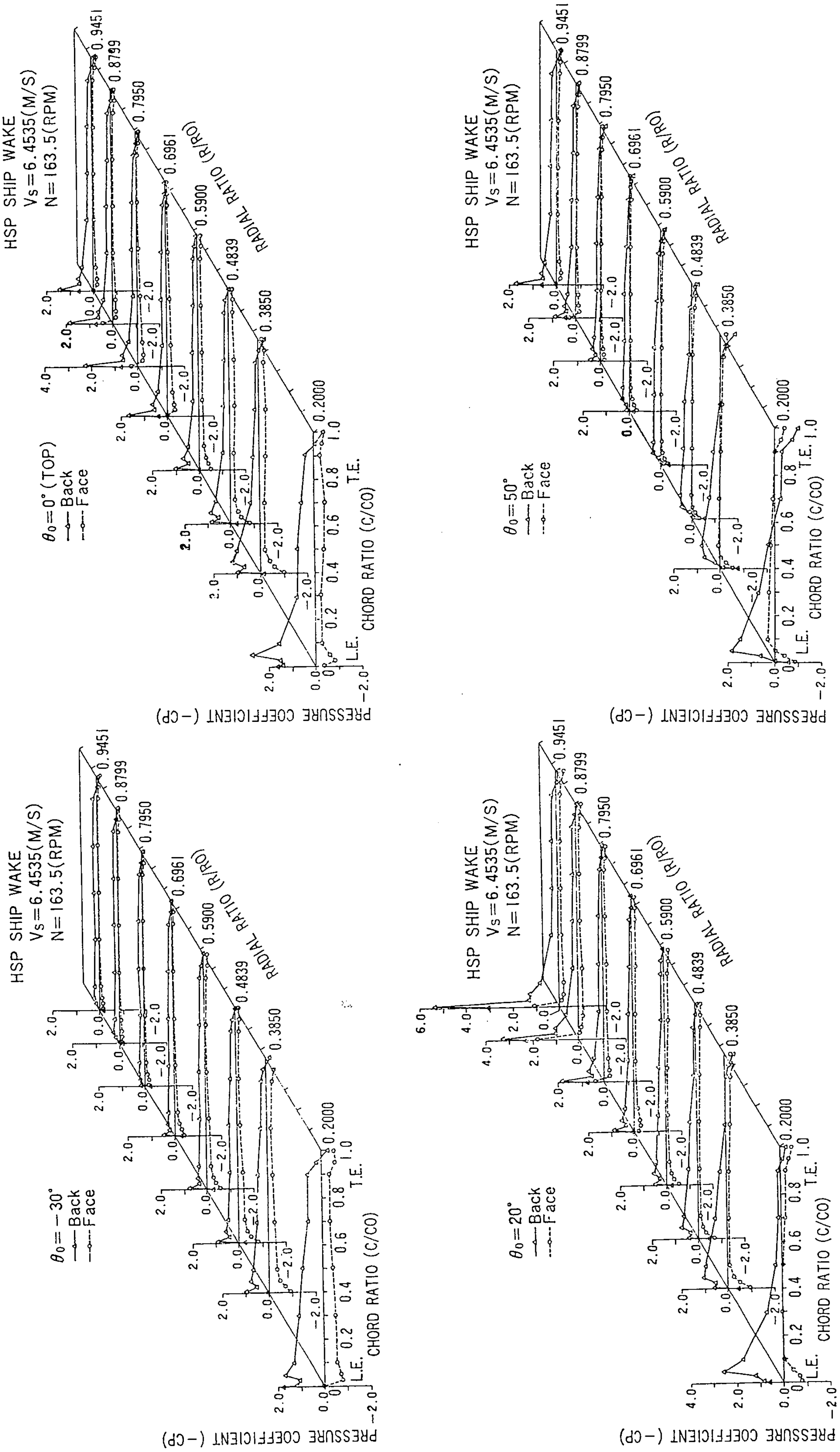


Fig. 14 Unsteady pressure distributions of HSP blade in estimated full-scale ship wake ($V_S=6.4535$ m/s, $N=163.5$ rpm)

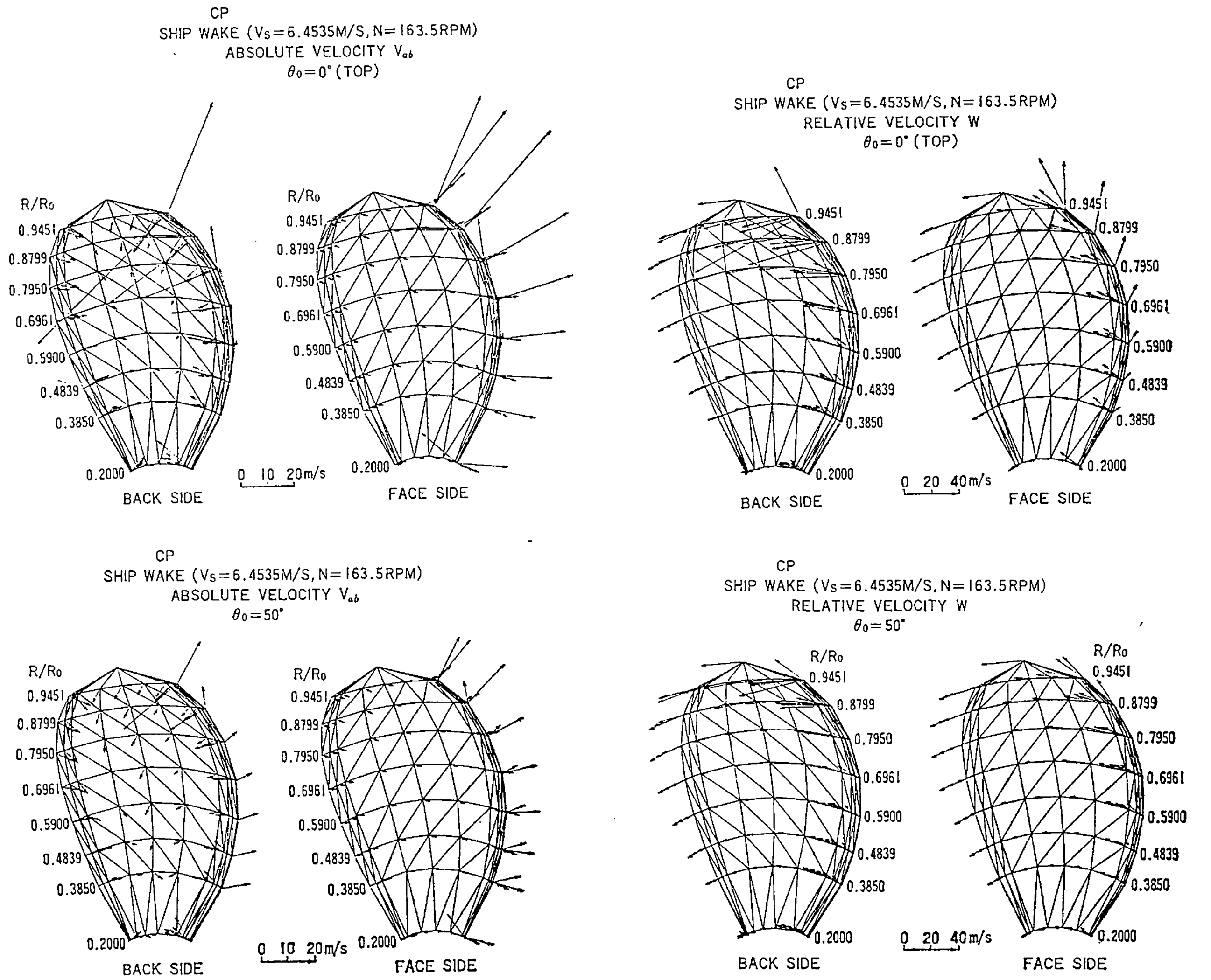


Fig. 15 Unsteady absolute and relative velocity distribution of CP blade in full-scale ship wake (V_S=6.4535 m/s, N=163.5rpm)

（ｂ） また，定量的に，圧力の翼面積分値であるスラスト，トルクなどのシャフトフォースに関して，位相関係や変動波形の形状などの局部的な特性を除き，それらの変動振幅はほぼ小山法の計算と対応する。

（ｃ） 圧力は (14) 式に示すように相対流速 $\vec{W}$ と２乗の関係にあるため，船尾伴流の形すなわちそのフーリエ係数 $a_j(r')$, $b_j(r')$ 間の大小関係とプロペラの翼数との関係により，場合によっては，シャフトフォースを求めるときに Kutta-Joukowski の定理を近似的に適用することは大きな計算誤差を生む可能性がある。

（ｄ） 各 G. L. 回転位置に対する翼面速度分布は，絶対値は異なるが，ほぼ定常計算の翼面速度分布と同じ傾向を示す。

以上，BEM は定常な船尾伴流中におけるプロペラ問題に対して有力な解析手法と考えられる。今後は実際現象により近い後流渦モデルや粘性修正の導入および実測結果との比較などにより，本解析手法をより定量的な計算が可能であるようにしたい。

終りにあたって，本研究の遂行にあたり，ご懇篤な御指導と御鞭撻を賜った東京大学　乾崇夫名誉教授，東京大学　加藤洋治教授に厚く御礼申し上げます。また，種々ご討議戴いた船舶技術研究所　高橋肇推進性能部長，小山鴻一博士に深く感謝致します。なお，本研究の実施に際し，終始ご鞭撻戴いた当会星野次郎常務理事，田代新吉技術研究所所長に謝意を表します。

参　考　文　献

1) 凌　志浩，佐々木康夫，高橋通雄：境界要素法の直接法によるプロペラまわりの三次元流れ解析（第１報：均一流中の計算），日本造船学会論文集，第 157 号 (1985).
2) 小山鴻一：不均一流中のプロペラ揚力面の実用計算法と計算例，日本造船学会論文集，第 137 号 (1975).
3) 上田耕平：定常状態のプロペラに及ぼす粘性の影響（Ｉ），西部造船会会報，第 69 号 (1985).

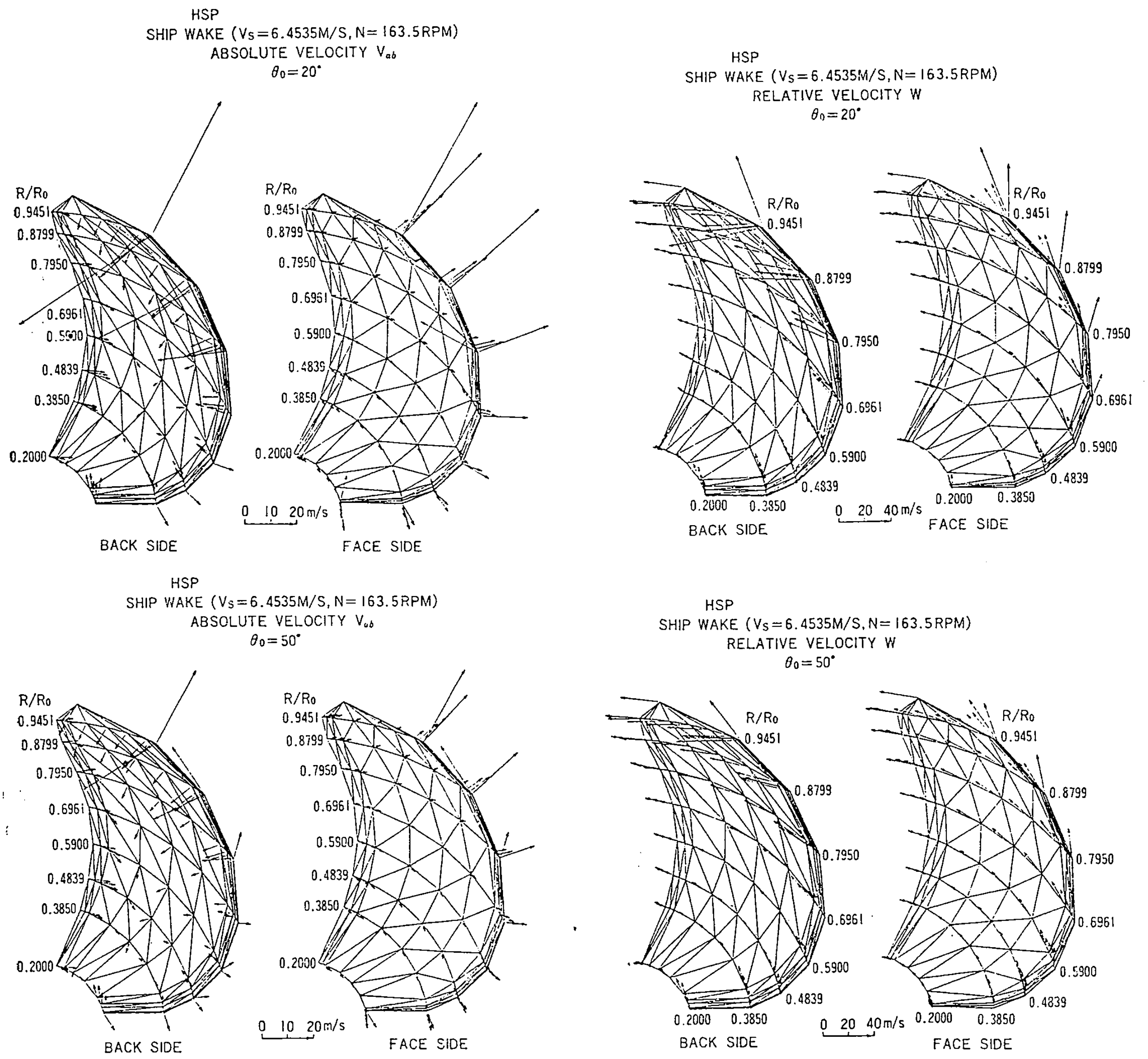


Fig. 16 Unsteady absolute and relative velocity distribution of HSP blade in full-scale ship wake (V_S=6.4535 m/s, N=163.5 rpm)

4) 日本造船研究協会第 183 研究部会：船尾振動・騒音の軽減を目的としたプロペラ及び船尾形状の研究，資料 No. 358 (1983).
5) Tanaka, I.: Scale Effects on Wake Distribution and Viscous Pressure Resistance of Ships, 日本造船学会論文集，第 146 号 (1979).
6) 湊 志浩，住吉茂雄，城戸口秀典：Highly Skewed propeller と Conventional Propeller の翼発生応力と船尾振動についての実船比較実験，日本海事協会会誌，No. 191 (1985).