

(昭和 61 年 11 月 日本造船学会秋季講演会において講演)

大振幅動揺する船舶に働く流体力の計算 (第 1 報)

—船体横断面に働く流体力—

正員 高木 健*

Calculations of the Hydrodynamic Forces Acting upon a Ship with
Large Amplitude Motions (1st Report)

—Hydrodynamic Forces Acting upon a Ship's Cross Section—

by Ken Takagi, Member

Summary

In order to solve nonlinear hydrodynamic problems of a ship with forward speed, a non-linear calculation method of two-dimensional hydrodynamic problems is developed. The free surface boundary conditions are linearized, but an exact body boundary condition permits large amplitude motion of the body. Applying the multi pole expansion method, a calculation procedure which gives an exact solution of the boundary problem mentioned above is developed. Ignoring the effect of the free surface on the bi-harmonic component of the velocity potential, an approximate calculation method is proposed. Calculated results are compared with measured ones. The approximate method gives fairly good estimations.

1 緒 言

大波高波浪中で大振幅動揺する船舶に働く流体力を求めるという試みは過去幾人かによって成されている。(最近の例としては、藤野ら¹⁾によるものがある。)しかし、彼らの用いた方法は船体横断面の瞬時々々の付加質量変化を考慮する方法に限られているようである。この方法は計算が比較的簡単であるが、その成り立ちは多分に直感的なもので、非線形境界値問題との関連は明らかでない。そこで、船体横断面に働く力を非線形境界値問題の近似解法で求め、それを用いたストリップ法で前進速度を持つ船舶に働く流体力を計算しようというのが本論の目的である。

2 次元物体に働く非線形流体力を求めるため 2 次元非線形境界値問題を解こうという試みは過去多くの人々によって成されている。それらの方法は数値解法によるものを除くと次の 2 につきに分けられる。

- (1) 摂動法を用いる方法 (2) など
- (2) 自由表面条件は線形とし、物体表面条件を厳密に満たすように解く方法 (3), (4) など

これらの方法を前進速度を持つ船舶に適用することを考えると (1) の方法には次のような問題点がある。

- (i) 船首付近の断面と波面との相対変位の振幅は摂動法で考えている振幅より遙かに大きい。

* 大阪大学工学部

(ii) 1 次の流体力の変化を計算するには 3 次のオーダーまで考慮する必要がある。

(iii) 自由表面上に特異点を分布させる必要があるの計算が大変である。

一方、(2) の方法は自由表面条件と物体表面条件との齊合性を欠く。しかし、船舶の動揺がもっとも大きくなる波長船長比が 1 付近では、波粗度がそれほど大きくないことから、自由表面条件を線形とするのはそれほど無理な仮定とも思えない。

以上のような理由より (2) の方法を用いることとし、本報では多重極展開法による解法を示す。また、前進速度を持つ船舶に適用するには、多少精度が劣っても計算時間の短い方が有利なので、さらに計算時間の短い多重極展開法を利用した近似解法を示す。なお本論では、縦運動のみを扱うものとし、船体横断面では上下揺のみを取り扱う。

次報では本報の解法を前進速度を持つ船舶に適用する方法を述べる予定である。

2 多重極展開法による解法

2.1 多重極展開法の定式化

座標系を Fig. 1 のように定める。流体は非粘性、非圧縮、非回転の理想流体とすると速度ポテンシャル ϕ が存在し、 ϕ は次式を満たす。

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (2.1)$$

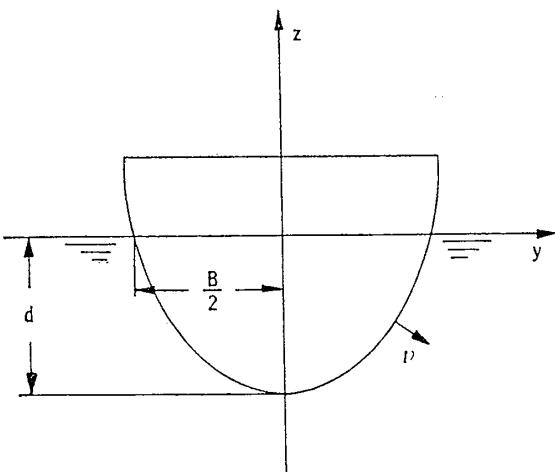


Fig. 1 Co-ordinate system

また、自由表面条件は線形自由表面条件

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad \text{on } z=0 \quad (2.2)$$

で表わせるものと仮定する。

まず始めに、最初静止していた物体が時間 $t=0$ から動き始める問題について考えると、(2.1)、(2.2) 式を満たすグリーン関数は次式で表わされる。

$$G(y, z, y', z'; t, \tau) = -\frac{1}{2} \delta(t-\tau) \ln \frac{(y-y')^2 + (z-z')^2}{(y-y')^2 + (z+z')^2} + 2\sqrt{g} \int_0^\infty \frac{e^{k(z+z')}}{\sqrt{k}} \cos \{k(y-y')\} \sin \{\sqrt{kg}(t-\tau)\} dk \times H(t-\tau) \quad (2.3)$$

ただし、 $\delta(t-\tau)$ はディラックのデルタ関数、 $H(t-\tau)$ はヘビサイド関数である。

(2.3) 式をグリーン関数として物体がある場合の速度ポテンシャルを表わすと、次式となる。

$$\Phi(y, z; t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^t d\tau \int_{S_h} \sigma(y', z', \tau) G(y, z, y', z'; t, \tau) dS \quad (2.4)$$

ここで、 S_h は時間 $t=\tau$ における物体表面を表わし、 σ は物体表面上の吹き出し分布を表わす。

別所⁴⁾ は、物体が薄いとして (2.4) 式を z 軸上に分布する吹き出しで表現する理論を示したが、ここでは、物体が厚い場合も取り扱うため、原点にある多重極で展開すると、次式を得る。

$$\Phi(y, z; t) = \int_0^t \sigma_0(\tau) \int_0^\infty \frac{e^{kz} \cos ky}{\sqrt{k}} \sin \{\sqrt{kg}(t-\tau)\} dk \cdot d\tau + \sum_{m=1}^\infty \left\{ \sigma_m(t) \frac{\cos(2m\theta)}{r^{2m}} - \frac{1}{g} \frac{d^2 \sigma_m}{dt^2} \frac{\cos(2m-1)\theta}{(2m-1)r^{2m-1}} \right\} \quad (2.5)$$

ただし、 $y=r \sin \theta$ 、 $z=-r \cos \theta$ 、 $\sigma_0 \sim \sigma_m$ は多重極の強さである。また、物体は左右対称、運動は上下揺のみを取り扱うものとして対称項のみを残している。

次に、時間 t に関する展開を行う。問題を簡単にする

ため過渡状態は取り扱わず、物体が正弦的に動き始めてから充分時間が経過した状態を考えると、多重極の強さ σ_m は物体の動揺角周波数 ω でフーリエ展開できるので次式のように表示できる。

$$\sigma_m(t) = R_e \left[\sum_{n=1}^\infty \beta_{mn} e^{in\omega t} \right] \quad (2.6)$$

上式を (2.5) 式に代入し、充分時間が経過した状態を考えると、次式を得る。

$$\Phi(y, z; t) = R_e \left[\sum_{n=1}^\infty \sum_{m=1}^\infty \beta_{mn} \phi_m(n\omega) e^{in\omega t} \right] \quad (2.7)$$

ただし、

$$\phi_0(n\omega) = \int_0^\infty \frac{e^{kz} \cos ky}{k - (n\omega)^2/g} dk$$

$$\phi_m(n\omega) = \frac{\cos 2m\theta}{r^{2m}} + \frac{(n\omega)^2}{g} \frac{\cos(2m-1)\theta}{(2m-1)r^{2m-1}}$$

以上で多重極による速度ポテンシャルの表示式を得ることができたので、次に物体表面条件について考える。

物体形状は動揺変位が $z=a \sin \omega t$ の時

$$h(y) - z + a \sin \omega t = 0 \quad (2.8)$$

で表わされるものとすると、物体表面での境界条件は次式で表わされる。

$$\frac{\partial \phi}{\partial \nu} = R_e \left[\sum_{n=1}^\infty \sum_{m=0}^\infty \beta_{mn} \frac{\partial \phi_m(n\omega)}{\partial \nu} e^{in\omega t} \right] = a\omega \cos \omega t \nu_z \quad (2.9)$$

$$\text{on } z = h(y) + a \sin \omega t$$

ここで、 ν は物体表面の外向き法線を表わす。

2.2 多重極展開法による計算結果とその検討

まず始めに、速度ポテンシャルの表示式 (2.7) 式において β_{mn} は未知数なので、これを物体表面条件 (2.9) 式によって決定する方法を述べる。

物体表面を l_e 等分、1 周期を j_e 等分し各点で (2.9) 式を書くと次式のようになる。

$$R_e \left[\sum_{n=1}^\infty \sum_{m=0}^\infty \beta_{mn} \frac{\partial \phi_m(n\omega)}{\partial \nu} (y_l, z_l; n\omega) e^{in\omega t_j} \right] = a\omega \sin \omega t_j \nu_{z_l} \quad (2.10)$$

$$\text{on } z_l = h(y_l) + a \sin \omega t_j$$

$$\text{ただし, } j=1, 2, \dots, j_e, l=1, 2, \dots, l_e$$

m, n の範囲を $m=0, 1, 2, \dots, m_e$, $n=1, 2, \dots, n_e$ までとし $m_e \times n_e < j_e \times l_e$ になるように m_e , n_e , j_e , l_e を選べば、最小自乗法により (2.10) 式を満たすような β_{mn} を決定することができる。

以上で速度ポテンシャル ϕ が求まったので、物体に働く流体力が計算できる。時間的に変動する速度ポテンシャルによって生ずる上下方向の流体力を次式によって求める。

$$f_1(t) = - \int_{S_H} \rho \frac{\partial \phi}{\partial t} \nu_z dS = - \rho \int_{S_H} R_e \left[\sum_{n=1}^{n_e} \sum_{m=0}^{m_e} i n \omega \beta_{mn} \phi_m(n\omega) e^{in\omega t} \right] \nu_z dS \quad (2.11)$$

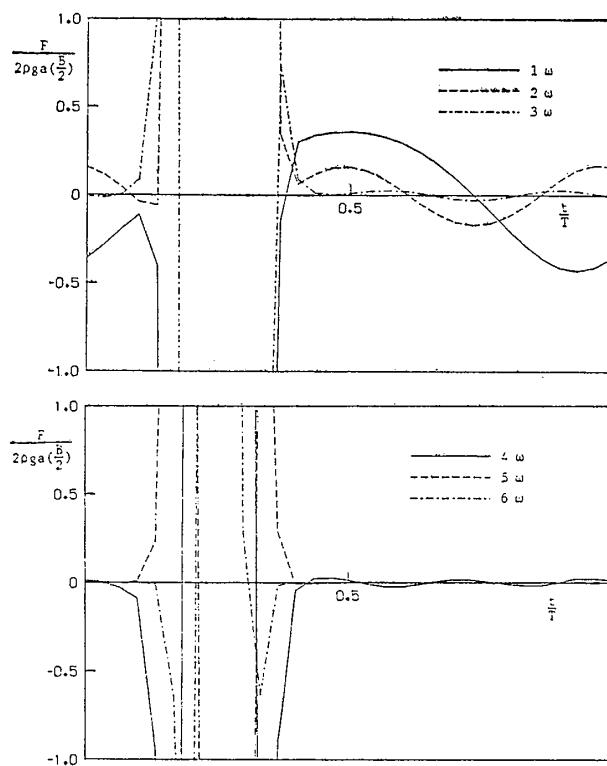


Fig. 2 Various components of the fluid-dynamic force calculated by the multi pole exaption method

ただし、 S_H は静止水面下の時々刻々の物体表面を表わす。

Fig. 2 に正3角形の物体が上下揺振幅と吃水の比 $a/d = 0.5$ 、無次元周波数 $\xi_b = \omega^2(B/2)/g = 0.7$ で上下揺する時 $f_1(t)$ を構成する $1\omega \sim n_e\omega$ 成分の時系列を示す。 $f_1(t)$ の時系列 (Fig. 3 (a) の Method 2) は比較的滑らかな曲線であるが、 $f_1(t)$ を構成する $1\omega \sim n_e\omega$ 成分の時系列は物体が静止時よりも上昇した時激しく変動する。これは、(2.7) 式における $\phi_m(n\omega)$ が、 r が小さくなると急激に大きくなるためであるが、 $1\omega \sim n_e\omega$ 成分を足し合わせると各々の成分が互に打ち消し合いトータルとしては滑らかな曲線が得られているものと考えられる。したがって上昇時の流体力を求める時は桁落等が問題となる。また、(2.10)式で表わされるマトリックスの各係数は物体が静止位置より上昇している時大きく、下降している時小さくなり各係数の大きさがそろわない。したがって、上昇している時と下降している時の境界条件

を同じような精度で満たすのは困難である。

以上のように多重極展開法による計算法は振幅が大きくなるに従って充分な精度を保つて計算を行うのは難しいが、 $1\omega \sim n_e\omega$ 成分を分離して考えることができるので、物体が大振幅動揺する時の流場を理解するのには有効な方法だと言える。その1例として Table 1 に $a/d = 0.3$ と 0.7 の時の各 ω 成分の発散波振幅比 \bar{A}_n を示す。この表から振幅が大きくなても \bar{A}_1 はあまり変わらず、 \bar{A}_n ($n \geq 2$) は \bar{A}_1 に比べ非常に小さいことが分かるが、これは田才ら^{5,6)} の実験値 (\bar{A}_n は円柱の実験であるが) の傾向と一致しており興味深い。

3 近似解法

前章で述べた多重極展開法による解法は、初期値問題を解いて定常動揺状態を求める方法に比べると、1周期分だけ計算すれば良いのでかなり計算時間は短いが、前進速度を持つ船舶に適用するには計算時間をもっと短縮する必要がある。そこで本章では、前章の多重極展開法による解法を基にさらに簡略化した方法について述べる。

3.1 近似解法の定式化

多重極展開法における速度ポテンシャルの表示式 (2.7) 式で、 $\phi_0(n\omega)$ 、 $\phi_m(n\omega)$ に注目すると ω は $(n\omega)^2$ の形でしか表されていない。そこで、 ω はある程度大きいと考え、 $n \geq 2$ の項を近似的に $(n\omega)^2 \rightarrow \infty$ の速度ポテンシャルで置き替えると、次式を得る。

$$\begin{aligned} \phi(y, z; t) = & R_e \left[\sum_{m=0}^{\infty} \beta_{m1} \phi_m(\omega) e^{i\omega t} \right] \\ & + \sum_{m=1}^{\infty} \hat{\beta}_m(t) \frac{\cos(2m-1)\theta}{r^{2m-1}} \end{aligned} \quad (3.1)$$

(3.1) 式において、 β_{m1} は時間に依存しない未知数、 $\hat{\beta}_m(t)$ は時間に依存する未知数だが、 $(n\omega)^2 \rightarrow \infty$ の速度ポテンシャルと $\phi_m(\omega)$ は独立でないので、前章と同じ方法でこれらの未知数を決定することはできない。したがって、 β_{m1} は前以て決定しておく必要があるが、これについては後述する。

β_{m1} が前以て決まっているれば、時々刻々境界条件を満たすように $\hat{\beta}_m(t)$ を決めることが可能であるが、前章で述べたように (3.1) 式の形のままでは数値計算の精度を充分に保つことが困難なので、物体形状のルイスフォーム近似を行う。以下にその詳細を述べる。

Table 1 Various components of the radiation wave amplitude ratio

a/d	\bar{A}_1	\bar{A}_2	\bar{A}_3	\bar{A}_4	\bar{A}_5	\bar{A}_6
0.3	0.691	0.085	0.037	0.009	0.031	0.057
0.5	0.665	0.095	0.019	0.096	0.045	0.111

最初に時々刻々の水面下形状をルイスフォーム近似し、その係数の時系列を求める。物理面と写像面との対応関係は次式のようになる。

$$\left. \begin{aligned} y &= C(t) \left\{ \tilde{r} \sin \tilde{\theta} + \frac{a_1(t)}{\tilde{r}} \sin \tilde{\theta} - \frac{a_3(t)}{\tilde{r}^3} \sin 3\tilde{\theta} \right\} \\ z &= -C(t) \left\{ \tilde{r} \cos \tilde{\theta} - \frac{a_1(t)}{\tilde{r}} \cos \tilde{\theta} + \frac{a_3(t)}{\tilde{r}^3} \cos 3\tilde{\theta} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (3.2)$$

写像面での座標 $(\tilde{r}, \tilde{\theta})$ を用いて速度ポテンシャルの表示式を書き直すと次式のようになる。

$$\begin{aligned} \phi(y, z; t) &= R_e \left[\sum_{m=0}^{\infty} \tilde{\beta}_{m1} \tilde{\phi}_m(\omega) e^{i\omega t} \right] \\ &\quad + \sum_{m=1}^{\infty} \tilde{\beta}_m(t) \frac{\cos(2m-1)\tilde{\theta}}{\tilde{r}^{2m-1}} \end{aligned} \quad (3.3)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \tilde{\phi}_0(\omega) &= \int_0^\infty \frac{e^{kz} \cos ky}{k - \omega^2/g} dk = \phi_0(\omega) \\ \tilde{\phi}_m(\omega) &= \frac{\cos 2m\tilde{\theta}}{\tilde{r}^{2m}} + \frac{\omega^2}{g} C(t) \left[\frac{\cos(2m-1)\tilde{\theta}}{(2m-1)\tilde{r}^{2m-1}} \right. \\ &\quad \left. + \frac{a_1(t) \cos(2m+1)\tilde{\theta}}{(2m+1)\tilde{r}^{2m+1}} - \frac{3a_3(t) \cos(2m+3)\tilde{\theta}}{(2m+3)\tilde{r}^{2m+3}} \right] \end{aligned}$$

(3.3) 式中の $\tilde{\beta}_{m1}$ は前述のように前以て求めておく必要があるが、前章で述べたように 1ω の成分は動搖振幅が変わってもあまり変わらない傾向がある。そこで、ルイスフォーム近似で用いた断面面積係数 σ と半幅吃水比 H_0 の時系列の平均値より求められる物体形状を平均位置の物体形状とし、Ursell-田才法によって平均位置での係数 $\bar{\beta}_{m1}$ を求める。Ursell-田才法のポテンシャルの表示式は、

$$\phi_1(y, z; t) = R_e \left[\sum_{m=0}^{\infty} \bar{\beta}_{m1} \tilde{\phi}_m(\omega) e^{i\omega t} \right] \quad (3.4)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \tilde{\phi}_0(\omega) &= \tilde{\phi}_0(\omega) = \phi_0(\omega) \\ \tilde{\phi}_m(\omega) &= \frac{\cos 2m\tilde{\theta}}{\tilde{r}^{2m}} + \frac{\omega^2}{g} \bar{C} \left[\frac{\cos(2m-1)\tilde{\theta}}{(2m-1)\tilde{r}^{2m-1}} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\bar{a}_1 \cos(2m+1)\tilde{\theta}}{(2m+1)\tilde{r}^{2m+1}} - \frac{3\bar{a}_3 \cos(2m+3)\tilde{\theta}}{(2m+3)\tilde{r}^{2m+3}} \right] \end{aligned}$$

$\bar{C}, \bar{a}_1, \bar{a}_3$: 平均位置の物体形状を表わすルイスフォームの係数

であるが、(3.3) 式中のルイスフォームの係数は時間の関数になっているので、係数 $\tilde{\beta}_{m1}$ は時間の関数となり $\bar{\beta}_{m1}$ を用いて次式で表わされる。

$$\begin{aligned} \tilde{\beta}_{01} &= \bar{\beta}_{01} \\ \tilde{\beta}_{m1} &= \bar{\beta}_{m1}(t) = \sum_{n=1}^m \frac{\gamma_n}{C(t)^{2n}(2n-1)!} \\ &\quad \times \sum_{l=I(m, n)}^{m-n} \frac{(-1)^{3l-m+n}(2n+l-1)!}{(2l-m+n)!(m-n-l)!} \\ &\quad \times a_1(t)^{2l-m+n} a_3(t)^{m-n+l} \end{aligned} \quad \left. \right\}$$

$$\gamma_n = \bar{C}^{2n} \bar{\beta}_{n1} - \sum_{m=1}^{n-1} \frac{\gamma_m}{\bar{C}^{2(m-n)}(2m-1)!}$$

$$\left. \begin{aligned} &\times \sum_{l=I(m, n)}^{n-m} \frac{(-1)^{3l-n+m}(2m+l-1)!}{(2l-m+n)!(n-m-l)!} \\ &\times \bar{a}_1^{2l-n+m} \bar{a}_3^{n-m-l} \end{aligned} \right\} \quad (3.5)$$

ただし、 $I(m, n)$ は $(m-n+1)/2$ を越えない最大の整数を表わす。

以上の準備のもとで、(3.3) 式を物体表面条件 (2.9) 式に代入すれば、時々刻々物体表面条件を満たすように最小自乗法で $\bar{\beta}_{m1}(t)$ を求めることができる。しかし、(3.5) 式によって求めた $\bar{\beta}_{m1}(t)$ をそのまま使って計算を行うと物体が平均位置より上昇した時（物理面での原点からの距離 r が小さな時）非常に大きな流体力が計算される。この現象の原因として次のようなことが考えられる。

(1) 多重極展開法による解法では、 r が小さくなると $\phi_m(\omega)$ が急激に大きくなるが、 $2\omega \sim n_e \omega$ の成分がうまく打消し合っていた。ところが、近似解法では $2\omega \sim n_e \omega$ の成分を $\omega \rightarrow \infty$ の速度ポテンシャルで置き替えたために打消し合わなくなつた。

(2) r が小さな所では、 $\tilde{\phi}_m(\omega)$ の中で m の大きな項が主要な成分を占めるが、 m はある有限な値 m_e で打ち切っており $m > m_e$ の成分による打消し合は無視されている。

(3) $\tilde{\phi}_m(\omega)$ に掛かる係数 β_{m1} は m が大きくなるに従って小さくなるので相対的に数値計算精度は悪くなるが、 r が小さな時は、計算精度が悪い m の大きな成分が主要成分を占めている。

一方、 r が大きな時は Fig. 2 より明らかのように、 $2\omega \sim n_e \omega$ 成分による影響は小さい。また、 m の小さな成分が主要成分を占めるので、 m を有限な値で打ち切る影響及び β_{m1} の計算精度による影響は小さい。そこで、 1ω の成分を各々の $\tilde{\phi}_m(\omega)$ ごとに考えず、 1ω の成分全体を考え、 r が大きな所から平均位置までの変化を調べると、穏やかな変化をしており、 r が小さな所の値を外挿で求めるとそれほど大きな値は得られない。つまり、 1ω の成分から (1), (2), (3) の影響を取り除いたものは r が小さな所で急激に大きくなる性質は持っていないと考えられる。そこで、平均位置の物体内部の 1ω で変動する速度ポテンシャルは、対称性を考慮して、次式で表わされると仮定する。

$$\phi_1(y, z; t) = R_e [\{c_1(z)y^4 + c_2(z)y^2 + c_3(z)\} e^{i\omega t}] \quad (3.6)$$

(3.6) 式の係数 $c_1(z), c_2(z), c_3(z)$ は平均位置の物体表面で速度ポテンシャルの 2 階微分までが等しくなるように決める。

以上で速度ポテンシャル ϕ が求められる。これを用い

て、圧力 ϕ は次式によって求められる。

$$p = -\rho \left[\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right\} + gz \right] \quad (3.7)$$

物体に働く流体力は (3.7) 式で求まる圧力 ϕ を物体表面上で積分すれば求まるが、ここでは静水圧による力以外を次の 3 つの成分に分けて求める。

(i) 速度ポテンシャルの時間微分項より得られる力

$$f_1 = -\rho \int_{S_H} \frac{\partial \phi}{\partial t} v_z dS \quad (3.8)$$

(ii) 速度の自乗項より得られる力

$$f_2 = -\rho \int_{S_H} \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right\} v_z dS \quad (3.9)$$

(iii) 自由表面の盛り上りによる力

$$\begin{aligned} f_3 &= \rho g \int_0^{\eta} p v_z dS = \rho g \int_0^{\eta} (\eta - z) v_z dS \\ &= \frac{1}{2} \rho g \eta^2 \frac{dy}{dh} \Big|_{h=-a \sin \omega t} \end{aligned} \quad (3.10)$$

ただし、自由表面の盛り上り η は次式で表わされるものとする。

$$\eta = -\frac{1}{g} \frac{\partial \phi}{\partial t} \Big|_{z=0} \quad (3.11)$$

静水圧以外の圧力による力は以上 3 つの力を加え合わせて次式により求められる。

$$F = f_1 + f_2 + f_3 \quad (3.12)$$

3.2 多重極展開法および Chapman の方法³⁾との比較

Fig. 3 (a) に速度ポテンシャルの時間微分項より得られる流体力の一周期間の時系列の一例を示す。図中の Method 1 は近似計算法による値、Method 2 は多重極展開法による値を示す。縦軸の流体力は次式で無次元化している。

$$\bar{f} = \frac{f}{2 \rho g a (B/2)} \quad (3.13)$$

また、横軸の時間は周期 T で無次元化している。

付録 A に述べるように、多重極展開法と Chapman の方法は本来同じ式を解いているので、両者が精度よく計算されていれば完全に一致するはずだが、図中に示されるように、両者はあまり良く一致していない。これは、前章に述べたように多重極展開法の計算精度が悪いことが一因であるが、Chapman の方法も、付録 B に述べるように、定常動揺問題の解を求める場合は数値計算上の精度を保つのが難しい面があり、今回の計算ではそれを完全に克服していないため、計算の精度は必ずしも良いとは言えない。したがって、多重極展開法および Chapman の方法の両者と近似解法を比較して、近似解法の定量的な妥当性を厳密に評価するのは難しいが、定性的ならびにある程度の定量的評価を下すことは可能であろう。このような観点から Fig. 3 (a) を見ると近似解法によって比較的妥当な値が計算できるのがわかる。Fig.

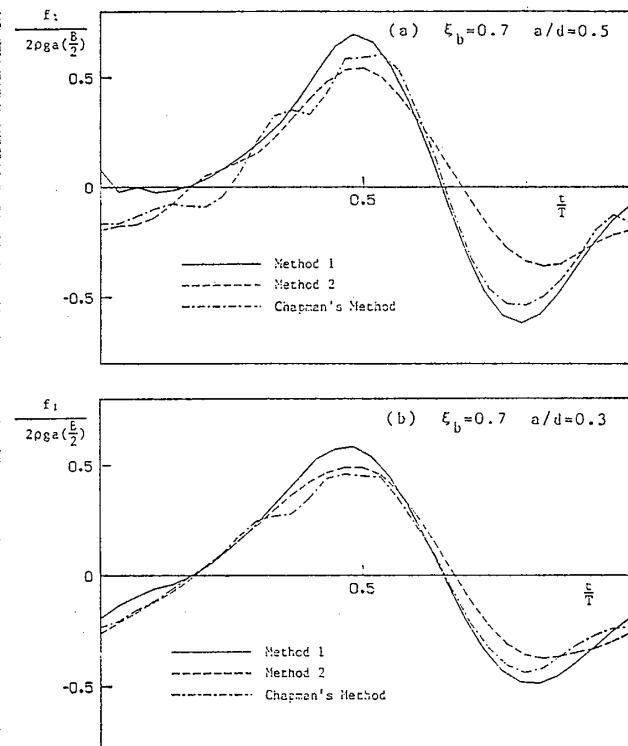


Fig. 3 Time histories of the fluid-dynamic force induced by the term of the partial differential of the velocity potential related to time t

3 (b) には周波数は同じままで上下振幅を小さくした時の f_1 の時系列を示す。この図より明らかなように振幅が小さくなると 3 つの方法による計算値の一致度は良くなる。試みに振幅を非常に小さくした時の計算を行ってみると、3 つの方法による計算値はほぼ等しくなった。次に、(ii), (iii)について検討する。Fig. 4 (a) に速度の自乗項より得られる力 f_2 の時系列の一例を示す。 f_2 の場合は $t/T=0.25$ 附近で Chapman の方法による計算値が異常に大きな値となっているが、 $t/T=0.25$ 附近は物体がもっとも上昇した位置であり、浸水面積がもっとも小さくなるので流体力はそれほど大きくならないと考えるのが自然である。したがって、 $t/T=0.25$ 附近では多重極展開法および近似解法による値が自然であり、Chapman の方法による値は付録 B に述べるような数値計算上の問題より起こったものであろうと考えられる。一方、 $t/T=0.8$ 附近では多重極展開法による計算値の一致度が良くない。これは、多重極展開法のポテンシャルの表示式 (2.7) 式を見れば明らかのように、原点からの距離 r が大きくなった時つまり物体が平均位置より下降した時 ϕ_m は急激に小さくなるため、 β_{mn} を求める時に誤差が含まれていると、速度ポテンシャルの値は過少評価されることになる。したがって、その速度ポテンシャルによって得られる流体力も小さくなる傾向にあるためである。これは Fig. 3 (a) の f_1

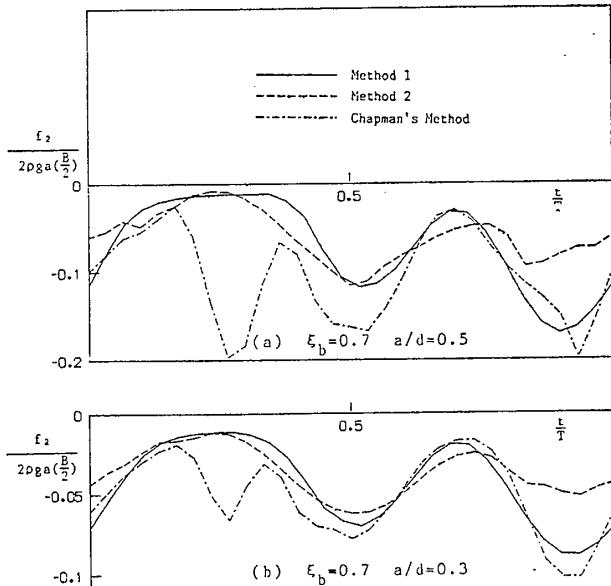


Fig. 4 Time histories of the fluid-dynamic force induced by the term of the square of the velocity

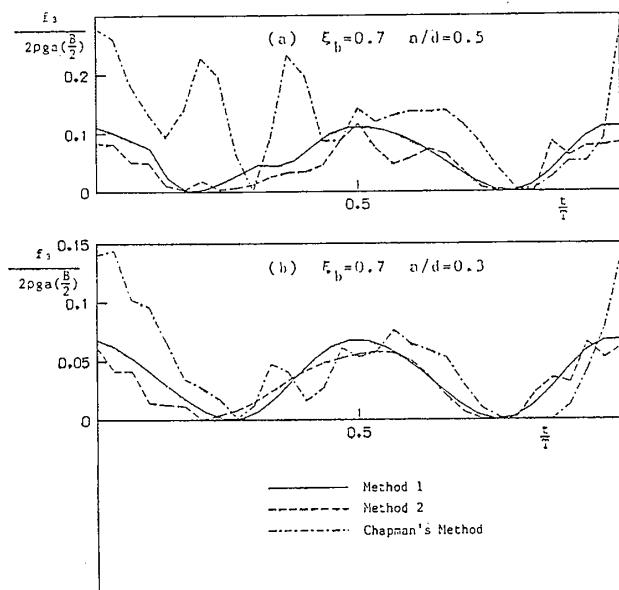


Fig. 5 Time histories of the fluid-dynamic force induced by the free surface elevation

についても見られる傾向である。

自由表面の盛り上りによる力 f_3 の時系列を Fig. 5 (a) に示す。 f_3 の場合も $t/T=0.25$ 付近で Chapman の方法による計算値が異常な値を示している。付録 B によると、Chapman の方法は自由表面近傍での速度ポテンシャルの数値計算精度は悪くなるが、 f_3 は (3.11) 式より明らかのように $z=0$ での速度ポテンシャルの時間微分によって決まるので Chapman の方法による f_3 の計算値はあまり信頼のおけないものである。一方、多重極展開法による速度ポテンシャルの計算値は自由表面近傍で特に精度が悪くなることはないので、 f_3 としては

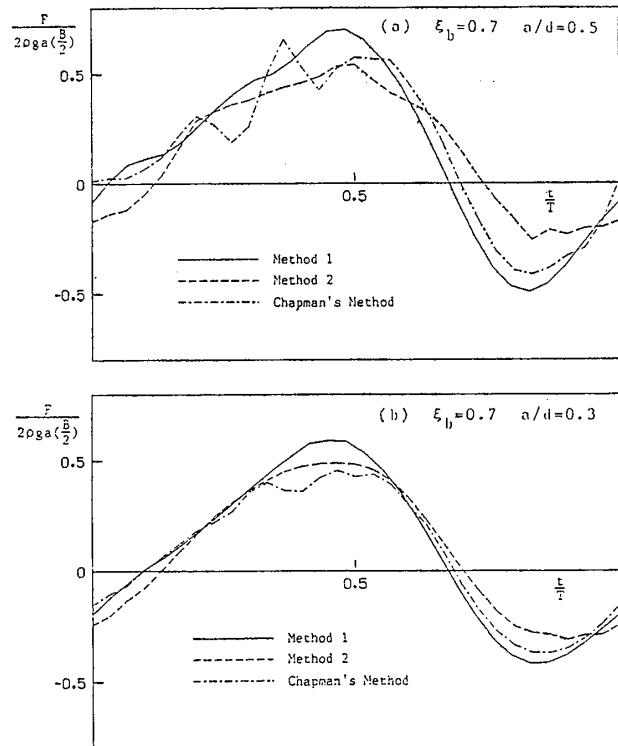


Fig. 6 Time histories of the total fluid-dynamic force

多重極展開法による値の方が信頼できると考えられる。

Fig. 4 (b), 5 (b) には上下振幅を小さくした場合の f_2 , f_3 の時系列を示す。振幅が小さくなると 3 者の一致度は向上する。多重極展開法については前述のように誤差の大部分は物体が上昇した時と下降した時で原点からの距離 r が大きく変ることに起因しているので、振幅が小さくなれば計算精度が向上することは容易に想像できる。また、Chapman の方法の計算精度も振幅が小さくなれば向上すると考えられるので、振幅を小さくした場合は、多重極展開法と Chapman の方法による計算値は両者が大きく食い違う点を除いてかなり信頼のおけるものと考えられる。近似解法についてはいずれの計算結果においても一番もっともらしい結果を与えていている。したがって、近似解法により定性的にも定量的にもかなり良い計算値を得ることが可能と考えられる。

最後に、Fig. 6 (a), (b) に上記 3 つの流体力を加え合わせた流体力 F の時系列を示す。なお、本近似計算法を考えた主要な契機である計算時間は、周波数、振幅に関係なく、近似計算法を 1 とすると多重極展開法が約 20, Chapman の方法が約 60 であり、所期の目的を十分果したと言える。

4 実験値との比較

前章では、多重極展開法および Chapman の方法による計算値と近似計算法による計算値とを比較しその妥当性を評価したが、多重極展開法および Chapman の方法

の計算精度に疑問が残ったため厳密な評価を下すことはできなかった。また、自由表面条件を線形としている影響も考えられる。そこで、本章では本学小水槽で行った正三角形浮体の強制上下揺試験による実験値並びに山下⁷⁾による円柱の強制上下揺試験の実験値と近似計算法による計算値を比較検討する。

4.1 実験法

実験は本学小水槽 ($14\text{m} \times 0.3\text{m} \times 0.5\text{m}$)において静止時の半幅が 0.1m の正三角形の断面を持つ物体を用いて行った。強制上下揺装置はミナーシャモーターの回転をボールねじで上下方向の運動に変換するタイプのものを使い、差動トランスを用いた検力計によって流体力を測定した。なお、強制動揺装置の固有振動数は約 25Hz であった。測定は、上下揺幅 a と静止時の吃水 d との比 a/d が $0.1, 0.3, 0.5$ の3種類について無次元周期 ξ_b が $0.2 \sim 0.9$ の範囲で行ったが、 $a/d=0.1$ の計測値は線形解と実験値とのチェックに用いただけなので、ここでは $a/d=0.3, 0.5$ の場合についてのみ載せる。

4.2 実験値との比較

Fig. 7 (a) に $\xi_b=0.7, a/d=0.5$ の場合の測定値から 1ω で変動する復原力および物体の慣性力を差し引いた力の時系列を示す。図中の細かい振動は明らかに強制動揺装置の固有振動によるものであるが、この図では高次振動成分の位相が変化するのを嫌って、フィルター等は通さず、10 周期分の平均を取った値をそのまま示してある。Fig. 7 (b) には $\xi_b=0.7$ で $a/d=0.3$ と小さくした場合の時系列を示している。Fig. 7 (a), (b)において実線は近似計算法による計算値であるが、Fig. 7 (a) の $t/T=0.8$ 付近で一致度が良くないのを除けば実験値と計算値は良く一致している。

一般に、非線形な現象を厳密に議論する際には Fig. 7 のように、時系列で比較するのが望ましいと思われるが、時系列による比較では種々の周波数、振幅における統一的評価を下すのは難しい。そこで、以下では取りあえず時系列を次式のようにフーリエ展開し、

$$F = F_0 - a\omega^2 M \sin \omega t + a\omega N \cos \omega t + F_2 \sin(2\omega t + \delta_2) + \dots \quad (4.1)$$

F : 計測値より復原力、慣性力を取り除いた値
 2ω 成分までの係数を用いて議論を進める。

Fig. 8, 9 にそれぞれ付加質量係数 M 、減衰力係数 N を示す。なお、縦軸の \bar{M}, \bar{N} は M, N を次式によつて無次元化してある。

$$\bar{M} = \frac{M}{\rho\pi(B/2)^2/2}, \quad \bar{N} = \frac{N\sqrt{(B/2)/g}}{\rho\pi(B/2)^2/2} \quad (4.2)$$

実験結果では付加質量係数は振幅の増加に伴って増加するが、計算値もその傾向を持ち両者は非常に良く一致する。一方、減衰力係数は計算の過程で、 1ω 成分の速

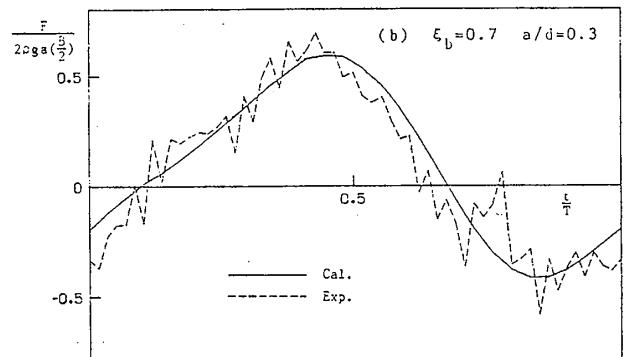
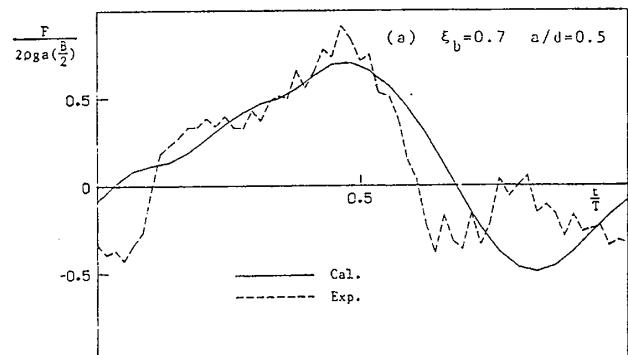


Fig. 7 Time histories of the fluid-dynamic force acting on the triangular section

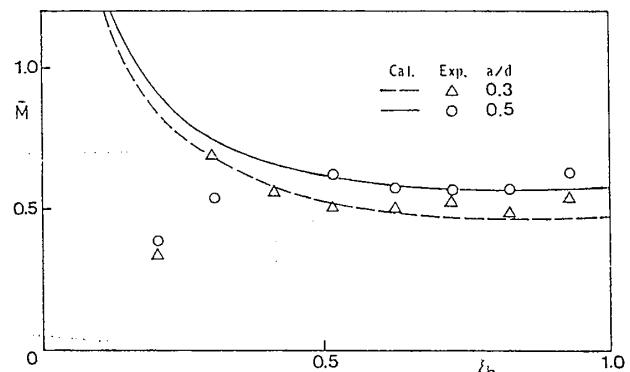


Fig. 8 Added mass coefficients of the triangular section

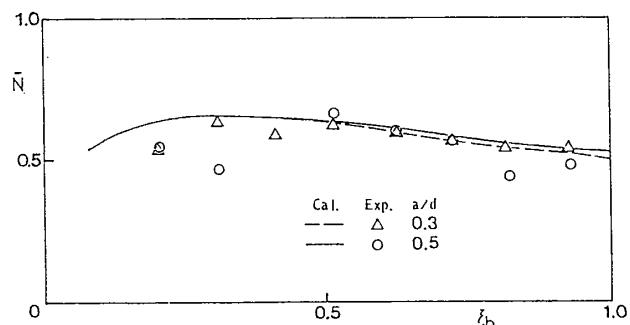


Fig. 9 Damping coefficients of triangular section

度ポテンシャルに平均位置で求めた係数を用いているため、計算値は振幅が増加してもほとんど変化していない。この傾向は実験値にも見られるが、田才ら⁶⁾が指摘

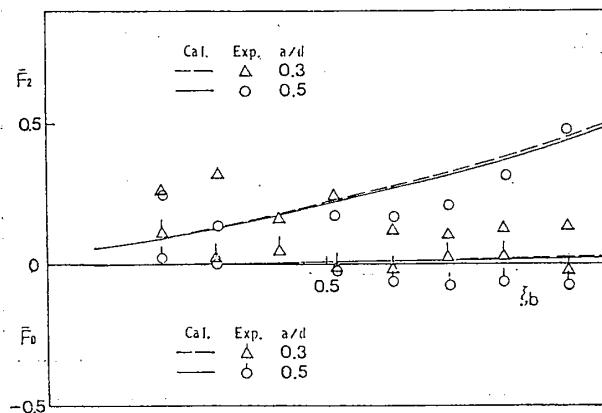


Fig. 10 Steady fluid-dynamic forces and amplitudes of the bi-harmonic component of the fluid-dynamic force acting on the triangular section

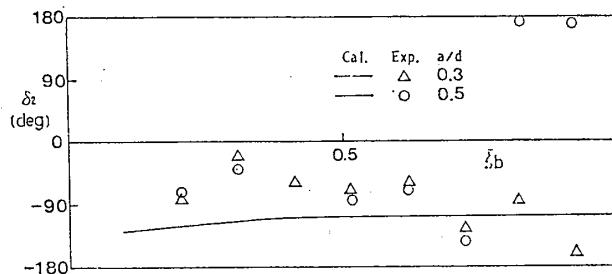


Fig. 11 Phases of the bi-harmonic component of the fluid-dynamic force acting on the triangular section

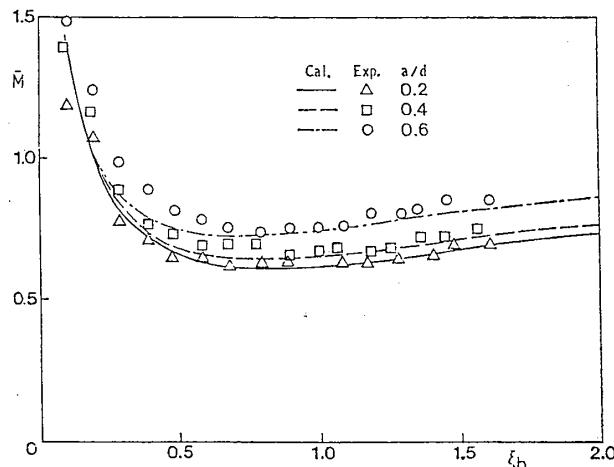


Fig. 12 Added mass coefficients of the circular section

したように粘性の影響も考えられるため大振幅の場合は減衰係数を正確に推定するのは難しいように思われる。

Fig. 10, 11 にはそれぞれ定常力と、 2ω 成分の力の振幅、位相を示す。 2ω 成分の力の振幅は実験値にばらつきがあるが、本計算法の目的からはこの程度の一致度で充分だと思われる。 2ω 成分の力の位相も実験値と計算値との一致度はあまり良くないが、これは 2ω 以上の速度ポテンシャルには波動頂が考慮されていないことと、

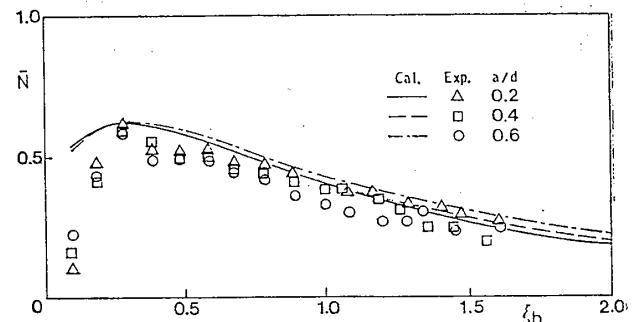


Fig. 13 Damping coefficients of the circular section

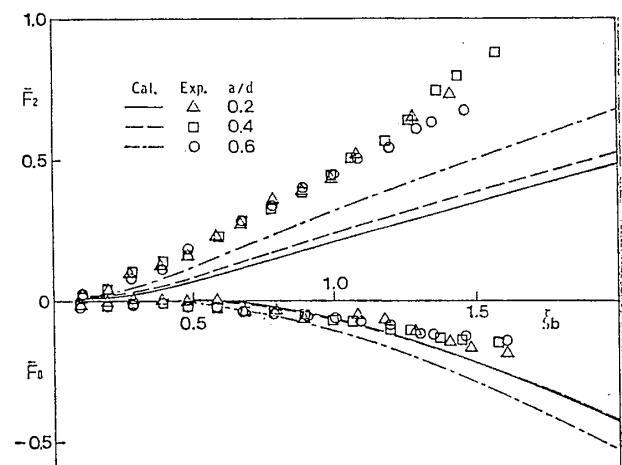


Fig. 14 Steady fluid-dynamic forces and amplitudes of the bi-harmonic component of the fluid-dynamic force acting on the circular section

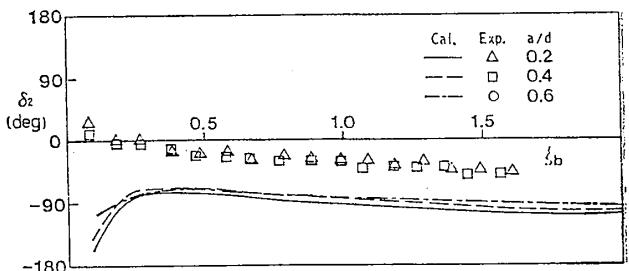


Fig. 15 Phases of the bi-harmonic component of the fluid-dynamic force acting on the circular section

数値計算上の時間ステップが 2ω 成分の位相に直すと 24° とかなり大きいことが原因と考えられる。また、定常力に関しても実験値と計算値の一一致度はそれほど良くないが、値自体が小さなものなので、この程度の一一致度で充分だと考えられる。

Fig. 12～15 には山下による円柱の強制上下揺試験による実験値と近似計算法による計算値を比較してある。形状が円柱の場合も正三角形の場合と同様に付加質量係数は実験値と計算値とで非常に良く一致している。一

方、実験による減衰力係数は振幅が大きくなると減少する傾向にあり計算との一致度は少し悪くなっている。 2ω 成分の力の振幅、位相に関しては正三角形の場合と同様に一致度はそれほど良くないが、定常力に関しては $\xi_0 = 0.1 \sim 0.3$ の範囲で良く一致している。

以上のように、本近似計算法は所期の目的に対し充分有効な手法だと考えられる。

5 結 言

前進速度を持つ船舶が大波高浪中で大振幅動揺する時、船舶に働く流体力を求めるための第一段階として、大振幅動揺する2次元物体に働く流体力を多重極展開法を利用した方法によって求めた。さらに、計算時間を短縮するために、多重極展開法の近似解法を示し、Chapmanの方法による計算値および実験値との比較検討を行った結果以下の結論を得た。

- (1) 自由表面条件は線形とし、物体表面条件を厳密に満たすという条件のもとで多重極展開法を利用した方法によって非線形流体力を求めることができた。しかし、計算の手法上、振幅が大きくなるに従って計算精度を保つことが困難なため、大振幅の場合の計算精度には疑問が残った。
- (2) 多重極展開法の計算時間を短縮するため、その近似解法を示した。さらに、近似解法の妥当性を評価するために、多重極展開法およびChapmanの方法による計算値との比較を行い、近似解法はほぼ満足のいく結果を与えることが判った。
- (3) 正三角形断面および円断面を持つ物体について近似解法による計算値と実験値の比較検討の結果、近似解法は充分に有用な手法であることが判った。

本稿を終るにあたり、有益な御討論をいただいた大阪大学中村彰一名誉教授、内藤林助教授に深く感謝いたします。なお、数値計算には大阪大学大型計算機センターACOS1000を使用したことと付記し、関係各位に感謝します。

付 錄 A

(2.4) 式によるポテンシャルの表示と Chapman の方法が同一であることを示す。

グリーン関数(2.3)式中の吹き出しの部分が Chapman の言うボディポテンシャルと同一なのは明らかなので、メモリー影響の部分が Chapman の言う波動場のポテンシャルと同一なことを証明する。(2.4)式中のメモリー影響の部分は次式で表わされる。

$$\phi_{fs}(x, y; t)$$

$$= R_e \left[-2g \int_0^t \int_{S_k} d(x', y'; \tau) \int_0^\infty \frac{e^{ik(z+iz')}}{\sigma} \right.$$

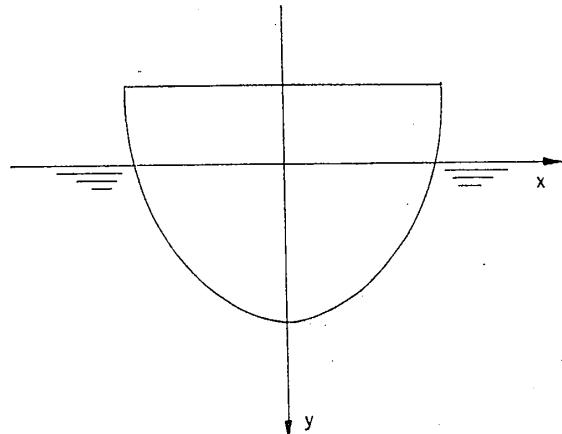


Fig. A-1 Co-ordinate system

$$\times \sin \sigma(t-\tau) dk dS d\tau \quad (A.1)$$

$$\text{ただし, } \sigma = \sqrt{kg}, z = x + iy, z' = ix' + iy'$$

座標系は Chapman の原論文に合わせて Fig. A-1 のように定める。また、記号もなるべく原論文に合わせていて、本文中の記号と混同しないよう注意されたい。(A.1)式を離散化した表現に改め総和の順序を入れ替えると次式を得る。

$$\phi_{fs} = -R_e \left[g \sum_{n=1}^{n_w} \frac{e^{ik_n z}}{\sigma_n} \sum_{j=1}^J \sin \sigma_n (J \Delta t - j \Delta t) \Delta A_n (j \Delta t) \right] \quad (A.2)$$

ただし、物体表面上での積分は Chapman の原論文と同様に微小区間 $z_{p1} \sim z_{p2}$ で吹き出し強さは一定として積分し、次式のような離散化を行っている。

$$2 \Delta k \cdot \Delta t \int_{S_k} e^{ik_n z'} dS = 2 \sum_{p=1}^{n_T} d_p (e^{-k_n z_{p1}} - e^{-k_n z_{p2}}) \times \frac{|z_{p2} - z_{p1}|}{k_n (z_{p2} - z_{p1})} \Delta k \cdot \Delta t = \sum_{p=1}^{n_T} d_p e_{np} \Delta t = \Delta A_n (j \Delta t) \quad (A.3)$$

ここで、

$$A_n(t) = A_n(J \Delta t) = - \sum_{j=1}^J \cos \sigma_n (J \Delta t - j \Delta t) \Delta A_n \quad (A.4)$$

$$B_n(t) = B_n(J \Delta t) = - \sum_{j=1}^J \sin \sigma_n (J \Delta t - j \Delta t) \Delta A_n \quad (A.5)$$

のようにおくと、 A_n 、 B_n は次の関係を満たす。

$$A_n(t + \Delta t) = A_n(t) \cos(\sigma_n \Delta t) + B_n(t) \sin(\sigma_n \Delta t) + \Delta A_n \quad (A.6)$$

$$B_n(t + \Delta t) = B_n(t) \cos(\sigma_n \Delta t) - A_n(t) \sin(\sigma_n \Delta t) \quad (A.7)$$

この A_n 、 B_n を用いると速度ポテンシャル ϕ_{fs} およびそれによる波面の盛り上り $\eta(x; t)$ は、それぞれ

$$\phi_{fs} = R_e \left[g \sum_{n=1}^{n_w} B_n(t) \sigma_n^{-1} e^{ik_n(ix-y)} \right] \quad (A.8)$$

$$\eta = -\frac{1}{g} \frac{\partial \phi_{fs}}{\partial t} \Big|_{y=0} = R_e \left[\sum_{n=1}^{n_w} A_n(t) e^{ik_n x} \right] \quad (A.9)$$

となり、Chapman の原論文と同一の表示式が得られる。

付 錄 B

グリーン関数(2.3)式中のメモリー影響は次式で表わされる。

$$M_e = \int_0^{\infty} \sigma^{-1} e^{ik(z+tz')} \sin \sigma t dk \quad (B.1)$$

(B.1)式を計算すると時間 t が大きくなるに従ってメモリー影響はしだいに減少し零に近づく。しかし、数値計算上は積分変数 k はある有限な幅で飛び飛びの値を取っているため、時間 t をさらに増加させていくとメモリー影響関数は再び値を持ち激しく振動する。通常は、時間 t が大きくなるとメモリー影響は消失するものと考え、ある時間 t' 以降は強制的に(B.1)式が零になるものとして計算を行うが、Chapman の方法では、メモリー影響を(A.6), (A.7)式で計算するため、このような操作は行えない。したがって、本報の計算のように定常動揺解を求めるため、かなり大きな時間 t まで計算を行うと精度が悪くなる恐れがある。また、(A.8)式より明らかのように x, y が小さい時は、 n に関する総和を有限項で打ち切る影響は e_{np} によって支配される。したがって、水面付近に強い吹き出し分布があると(水面と物体表面が直交していない場合このような傾向がある) n を有限で打ち切る影響が大きくなると考えられる。さらに、速度ポテンシャルの時間微分、速度などは e_{np} に σ_n または k_n が掛かった形になるので上述の影響がより一層強く現われるものと考えられる。

今回の計算では、微小振幅の場合の解と線形解を比較して精度チェックを行った後、大振幅の計算を行ったが、大振幅の場合は 1ω 成分の他に高次の変動成分があるこ

とと、物体表面が大きく移動する影響が加わるので、前述の影響による誤差は充分取り除かれていないと考えられる。

参考文献

- 1) 藤野正隆, 尾 範相, 河田 潤, 古野亥三郎: 大波高波浪による船体の波浪荷重に関する研究, 日本造船学会論文集, 第156号(1984), 第157号(1985), 第158号(1985).
- 2) 経塙雄策: 2次元物体に働く非線形流体力について, 日本造船学会論文集, 第148号(1980), 第149号(1981), 第150号(1981), 第152号(1983).
- 3) Chapman, R. B.: Large-Amplitude Transient Motion of Two-Dimensional Floating Bodies, Journal of Ship Research, Vol. 23, No. 1, 1979.
- 4) 別所正利: 薄い物体の大振幅上下動について, 第42回試験水槽委員会第2部会資料, (1975).
- 5) Tasai, F.: Measurement of the Wave Height Produced by Forced Heaving of the Cylinders, Reports of Research Institute for Applied Mechanics, Vol. 8, No. 29, 1960.
- 6) 田才福造, 小寺山亘: 上下揺する半没円柱に働く非線型流体力について, 西部造船会々報, 第46号(1973).
- 7) 山下誠也: 薄い物体の大振幅上下動における流体力の計算, 日本造船学会論文集, 第141号(1977).