（昭和62年5月　日本造船学会春季講演会において講演）

所定の翼面上圧力分布を有するプロペラの設計法

正員　佐　藤　和　範*

A Method to Design Propellers with Prescribed Pressure Distribution on Blade Surface

by Kazunori Sato*, *Member*

Summary

This paper presents a practical method to design propellers. In the method, the form of a propeller blade section profile is represented by eleven parameters. The parameters can be divided into three groups.

(1) parameters to determine strength

(2) parameters to affect largely pressure distribution on blade surface

(3) other parameters

Values of second group parameters are determined by solving simultaneous equation under prescribed pressure distribution. Coefficients of the equation are derived from solution of propeller analysis method such as Koyama's lifting surface theory.

By the presented method, it is possible to design propellers with high performance in cavitation and efficiency, under various design conditions including wake distribution.

記　号　表

a_E：展開面積比
C：翼弦長
C_p：圧力係数
C_{pv}：翼面上圧力が蒸気圧になるときの圧力係数
D：プロペラ直径
d_{tL}：前縁端における厚み
d_{tT}：後縁端における厚み
f：キャンバー
f_{MAX}：翼断面のキャンバー最大値
f_{MAXl}：前縁からキャンバー最大位置までの距離
fC_{BL}：前縁側キャンバーラインの肥瘠度
fC_{BT}：後縁側キャンバーラインの肥瘠度
F_m：f_{MAX} などのパラメーターのコード化された値
H_n：圧力分布を表わすパラメーター
J：プロペラ前進係数
J_O：最適プロペラ前進係数
K_Q/J^5：プロペラ設計点の出力係数
l：前縁からの距離
M：翼断面形状を表わすパラメーター（方程式の未知数）の数
N：圧力分布を表わすパラメーター（方程式）の数
n：プロペラ回転数
$n_{fL}, n_{fT}, n_{tL}, n_{tT}$：翼断面形状数式表示式の3項目の次数
P：ピッチ比
P_O：最適ピッチ比
R：プロペラ半径
r/R：プロペラ半径位置
t：肉厚
t_{MAX}：翼断面の最大肉厚
t_{MAXl}：前縁から肉厚最大位置までの距離
tC_{BL}：前縁側肉厚曲線の肥瘠度
tC_{BT}：後縁側肉厚曲線の肥瘠度
Z：翼数
$\varDelta$：係数行列の行列式の値
η_o：プロペラ単独効率
σ_N：軸心におけるキャビテーション数

$$\sigma_N=(P-P_0)\Big/\frac{1}{2}\rho n^2D^2$$

θ：翼の角度位置

＊（財）日本造船技術センター

1 はじめに

従来，プロペラ設計とは，強度関係の検討を別にして，系統的試験結果などを用いて翼面積やピッチなどの主要な寸法を決めることであった。系統的試験は一つの翼断面形状に対して翼数，展開面積比およびピッチ比を変えて行われており，その結果は普通設計用チャートにまとめられている。その翼断面形状は，試験結果や実績，

最近では理論計算結果を大幅に取り入れて設計されるが翼数，展開面積比およびピッチ比が変わっても同じ形状が使われる。タンカーやコンテナー船などの船種の違い，または船尾形状の違いによるプロペラに流入する流れの不均一度の違いなどは，設計されるプロペラの翼断面形状には反映しない。これは，主船体の線図の設計に例えると，船種が変わっても長さ，幅，吃水および排水量を変えるだけで，同じ横截面積曲線や肋骨線形状を採用するようなものである。主船体とプロペラの価格比を考えると，プロペラ設計に主船体の設計ほどの労力をかけるわけにはいかないという面もあるが，たとえば2%の主船体の抵抗減と2%のプロペラ効率向上とは，省エネ効果としては同等である。最近の馬力節減や振動軽減などに対する厳しい設計条件に対応するためにも，プロペラ設計にもう少し労力をさくべきではないだろうか。

いうまでもなく，最近，個々の船のプロペラ設計に際しても，系統的試験に使われた翼断面形状をそのまま使うのではなく，設計条件に合わせて若干修正したり，理論計算や模型試験の結果を援用して設計条件に合わせて翼断面形状をその都度設計したりするケースが増えているが，その割合は未だ小さい。それは，やはり大きな労力を必要とするからであろう。そこで，プロペラに流入する流れの不均一度も含めた個々の設計条件に応じて，翼断面形状を含めて個々のプロペラを労力をかけずに設計する手法を開発することによって，日常のプロペラ設計をより高度化していく必要がある。

本論文は，あらかじめ与えた所定の翼面上圧力分布を有するプロペラを設計する手法についてのものである。この手法によって，強度上の条件を満足しつつ，あらかじめ与えた圧力分布にできるだけ近い圧力分布を有するプロペラを設計することができる。理論と計算機の進歩に伴い，プロペラの幾何形状を与えて流力的性能を求めるという解析問題の解法が発表されている[1)~4)]が，これらを用いて試行錯誤的に所定の圧力分布を有するプロペラ形状を設計するには多くの労力を必要とし，日常的に個々のプロペラを設計する際の手法としては実用的ではない。流力的な条件を与えてプロペラ幾何形状を求めるという最適設計問題の解法も発表された[5),6)]が，なかなか実用にはならないようで，最近は発表例を見かけない。最近，Eppler の方法[7)]を使ったプロペラ設計例が発表された[8),9)]が，Eppler の方法は2次元翼についての解法であるので，それをプロペラ設計に応用するためには誘導速度の影響を修正しなければならない。また，翼断面形状を決めるのに流力的な設計条件のみを考慮しているので，強度上必要な肉厚は計算結果として求まり，あらかじめその値を指定できない。

本論文は，設計問題を解く一つの手法についてのものであるが，本手法はそれ自身では完結していない。本手法は，設計問題を解析的に直接解くのではなく，解析問題の解法による数値解を利用する。本論文では，解析問題の解法として小山の揚力面理論[4)]，菅井の相当2次元翼の考え[1)]および守屋の第一近似式[10)]を用いた。よって，本手法における誤差は，本手法自体の誤差に上記三つの解法の誤差が加わったものになる。

2　プロペラ設計法

2.1　プロペラ形状の数式表示

本手法においては，プロペラ形状とその翼面上圧力分布の関連に関するデータを必要とする。本節と次節はそのデータを得る手順を示すもので，本手法における準備段階ともいうべき部分である。

本手法においては，一つの翼断面形状を15個のパラメーターで表現する。まず，翼断面形状を Nose-Tail Line とそれに直角な座標系で背面と正面の座標 B，F から，

キャンバーライン　$f=(B+F)/2$

肉厚曲線　$t=(B-F)/2$

を定義する。この両曲線を，各々の翼弦長方向の最大位置で前縁側と後縁側に分け，一つの翼断面形状を四つの曲線で表現する。例として前縁側の肉厚曲線の表示式を示すと，$x=l/t_{\mathrm{MAX}l}$ として

$$t=ax^2+bx+cx^{1/n_{tL}}+d_{tL}(1-x)^2 \qquad (1)$$

$$0\leq x\leq 1$$

である。n_{tL} は前縁の丸みを表わすパラメーターで，本論文では $n_{tL}=2$ とする。d_{tL} は前縁端の厚みを表わすパラメーターで主に強度上の条件から決められる。a，b，c は係数であるが，主船体の肥瘠係数と同様に，上記曲線の囲む面積 A_L（Fig. 1 参照）から前縁側の肉厚曲線の肥瘠度 tC_{BL} を

$$tC_{BL}=A_L/t_{\mathrm{MAX}}/t_{\mathrm{MAX}l}$$

のように定義すると，（1）式は

$$\frac{t}{t_{\mathrm{MAX}}}=\frac{6(n_{tL}+1)tC_{BL}-3(2n_{tL}+1)}{2n_{tL}-1}x^2-\frac{6(n_{tL}+1)tC_{BL}-2(3n_{tL}+1)}{n_{tL}-1}x+\frac{2n_{tL}(n_{tL}+1)(3tC_{BL}-2)}{(n_{tL}-1)(2n_{tL}-1)}x^{1/n_{tL}}+\frac{d_{tL}(1-x)^2}{t_{\mathrm{MAX}}} \qquad (2)$$

となる。後縁側の肉厚曲線や前後縁側のキャンバーライ

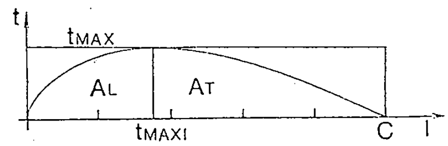

Fig. 1　Definition of thickness line

ンも同様の式で表わすこととするが，n_{tT}, n_{fL}, n_{fT} は 1/3 とし上式を3次の多項式にする。また，定義から，キャンバーラインのときは第4項を省く。以上のことから，一つの翼断面形状を

キャンバーライン関係	$f_{MAX}, f_{MAXl}, fC_{BL}, fC_{BT}, n_{fL}, n_{fT}$
肉厚曲線関係	$t_{MAX}, t_{MAXl}, tC_{BL}, tC_{BT}, n_{tL}, n_{tT}, d_{tL}, d_{tT}$
翼弦長	C

の15個のパラメーターで表現するが，前述したように n_{fL} などは値を固定するので，可変パラメーターは11個である。

なお，各曲線がその最大位置 ($l=f_{MAXl}, t_{MAXl}$) 以外に極値を持たないという条件をつけると，

$$3/4>fC_{BL},\ fC_{BT},\ tC_{BT}>1/2 \qquad (3)$$

$$8/9>tC_{BL}>2/3 \qquad (4)$$

の制限が加わる。

Fig.2 に f_{MAX}, tC_{BL} および t_{MAXl} を変えたときの翼断面形状を示す。上記表示式を使うことによって，$l=f_{MAXl}, t_{MAXl}$ の位置では1次微係数まで，他の位置では任意の次数の微係数まで連続となる。各曲線の肥瘠度が(3)，(4)式を満足している限り，脊面には極値が一つしか存在しないが，正面には1～3個の極値が存在する。また，Fig.2 の tC_{BL} の例に示すように，(3)，(4)式の両端近くの値をとったとき翼断面形状が不自然になることがある。プロペラ設計に当っては，自然な形の翼断面が得られるよう(3)，(4)式の範囲の中間付近の値になるようにする必要がある。

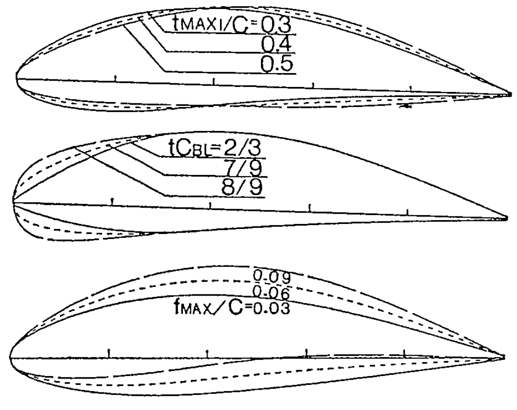

Fig.2 Examples of blade section profile

2.2 プロペラ形状のコード化と圧力分布の計算

次節で述べるように，本手法においては，翼断面形状を表わすパラメーターと翼面上圧力との間の相関係数を必要とする。本節は，そのためのデータを得る手順を示す。

(1) プロペラ形状のコード化

前節の翼断面形状を表わす11個のパラメーターを半径位置 r/R の連続関数で表わすと共に，それを線型変換してコード化する。コード化は，本手法において必ずしも必要ではないが，コード化した方が簡単になり分かり易くなる。

Fig.3 の左側に展開面積比 a_E のコード化を示すが，

$$a_E=(\text{コード数})\times 0.2+0.05$$

となっている。各曲線の肥瘠度については，r/R 方向に一定値とし，(3)，(4)式の範囲を5等分し内側四つをコード数=1.0, 2.0, 3.0 および 4.0 とした。その他のパラメーターについては，Fig.3 に f_{MAX} と d_{tL} の例を示すように，既存のプロペラのこれらパラメーターの値を参考に，翼断面形状が不自然にならないことを留意しつつ，パラメーターのとり得るであろう値の最小・最大をコード数=1.0 および 4.0 とし，その間を3等分してコード数=2.0 および 3.0 とした。

次節で述べる連立方程式には，パラメーターの値そのものではなくこのコード数を用いるので，方程式の解としてはコード数が得られる。それを逆変換してパラメーターの値を求め，(2)式などによって各曲線の値を計

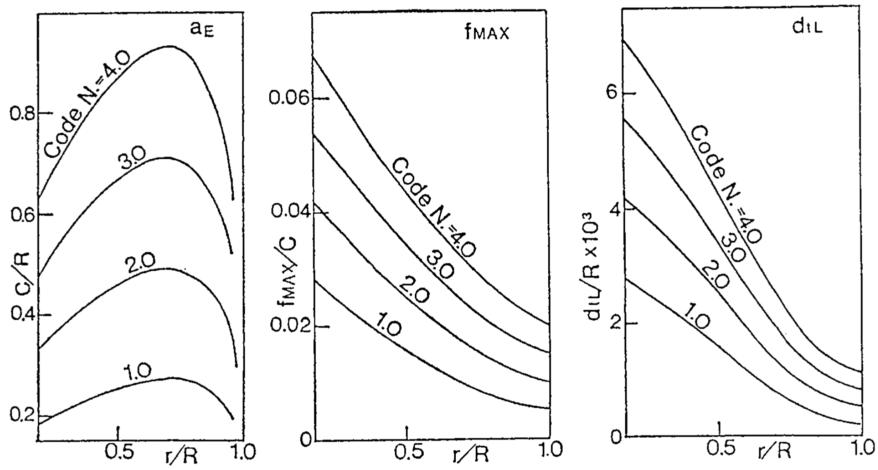

Fig.3 Examples of coding of parameters to represent blade section profiles

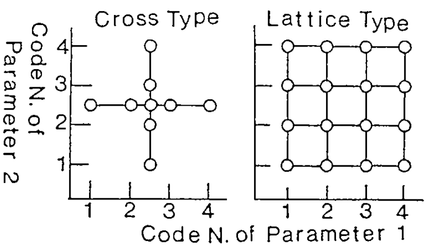

Fig. 4 Structure of data

算する。

（2） コード数の組み合わせ

翼断面形状を表わすパラメーターと翼面上圧力の間の相関係数を得るため，上記コード数を変えたプロペラの翼面上圧力分布を計算するが，その際コード数は 1.0～4.0 の4種とする。パラメーターの数は 11 個なのですべての組み合わせ（Fig. 4 の右側にパラメーターの数が2個の場合の例を示す）の数は $4^{11}≒4\times10^6$ となり非現実的である。

本手法では，Fig. 4 の左側に示すように，一つのパラメーターの値を変えるときは他のパラメーターの値はコード数=2.5 に固定する。よって，計算すべきプロペラの個数は，すべてのパラメーターのコード数が2.5のプロペラ1種を加えて，$4\times11+1=45$ 種となる。このようにするとパラメーター間の干渉の影響を無視することになり誤差の原因となるが，連立方程式の線型化が可能となり本手法における解法を簡単かつ見通しのよいものにする。

なお，相関係数を得るためには各パラメーターの値を2種変えるだけでよいが，係数を得る際の誤差を少しでも減らすために4種とし最小2乗法で係数を決めることとした。

（3） 最適ピッチ比および最適前進係数の計算

本手法においては，同一の設計条件（出力係数 B_p）に基づくデータから連立方程式の係数を計算するので，上記 45 種のプロペラについて B_p ベースのプロペラ効率最高曲線を計算する必要がある。その解法としては，スラスト係数およびトルク係数の計算には小山の揚力面の解法を，プロペラ効率最高曲線の計算には伊藤らの方法[11]を用いた。

3～6翼のプロペラについてデータを用意しておくためには $4\times45=180$ 本のプロペラ効率最高曲線を求めておく必要があり，そのための揚力面計算が本手法において最も計算時間を要する部分である。

なお，本論文においては，プロペラ設計点を表わす係数として，出力係数 B_p の代りに無次元数である K_Q/J^5 $(=B_p{}^2/1,135.2)$ を用いる。

（4） 圧力分布の計算

準備の最後の段階として翼面上圧力を計算する。その解法として，小山の揚力面理論，菅井の相当2次元翼の考えおよび守屋の第1近似式を用いた。

計算は，設計すべきプロペラの翼数と設計点 K_Q/J^5 について，上記 45 種のプロペラについて行い，この結果が1組のデータとなる。本手法では圧力分布を表わすパラメーターとして C_p/C_{pv} と $(\partial C_p/\partial l)\cdot(C/C_{pv})$ の2種を用いる。前者は，圧力係数 C_p を翼面上の圧力が蒸気圧になるときの圧力係数 C_{pv} で割ったもので，$C_p/C_{pv}>1$ のとき翼面上圧力は蒸気圧以下になる。後者は翼弦長方向の圧力勾配である。本論文では，一つの翼断面の圧力分布に関するデータとして

脊面 C_p/C_{pv} および $(\partial C_p/\partial l)\cdot(C/C_{pv})$ を翼弦長方向に 10 点

正面 $l/C=0.02$ の C_p/C_{pv}

の 21 個のデータを用いる。

この項の計算も計算機使用時間が大きい。本項と前項における揚力面計算が，本手法における計算機使用時間の大部分を占める。ただしこれらは設計のデータベースとして使うことができ，同じ解析手法に基づいて設計する限り一度計算しておけばよい。

2.3 線型連立方程式

（1） 線型化

C_p/C_{pv} などの圧力分布を表わすパラメーター $H_n(n=1,2,\cdots21)$ と f_{MAX} などの翼断面形状を表わすパラメーターのコード数 $F_m(m=1,2,\cdots11)$ の関係

$$H_n=f_n(F_1,F_2,\cdots F_{11};Z,\ K_Q/J^5,\ r/R,\ J/J_0),\ n=1,2,\cdots,21 \tag{5}$$

を下式で線型化する。

$$H_n=\sum_{m=0}^{11}a_{nm}F_m,\ n=1,2,\cdots\cdots,21 \tag{6}$$

ここに，$F_0=1$

a_{nm} は係数

また，前節の（3）で求まった最適ピッチ比 P_o と最適前進係数 J_o と F_m の関係も線型化し，

$$P_o=\sum_{m=0}^{11}a_{Pm}F_m \tag{7}$$

$$J_o=\sum_{m=0}^{11}a_{Jm}F_m \tag{8}$$

と表わす。

線型化の誤差を見るために，Figs. 5, 6 に翼面上圧力分布，P_o および J_o が a_E，f_{MAX} および d_{tL} のコード数によってどのように変化するかを示す。明記した以外の翼断面形状を表わすパラメーターのコード数は 2.5 である。本図によると，圧力，P_o および J_o は f_{MAX} および d_{tL} のコード数にほぼ比例して変化している。a_E のコード数とは非線型度が大きいが，逆数 $1/a_E$ とはほぼ直線的になるので（6)～(8）式では，a_E の代りに $1/a_E$ を用いている。（6)～(8）式のように線型

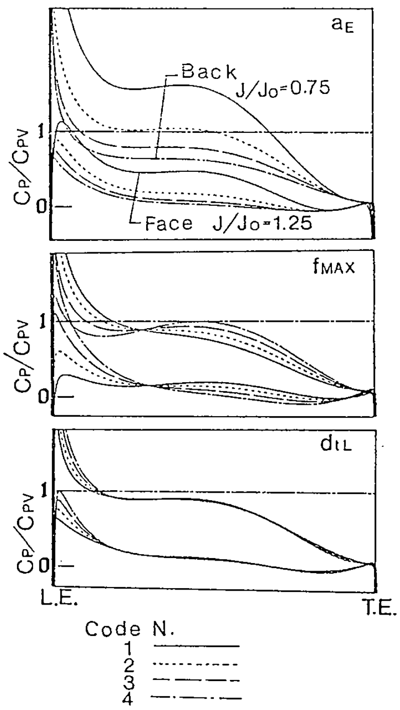

Fig. 5 Variations of pressure distribution due to code number, ($Z=4$, $\log(K_Q/J^5)=-0.9$, $0.8R$)

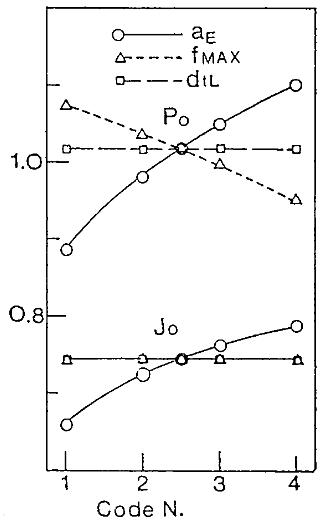

Fig. 6 Variations of optimum pitch ratio and propeller advance coefficient due to code number

近似することによる誤差の寄与率は数%である。なお，Fig. 5 の縦軸は，前述の C_p/C_{pv} であるが，C_{pv} の計算に際しては，$\sigma_N=2.1$ としている。これは実績の平均値で本論文においては特にことわらない限りこの値を用いる。また，本図においては背面の圧力は $J/J_o=0.75$ のものを，正面の圧力は $J/J_o=1.25$ のものを示している。これは，背面および正面のキャビテーションは各々 $J/J_o<1$，$J/J_o>1$ で問題になることを考慮したためである。

（2） 変数の規格化

（6）～（8）式の係数 a_{nm}，a_{Pm} および a_{Jm} は前節で求めたデータから最小2乗法で求めるが，実際にその計算をする必要はない。上式の H_n および F_m をすべてその 45 個のデータの平均値と標準偏差で規格化

$$\frac{(\text{パラメーターの値})-(\text{平均値})}{(\text{標準偏差})}$$

すると，上式の常数項（$m=0$ の項）が消えると共に，a_{nm}，a_{Pm} および a_{Jm} は，H_m，P_o および J_o と F_m の間の相関係数 r_{mm}，r_{Pm} および r_{Jm} と一致する。すなわち（6）～（8）式は

$$\bar{H}_n=\sum_{m=1}^{11} r_{nm}\bar{F}_m, \qquad n=1, 2, \cdots\cdots 21 \tag{9}$$

$$\bar{P}_o=\sum_{m=1}^{11} r_{Pm}\bar{F}_m \tag{10}$$

$$\bar{J}_o=\sum_{m=1}^{11} r_{Jm}\bar{F}_m \tag{11}$$

ここに，上線は規格化した変数であることを示す。

となり，前節で得たデータから相関係数を計算するだけで方程式を組立てることができる。これは，Fig. 4 の左側に示す十字型のデータ配置をとりパラメーター F_m 間の干渉を無視したこと，および H_n と F_m の関係を線型近似したことによるもので，本手法における誤差の要因にはなっているが，見通しをよくし解法を簡単にできる理由になっている。

（3） 連立方程式の次数

所定の圧力分布から（9）式の左辺の値を定めてこの連立方程式を解くことによって $\bar{F}_m(m=1, 2, \cdots\cdots, 11)$ を求め，変数変換の逆の過程（$\bar{F}_m \to F_m \to f_{MAX}$ など→ t や h→正背面の座標 B，F）をたどることによって翼断面形状を得ることができる。また，求まった $\bar{F}_m$ を（10），（11）式に代入することによって P_o や J_o も得られる。

（9）式は翼断面形状を表わすパラメーターとして 11 種，圧力分布を表わすパラメーターとしては 21 種の連立方程式となっているが，次節で述べる理由によって，実際に解く未知数と方程式の数はこれよりも少なくなる。未知数の数を $M(<11)$，方程式の数を $N(<21)$ として，

$$\bar{H}_n-\sum_{m=M+1}^{11} r_{nm}\bar{F}_m=\sum_{m=1}^{M} r_{nm}\bar{F}_m \tag{12}$$

$$n=1, 2, \cdots\cdots, N$$

を解くことになる。左辺の $\bar{F}_m$ は既知の値としてあらかじめ値を定め，右辺の $\bar{F}_m$ を未知数として解く。

（12）式は，$N=M$ のときは通常の線型連立方程式として解くが，$N>M$ のときは最小2乗法で解く。$N<M$

のときは解が不定になるので採用しない。

2.4 パラメーターの選択

（1） 圧力分布を表わすパラメーターの選択

前述したように，一つの翼断面の圧力分布を表わすパラメーター H_n の数を 21 個としたが，これらをすべて連立させるわけではない。展開面積比をあらかじめ決めて翼断面形状を設計する場合は，翼面上圧力の平均値があらかじめ決ってしまうので H_n としては圧力勾配のみを指定すべきである。展開面積比も計算で求めようとする場合は，圧力勾配だけでは圧力の平均値が定まらないので圧力 C_p/C_{pv} のみを指定するか圧力と圧力勾配を同時に指定する。後者の場合，圧力の値と圧力勾配の値の間に矛盾があってはならない。

次項で述べるように，形状を表わすパラメーターの数 M としては4以下が選択されることが多い。このとき $N=M$ とすると圧力や圧力勾配を計4個以下しか与えることができない。これは一つの翼断面の圧力分布を表わすパラメーターの数としては少な過ぎる。$N>M$ の場合はこのような配慮は不要なので，必要なだけ H_n の数Nを選ぶことができ使い易い。ただし，この場合は，連立方程式（12）式を最小2乗法で解くことになるので，あらかじめ指定した H_n の値と結果として得られる H_n の値は一致しない。しかし，翼面上圧力分布としては大体の傾向が指定したものと合っておれば良いので，実用上の問題はない。本論文における計算例はすべて $N>M$ のものである。

（2） 翼断面形状を表わすパラメーターの選択

プロペラは，キャビテーション上望ましい翼面上圧力分布という条件だけで設計するわけにはいかない。通常第1に重要なのは強度，第2に重要なのは効率，キャビテーション性能は第3位であろう。キャビテーション性能上からは好ましくなくとも強度上の理由から値を変えることのできないパラメーターとしては，t_{MAX}，d_{tL} および d_{tT} がある。特に強度上の条件が厳しいときは，tC_{BL} と tC_{BT} もあまり小さくできない。このようなパラメーターはあらかじめ値を与え（12）式のように左辺に移す。

また，展開面積比をあらかじめ定めて翼断面形状を設計する場合は，その項も左辺に移す。

（12）式で左辺に移されるパラメーターを選択する基準はもう一つある。相関係数 r_{nm} を成分とする M 個のベクトル

$$\vec{r}_m=(r_{1m}, r_{2m}, \cdots r_{Nm}), \qquad m=1, 2, \cdots, M$$

を考える。これは，パラメーター F_m が $H_1, H_2, \cdots H_N$ とどの程度の相関を有しているかを示すN次元空間のベクトルであるが，この長さの大きいパラメーターは圧力分布に及ぼす影響が大きい。ベクトルの長さが小さいパラメーターを右辺に残しておくと，H_n の値を少し変えただけでそのパラメーターの値は大きく変わってしまい（3），（4）式の範囲を越えてしまうことも起こり得る。このとき，得られる翼断面形状は不自然になる。さらに，たとえベクトルの長さが大きいパラメーターでも，好ましくないパラメーターの組み合わせがある。それは，ベクトル間の角度が小さく平行に近い場合で，圧力分布に及ぼす影響がほぼ等しいパラメーターを同時に未知数として右辺に残すと，H_n の値を少し変えただけで得られるパラメーターの値が大きく変わることになる。極端な場合として，ベクトルが全く平行な二つのパラメーターを同時に右辺に残したときは，連立方程式の解は不定になる。

以上のことから，連立方程式の右辺に残すパラメーターとしては，そのベクトルの長さが大きく，かつ互いにその向きが垂直に近いパラメーターの組み合わせとなる。すなわち，N 次元空間における M 個のベクトルのつくる平行体の体積が大きいパラメーターの組み合わせを未知数として右辺に残す。選択されなかったパラメーターは，あらかじめ適当な値を与えて左辺に移す。なお，上記平行体の体積は，$N=M$ のときは（12）式の係数行列式に，$N>M$ のときは最小2乗法で解くときの正規方程式の係数行列の行列式に等しいので，これら行列式の値Δを好ましいパラメーターの組み合わせを選択する際の基準とする。

（3） 数値例

4翼，展開面積比 0.55，$\log(K_Q/J^5)=-0.5$，$r/R=0.8$ の場合の数値例を示す。

圧力分布を表わすパラメーター H_n としては，$J/J_o=0.75$ における背面の圧力勾配 10 種，$J/J_o=1.25$ における正面の $l/C=0.02$ における圧力1種で，$N=11$ とした。翼断面形状を表わすパラメーター F_m としては a_E, t_{MAX}, d_{tL} および d_{tT} を除く7種から選んだ。7種から1～7種のパラメーターを選ぶ組み合わせの数は 127 であるが，このすべての組み合わせの場合の前記行列式の値Δの分布を Fig. 7 に示す。本図において横軸はΔをその最大値 Δ_{MAX}（これは，$M=3$ で f_{MAX}, f_{MAXl} および fC_{BT} が選択されたときに得られた）で割ったも

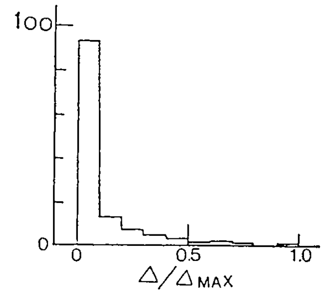

Fig. 7 Distribution of Δ/Δ_{MAX}

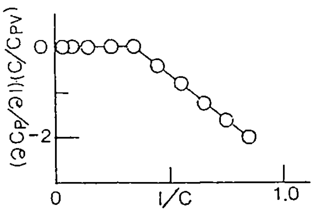

Fig. 8 Input data (back surface)

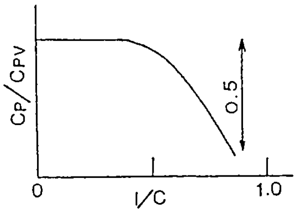

Fig. 9 Expected pressure distribution on back surface

Table 1 Code number of parameters F_m

NO.	Δ/Δ_{MAX}	M	f_{MAX}	f_{MAXl}	fC_{BL}	fC_{BT}	t_{MAXl}	tC_{BL}	tC_{BT}
1	1.00	3	2.78	2.88		4.36			
2	0.78	2	3.02	2.76					
3	0.66	4	2.59	3.07		4.39		1.65	
4	0.65	2	2.86			4.33			
5	0.51	3	2.85	2.93				1.77	
123	0.00	6	2.32	4.79	11.87		3.68	1.99	4.46
124	0.00	5	3.04		8.10	3.19	4.58		4.08
125	0.00	6	2.59		5.06	3.71	4.11	1.90	3.58
126	0.00	6	1.79	4.61	14.54	3.25	5.86		3.48
127	0.00	7	2.34	2.96	6.59	3.71	4.42	1.92	3.46

の，縦軸は度数である。本図によると，ほとんどの組み合わせは $\Delta/\Delta_{MAX}<0.1$ であること，および $\Delta/\Delta_{MAX}>0.5$ となる組み合わせは極めて少ない（5組）ことが分かる。

次に，$\Delta/\Delta_{MAX}>0.5$ となる5組の組み合わせについての翼断面形状を表わすパラメーターの値と圧力分布の計算結果を示す。指定した脊面の圧力勾配は Fig. 8 に示す10点で Fig. 9 のような圧力分布をねらっている。正面の $l/C=0.02$ における C_p/C_{pv} は 1.0 を入力した。a_E などあらかじめ除かれたパラメーターおよび選択されなかったパラメーターの値として，コード数=2.5 としたときの連立方程式の解（コード数），およびこの解から求まった翼断面の圧力分布を Table 1（上の 5 行）と Fig. 10 に示す。Table 1 においては選択されたパラメーターの値のみを示しているが，空欄の値はすべて 2.5 である。Table 1 を見ると，f_{MAX} が常に選択されていること，および fC_{BL}, t_{MAXl}, tC_{BT} は一度も選択されていないことが分かる。また，fC_{BT} を除き各パラメーターのコード数も 1.0〜4.0 の範囲に入っている。fC_{BT} は 4.0 を若干越えているが，翼断面形状が不自然になるほどではない。また，M の値としては2〜4の組み合わせが選ばれている。なお，Table 1 の下段には参考のため Δ/Δ_{MAX} の値が最も小さい組み合わせ例を

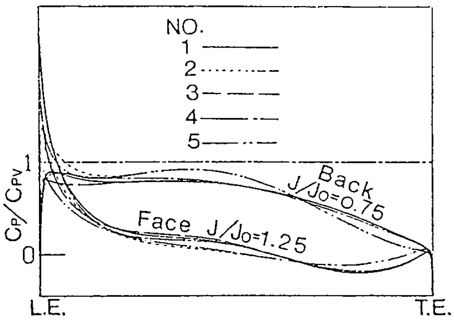

Fig. 10 Pressure distribusion in the cases of parameter combination with large Δ/Δ_{MAX}

示してあるが，この場合は，M が大きいと共に fC_{BL} の値が 4.0 を大きく越えており翼断面としての形をなしていない。Fig. 10 を見ると，Δ/Δ_{MAX} の大きさが 1，3 および4番目のものが当初ねらった圧力分布（Fig. 9）に近い。

2.5 半径方向の接合

前述したように一つの翼断面に対し1組の連立方程式が対応している。解として得られる翼断面形状を表わすパラメーターのコード数から得られたプロペラは，その半径位置でのみ所定の圧力分布を有するプロペラである。得られたコード数によって他の半径位置における f_{MAX} などの値は，Fig. 3 に例を示した r/R の連続関数として自動的に決ってしまうので，他の半径位置では所定の圧力分布になっているとは限らない。

複数の半径位置で所定の圧力分布を有するプロペラを設計するためには次の手順をとる。すなわち，まず，$r/R=0.9$ で所定の圧力分布を有するプロペラ，$r/R=0.8$ で所定の圧力分布を有するプロペラ，……というように複数のプロペラを設計する。次に，$r/R=0.9$ で所定の圧力分布を有するプロペラの $0.9R$ の翼断面形状とピッチ化，$r/R=0.8$ で所定の圧力分布を有するプロペラの $0.8R$ の翼断面形状とピッチ比，……を継ぎ合わせて一つのプロペラとする。実際には，各プロペラ各断面の f_{MAX} などのパラメーターを r/R の連続関数で近似する。これが複数の半径位置で所定の圧力分布を有するプロペラの f_{MAX} などとなる。

この手順は，たとえば $0.9R$ の翼断面形状やピッチ比を変えても，$0.7R$ の翼断面形状やピッチ比が同一であるなら，$0.7R$ の流力特性は変わらない，ということを仮定するに等しい。この仮定はもちろん厳密には正しくないが，このような取扱いが実用上許されるか否かを検証するため具体例で検討してみた。プロペラ設計条件は前節の数値例と同じものであるが，一つの半径位置でのみ所定の圧力分布を有するプロペラの個数は 0.4，0.5，……，$0.95R$ で7個とした。まず，前記行列式の値

Δが最大となるパラメーターの組み合わせを求めたところ，0.4R では $M=2$ で f_{MAX} と f_{MAXl} の組み合わせ，他の半径位置ではすべて $M=3$ で f_{MAX}, f_{MAXl} および fC_{BT} の組み合わせであった。0.4R における f_{MAX}, f_{MAXl} および fC_{BT} の組み合わせの場合 $\Delta/\Delta_{MAX}=0.97$ で2番目であったので，7個のプロペラすべてについて上記3個の組み合わせを採用した。

次に，前節で示した手順で7個のプロペラのパラメーターを計算したが，例として Fig. 11 に 0.4R で所定の圧力分布を有するプロペラおよび 0.95R で所定の圧力分布を有するプロペラの $r/R=0.4$, 0.6, 0.8 および 0.95 における圧力分布を示す。前者のプロペラでは 0.8R や 0.95R の断面で，後者では 0.4, 0.6 および 0.8R の断面で所定の圧力分布（Fig. 9）とは違っている。次は各プロペラの各断面を接合するステップであるが，f_{MAX} とピッチ比 P の例を Figs. 12, 13 に示す。図中の実線は一つの半径位置でのみ所定の圧力分布を有するプロペラの f_{MAX} および P の半径方向分布，点線は極端な値を有する 0.95R のものを除く○印を3次の多項式で近似したもので，これが 0.4～0.95R 全体で所定の圧力分布を有するプロペラの f_{MAX} および P の半径方向分布と考える。一つの半径位置でのみ所定の圧力

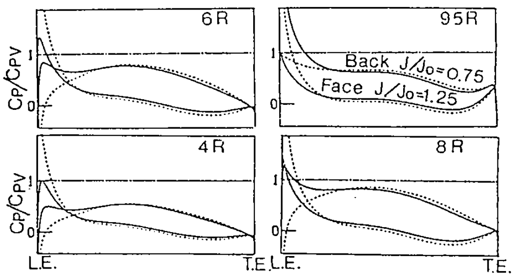

Fig. 11　Pressure distributions of propellers with prescribed pressure distribution at 0.4R(solid lines) and 0.95 R (dotted lines)

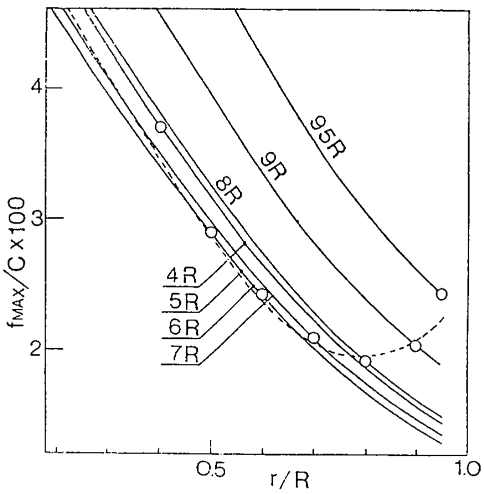

Fig. 12　Connecting of f_{MAX}

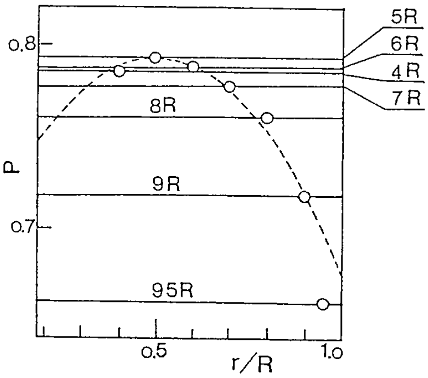

Fig. 13　Connecting of pitch ratio

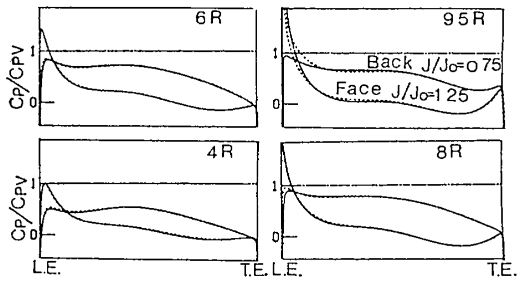

Fig. 14　Comparison of pressure distributions of propellers with prescribed pressure distribution at one radious (solid lines) and a propeller with prescribed pressure distribution at 0.4～0.95 R (dotted lines)

分布を有するプロペラのその半径位置の圧力分布を，0.4～0.95R 全体で所定の圧力分布を有するプロペラの圧力分布を比較して Fig. 14 に示す。本図によると，0.4，0.6 および 0.8R では両者ほぼ一致しており，上記仮定が実用上許されるものであることが分かる。なお，0.95R については一致度が悪いが，これは Figs. 12, 13 に示すように 0.95R の点（○印）をはずして半径方向の接合を行ったためである。

3　計　算　例

プロペラ設計条件を変えたとき，翼断面形状を表わすパラメーターなどがどのように変わるかを示すために計算例を示す。基準となる設計条件を以下に示すが，

（i）　キャビテーション数 σ_N　　2.0

（ii）　翼　数　　4

（iii）　設計点の $\log(K_Q/J^5)$　　−0.6

（iv）　背面の圧力分布（$J/J_o=0.7$）

$l/C=0.06$ で $(\partial C_p/\partial l)\cdot(C/C_{pv})=-1.0$

$l/C=0.1$～0.4 で $\partial C_p/\partial l=0$（5点）

$l/C=0.4$ で $C_p/C_{pv}=0.8$

（v）　正面の圧力（$J/J_o=1.2$）

$l/C=0.02$ で $C_p/C_{pv}=0.6$

ここでは $r/R=0.8$ で，この圧力分布を有するプロペラ

のみ計算し，2.5 で述べた半径方向の接合は行っていない。

圧力分布を表わすパラメーターの数Nは8であるが，翼断面形状を表わすパラメーターの数 M を4とし正規方程式の行列式の値$\varDelta$が最大になるパラメーターの組み合わせは a_E，f_{MAX}，fC_{BL} および tC_{BL} であった。

（1）　脊面の C_p/C_{pv} の値を変えたとき

脊面の圧力 C_p/C_{pv} についての設計条件を 0.6～1.0 の範囲で 0.1 づつ変えたときの $a_E, f_{\mathrm{MAX}}, fC_{BL}, tC_{BL}$, P_0 および J_0 の変化と，そのときの圧力分布を Fig. 15 に示す。実際には上記設計条件（iv）の $l/C=0.4$ における C_p/C_{pv} を変え，他の条件は同一として計算した。本図によると，脊面における C_p/C_{pv} を小さくするためには，つまり脊面のキャビテーションを小さくするためには，展開面積比を大きくすると共に，前縁側のキャンバーラインを瘠せさせ肉厚曲線を太らせる必要があることが分かる。また，このとき最適ピッチ比が大きくなるが，最適前進係数が大きくなるため最適直径が小さくなるので，（ピッチ＋直径）の値はあまり変わらない。

（2）　脊面で所定の圧力分布を得る J を変えたとき

脊面の所定の圧力分布を得るプロペラ前進係数を $J/J_0=0.5$～0.9 の範囲で 0.1 づつ変えたときの a_E などの変化を Fig. 16 に示す。本図によると，より小さな J で上記圧力分布を得るためには，展開面積比とキャンバー最大値を大きくする必要があることが分かる。

（3）　設計点における K_Q/J^5 を変えたとき

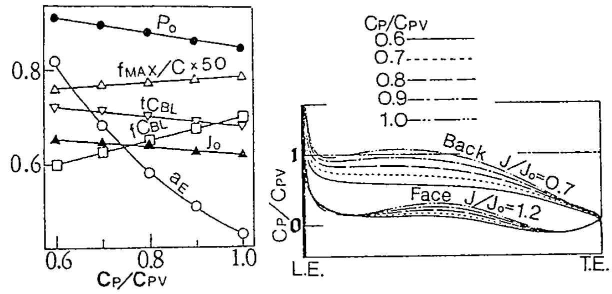

Fig. 15　Variation of parameters due to variation of C_p/C_{pv} at $l/C=0.4$ and pressure distributions

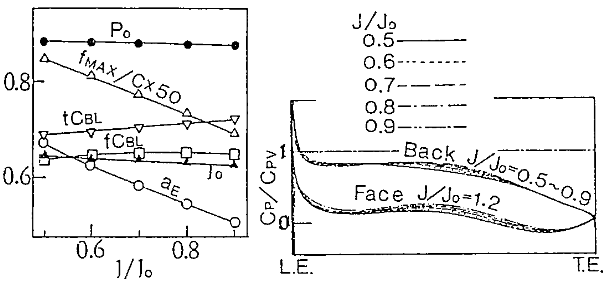

Fig. 16　Variation of parameters due to variation of J to get prescribed pressure distributions

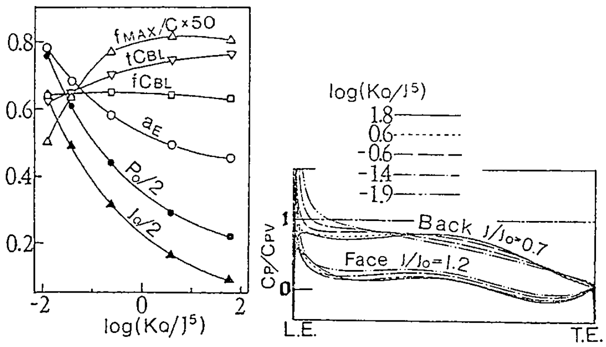

Fig. 17　Variation of parameters due to variation of K_Q/J^5 and pressure distributions

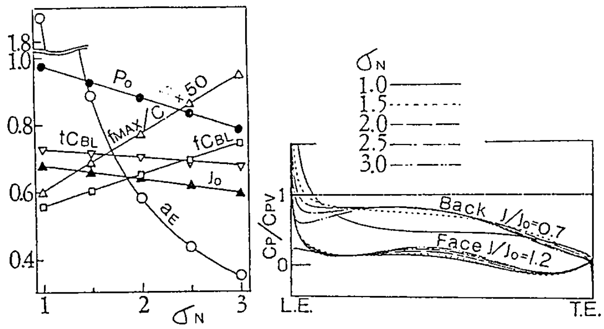

Fig. 18　Variation of parameters due to variation of σ_N and pressure distributions

圧力分布に関する条件は同一にして（iii）の設計点の出力係数を変えたときの例を Fig. 17 に示す。本図によると，K_Q/J^5 を小さくする（ピッチ比を大きくする）に伴い，展開面積比を大きくすると共に，キャンバー最大値を小さくし前縁側肉厚曲線を瘠せさせなければならないことが分かる。特に，K_Q/J^5 の小さいところでは，tC_{BL} が小さくなり（4）式の範囲を越えている。これは本手法では，平担な圧力分布を有する高ピッチ比プロペラを設計することは難しいことを示している。なお，同図右側に示した圧力分布の計算に際しては，$\log(K_Q/J^5)=-1.2$ と -1.9 のときの tC_{BL} は 2/3 として翼断面形状を求めたので，所定の圧力分布とは違って平担になっていない。

（4）　キャビテーション数を変えたとき

最後の計算例としてキャビテーション数 σ_N を 1.0～3.0 の範囲で 0.5 づつ変えたときの例を Fig. 18 に示す。本図によると，キャビテーション数が小さいときは，展開面積比を増やすと共に，キャンバー最大値と前縁側キャンバーラインの肥瘠度を小さくし，前縁側肉厚曲線を肥えさせる必要があることが分かる。なお，$\sigma_N=1.0$ のときの背面の圧力分布が所定の圧力分布と大幅に違っているが，これは展開面積比がコード数＝4.0（$a_E=0.85$）を大きく越え大幅な外挿となっているためである。

4 試 験 結 果

前述したように，本手法においてはプロペラの幾何形状を与えて翼面上圧力を計算する解法として，小山の揚力面計算法，菅井の相当2次元翼の考えおよび守屋の第1近似式を用いているので，これらの精度が本手法の精度を左右する。これらの理論の精度は今までもいくつか研究されているが[12)~14)]，計算で予測した圧力が本当に実現されているか否かを調査するため，2種のプロペラについて翼面上圧力分布を計測したのでその結果を示す。

また，本論文の数値例では，所定の圧力分布として前縁側で平担な圧力分布を用いてきた。これは，従来からこの種の圧力分布が優れているとされているためであるが，本手法を実際のプロペラ設計に役立てるためには，どのような圧力分布が優れているのか明らかになっていなければならない。本章では，4種の異なる圧力分布を有するプロペラの性能比較も示す。

4.1 供試模型プロペラ

供試プロペラは，本手法で設計したF型，T型およびNC型プロペラと従来型プロペラの代表であるMAU型プロペラの4個である。いずれも4翼，展開面積比0.55で，設計点はMAU型のピッチ比が1.0のプロペラに対応する $\log(K_Q/J^5)=-1.1$ である。F型プロペラは，$J/J_o=0.75$ のとき $r/R=0.4\sim0.95$ の脊面の前縁側で平担な圧力分布を有し，キャビテーションが薄いことが期待されるプロペラである。T型プロペラは，同じく $J/J_o=0.75$ のとき三角形的な圧力分布を有し，厚いキャビテーションが発生しても伴流中で作動するときの荷重（流入角）変動に対して，キャビティ体積の変化率，しいてはサーフェスフォースが小さいことが期待されるプロペラである。NC型プロペラは研究用の非実用的プロペラで，極端に三角形的な圧力分布となるようT型プロペラのキャンバーを $f_{MAX}/C=0.001$ としたプロペラである。

Figs. 19, 20 に4種のプロペラの $0.8R$ の翼断面形状（縦軸は横軸の5倍にしてある）と半径方向ピッチ比分布を示す。Figs. 21, 22 には $0.8R$ の脊面の圧力分布と相当2次元翼の流入角を示す。

なお，F型，T型およびNC型プロペラは，SR 199 研究部会「プロペラの推進性能と騒音特性の推定法に関する研究」のために設計・製作されたもので，以下に示す試験結果の一部は同部会の研究として実施されたものである。

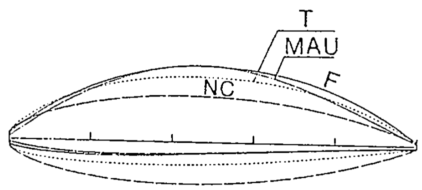

Fig. 19 Section profiles of 4 types of propeller blade, $0.8R$

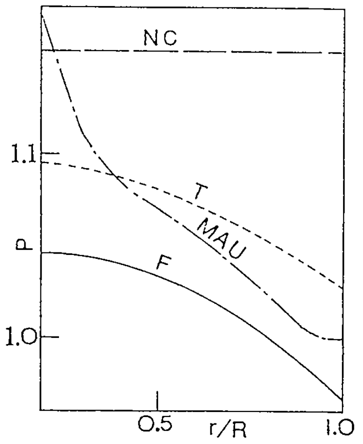

Fig. 20 Pitch distributions of 4 types of propeller blades (based on nose-tail line)

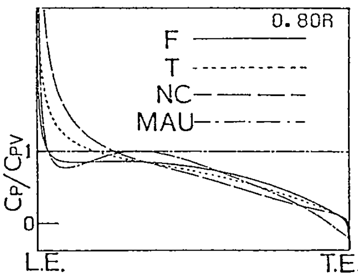

Fig. 21 Pressure distribution on 4 types of propeller blades, back of $0.8R$, $J/J_o=0.75$

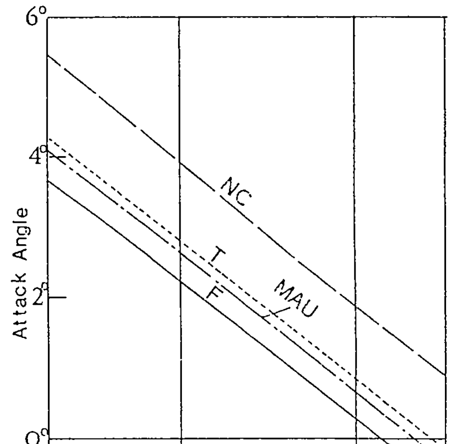

Fig. 22 Attack angle of equivalent two-dimensional wing, $0.8R$

4.2 翼面上圧力分布の計測

翼面上圧力の計測は，F型およびNC型の2種のプロペラの $0.8R$ の断面について行ったが，計測法は菱ら[15)]

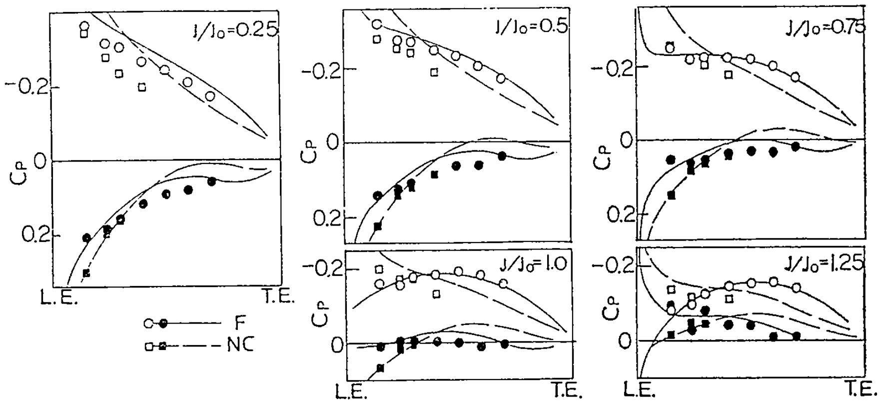

Fig. 23 Comparison of pressure distribution

が開発した方法によった。供試模型プロペラの直径は30cm，試験時のプロペラ回転数は 8rps である。

計測結果を Fig. 23 に示す。本図には前記三つの解法で計算（揚力勾配修正係数は 0.882）した圧力分布も曲線で示してある。これによると，F型プロペラの J/J_o=0.75, 1.00 および 1.25 の脊面の圧力分布の実験結果は計算結果とよく合っている。Fig. 22 によると，このときのプロペラ翼素への流入角は±1度の範囲内にある。F型プロペラの J の小さい場合と NC 型プロペラの場合については，流入角が大きく計算による圧力は実験値よりも小さくなっているが，この差は揚力勾配修正係数の値だけで説明するには大き過ぎる。F型および NC 型プロペラの 0.8R の断面の厚さ幅比は共に約 4% と小さいので，流入角が大きいと前縁で剝離泡が生じ Burst Type[16] の流れになっていると考えられ，これが不一致の原因の一つと思われる。ただし，翼弦長方向の圧力勾配は計算結果と実験結果であまり違っていないので，剝離泡はそれほど大きくないのではないかと推定し得る。

この実験結果との比較を見ても，F型や MAU 型プロペラの最適プロペラ前進係数付近の作動点のように流入角があまり大きくない場合は，前記三つの解法を用いて翼面上圧力を予測してもよいことが分かる。

4.3 キャビティ長さの比較

4種のプロペラの均一流中におけるキャビティ長さの計測結果を Fig. 24 に示す。本図によると，F型プロペラのキャビティ長さが一番短かく，MAU 型プロペラがそれに次いでいる。NC 型プロペラのキャビティ長さが一番長いが，これらのことは Fig. 21 に示した圧力分布の違いとよく合っている。

Fig. 25 に示す伴流中のキャビティ長さの計測結果を Fig. 26 に示す。横軸は，真上を0度としプロペラ回転方向にとった翼の角度位置 θ である。プロペラの違いによるキャビティ長さの大小関係は，均一流中のそれと大体同じであるが，0.8R においては MAU 型プロペラのキャビティ長さの方がF型プロペラよりも短い。ただ

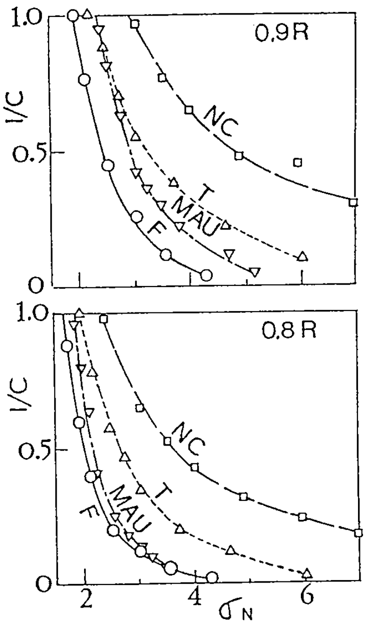

Fig. 24 Comparison of cavity length in uniform flow, J=0.6(J/J_o=0.77)

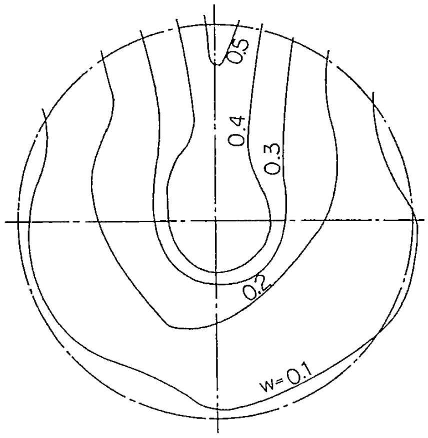

Fig. 25 Wake distribution

し，θ 方向の変化率を比較するとF型プロペラの方が MAU 型プロペラよりも小さい。また，T型プロペラのキャビティ長さの θ 方向変化率は，期待に反してあまり

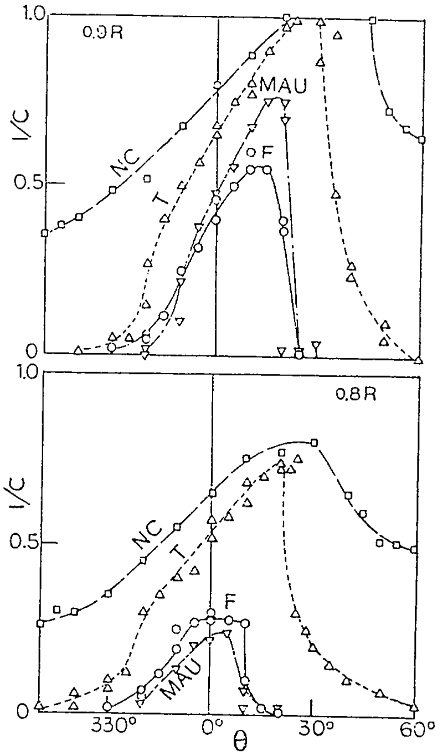

Fig. 26　Comparison of cavity length in nonuniform flow, $\sigma_N=2.6$

小さくない。圧力分布が極端に3角形的になっているNC型プロペラの変化率は小さいが，キャビティ長さそのものが大き過ぎる。

4.4　プロペラ直上変動圧力の比較

キャビテーション・タンネル内のプロペラ上方（距離は $0.3D$）におかれた平板上の変動圧力計測結果を

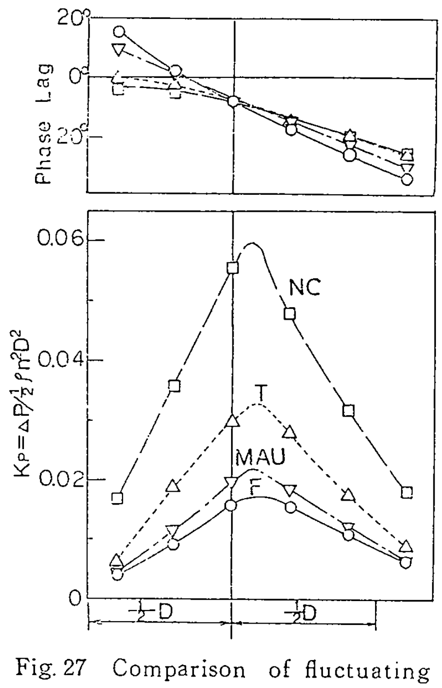

Fig. 27　Comparison of fluctuating pressure in nonuniform flow, $\sigma_N=2.6$

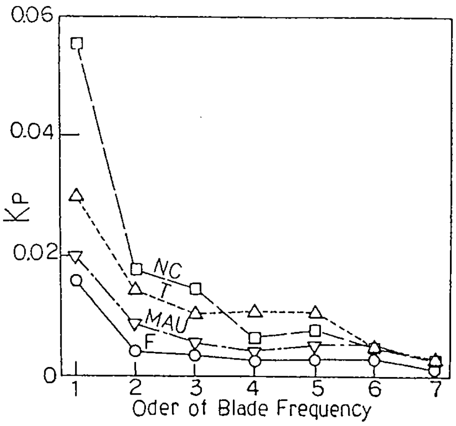

Fig. 28　Comparison of fluctuating pressure of high order components, $\sigma_N=2.6$

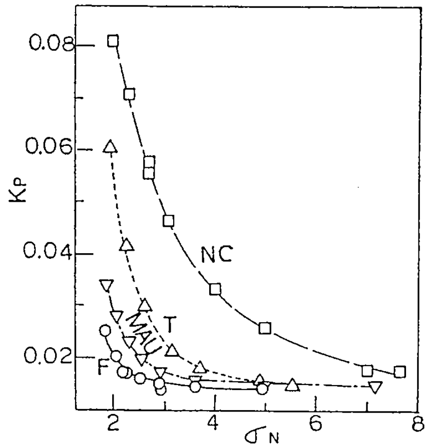

Fig. 29　Effect of σ_N on fluctuating pressure at the point above upright position of propellers

Figs. 27〜29 に示す。伴流その他の試験状態は前項の伴流中キャビティ長さの計測時と同じである。Fig. 27 は左右方向の分布で翼周波数の1次の成分である。Fig. 28 はチップ直上の変動圧力の高次の成分である。Fig. 29 はチップ直上の変動圧力の1次の成分のキャビテーション数による変化を示したものである。これらの図によると，F型プロペラの変動圧力が一番小さく，次いでMAU型，T型，NC型の順になっており，前項の伴流中キャビティ長さやその変化率の大小関係と大略一致している。

4.5　プロペラ単独効率の比較

F型，T型およびNC型プロペラのプロペラ単独効率 η_o を日本造船技術センター既存のMAU型プロペラの系統的試験結果と比べたものを Fig. 30 に示す。本図によると，プロペラ設計点である $\log(K_Q/J^5)=-1.1$ で，F型では 2.7%，T型では 2.3% だけ MAU 型よりも良い。NC型は逆に 2% 悪いが，これはキャンバーが小さく必要な揚力を大きな流入角で得ているため，

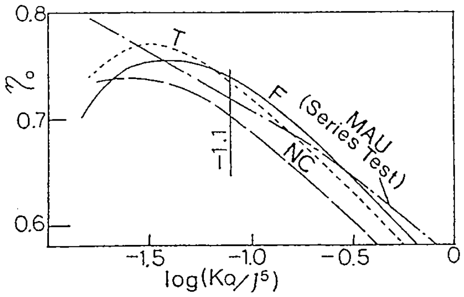

Fig. 30 η_o of 4 types of propellers

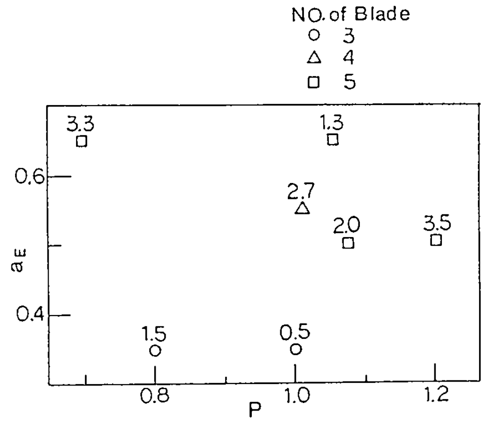

Fig. 31 Improvement of η_o in comparison with propellers of MAU type, (%)

翼断面の抗力が大きくなったためと思われる。

上記比較で最も効率の良かったF型プロペラと同様の圧力分布を有するプロペラを6個設計・製作してプロペラ単独試験を実施した。Fig. 30 と同様に MAU 型プロペラの系統的試験結果と比べたものを Fig. 31 に示す。本図には，Fig. 30 のF型のものも含めて7個のプロペラを示してあるが，図中の数字は MAU 型プロペラに対する効率向上の割合（%）である。本図によると，前縁側で平坦な圧力分布を有するプロペラの単独効率は，MAU 型プロペラに比べて平均約 2% 改善されていることが分かる。なお，3翼プロペラについては，今回新たに MAU 型プロペラを製作し単独試験を実施したので，それをベースに比較した。

5 おわりに

所定の翼面上圧力分布を有するプロペラを設計する本手法の手順をまとめると以下のようになる。

（i） 翼断面形状を 11 個のパラメーターで表わし，それを r/R の連続関数で表わすと共にコード化する。

（ii） コード数を変えた 45 種のプロペラについて，小山の揚力面理論，菅井の相当2次元翼の考えおよび守屋の第1近似式を用いて翼面上圧力を計算し，上記 11 個のパラメーターと翼面上圧力の間の相関係数を求める。

（iii） 11個のパラメーターから強度上値を変えられないパラメーターを除き，残ったものから翼面上圧力分布を制御するのに有効な1組のパラメーターを選ぶ。

（iv） 各半径位置について，選ばれたパラメーターを未知数，（ii）で得られた相関係数を係数，所定の圧力分布や強度などの要求によりあらかじめ値を決められるパラメーターの値を既知項として，線型連立方程式を解く。

（v） 各半径位置で所定の圧力分布を有するプロペラの各翼断面とピッチ比を接合して一つのプロペラ形状を得る。

本手法の誤差は，翼断面形状を表わすパラメーター間の干渉を無視したこと，パラメーターと翼面上圧力との関係を線型化したことおよび連立方程式を最小2乗法で解くことにより生ずると共に，前記三つの解法の誤差が加算される。本手法の精度向上のためにも，境界要素法や粘性をも十分考慮した翼面上圧力分布の計算法の進歩が望まれる。

本手法によって優れたプロペラを設計するためには，優れた圧力分布を見出す必要がある。圧力分布の異なる4種のプロペラの性能比較によると，平担な圧力分布を有するプロペラが優れていたが，平担な圧力分布を与える流入角の選定や翼弦長方向のどの範囲で平担にするのが適当かなどが残された問題である。

優れた圧力分布が見い出された段階で，その圧力分布を有するプロペラの系統的試験が考えられる。従来の系統的試験では翼断面形状を相似にしたが，新しい系統的試験では圧力分布を相似にする。また，プロペラに流入する流れの不均一度やキャビテーション数も組入れた系統的試験とすることによって，プロペラ設計の高度化と能率化が可能になる。

謝 辞

本研究に当り，東京大学加藤洋治教授と(財)日本造船技術センター横尾幸一常務理事の御指導を受けました。ここに感謝の意を表します。

また，試験に当っては SR 199 で設計・製作したプロペラを使用させていただきました。貴重な御意見をいただいた船舶技術研究所門井弘行室長をはじめ SR 199 の関係者の方々に感謝致します。

参 考 文 献

1） 菅井和夫：船用プロペラ特性解析法に関する研究，日本造船学会論文集，第 128 号，(1970).

2） 湯浅 肇：Application of the Voltex Lattice Method to the Three-Dimensional Theory of a Cavitating Propeller，日本造船学会論文集，第 156 号，(1984 年 12 月).

3) 凌　志浩，佐々木康夫，高橋通雄：境界要素法の直接法によるプロペラまわりの三次元流れ解析（第1報），日本造船学会論文集，第157号，(1985年6月).
4) 小山鴻一：新しい方法によるプロペラ揚力面の数値解析，日本造船学会論文集，第132号，(1972年12月).
5) Kerwin, J. E. and Leopold, R.: Propeller Incidence Correction due to Blade Thickness, J. of Ship Res., Vol. 7, No. 2 (1963).
6) Morgan, W. B., Silovic, V. and Denny, S. B.: Propeller Lifting Surface Corrections, SNAME, Vol. 76 (1968).
7) Richard Eppler, Dan M. Somers: A Computer Program for the Design and Analysis of Low-Speed Airofoils, NASA Technical Memorandum 80210.
8) 山口　一，加藤洋治，戸叶白史，前田正二：キャビテーション性能の優れたプロペラの開発，日本造船学会論文集，第158号，(1985年12月).
9) 中崎正敏，久保博尚，才野真作，大森丈治：新しい設計手法を用いた3翼小翼面積比プロペラに関する研究，関西造船協会誌，第201号，(1986年6月).
10) 守屋富次郎：空気力学序論，培風館，(1959年).
11) 伊藤政光，山崎正三郎，奥　正光：AU-CP プロペラ単独性能の数式表示とそのプロペラ初期設計への応用，関西造船協会誌，第181号，(1981年6月).
12) 高橋通雄，奥　正光，：MAU 型プロペラのキャビテーション特性に関する研究(第1報)，日本造船学会論文集，第141号，(1977年5月).
13) 伊藤　譲，荒木　繁：作動中の模型プロペラの表面圧力の計測，日本造船技術センター技報，第4号，(1976年7月).
14) 中武一明，垣野内勉，森山文雄，山崎隆介：等価2次元翼に関する研究，日本造船学会論文集，第156号，(1984年12月).
15) 凌　志浩，佐々木康夫，高橋通雄：境界要素法の直接法によるプロペラまわりの三次元流れ解析（第3報），日本造船学会講演論文前刷，(1986年11月).
16) 泉田泰弘，田宮　真，加藤洋治，前田正二：粘性影響を考慮した二次元翼型の翼特性の研究，日本造船学会論文集，第146号，(1979年12月).