

(昭和 62 年 5 月 日本造船学会春季講演会において講演)

過渡応答法による操縦流体力微係数の推定

正員 浜 本 剛 実* 正員 長谷川 和 彦*
正員 小 濱 照 彦**

Estimation of Hydrodynamic Derivatives derived from Transient Manoeuvring Tests

by Masami Hamamoto, *Member* Kazuhiko Hasegawa, *Member*
Teruhiko Kohama, *Member*

Summary

Hydrodynamic derivatives including the effect of frequency are estimated by means of transient manoeuvring tests. Planar motion mechanism (PMM) was used for this purpose, but partially changed to allow transient motions.

Utilizing the Fourier analysis, linear derivatives are obtained in wide frequency range and they coincide with those derived from regular PMM tests. But the reliability of the results deeply depends on the characteristics of input transient motions and on the quality of measured forces. Then, the effect of maximum amplitude and time parameters applied to the transient motions are studied.

Each pairs of derivatives (e.g. Y_v and $Y_{\dot{v}}$, N_r and $N_{\dot{r}}$) satisfied the Kramers-Kronig relationship in nature. First, Hilbert transform was applied to the experiment results, and the relationship was confirmed in general. But, there are unnegligible differences, because of the limitation in measured frequency range. Next, supposing the causal system, each transfer function is assumed to a rational function with a finite order of Hurwitz polynomials. If a proper set of coefficients in the transfer function is identified, we need no more to confirm the Kramers-Kronig relationship. Bode's diagram of the transfer function is used for parameter identification, and each experiment result is represented by Eq. (4.6) fairly well.

1 緒 言

船の操縦運動に関与する流体力は船の操舵にともなう操縦運動が極めて低周波数領域に偏しているので、従来から静的な斜航試験, Rotating-Arm Test, Circular Motion Testまたは曳航されている模型船に定常的な横流れおよび回頭の正弦運動を与えて、運動の加速度と速度に比例する流体力をそれぞれ分析的に求める Planar Motion Mechanism Technique などが用いられて来た。この PMM の技法は我が国では元良・藤野⁹⁾ (1960 年) が最初に着手し、その後の計測技術の発展と相まって、現在実用化されている。

このような定常的な正弦運動を模型船に与える代りに、非定常な過渡運動を模型船に与えて、その反力として模型船に働く流体力を計測し、この非定常な運動と流

体力をそれぞれ周波数分析して、各々の周波数に対する流体力微係数を求める技法が 1976 年 Wehausen 等¹⁰⁾ によって考案され Impulse-Response Technique と呼ばれている。その後 1977 年に Scragg¹¹⁾ はこの技法を用いて、模型試験を実施し、従来の PMM 試験の結果と比較検討している。

この Impulse-Response Technique は Tick (1959 年)¹¹⁾ や Cummins (1962 年)¹²⁾ が船体に働く流体力が周波数依存をもっている場合、その運動方程式を正しく記述するために導入した、Impulse-Response Function を用いる解析的手法に基づくものである。藤野はこの Impulse-Response Function の概念を用いて、操縦流体力の付加質量と減衰力との間の関係を解析的に求め、周波数が零のときの減衰力は斜航時のそれに対応することを理論的に明らかにしている⁶⁾。

このような Impulse-Response Technique は従来の PMM の技法に比べて、広い周波数領域における周波数依存をもつ流体力を短時間に求めることができる利点がある。

* 大阪大学工学部

** 運輸省海上技術安全局 (研究当時 大阪大学 大学院工学研究科)

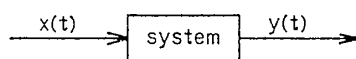


Fig. 1 One-input one-output system

あり、実験工数上極めて有利である。しかし、この技法は極めて技巧的であるために、どのような過渡運動を模型船に与えれば、質のよいデータがとれるか、また、どのような解析法が合理的であるかなどハード、ソフトの両面で問題が多い。

そこで、本報告ではこれらの問題点を解明するために、比較的多様な過渡運動で模型船を駆動できる装置を製作し、模型実験を実施したのでその解析結果と合わせて報告する次第である。

2 周波数依存の係数をもつ操縦運動方程式の記述

一般に、Fig. 1 に示すような一入力一出力の線形システムを考える。この系の入力を $x(t)$ 、出力を $y(t)$ 、系のインパルス応答関数を $g(t)$ とすると、 $y(t)$ は、 $x(t)$ と $g(t)$ のたたみ込み積分として次式で表現できる。

$$\left. \begin{aligned} y(t) &= \int_{-\infty}^t x(\tau) g(t-\tau) d\tau \\ &= \int_0^{\infty} x(t-\tau) g(\tau) d\tau \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

ここで、 $g(t)$ をフーリエ変換した $g(\omega)$ を正規化して、

$$\hat{g}^*(\omega) = \hat{g}(\omega) - \hat{g}(\infty) \quad (2.2)$$

とすれば次式を得る。

$$\hat{g}_x^*(\infty) \dot{x}(t) + \hat{g}_x^*(\infty) x(t) + \int_0^{\infty} x(t-\tau) g^*(\tau) d\tau = y(t) \quad (2.3)$$

このような考え方に基づいて、船の操縦運動方程式を

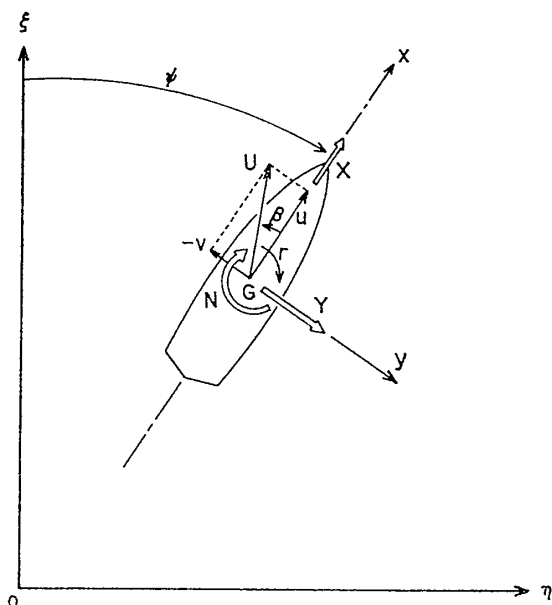


Fig. 2 Co-ordinate system and symbols

次のように求めることができる。まず、Fig. 2 に示す座標系にしたがって、船に働く前後方向の力 X 、横力 Y と重心まわりのモーメント N は、それぞれ前後方向の速度 u 、横流れ速度 v 、および回頭角速度 r によって生じるものとすれば、周波数依存の係数をもつ操縦運動方程式が次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \{m - X_{\dot{u}}(\infty)\} \dot{u} - X_u(\infty) u + \int_0^{\infty} X_u^*(\tau) u(t-\tau) d\tau &= X \\ \{m - Y_{\dot{v}}(\infty)\} \dot{v} - Y_v(\infty) v + \int_0^{\infty} Y_v^*(\tau) v(t-\tau) d\tau \\ &+ Y_r(\infty) \dot{r} - Y_r(\infty) r + \int_0^{\infty} Y_r^*(\tau) r(t-\tau) d\tau = Y \\ \{I_{zz} - N_{\dot{r}}(\infty)\} \dot{r} - N_r(\infty) r + \int_0^{\infty} N_r^*(\tau) r(t-\tau) d\tau \\ &+ N_{\dot{v}}(\infty) \dot{v} - N_v(\infty) v + \int_0^{\infty} N_v^*(\tau) v(t-\tau) d\tau = N \end{aligned} \right\} \quad (2.4)$$

ここで、 $X_u^*(\tau)$ 、 $Y_v^*(\tau)$ 、 $Y_r^*(\tau)$ 、 $N_r^*(\tau)$ 、 $N_v^*(\tau)$ はそれぞれ、前後方向の速度 u 、横流れ速度 v 、および回頭角速度 r に関する前後方向の力 X 、横力 Y 、重心まわりのモーメント N の正規化されたインパルス応答関数であり、過去の履歴の影響を表わすものである。

一方、 $\{m - X_{\dot{u}}(\infty)\} \dot{u}$ 、 $X_u(\infty) u$ 、 $\{m - Y_{\dot{v}}(\infty)\} \dot{v}$ 、 $Y_v(\infty) v$ 、 $Y_r(\infty) \dot{r}$ 、 $Y_r(\infty) r$ 、 $\{I_{zz} - N_{\dot{r}}(\infty)\} \dot{r}$ 、 $N_r(\infty) r$ 、 $N_{\dot{v}}(\infty) \dot{v}$ 、 $N_v(\infty) v$ は、その瞬時の加速度および速度に対応する付加質量および減衰力であり、過去の履歴には関係しない流体力である。

3 過渡応答試験法と試験結果

前節で述べた周波数依存の係数をもつ操縦運動方程式において、その各係数を求めるためには、周波数を種々に変えたPMM試験等が必要である。しかし、こうしたいわゆる周波数応答試験では、実験工数が非常に多くなる欠点がある。

そこで、本節において、その係数を効率よく求めるための過渡応答試験法を紹介し、その試験結果について考察する。

3.1 過渡応答試験装置

従来からあるPMM(Planar Motion Mechanism)を改造して、船体に過渡的な運動を与えられるようにした。この装置の概要をFig. 3に示す。この装置には、本来、sway用のモータのみあって、機械的リンク機構により、yawing diskを駆動するようになっていた。しかし、今回、任意のsway信号に対して、pure yaw運動ができるように、yaw用のモータを別に設置し、印加する信号を積分して、逆にsway用のモータに加えることにより、電氣的に位相を90°ずらすようにした。通常は、内部のシーケンス・コントローラにより後述するパルス状あるいはステップ状の過渡運動を与えるが、外部

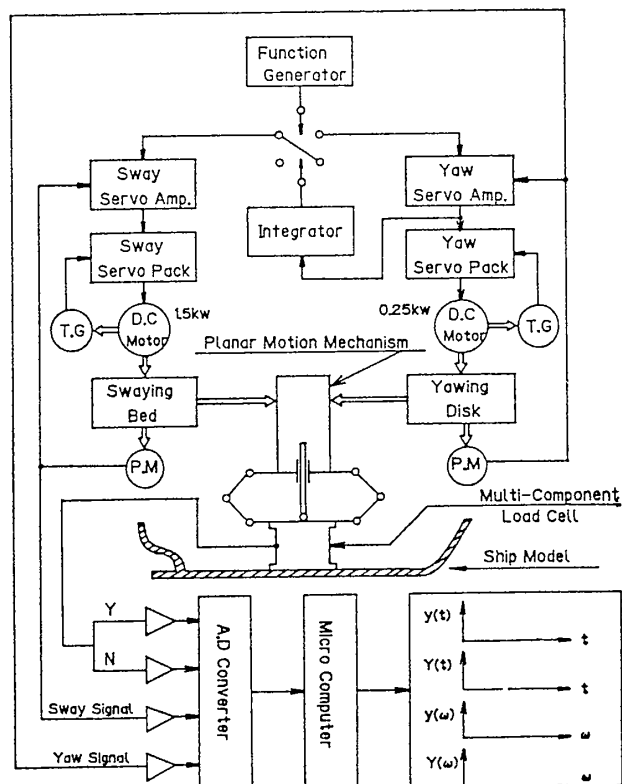


Fig. 3 Planar motion mechanism for transient manoeuvring test

Table 1 Principal particulars of the ship and model

Items	Ship	Model
L (m)	115.	2.5
B (m)	19.	.413
d (m)	6.4	.139
V (m ³)	9859.	.101
S (m ²)	2845.	1.345
C _b	.705	.705
C _m	.97	.97
B/d	2.97	2.97
L/B	6.05	6.05
scale	—	1/46

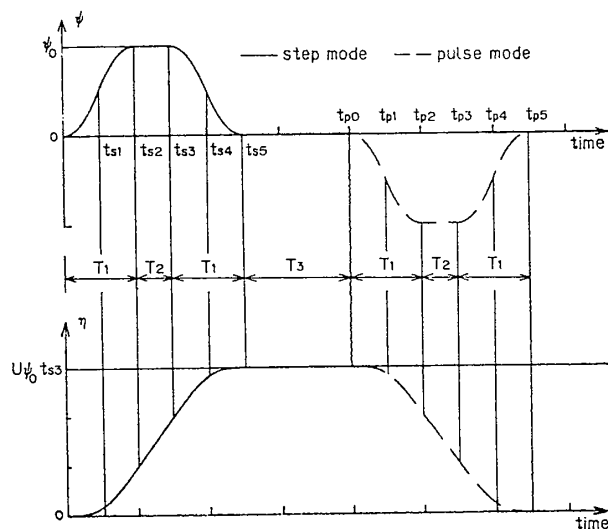


Fig. 5 Parameter definition of the transient motion

の信号発生器より正弦波を加えることにより、もちろん、通常のPMM試験も可能である。

3.2 供試船と実験状態

供試船は、4,900 GT のコンテナ船の 1/46 縮率模型で、Table 1 に主要寸法を、Fig. 4 に正面線図を示す。

実験は、フルード数が 0.224 で、sway, yaw および surge モードについて、パルス状あるいはステップ状の過渡運動を行った。そして、パルスやステップの最大振幅と立上がり時間を種々とり、それぞれの影響を調べた。

パルスおよびステップの形状は、Fig. 5 に示すような 2 次関数を基本とし、時間パラメータ T_1, T_2, T_3 を変化させることにより、入力周波数分布を変えられるようにした。

3.3 過渡応答試験の解析方法

まず、(2.4) 式の両辺をフーリエ変換する。

$$\left. \begin{aligned} \{m - X_{\dot{u}}(\infty)\} \hat{u}(\omega) - X_u(\infty) \hat{u}(\omega) \\ + \hat{X}^*(\omega) \hat{u}(\omega) = \hat{X}(\omega) \\ \{m - Y_{\dot{v}}(\infty)\} \hat{v}(\omega) - Y_v(\infty) \hat{v}(\omega) + \hat{Y}_v^*(\omega) \hat{v}(\omega) \\ + Y_{\dot{r}}(\infty) \hat{r}(\omega) - Y_r(\infty) \hat{r}(\omega) \end{aligned} \right\}$$

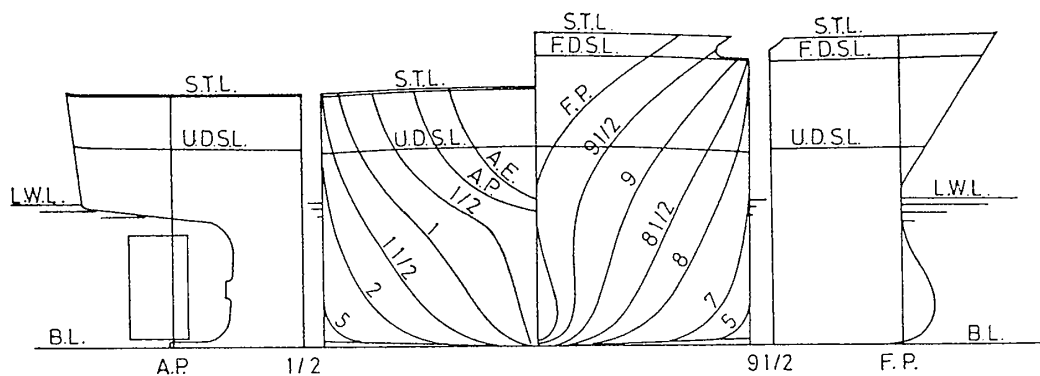


Fig. 4 Body plan and bow and stern profile of the ship

$$\left. \begin{aligned} & + \hat{Y}_r^*(\omega) \hat{r}(\omega) = \hat{Y}(\omega) \\ N_{\dot{v}}(\infty) \hat{v}(\omega) - N_v(\infty) \hat{v}(\omega) + \hat{N}_v^*(\omega) \hat{v}(\omega) \\ & + \{I_{zz} - N_{\dot{r}}(\infty)\} \hat{r}(\omega) - N_r(\infty) \hat{r}(\omega) \\ & + \hat{N}_r^*(\omega) \hat{r}(\omega) = \hat{N}(\omega) \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

ここで、一般に、

$$\begin{aligned} \hat{x}(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} \dot{x}(t) e^{-i\omega t} dt \\ &= \left[x(t) e^{-i\omega t} \right]_{-\infty}^{\infty} - \int_{-\infty}^{\infty} x(t) (-i\omega e^{-i\omega t}) dt \\ &= i\omega \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-i\omega t} dt \\ &= i\omega \hat{x}(\omega) \end{aligned} \quad (3.2)$$

であり、

$$\begin{aligned} \hat{g}(\omega) &= \hat{g}^*(\omega) + \hat{g}(\infty) \\ &= \hat{g}^*(\omega) + \hat{g}_x(\infty) + i\omega \hat{g}_z(\infty) \end{aligned} \quad (3.3)$$

となるので、(3.1) 式は、結局、次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \hat{X}_u(\omega) \hat{u}(\omega) &= \hat{X}(\omega) \\ \hat{Y}_v(\omega) \hat{v}(\omega) + \hat{Y}_r(\omega) \hat{r}(\omega) &= \hat{Y}(\omega) \\ \hat{N}_v(\omega) \hat{v}(\omega) + \hat{N}_r(\omega) \hat{r}(\omega) &= \hat{N}(\omega) \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

ここで、各フーリエ変換を、たとえば、

$$\left. \begin{aligned} \hat{X}_u(\omega) &= -X_u(\omega) + i\omega \{m - X_{\dot{u}}(\omega)\} \\ \hat{X}(\omega) &= X_c(\omega) - iX_s(\omega) \end{aligned} \right\} \quad (3.5)$$

のように各流体力微係数、ないしは、フーリエ余弦変換およびフーリエ正弦変換を使って表わすことにより、各流体力微係数は次のようにして求められる。

3.3.1 周波数依存をもつ流体力微係数

(1) Transient surge test

過渡応答試験装置の左右揺方向を水槽の長手方向になるように取りつけ、模型船に過渡的な surge 運動をさせる試験で、 x 方向の流体力微係数が求められる。

$$\left. \begin{aligned} -X_u(\omega) &= \frac{X_c(\omega) u_c(\omega) + X_s(\omega) u_s(\omega)}{u_c^2(\omega) + u_s^2(\omega)} \\ m - X_{\dot{u}}(\omega) &= \frac{1}{\omega} \frac{X_c(\omega) u_s(\omega) - X_s(\omega) u_c(\omega)}{u_c^2(\omega) + u_s^2(\omega)} \end{aligned} \right\} \quad (3.6)$$

(2) Transient sway test

模型船に過渡的な sway 運動のみをさせる試験であ

り、これにより、(3.4) 式中 r に関する項が消えて、 v に関する流体力微係数が求まる。

$$\left. \begin{aligned} -Y_v(\omega) &= \frac{Y_c(\omega) v_c(\omega) + Y_s(\omega) v_s(\omega)}{v_c^2(\omega) + v_s^2(\omega)} \\ m - Y_{\dot{v}}(\omega) &= \frac{1}{\omega} \frac{Y_c(\omega) v_s(\omega) - Y_s(\omega) v_c(\omega)}{v_c^2(\omega) + v_s^2(\omega)} \\ -N_v(\omega) &= \frac{N_c(\omega) v_c(\omega) + N_s(\omega) v_s(\omega)}{v_c^2(\omega) + v_s^2(\omega)} \\ N_{\dot{v}}(\omega) &= \frac{1}{\omega} \frac{N_c(\omega) v_s(\omega) - N_s(\omega) v_c(\omega)}{v_c^2(\omega) + v_s^2(\omega)} \end{aligned} \right\} \quad (3.7)$$

(3) Transient yaw test

模型船に過渡的な yaw 運動のみをさせる試験であり、今度は逆に v に関する項が消えて、 r に関する流体力微係数が求まる。

$$\left. \begin{aligned} -Y_r(\omega) &= \frac{Y_c(\omega) r_c(\omega) + Y_s(\omega) r_s(\omega)}{r_c^2(\omega) + r_s^2(\omega)} \\ Y_{\dot{r}}(\omega) &= \frac{1}{\omega} \frac{Y_c(\omega) r_s(\omega) - Y_s(\omega) r_c(\omega)}{r_c^2(\omega) + r_s^2(\omega)} \\ -N_r(\omega) &= \frac{N_c(\omega) r_c(\omega) + N_s(\omega) r_s(\omega)}{r_c^2(\omega) + r_s^2(\omega)} \\ I_{zz} - N_{\dot{r}}(\omega) &= \frac{1}{\omega} \frac{N_c(\omega) r_s(\omega) - N_s(\omega) r_c(\omega)}{r_c^2(\omega) + r_s^2(\omega)} \end{aligned} \right\} \quad (3.8)$$

3.3.2 過渡運動のフーリエ変換

いずれの試験でも、与える運動は任意であるが、流体力微係数を精度よく求めるためには、求めたい周波数域に十分な大きさの成分をもつ信号を選ぶ必要がある。周波数分布から言えば、なるべく平坦な特性をもつ白色雑音的なものがよいはずだが、過渡応答試験装置自体の周波数特性の限界や、計測時間の制限等もあり、その選定は最も慎重にすべきである。本論文では、滑らかにしてかつ急峻、正弦状にして正弦波でない、Fig. 5 のようなパルス状、あるいはステップ状のものをを用いた。

Fig. 5 において、実線で示した運動をステップ・モード、運動の前半は同じで、後半が点線で示す運動をパルス・モードと呼ぶことにする。

今、最も一般的な transient yaw test のパルス・モードを例にとると、運動は次式で与えられる。

$$\phi(t) = \begin{cases} 0 & (t < 0) \\ 2 \frac{\phi_0}{T_1^2} t^2 & (0 \leq t < t_{s1}) \\ -2 \frac{\phi_0}{T_1^2} (t - t_{s2})^2 + \phi_0 & (t_{s1} \leq t < t_{s2}) \\ \phi_0 & (t_{s2} \leq t < t_{s3}) \\ -2 \frac{\phi_0}{T_1^2} (t - t_{s3})^2 + \phi_0 & (t_{s3} \leq t < t_{s4}) \\ 2 \frac{\phi_0}{T_1^2} (t - t_{s5})^2 & (t_{s4} \leq t < t_{s5}) \\ 0 & (t_{s5} \leq t < t_{p0}) \end{cases} \quad \eta(t) = \begin{cases} 0 & (t < 0) \\ \frac{2}{3} \frac{U\phi_0}{T_1^2} t^3 & (0 \leq t < t_{s1}) \\ -\frac{2}{3} \frac{U\phi_0}{T_1^2} (t - t_{s2})^3 + U\phi_0(t - t_{s2}) + \frac{1}{2} U\phi_0 T_1 & (t_{s1} \leq t < t_{s2}) \\ U\phi_0(t - t_{s2}) + \frac{1}{2} U\phi_0 t_{s2} & (t_{s2} \leq t < t_{s3}) \\ -\frac{2}{3} \frac{U\phi_0}{T_1^2} (t - t_{s3})^3 + U\phi_0(t - t_{s3}) + \frac{1}{2} U\phi_0(T_1 + 2T_2) & (t_{s3} \leq t < t_{s4}) \\ \frac{2}{3} \frac{U\phi_0}{T_1^2} (t - t_{s5})^3 + U\phi_0 t_{s3} & (t_{s4} \leq t < t_{s5}) \\ U\phi_0 t_{s3} & (t_{s5} \leq t < t_{p0}) \end{cases}$$

$$\begin{array}{lcl}
\left. \begin{array}{l} -2 \frac{\psi_0}{T_1^2} (t-t_{p0})^2 \\ 2 \frac{\psi_0}{T_1^2} (t-t_{p2})^2 - \psi_0 \\ -\psi_0 \\ 2 \frac{\psi_0}{T_1^2} (t-t_{p3})^2 - \psi_0 \\ -2 \frac{\psi_0}{T_1^2} (t-t_{p5})^2 \\ 0 \end{array} \right\} & \left. \begin{array}{l} -\frac{2}{3} \frac{U\psi_0}{T_1^2} (t-t_{p0})^3 + U\psi_0 t_{s3} \\ \frac{2}{3} \frac{U\psi_0}{T_1^2} (t-t_{p2})^3 - U\psi_0 (t-t_{p2}) + \frac{1}{2} U\psi_0 (T_1+2T_2) \\ -U\psi_0 (t-t_{p2}) + \frac{1}{2} U\psi_0 (T_1+2T_2) \\ \frac{2}{3} \frac{U\psi_0}{T_1^2} (t-t_{p3})^3 - U\psi_0 (t-t_{p3}) + \frac{1}{2} U\psi_0 T_1 \\ -\frac{2}{3} \frac{U\psi_0}{T_1^2} (t-t_{p5})^3 \\ 0 \end{array} \right\} & \begin{array}{l} (t_{p0} \leq t < t_{p1}) \\ (t_{p1} \leq t < t_{p2}) \\ (t_{p2} \leq t < t_{p3}) \\ (t_{p3} \leq t < t_{p4}) \\ (t_{p4} \leq t < t_{p5}) \\ (t_{p5} \leq t) \end{array}
\end{array} \quad (3.9)$$

ここで,

$$\begin{aligned}
t_{s1} &= \frac{1}{2} T_1, & t_{s2} &= T_1, & t_{s3} &= T_1 + T_2, & t_{s4} &= \frac{3}{2} T_1 + T_2, & t_{s5} &= 2 T_1 + T_2 \\
t_{p0} &= 2 T_1 + T_2 + T_3, & t_{p1} &= \frac{5}{2} T_1 + T_2 + T_3, & t_{p2} &= 3 T_1 + T_2 + T_3, & t_{p3} &= 3 T_1 + 2 T_2 + T_3, \\
t_{p4} &= \frac{7}{2} T_1 + 2 T_2 + T_3, & t_{p5} &= 4 T_1 + 2 T_2 + T_3
\end{aligned}$$

(3.9) 式において, transient sway test では, $\psi(t) \equiv 0$ とおけばよいし, transient surge test では, さらに, $\eta(t)$ を $x(t)$ とおきなおせばよい。この時, ψ_0, U は単なるパラメータとなる。また, ステップ・モードではさらに, $(t_{s5} \leq t < t_{p0})$ を $(t_{s5} \leq t)$ とし, それ以降の式をすべて削除すればよい。

(3.4) 式の各速度のフーリエ変換は, それぞれ,

$$\left. \begin{aligned} \hat{u}(\omega) &= x(T) e^{-i\omega T} + i\omega \int_0^T x(t) e^{-i\omega t} dt \\ \hat{v}(\omega) &= \eta(T) e^{-i\omega T} + i\omega \int_0^T \eta(t) e^{-i\omega t} dt \\ \hat{r}(\omega) &= \psi(T) e^{-i\omega T} + i\omega \int_0^T \psi(t) e^{-i\omega t} dt \end{aligned} \right\} \quad (3.10)$$

$$\text{ただし, } T = \begin{cases} 2 T_1 + T_2 & (\text{ステップ・モード}) \\ 4 T_1 + 2 T_2 + T_3 & (\text{パルス・モード}) \end{cases}$$

となるので, (3.9) 式を代入することにより, 解析的にも求めることができる。これは, 実験ごとに精度のよい範囲を推定する際に役立つ。しかし, 実験の解析時には, 過渡応答装置の周波数特性も考慮するために, 実際に計測された位置信号を, 計測された流体力とともに数値的にフーリエ変換して, (3.6)~(3.8) 式より流体力微係数を求める。

3.4 過渡応答試験結果

今回, 過渡応答試験のほか, 試験結果の検証のため, 抵抗試験, 斜航試験を行い $\omega=0$ の値を求めるとともに, PMM 試験を広範な周波数で行い, 各流体力微係数を別途求めた。さらに, 定常試験の行えなかった $Y_r(0), N_r(0)$ については井上の式²⁾より, $X_u(0), Y_i(0), N_i(0)$ については元良の図表³⁾より推定した。以下に, 各試験結果を示す。

3.4.1 Transient sway test

この試験は, Scragg¹⁾ や著者らの研究^{4),5)} によつて

で, 精度的にも比較的安定した結果が得られることがわかっている。しかしながら, 運動の大きさにより値が一定しなかったり, 次章で述べる Kramers-Kronig の関係を十分には満足していない⁵⁾ 等の問題点も残っている。運動の大きさによるものとしては, 流体力の非線形性が考えられる。

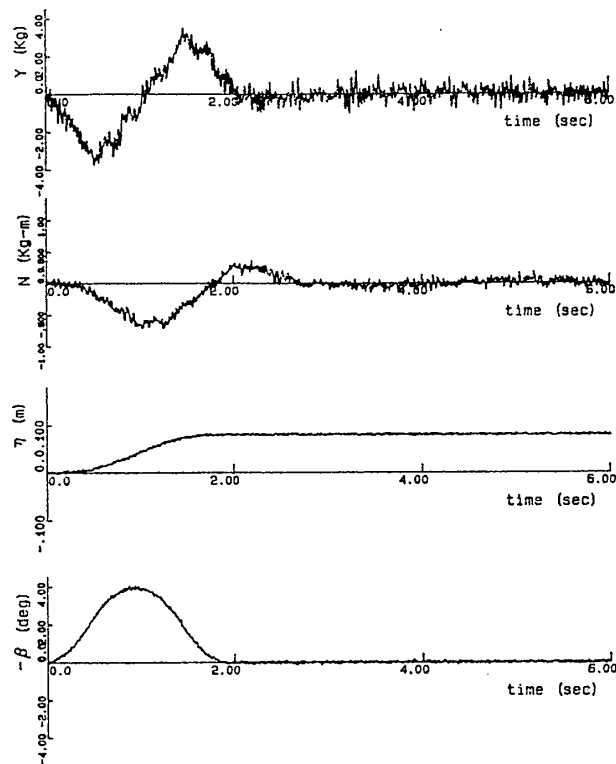
以下の記述において, 無次元化は力が $\rho/2 \cdot L d U^2$, モーメントが $\rho/2 \cdot L^2 d U^2$, 速度が U , 加速度が U^2/L , 周波数が $\sqrt{g/L}$ をそれぞれ用いた。実験はすべて, $U=1.11 \text{ m/sec}$, $T_1=1$, $T_2=0 \text{ sec}$ である。

そこで, 最大横流れ角 $\beta_0 (= \psi_0)$ を $2, 3, 4, 5^\circ$ と変化したステップ・モードの Transient sway test を行った。Fig. 6 にそのタイムヒストリーの一例を, Fig. 7 に, 得られた各流体力微係数を示す。図中○印は, 斜航試験ないしは推定された定常値と PMM 試験結果である。この図によると, 過渡応答試験結果は, ほぼ, PMM 試験他の結果と一致していること, また, 与える運動は, 非線形影響が出ない範囲で大きい方がよいことがわかる。また, 低周波域での精度を上げるため, T_1 を種々変化した試験も行い, T_1 を上げるほど効果の出ることを確認した。

以上の結果より, 運動の線形範囲に注意しながら, 与える運動の周波数分布を適宜組み合わせることにより, 十分な精度で, 流体力微係数の周波数分布が求まることがわかる。

3.4.2 Transient yaw test

この試験は, 理論的には, Transient sway test と全く同じであるが, 実際には, 得られる流体力が相対的に小さく SN 比が悪い上に, 機構上も sway と完全に 90° 位相をずらすことが難しいなどの点から, 今まで, 精度よい結果が得られていなかった。

Fig. 6 Time history of transient sway test ($\beta_0=4$)

今回、行った試験では、すべて、sway+yaw の combined motion として解析した。すなわち、(3.8) 式において、 $Y_c(\omega)$, $Y_s(\omega)$ のかわりに、それぞれ

$$Y_c(\omega) + Y_v(\omega)v_c(\omega) - \omega\{m - Y_{\dot{v}}(\omega)\}v_s(\omega)$$

$$Y_s(\omega) + Y_v(\omega)v_s(\omega) + \omega\{m - Y_{\dot{v}}(\omega)\}v_c(\omega)$$

を、また、 $N_c(\omega)$, $N_s(\omega)$ のかわりに、それぞれ、

$$N_c(\omega) + N_v(\omega)v_c(\omega) - \omega N_{\dot{v}}(\omega)v_s(\omega)$$

$$N_s(\omega) + N_v(\omega)v_s(\omega) + \omega N_{\dot{v}}(\omega)v_c(\omega)$$

を用いて解析した。

先ほどと同様、ステップ・モードの試験を行い、Fig. 8 に得られたタイムヒストリーの一例を、Fig. 9 に、最大回頭角速度 $r_0(=2\psi_0/T_1)$ を図中に示したように変化させた結果を示す。この場合、運動の非線形影響よりも、与えた運動が $\omega \rightarrow 0$ で成分をもたないための影響が、低周波域で大きく現われている。しかし、中周波数域より上では、特に、PMM 試験では得られない高周波域でも安定して求まっており、PMM 試験との一致もよいことから、低周波域を除いては、ほぼ、正しいものと考えられる。 T_1 を変化させた試験も行い、低周波域での精度が若干上がることも確認した。

3.4.3 Transient surge test

この試験は、船を一定速度で曳航しつつ、過渡的な前後動を船に与えるものであり、船の前後非対称性から、前向き前後動と後向き前後動がありうる。そこで、試験は、Fig. 5 において T_3 をできるだけ長くとしたステッ

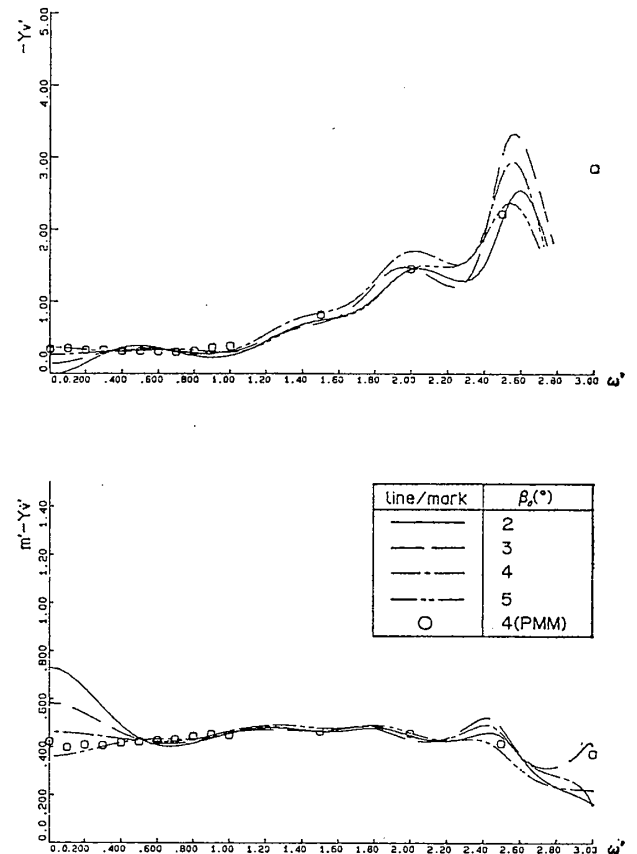


Fig. 7(a) Results of transient sway tests (effect of amplitude)

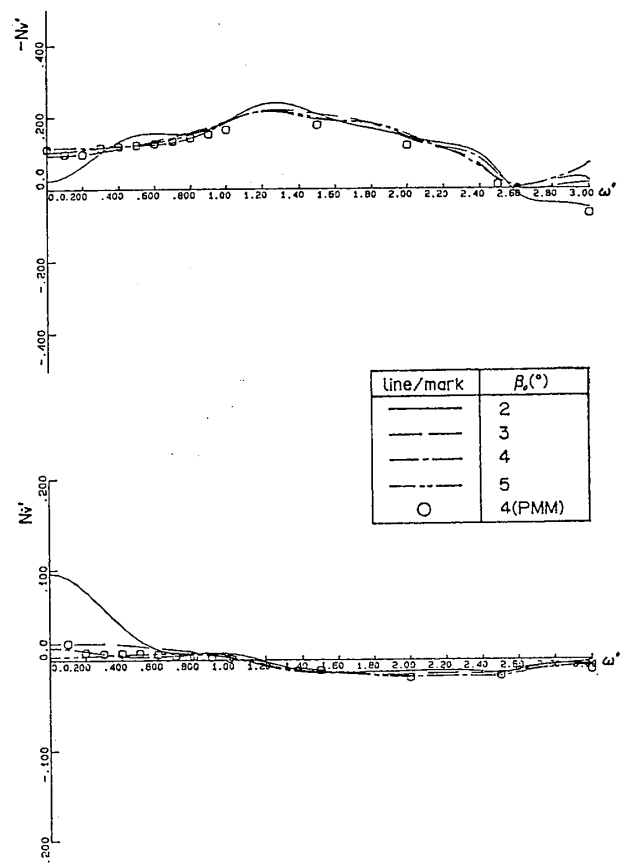


Fig. 7(b) Results of transient sway tests (effect of amplitude)

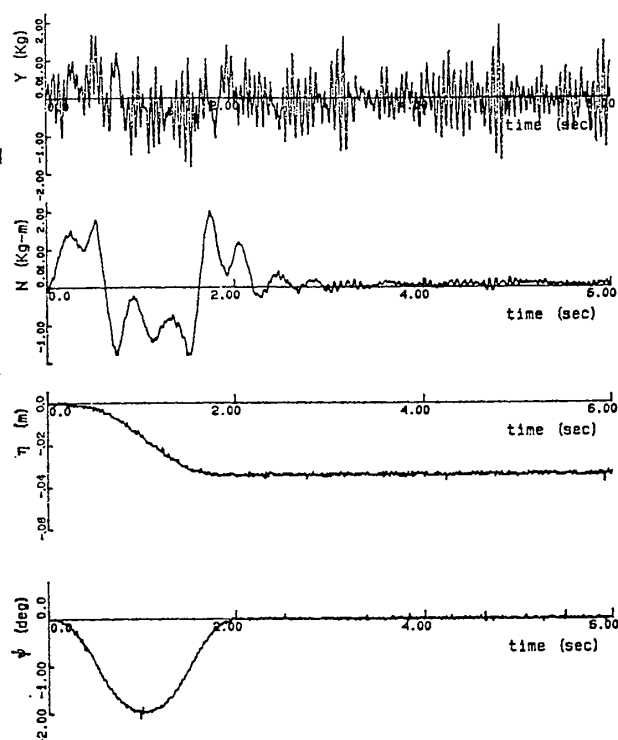


Fig. 8 Time history of transient yaw test
($r_0=0.025$ rad/sec)

プ・モードを行い、前後を別個にパルス・モードとして解析することにより、その影響も調べた。

Fig. 10 にタイムヒストリーの一例を、Fig. 11 に、前後動の方向の違いを示す。 T_1 の影響については、結果を省略するが、前後の方向の違いはほぼ無視できること、高周波域でやや不安定とはなるものの、低周波側は、 T_1 を大きくすることにより、ほぼ満足できる結果が得られた。

4 Kramers-Kronig の関係

Fig. 1 で示す一般の線形システムにおいて、周波数応答関数は $\hat{g}(\omega)$ で表わされる。もし、この系が因果律を満たすならば、 $\hat{g}_x(\omega)$ と $\hat{g}_z(\omega)$ の間には、Kramers-Kronig の関係、あるいは Hilbert 変換と呼ばれる関係が成り立つ。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} \hat{g}_z(\omega) - \hat{g}_z(\infty) &= -\frac{1}{\pi\omega} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\hat{g}_x(\omega')}{\omega - \omega'} d\omega' \\ \hat{g}_x(\omega) - \hat{g}_x(0) &= \frac{\omega}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\hat{g}_z(\omega')}{\omega - \omega'} d\omega' \end{aligned} \right\} \quad (4.1)$$

で与えられ、一方の係数の周波数特性から、もう一方の係数の周波数特性が計算できる。

Fig. 12 中の破線は、今回行った PMM 実験結果に、(4.1) 式を適用したもの⁵⁾である。

一方、因果律のあるシステムでは、系のインパルス応答関数 $g(t)$ は

$$g(t) = U(t) \sum_p C_p e^{-\alpha_p t} \quad (4.2)$$

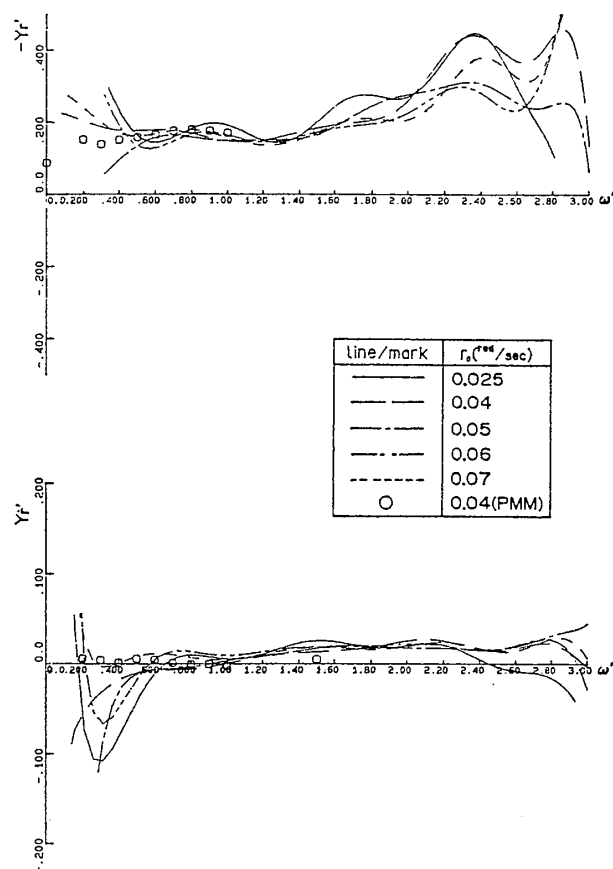


Fig. 9(a) Results of transient yaw tests
(effect of amplitude)

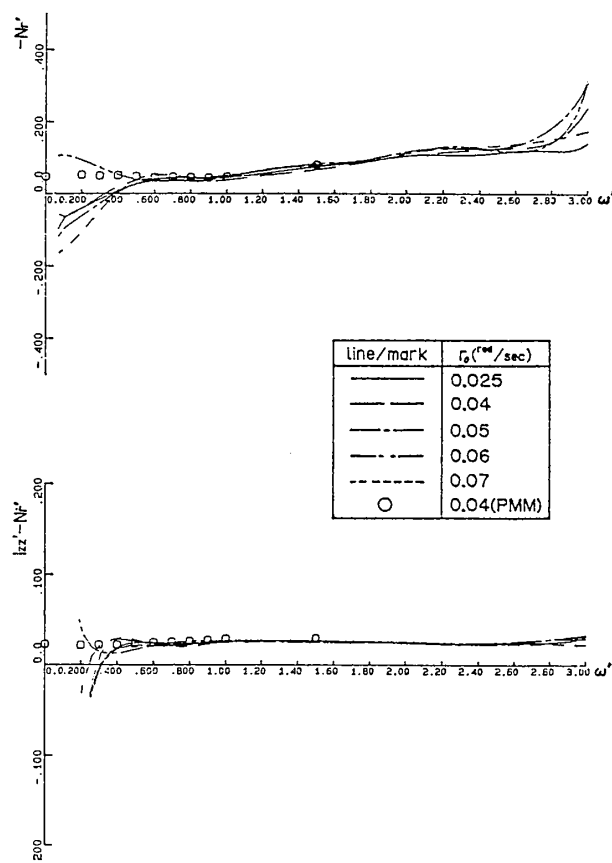


Fig. 9(b) Results of transient yaw tests
(effect of amplitude)

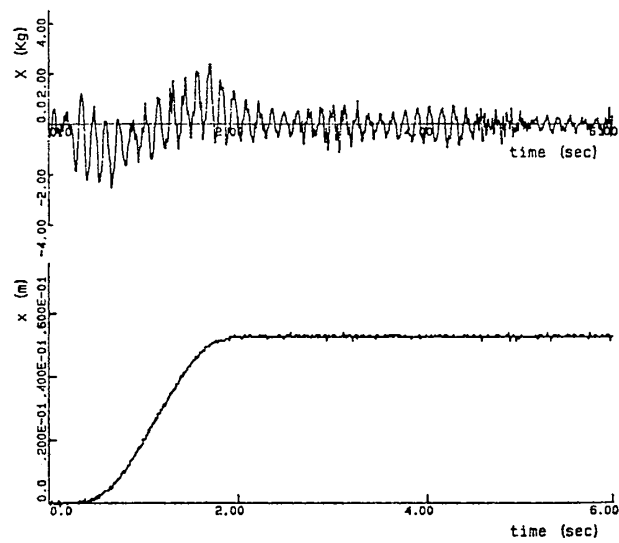


Fig. 10 Time history of transient surge test
($u_0=0.0581$ m/sec)

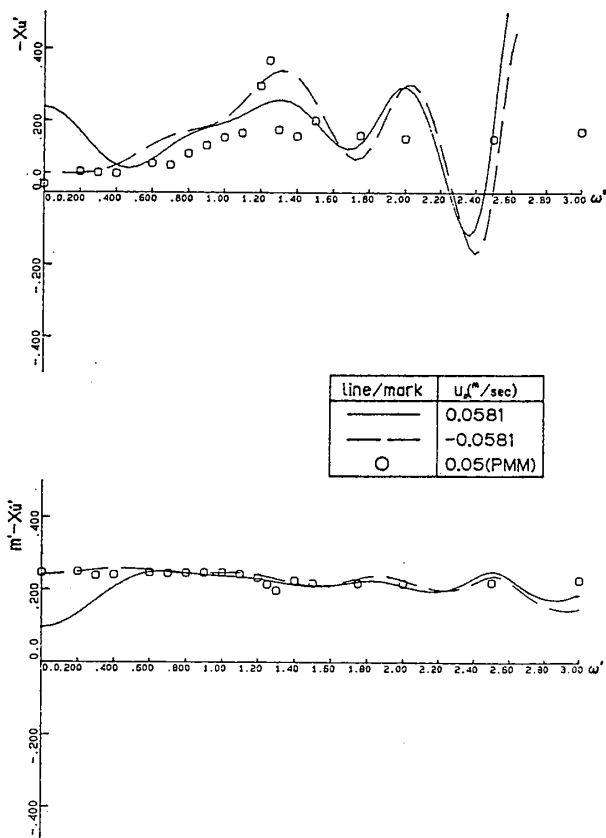


Fig. 11 Results of transient surge tests
(effect of manoeuvring direction)

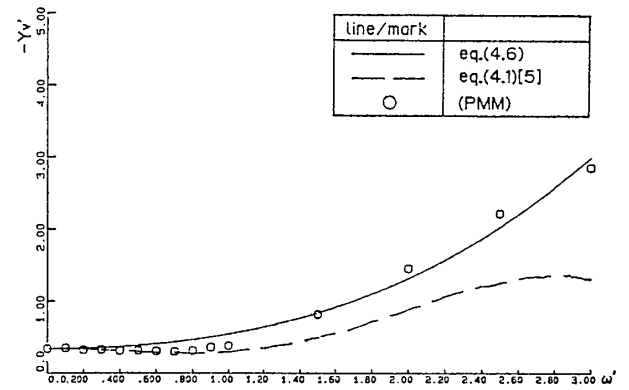


Fig. 12(a) Kramers-Kronig relationship

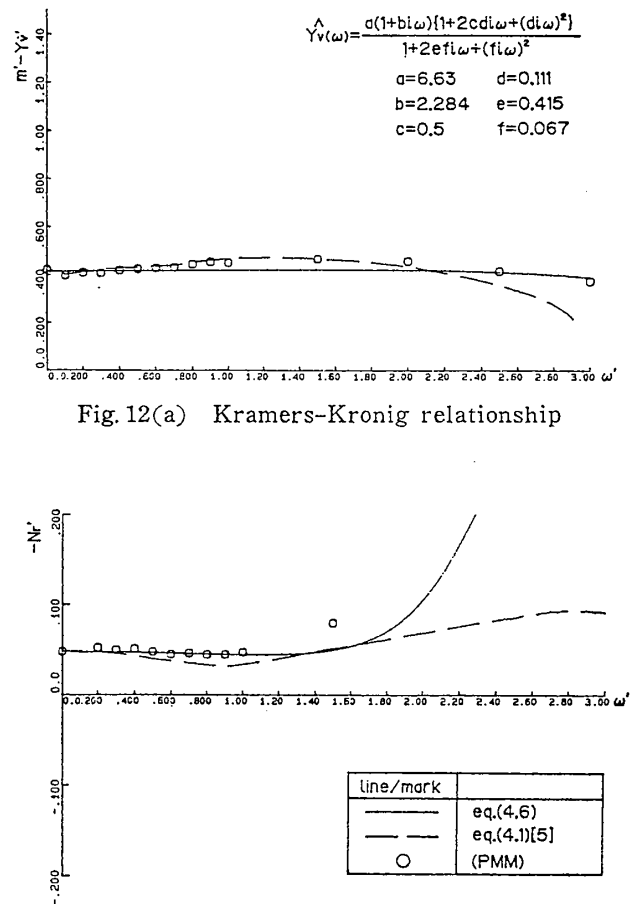


Fig. 12(b) Kramers-Kronig relationship

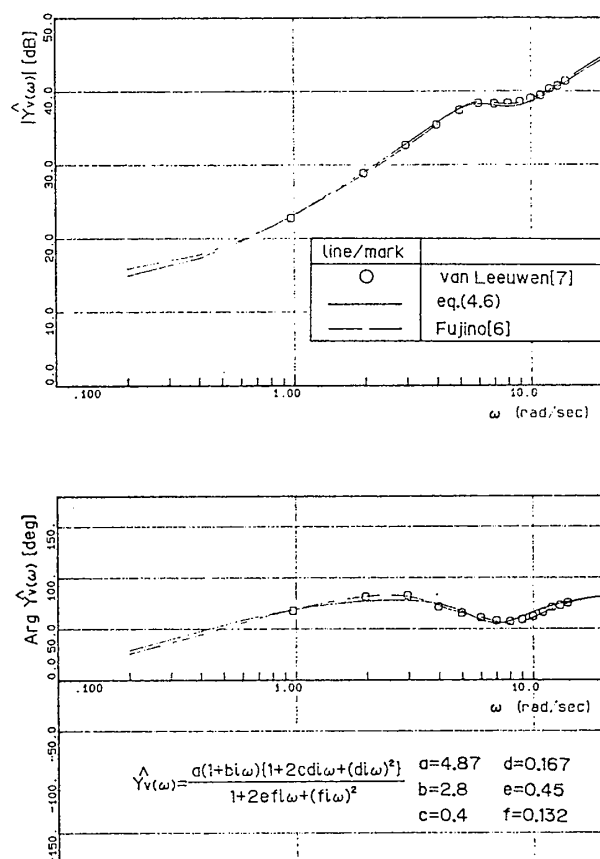


Fig. 13 Bode diagram of lateral force derivatives due to sway motion (experiments by van Leeuwen⁷⁾)

と表わせる。ここで、 $U(t)$ はステップ関数である。これをラプラス変換して、系の伝達関数 $G(s)$ は

$$G(s) = \int_0^\infty g(t)e^{-st}dt = \sum_p \frac{C_p}{s + \alpha_p} = C \prod_p \frac{s + \beta_p}{s + \alpha_p} \quad (4.3)$$

となる。ここで、 s はラプラスの演算子、 α_p, C_p, β_p は定数であり、 $\sum$ および $\prod$ の上限は有限である。一般に、因果律のある系の伝達関数は、

$$G(s) = \frac{N(s)}{D(s)} \quad (4.4)$$

と表わすことができる⁸⁾。そこで、 $s = i\omega$ とおくことにより、

$$G(i\omega) = \hat{g}(\omega) \quad (4.5)$$

と一致する。すなわち、(4.4) 式で表わせる伝達関数を求めれば、その系は因果律を満たす。

ここでは、速度と流体力の間の伝達関数であることを考慮し¹³⁾ 次式で仮定する。

$$G(s) = \frac{a(1+bs)(1+2cds+d^2s^2)}{(1+2efs+f^2s^2)} \quad (4.6)$$

この形の伝達関数は、Bode 線図上で比較的容易に係数が推定できるので便利である (付録参照)。

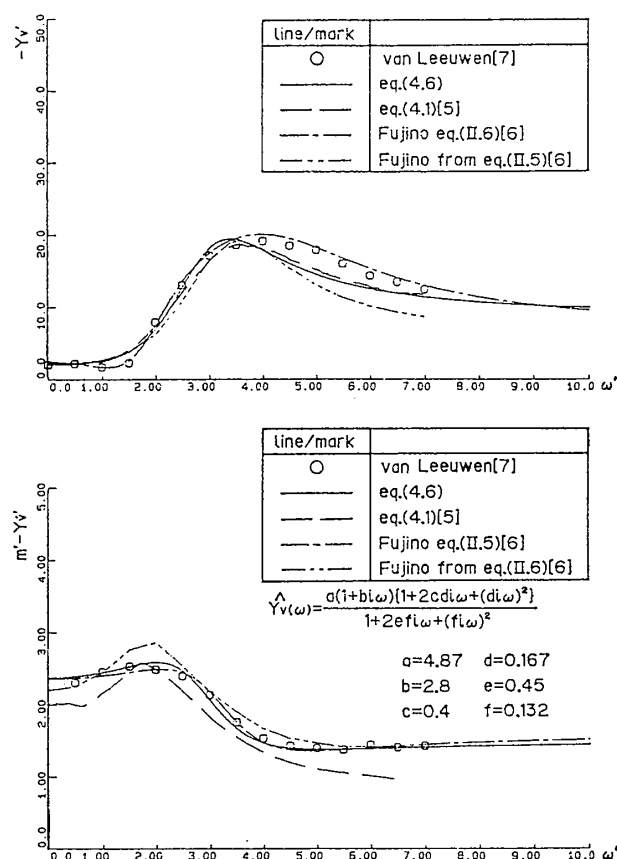


Fig. 14 Kramers-Kronig relationship (experiments by van Leeuwen⁷⁾)

まず、確認のため、van Leeuwen の実験結果⁷⁾ に適用した。Fig. 13 に $\hat{Y}_v(\omega) = -Y_v + i\omega(m - Y_{\dot{v}})$ と表わした時の振幅と位相を Bode 線図で示す。実線が (4.6) 式により近似した伝達関数であり、破線は藤野⁶⁾ による近似関数である。藤野による近似関数は、 Y_v と $m - Y_{\dot{v}}$ のそれぞれを独立した多項式で近似しているため実験値との一致度は大変よい。一方、本論文では、今回、try and error で係数を決定した。それでも、 Y_v と $m - Y_{\dot{v}}$ を同一の複素関数で表わしているのが特徴であり、かなりよく一致している。Fig. 14 は、それらを Y_v と $m - Y_{\dot{v}}$ に分離して描きなおしたものである。図中の破線は実験値から Multthop の級数を用いて Hilbert 変換したもの、一点鎖線は藤野の近似関数、二点鎖線はその近似関数を Hilbert 変換して求めた藤野の計算⁶⁾ である。(4.6) 式による場合、すでに因果律を満たしているので Hilbert 変換をする必要はない。

Fig. 12 中の実線は、今回行った PMM 実験結果に、(4.6) 式を適用したものである。今回の実験は、van Leeuwen の実験に比べると、高周波までのデータがないにもかかわらず、かなりよく推定できている。

5 結 語

曳航水槽で曳引されている模型船に非定常な横流れおよび回頭の過渡的運動を与えるための強制動揺試験装置を試作し、船の操縦運動に関与する流体力微係数を求める模型試験を実施した。この試験結果を分析して、次の結論を得た。

(1) 模型船を駆動する過渡的な運動モードの選択は横流れ角および回頭角速度はともに、パルス・モードよりはステップ・モードの方が計測精度がよく、所望する周波数領域は運動の時間的立ち上りの大きさによって規定することができる。また、これらの運動を与えるときは、運動の振幅は線形の範囲内でできるだけ大きくし、運動のスタートおよびストップはともに滑かにして急峻であることが望ましい。

(2) このような過渡応答試験から得られた付加質量や減衰力等の各係数を従来のPMM試験のそれらと比較検討した結果、その計測精度は同程度であることを確認した。

(3) 計測された付加質量と減衰力はその物理的関係を規定するKramers-Kronigの関係式を用いて解析的に分析し、その成合性を検討した。

(4) また、この両者は時間領域で計測された流体力と運動をそれぞれフーリエ変換すれば、同じ周波数に対応するそれぞれの成分の比より、周波数応答関数として求められるので、その実数部が減衰力、虚数部が付加質量による力に相当することに着目し、周波数応答関数と伝達関数との間の関係についても解析的に調べ、伝達関数とKramers-Kronigの関係式との成合性についても確認した。

本研究には文部省科学研究費試験研究(1)(60850084)および総合研究(A)(61302052)の補助を受けた。また、実験結果の解析および数値計算にはHP 1000を使用したことを付記する。

参 考 文 献

- 1) Scragg, C. A.: The determination of stability derivatives by impulse response techniques, *Journal of Marine Technology*, Vol. 14, No. 2 (1977).
- 2) 井上正祐, 平野雅祥, 平川雄二, 向井一浩: 等吃水船体の操縦微係数について, 西部造船会々報, 第57号(1979).
- 3) 元良誠三: 船体運動に対する附加質量及び附加慣性モーメントについて(其の1)~(其の3), 造船協会論文集, 第105号, 第106号(1959).
- 4) 浜本剛夷: Impulse Response TechniqueとそのPMM試運転結果, 第3回運動性能研究委員会資料(MC 3-4)(1984).

- 5) 長谷川和彦, 小濱照彦: Transient MethodによるPMM試験の解析結果, 第9回運動性能研究委員会資料(MC 9-3)(1986).
- 6) Fujino, M.: The effect of frequency dependence of the stability derivatives on maneuvering motion, *I. S. P. Vol. 22, No. 256* (1975).
- 7) Leeuwen, G. van: The lateral damping and added mass of an oscillating ship model, *University of Technology, Delft, Report of Shipbuilding Laboratory, No. 23* (1964).
- 8) たとえば, Papoulis, A.: *The Fourier integral and its applications*, McGraw-Hill (1962) p. 195.
- 9) Motora, S. and Fujino, M.: On the measurement of the stability derivatives by means of forced yawing technique, *日本造船学会論文集*, 第118号(1960).
- 10) Wehausen, J. V., Frank, T., Loeser, D. J., Scragg, C. A., Sibul, O. J. and Webster, W. C.: Transient-maneuver testing and the equations of maneuvering, *Proceedings of 11th Symposium on Naval Hydrodynamics, London* (1976).
- 11) Tick, L. J.: Differential equations with frequency dependent coefficients, *Journal of Ship Research*, Vol. 3, No. 2 (1959).
- 12) Cummins, W. E.: The impulse response function and ship motions, *Schiffstechnik*, Vol. 9 (1962).
- 13) Bishop, R. E. D., Burcher, R. K., Parkinson, A. G., Price, W. G.: Oscillatory testing for the assessment of ship manoeuvrability, *Proceedings of 10th Naval Hydrodynamics Symposium* (1974) p. 122.

付録 伝達関数の同定

ある系の伝達関数が(4.6)式で表わされる時、Bode線図上で一次遅れ要素、二次遅れ要素を組み合わせることにより、まず、係数の初期値 $a_0, b_0, c_0, d_0, e_0, f_0$ を求める。この時、基本要素のBode線図およびその合成については熟知しておく必要がある。

今、 $s=s_1, s_2, \dots, s_N$ の N 点について $G_{\text{EXP}}(s_n)$ ($n=1, 2, \dots, N$)の実験点が求まっていると、

$$\begin{aligned} \Delta G_0(s_n) &= G_{\text{EXP}}(s_n) - G(s_n; a_0, b_0, c_0, d_0, e_0, f_0) \\ &= \frac{\partial G}{\partial a_0} \Delta a_0 + \frac{\partial G}{\partial b_0} \Delta b_0 + \frac{\partial G}{\partial c_0} \Delta c_0 \\ &\quad + \frac{\partial G}{\partial d_0} \Delta d_0 + \frac{\partial G}{\partial e_0} \Delta e_0 + \frac{\partial G}{\partial f_0} \Delta f_0 \quad (\text{A-1}) \end{aligned}$$

($n=1, 2, \dots, N$)

ただし、たとえば、 $\partial G / \partial a_0 \equiv [\partial G / \partial a]_{a=a_0}$ とおき、

$$\sum_{n=1}^N \{\Delta G_0(s_n)\}^2 = 0 \quad (\text{A-2})$$

となるような係数 $\Delta a_0, \Delta b_0, \Delta c_0, \Delta d_0, \Delta e_0, \Delta f_0$ を最小自乗法により求める。そして、

$$a_1 = a_0 + \Delta a_0 \quad (\text{A-3})$$

のように各係数を変化させ、 $\Delta G_1(s_n)$ を求める。これを各係数の増分が微小になるまで繰り返すことにより、係数が決定できる。

実際の計算では、 $|G(s)|(\text{dB})$ と $\text{Arg } G(s)$ について、それぞれ (A-1) 式、(A-2) 式を適用すると、偏微分係数が簡単になり便利である。