

(昭和62年5月 日本造船学会春季講演会において講演)

高流動点原油積タンカーの船底凝固層と熱貫流について

(その2 船底部の熱貫流)

正員 福地信義* 正員 安藤淳禎**

A Study on Solidified Oil and Heat Flux at Tank Bottom of
a Tanker Carrying High Pour Point Crude Oil
(Part 2 Heat Transfer through Tank Bottom)

by Nobuyoshi Fukuchi, *Member* Atsuyoshi Ando, *Member*

Summary

The supplied quantity of heat energy for keeping in low viscosity of loading oil is necessary to be estimated with accuracy in a tanker carrying high pour point oil or high viscous oil. It is difficult to assume it exactly, because the heat transfer coefficient through tank bottom is various due to depending on the configuration of bottom structure and the physical properties of loading oil.

In order to investigate the heat transfer through tank bottom, the measurement of heat flux is carried out using the tank in the shape of bottom structure on the scale of one-third in which the paraffin as one kind of high pour point oil and the high viscous lubrication oil are heating up with three heaters. The predicting formulae on variable thickness of solidified oil and heat flow at bottom as time proceeds are derived from the theory and the experimental values. These formulae are applied for estimating the heat transfer coefficient of actual ship. As the results, the heat transfer coefficients through tank bottom excepting the effect of ship oscillation are assumed to be $7\sim 8\text{ W/m}^2\text{K}$ for high viscous oil and $4.7\text{ W/m}^2\text{K}$ for high pour point oil.

1 はじめに

高流動点原油や低質燃料油などの高粘質油を積載するタンクでは加熱を行って油の粘度を低く保っているが、その供給熱量を精度よく見積るためには、タンクを構成する各面からの熱貫流量を正確に知る必要がある。この内、船底からの熱貫流は、加熱管より下部における凝固層や対流が不活発な油層の形成と船底補強材による熱橋現象が重なって複雑な伝熱状態となり、積載油の粘度と流動点および船底部の構造に支配される。

これらの要因と船底熱貫流率との関係を明らかにするために、高流動点油として固形パラフィンおよび高粘度油として潤滑油を用いて、1/3スケールの船底部モデルにおいて加熱時にタンク底板を貫流する熱流束分布を計測し、これより熱流量を求める。さらに船底部の伝熱機

構を簡単にモデル化して熱流の解析を行い、実験結果との比較によりその妥当性を確認する。また、この解析法を用いて高流動点油および高粘度油を積載する実船に関する船底熱貫流率を推定する。

2 船底部の熱流解析

2.1 高流動点油積載の場合

(1) 凝固層厚さと熱流量の時間的変化

Fig. 1 に示すような船底構造を持つタンクに高流動点油を積載し、これを加熱または放冷する場合における船底凝固層の厚さ δ と船底板の温度 θ_B は次式で表わされる(付録参照のこと)。

$$\delta = \delta_1 + \frac{q_p}{\rho L \mu} \ln \left(\frac{1 - \zeta e^{-\mu t}}{1 - \zeta} \right) \quad (1)$$

$$\theta_B = \theta_W + \frac{q_p}{\alpha_W} (1 - \zeta e^{-\mu t})^{-1} + \frac{q_s(x)}{\alpha_W} \quad (2)$$

* 九州大学工学部

** 九州大学大学院工学研究科

ここに、

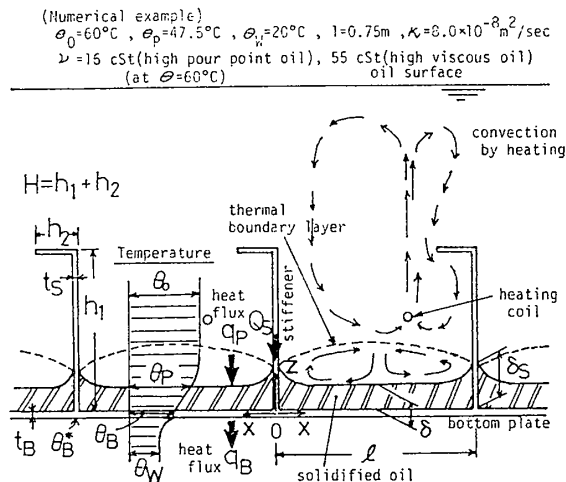


Fig. 1 Thermal condition and modeling state of heat transfer

$$\mu = \frac{\alpha_w q_p}{\rho L (\lambda + \alpha_w \delta_m)}, \quad \zeta = 1 - \frac{q_p}{\alpha_w (\theta_{B1} - \theta_w)} \quad (3)$$

ρ , L , λ はそれぞれ油の比重量, 融解潜熱, 熱伝導率であり, α_w は船底板の海水側熱伝達率, θ_w は海水温度である。そして t は経過時間, δ_1 , θ_{B1} は凝固層厚さおよび船底板温度の初期値である。また q_s は補強材を通して船底板に伝わる熱流束であり, q_p は油の液相から凝固層へ伝えられる熱流束であり, 次式より求められる¹⁾。なお実船では q_p の時間的な変化は小さい。

$$q_p = \frac{N_u \lambda (\theta_0 - \theta_p)}{l} \quad (4)$$

ただし, l はフレームスペース, θ_0 は液相温度, θ_p は流動点であり, N_u は液相側のヌセルト数である。さらに δ_m は次式より決まる凝固層の代表厚さである。

$$\delta_m = \frac{\delta_1 - \delta_\infty}{\ln(1 - \zeta)} - \frac{\lambda}{\alpha_w} \quad (5)$$

ここに, δ_∞ は定常時の凝固層厚さであり, $\theta_{B\infty}$ を定常時の船底板温度とすると $(\theta_p - \theta_{B\infty})l / (\theta_0 - \theta_p) N_u$ で与えられる¹⁾。

船底板から海水へ伝えられる熱流束 q_B は (2) 式より次のようになる。

$$q_B = \alpha_w (\theta_B - \theta_w) = q_p (1 - \zeta e^{-\mu t})^{-1} + q_s(x) \quad (6)$$

右辺第 2 項は補強材の熱橋現象により船底板に伝わる熱流束である。ここで (6) 式の右辺第 1 項を q_B^0 とおく。

(2) 補強材を伝わる熱流量

液相内に露出している補強材の温度 θ_z は近似的に次のように表わされる¹⁾。

$$\theta_z \approx \theta_0 - \left(\frac{\theta_p - \theta_B}{\delta_s} \right) \cdot \frac{e^{-\gamma z}}{\gamma} \quad (7)$$

ここに, $\gamma = \sqrt{2\alpha_s / \lambda_s t_s}$, α_s , λ_s , t_s はそれぞれ補強材の熱伝達率, 熱伝導率, 板厚である。また δ_s は補強

材位置での凝固層厚さであり, $\delta_s = (\theta_p - \theta_B) / (\theta_0 - \theta_p) \gamma$ と近似できる¹⁾。

液相から補強材へ伝達される熱量 Q_s は次式で表わされる。

$$\begin{aligned} Q_s &= \int_0^{H-\delta_s} 2\alpha_s (\theta_0 - \theta_z) dz \\ &= \lambda_s t_s \left(\frac{\theta_p - \theta_B}{\delta_s} \right) [1 - e^{-\gamma(H-\delta_s)}] \\ &= \sqrt{2\alpha_s \lambda_s t_s} (\theta_0 - \theta_p) [1 - e^{-\gamma(H-\delta_s)}] \end{aligned} \quad (8)$$

ここに, H は補強材のウェブとフランジの合計長さである。

(3) 船底板の温度と熱流量

鋼の熱拡散率は石油類の値に比べ約 150 倍であり, 石油類の熱伝導を扱う時間スケールでは船底板の熱伝導は定常状態と見なすことができる。

凝固層は断熱的であるため, 船底板の任意点における熱収支式は次のように表わされる。

$$-\lambda_B t_B \frac{d^2 \theta_B}{dx^2} + \alpha_w (\theta_B - \theta_w) - q_B^0 = 0 \quad (9)$$

ここに λ_B , t_B は船底板の熱伝導率と板厚である。座標を Fig. 1 のように取った場合, 境界条件は各フレームスペースごとの対称性を利用して次式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} x=0: -\lambda_B t_B \frac{d\theta_B}{dx} &= \frac{Q_s}{2} \\ x=l/2: \frac{d\theta_B}{dx} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

(10) の条件で (9) 式を解くと, 次のように船底板の温度が得られる。

$$\theta_B = \theta_w + \frac{Q_s \cosh \xi \left(\frac{l}{2} - x \right)}{2\sqrt{\alpha_w \lambda_B t_B} \sinh \frac{\xi l}{2}} + \frac{q_B^0}{\alpha_w} \quad (11)$$

($0 \leq x \leq l/2$)

ここに, $\xi = \sqrt{\alpha_w / \lambda_B t_B}$

1 フレームスペース当たり船底板を貫流する全熱量 Q_{FS} は次式で表わされる。

$$\begin{aligned} Q_{FS} &= 2 \int_0^{l/2} \alpha_w (\theta_B - \theta_w) dx \\ &= \frac{\sqrt{\alpha_w} Q_s}{\sqrt{\lambda_B t_B} \sinh \frac{\xi l}{2}} \int_0^{l/2} \cosh \xi \left(\frac{l}{2} - x \right) dx + q_B^0 l \\ &= Q_s + q_B^0 l \end{aligned} \quad (12)$$

したがって補強材からの熱流は船底板へ伝導し, 拡散することによりすべて海水へ伝わる。また平均船底熱貫流率は次式により与えられる。

$$K = \frac{Q_{FS}}{(\theta_0 - \theta_w) \cdot l} \quad (13)$$

2.2 高粘度油積載の場合

(1) 船底板の温度

高粘質の原油や低質の燃料油をタンクに積載する場合

における船底板の熱収支式は、(9) 式において $q_B^0 = \alpha_P(\theta_0 - \theta_B)$ と置くことにより表わされる。2.1 (3) と同様にして船底板の温度は次式より得られる。

$$\theta_B = \frac{Q_S' \cosh \xi' \left(\frac{l}{2} - x \right)}{2\sqrt{\lambda_B t_B (\alpha_W + \alpha_P)} \sinh \frac{\xi' l}{2}} + \frac{\alpha_W \theta_W + \alpha_P \theta_0}{\alpha_W + \alpha_P} \quad (14)$$

ここに、 $\xi' = \sqrt{(\alpha_W + \alpha_P) / \lambda_B t_B}$,

また Q_S' は液相から補強材への伝熱量であり、近似的に次式より求める。

$$Q_S' = \sqrt{2\alpha_S \lambda_S t_S} (\theta_0 - \theta_{B^*}) \quad (15)$$

ただし θ_{B^*} は補強材取付部の船底板温度であり、次式により与えられる。

$$\theta_{B^*} = \frac{\eta}{1+\eta} \theta_0 + \frac{\alpha_W \theta_W + \alpha_P \theta_0}{(1+\eta)(\alpha_W + \alpha_P)} \quad (16)$$

ここで $\eta = \sqrt{\alpha_S \lambda_S t_S / 2(\alpha_W + \alpha_P) \lambda_B t_B}$

(2) 熱流量

1 フレームスペース当たり船底板を貫流する熱量 Q_{FS} は次式で表わされる。

$$Q_{FS} = \frac{\alpha_W}{\alpha_W + \alpha_P} [Q_S' + \alpha_P(\theta_0 - \theta_W) \cdot l] \quad (17)$$

走航中の船では $\alpha_W \gg \alpha_P$ であるため (12) 式と同じ形になる。

3 船底モデルにおける熱流計測

3.1 熱流計測

(1) 実験方法

高流動点油および高粘度油を積載するタンクの底部を通して海水へ伝わる熱流量を調べ、熱貫流率を求めるために、船底構造の 1/3 モデルに融点 43.1°C の固形パラフィンまたは粘度 144cSt(40°C) の潤滑油を入れて加熱し、温度および熱流束の計測を行った。この実験装置の詳細を Fig. 2 に示すが、実験中には海水による船底冷

却に相当するように循環水を用いて、タンク底付近の温度を一定に保った。また実験条件を Table 1 に示し、実験に使用した油の粘度-温度特性を Fig. 3 に示す。

実験の内、HPP-1~3 および HV-1, 2 は連続加熱であり、HPP-4~7 および HV-3~6 はヒータの電源を on/off することにより平均油温を一定に保って計測を行った。

Table 1 Measuring condition and results on heat transfer

kind of using oil	code of experiment	oil level per frame height	type of arranging heat flow meter	surrounding temperature (°C)	temperature of cooling water (°C)	averaged oil temperature (°C)	quantity of heat transfer per one frame space (W/m)	coefficient of heat transfer (W/m ² K)	thickness of solidified oil (mm)
high pour point oil	HPP-1	1.5	A	11.7	13.3	various	shown in Fig.12		
	HPP-2	1.5	A	13.7	14.5	various			
	HPP-3	1.5	A	27.6	25.7	various			
	HPP-4	1.5	A	29.5	27.9 27.9 27.8	54.9 60.0 64.7	70.8 79.3 119.7	10.5 9.9 9.7	- 40 31
	HPP-5	1.5	A	30.5	29.9 28.4 28.9	55.0 60.1 65.0	52.5 70.8 81.5	8.4 8.9 9.0	43 38 33
	HPP-6	1.5	B	31.0	28.0 28.5 29.0	55.1 60.0 65.0	73.5 83.8 92.5	10.9 10.6 10.3	37 32 29
	HPP-7	2.0	B	28.6	26.6 26.4 26.5	55.0 60.0 65.0	78.8 99.3 112.0	11.1 11.8 11.6	44 36 29
	HV-1	1.5	B	16.6	14.5	various	shown in Fig.13		
	HV-2	2.0	B	15.5	12.5	various			
	HV-3	1.5	B	18.8	16.3 16.6 16.3 16.8	49.9 55.0 60.0 65.0	95.0 103.5 153.5 145.6	11.3 10.8 14.1 12.1	
high viscous oil	HV-4	1.5	B	16.4	15.1 16.0 16.1 16.2	50.0 55.0 60.0 65.0	93.2 106.8 136.7 153.5	10.7 11.0 12.5 12.6	
	HV-5	2.0	B	20.3	14.1 15.6 16.1 15.7	50.0 55.0 60.0 64.9	126.4 137.4 150.0 167.4	14.0 14.0 13.7 13.6	
	HV-6	2.0	B	18.8	15.2 15.9 16.2 16.1	50.0 55.0 60.0 65.0	121.8 140.3 159.0 182.3	14.0 14.4 14.5 14.9	

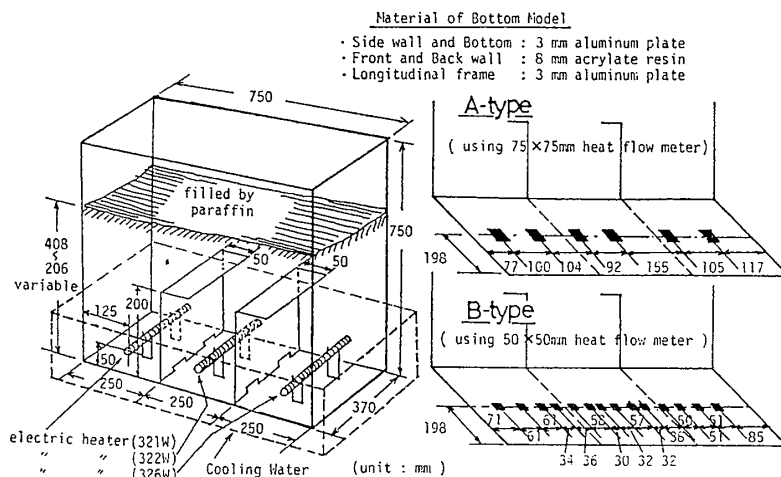


Fig. 2 Tank bottom model and arrangement of heat flow meters

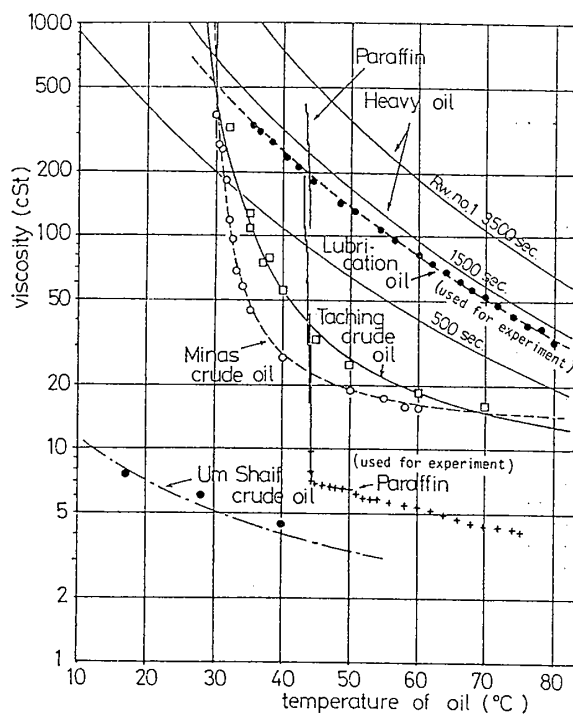


Fig. 3 Relation between viscosity and oil temperature

タンク底を貫流する熱流束は Fig. 2 に示す位置に取付けたパネル型熱流計 (75 または 50mm 角, 銅-コンスタンタン箔) により計測を行った。そして得られた熱流束分布を関数近似し, これを左右のヒータ間において積分することにより, 1 フレームスペース当たりの熱流量を算出した。なお, 温度分布および溶融域の拡がり方に関する計測は第 1 報¹⁾と同じである。

計測の例として実験 HPP-1 に関する溶融域の拡がり方, 油温分布および溶融率と油温の時間的变化を Fig. 4

に示す。なお以下では, 溶融率が 85% を超える時点 (HPP-1 では 8 時間) 以降を熱流解析の対象とする。

(2) 温度分布

タンク内の油温分布の例として, 実験 HPP-7 (高流動点油) および HV-5 (高粘度油) について平均油温 55°C と 65°C の場合を Fig. 5 に示す。

高流動点油では凝固層の厚さは当然油温により異なるが, 凝固層上部において温度勾配がある範囲が異なるのは, 温度境界層の厚さが $[\nu/(\theta_0 - \theta_p)]^{1/5}$ に比例すること¹⁾による。ここに ν は油の動粘性係数である。

高粘度油では船底部の温度境界層の厚さは $[\nu/(\theta_0 - \theta_B)]^{1/5}$ に比例するが, HV-5 におけるこの部分の粘度は HPP-7 に比べ約 25 倍であり, 境界層の厚さも 1.6 倍程度となる。

加熱による自然対流のレイリー数 R_a は, g を重力の加速度, β を油の体積膨脹率, κ を熱拡散率および $\Delta\theta$ を温度差とすると, $R_a = g\beta\Delta\theta l^3 / \kappa\nu$ と表わされる。HPP-7 の場合には $\Delta\theta = \theta_0 - \theta_p$ を用いると $R_a = 4.0 \sim 4.5 \times 10^9$ で遷移乱流域となり, タンク上部の油温が均一化しているのに対し, HV-5 の場合には $\Delta\theta = \theta_0 - \theta_B$ とすると $R_a = 0.7 \sim 1.3 \times 10^9$ で層流域に近いため上部油温にいくらかの温度勾配が見られる。このことは, Fig. 6 に示す FEM による数値解析^{1), 4)}により求めた流速分布を見ても, 高流動点油に比べ高粘度油の方が対流が不活発であり, 計算上タンク内平均流速の値で約 6 割となっている。

さらに数値計算⁴⁾により得たタンク内油温分布を Fig. 7 に示す。計算では補強材位置の温度等高線が実測結果と異なる部分があるが, 高粘度油の方が温度境界層が厚

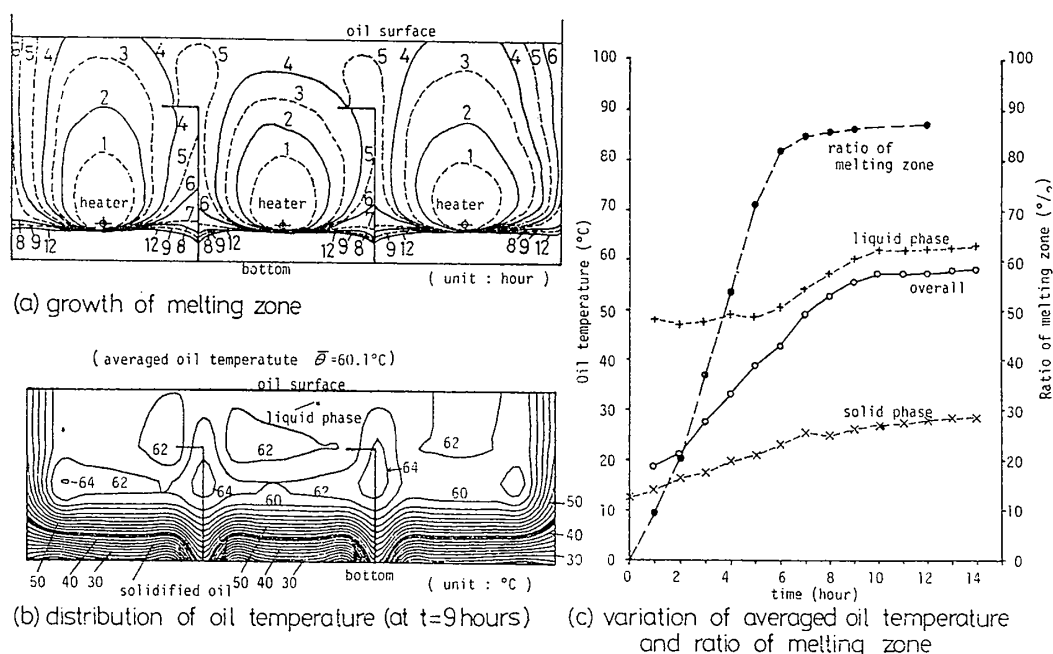


Fig. 4 Results of experiment on HPP-1

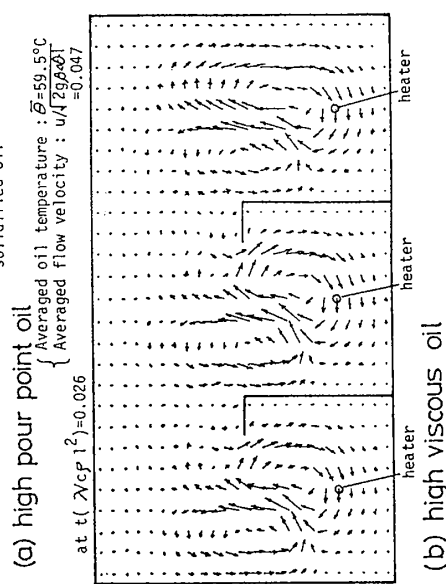


Fig. 6 Calculated flow patterns in two kinds of viscous oil

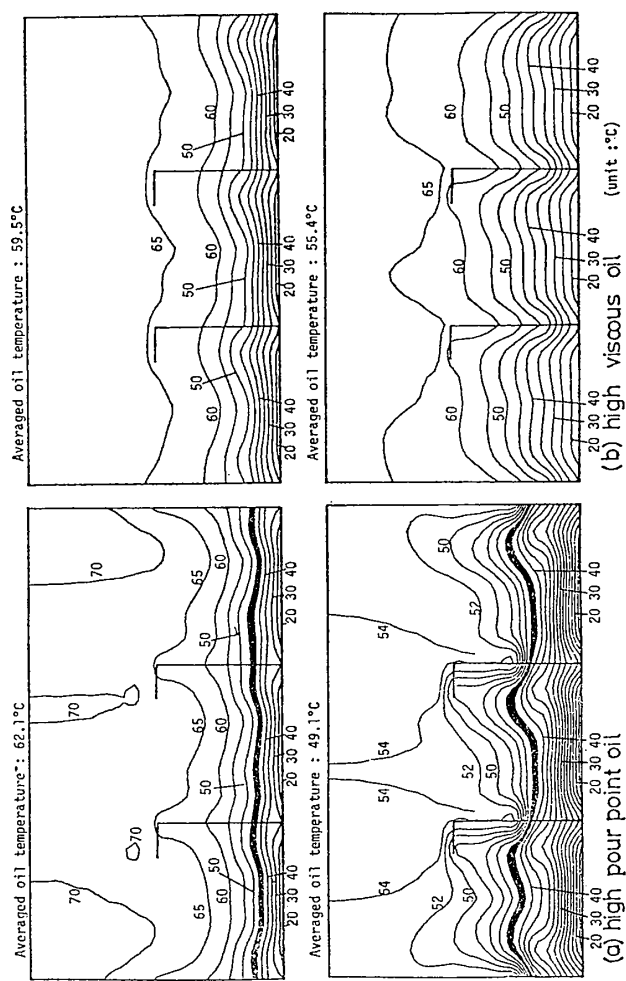
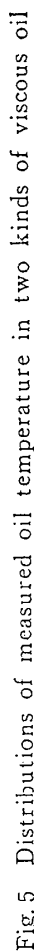


Fig. 7 Distributions of calculated oil temperature in two kinds of viscous oil

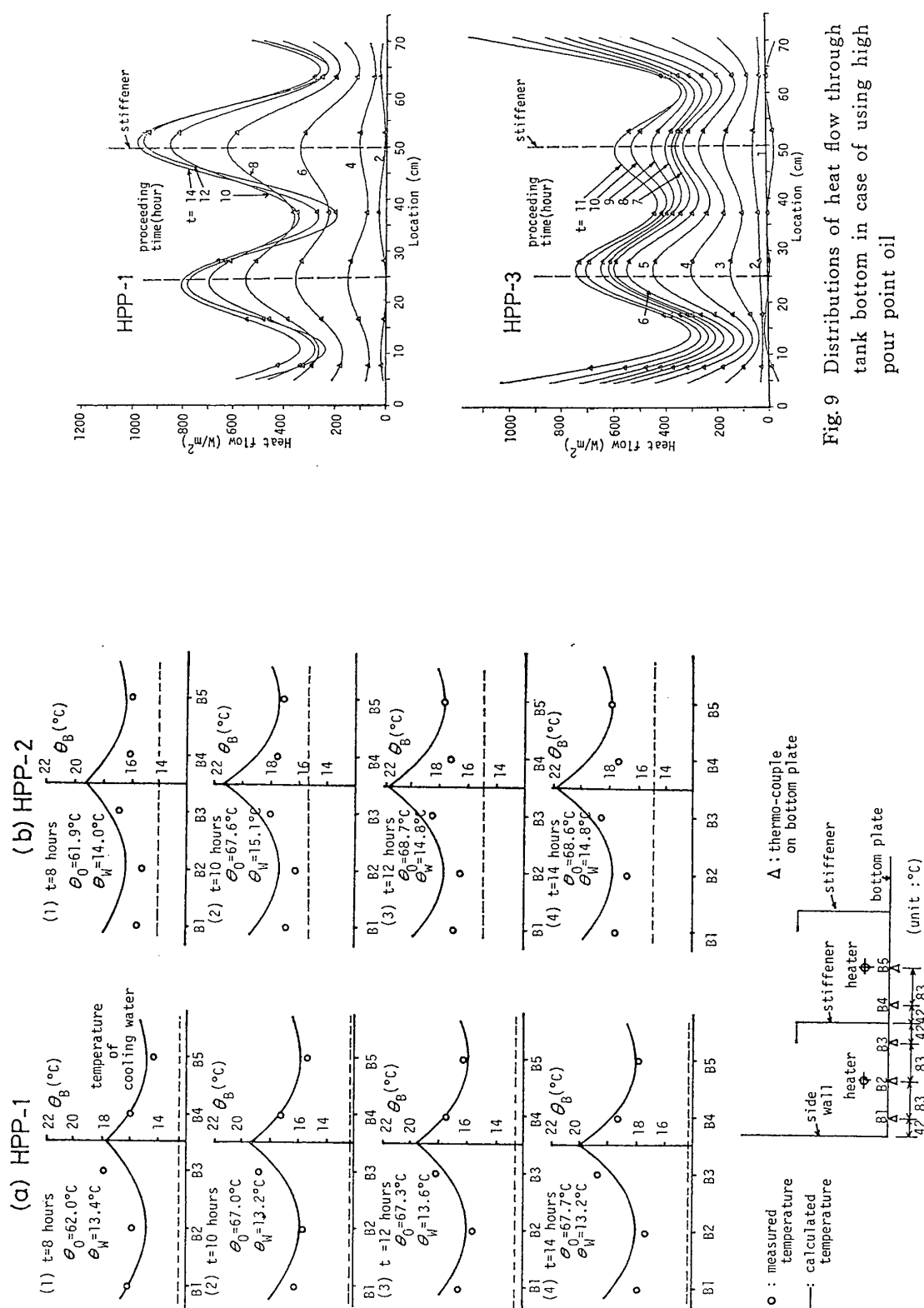


Fig.8 Distributions of temperature of bottom plate

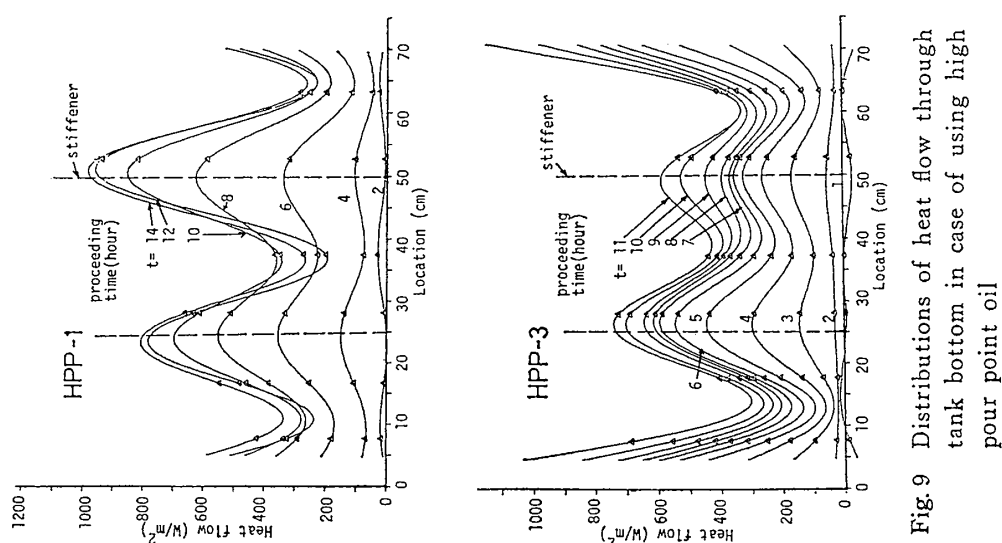


Fig.9 Distributions of heat flow through tank bottom in case of using high pour point oil

いこと、油温の違いによる凝固層形成の差など温度場の様態が比較的実測と一致している。

Fig. 5 に示すタンク底部の油温等高線において、温度勾配がある域の 3/4 程度を温度境界層と見なし、実船では境界層厚さが 40mm 程度であり、さらにヌセルト数を $N_u = 0.7 Ra^{1/5}$ と表わせる¹⁾ことを考慮して、実験の場合のタンク底部におけるヌセルト数を推定すると $N_u = 0.23 Ra^{1/5}$ となる。実船と実験のヌセルト数の差異は、油の粘度特性とタンク内対流における乱流の発達の違いによるものと考えられる。

タンク底板の温度を (11) 式を用いて計算した値と、実験 HPP-1 および HPP-2 における計測値の比較を Fig. 8 に示す。両者は比較的良好に一致しており、補強材の取付位置において温度が高く、この部分から冷却水へ伝達される熱量が多いことが分かる。なお、走航中の船では海水側の熱伝達率が $10^3 \sim 10^4 \text{ W/m}^2\text{K}$ と大きいので、船底板と海水の温度差は小さく 0.2°C 程度である。

(3) 熱流束分布

連続加熱時におけるタンク底から冷却水へ流れる熱流束の計測値を正弦および余弦関数により近似し、これより求めた熱流束分布曲線を Fig. 9 (高流動点油) および Fig. 10 (高粘度油) に示す。また Fig. 11 に一定油温を維持しながら計測したタンク底の熱流束分布を示す。

高粘度油の方が全体として熱流束が多いが、いずれも補強材位置での熱流束が多く、タンク底板の温度と同じ分布形となっている。実験 HPP-1 および HPP-6 に

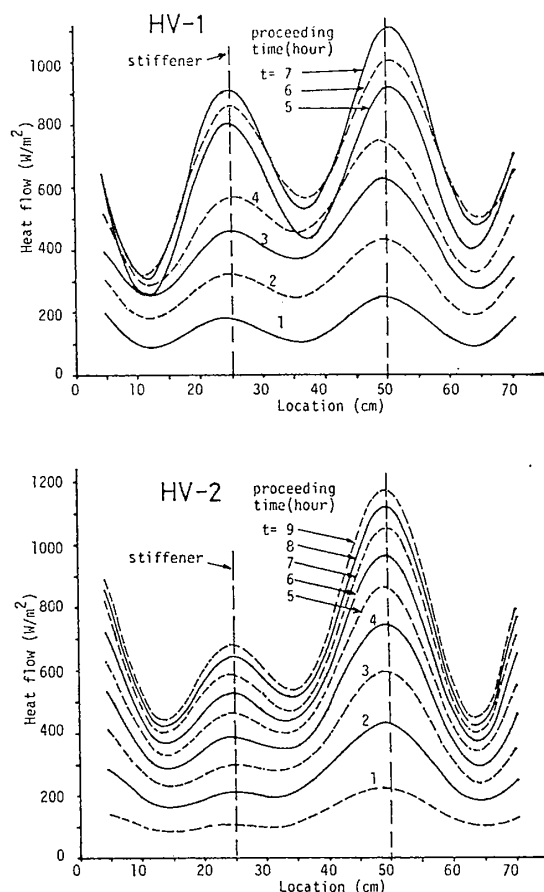


Fig. 10 Distributions of heat flow through tank bottom in case of using high viscous oil

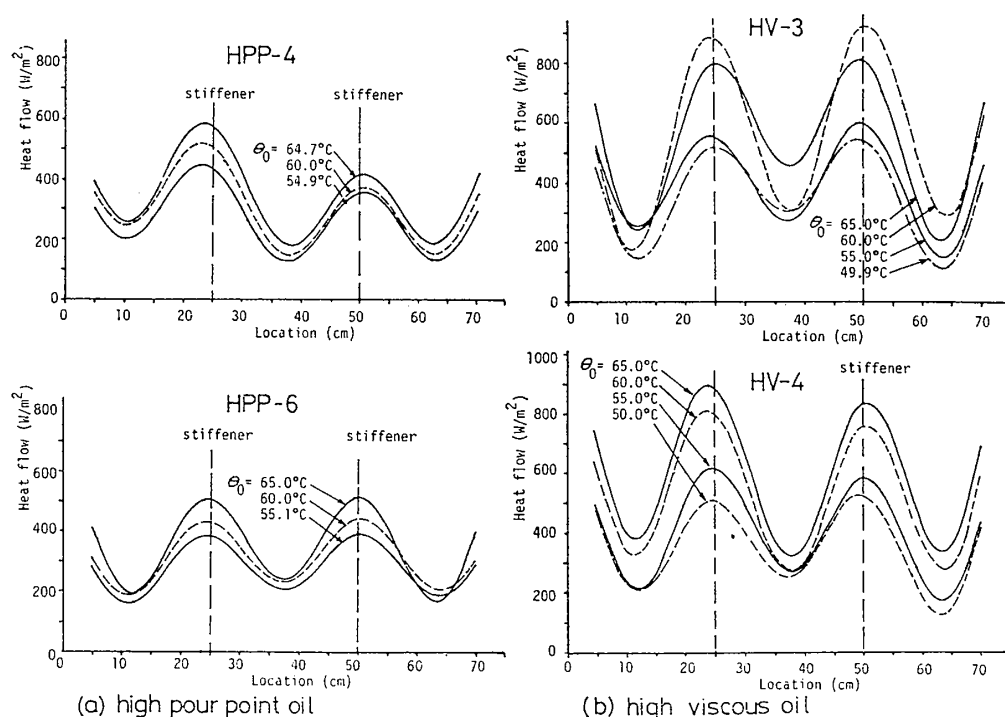


Fig. 11 Distributions of heat flow through tank bottom in case of keeping constant oil temperature

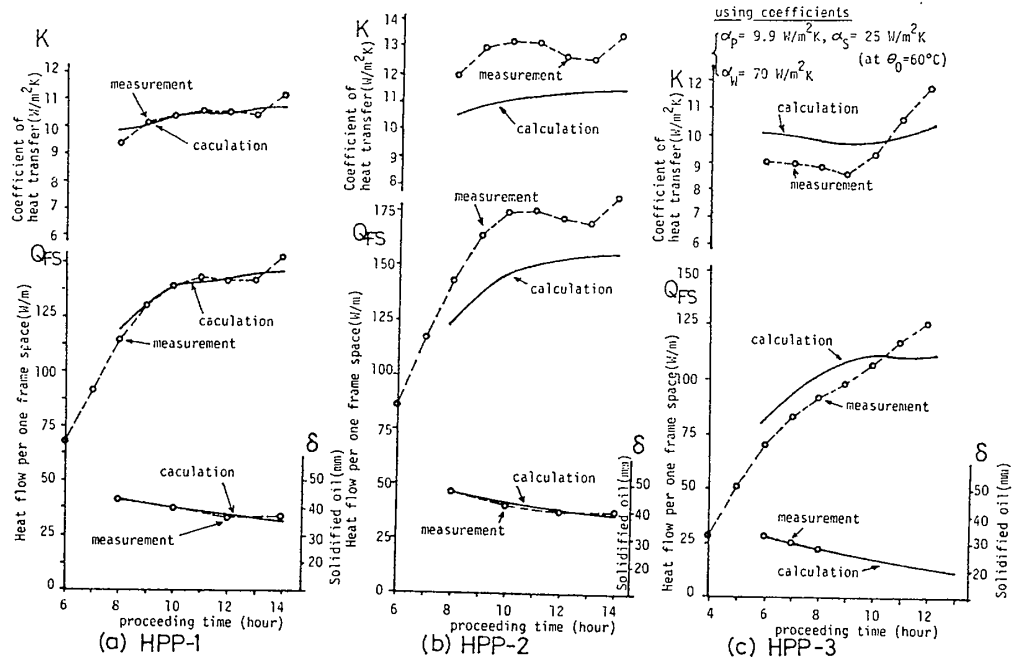


Fig. 12 Results of measurement and calculation in case of using high pour point oil

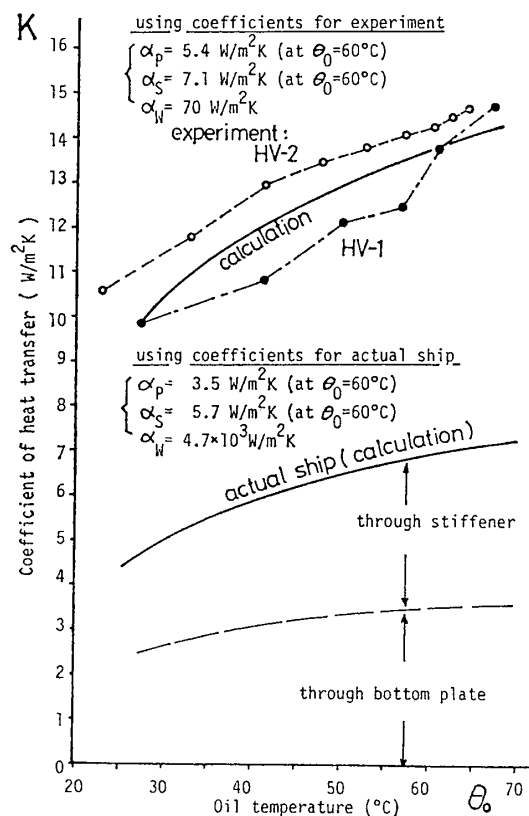


Fig. 13 Heat transfer coefficients derived from experiment and estimated values on actual ship in case of loading high viscous oil

において、油温の上昇とともにフレームスペース中央部で熱流束が減少するのは、凝固層から補強材が露出するのに従い補強材の熱橋現象が強まり、この部分に熱流が集中するためと考えられる。高粘度油の場合には、補強材

を通る熱流は (15) 式で表わされるように油温 θ_0 とタンク底板の温度 θ_{B^*} の差により決まるため、タンク底の冷却状態に大きく影響され計測値にばらつきが多い。

(4) 熱貫流率

実験 HPP-1, 2, 3 に関して、計測した平均凝固層厚さ δ 、1 フレームスペース当たりの熱貫流量 Q_{FS} およびタンク底の熱貫流率 K の経時変化と (1), (12), (13) の各式による計算値を比較して Fig. 12 に示す。ただし計算上の初期凝固層厚さ δ_1 は計測値を用いている。また実験 HV-1, 2 について、油温に対応した熱貫流率 K を熱流束の計測値より換算した値と (17) 式より計算した値を比較して Fig. 13 に示す。いずれも計測値と計算値は比較的良く一致しており、2. で述べた伝熱機構のモデル化と解析法が妥当であることが分かる。

なお、油温保持時の実験 HPP-4~7 および HV-3~6 より求めた熱貫流率を Table 1 に示す。計測は油の液位を変えて行っているが、熱貫流率は液位が高い方が大きい傾向にある。これは流域が広いほど対流が活発化し、タンク底部の温度境界層が薄くなるためと考えられる。

3.2 実船の船底熱貫流率^{2), 3)}

(1) 高流動点油の場合

文献²⁾に報告されている3万トンタンカー日興丸について熱流解析を行い、船底凝固層の厚さ、1 フレームスペース当たりの熱貫流量および船底熱貫流率の計算値と実測値の比較を Fig. 14 に示す。これより、補強材を通して船底板へ流れる熱量は油温と流動点の差に比例するが、計算例では油温変化が緩かなためほぼ一定となる

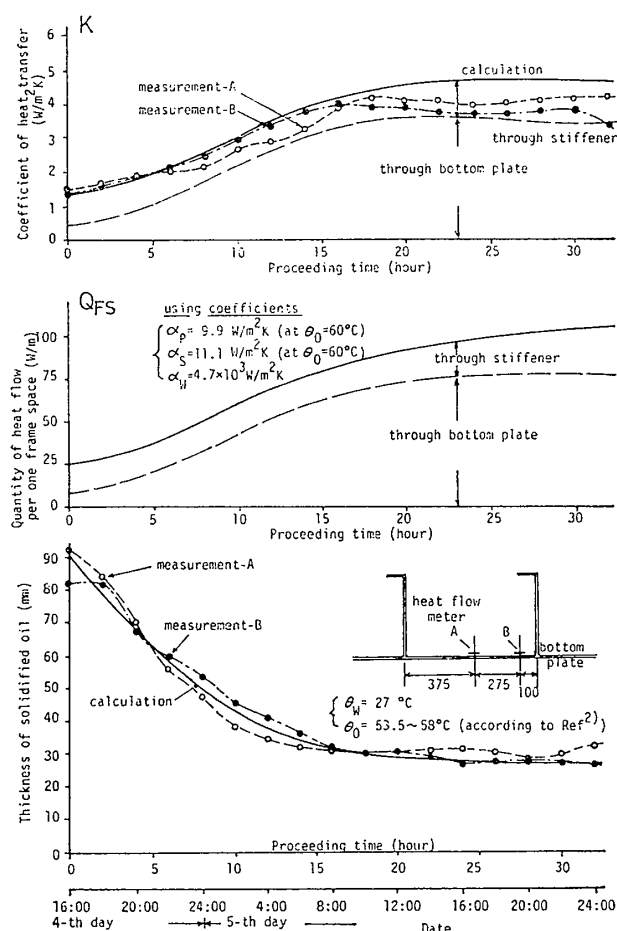


Fig. 14 Estimated values on heat flow of actual ship in case of loading high pour point oil

のに対し、凝固層を貫流する熱量はその厚さによって変化するの分かる。また(1)式により計算した凝固層厚さの経時変化は実測値と良く合っている。

実測による熱貫流率は補強材の影響を除いた値であり、計算による凝固層を貫流する値に相当する。実測値には動揺の影響⁵⁾が含まれているため計算値より少し高い値となっているが、両者の時間的変動状態は良く似ている。

計算による船底熱貫流率の最大値は $K=4.7 \text{ W/m}^2\text{K}$ ($4 \text{ Kcal/m}^2\text{h}^\circ\text{C}$) であり、現在設計に用いられている値に一致する。

(2) 高粘度油の場合

実験に用いた潤滑油と同じ物性をもつ高粘度油を3万トンタンカーに積載した場合について解析し、船底熱貫流率を求めた結果を Fig. 13 に示す。この計算例では、船底板を貫流する熱量は高流動点油の場合とほぼ同じであるが、補強材を通して海水へ伝達される熱量は油温と船底板温度(ほぼ海水温度に等しい)の差に比例するため量が多く、全熱貫流量の約半分を占めている。このため船底熱貫流率としては動揺の影響を含めなくても、

$K=7 \sim 8 \text{ W/m}^2\text{K}$ ($6 \sim 7 \text{ Kcal/m}^2\text{h}^\circ\text{C}$) 程度の値が妥当と思われる。

4 結 論

1/3 スケールの船底モデルを用いた熱流束の計測、および伝熱機構を簡単にモデル化し熱流の解析を行って、船底部熱貫流に関して次のことが明らかになった。

(1) 液相より補強材に伝達された熱は熱伝導により船底板へ伝えられ、この温度を上昇させる。走航中の船では海水側の熱伝達率は大きいので、補強材から船底板へ伝わった熱はすべて海水に伝達され、等角写像を用いて導かれた補強材からの熱流²⁾よりも多くの熱が流れる。

(2) 高流動点油を積載するタンクでは、補強材を伝わって船底板へ流れる熱量は油温と流動点との差に比例し、油温の変化が緩やかな場合にはほぼ一定となり、船底凝固層の厚さにより船底熱貫流量が変化する。この凝固層を通して流れる熱流束は(6)式により求められ、経過時間、油の物性値、熱伝達率、温度の状態などの要因により決まる。

(3) 高粘度油を積載するタンクでは、補強材を通して海水へ流れる熱量が多く、船底熱貫流率は非動揺時において $7 \sim 8 \text{ W/m}^2\text{K}$ ($6 \sim 7 \text{ Kcal/m}^2\text{h}^\circ\text{C}$) が妥当と考えられ、設計値としてはこれに動揺の影響⁵⁾を加算する必要がある。また没水部の船側外板の熱貫流率に対する補強材の影響も同様のことが考えられる。

本研究は日本造船学会造船設計委員会「P 67 高流動点荷油対策」に関連して行ったもので、有益なご議論をいただきました委員および小委の方々に心から感謝の意を表します。なお本研究の実験は大場秀典氏、柏 真彦氏、山本俊治氏、峰 哲也氏の卒業研究の一環として行われたものであり、各氏の労に対し感謝致します。

参 考 文 献

- 1) 福地信義：高流動点原油積タンカーの船底凝固層と熱貫流について(その1)，日本造船学会論文集，第158号，(1985)。
- 2) 日本造船研究協会：タンカーのタンクヒーティングに関する研究，協会資料，No. 79 (1968)，No. 99 (1969)。
- 3) 栗原至道：船体の熱貫流率に関する二、三の考察，西部造船会会報，第40号，(1970)。
- 4) 福地信義：デルタ関数を用いた相変化を含む熱拡散問題の解析法，西部造船会会報，第70号，(1985)。
- 5) 加藤洋治：タンカーの荷油の放熱に対する動揺の影響，日本造船学会論文集，第126号，(1969)。
- 6) Hills, A. W. D.: A Generalized Integral-Profile Method for the Analysis of Unidirectional Heat Flow during Solidification, Trans. of

Metallurgical Soc. of AIME, Vol. 245
(1969).

付録 凝固層厚さの時間的变化

Fig. 1 に示される凝固層内の熱伝導方程式と境界条件は次のように表わされる。

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \quad (\text{a-1})$$

$$\left. \begin{aligned} z=0: \theta &= \theta_B(t), \quad \lambda \frac{\partial \theta}{\partial z} = q_B(t) \\ z=\delta: \theta &= \theta_P, \quad \lambda \frac{\partial \theta}{\partial z} = q_P + \rho L \frac{\partial \delta}{\partial t} \end{aligned} \right\} \quad (\text{a-2})$$

ここに、 λ, κ, ρ, L はそれぞれ油の熱伝導率、熱拡散率、比重量、融解潜熱であり、 q_P は液相からの熱流束、 q_B は海水へ伝達される熱流束である。

Hills はこれらの式から次式を導いている⁶⁾。

$$\frac{d\theta_B}{dt} + \frac{\delta}{\lambda} \frac{dq_B}{dt} = -\frac{1}{\lambda} \left(q_P + \rho L \frac{d\delta}{dt} \right) \frac{d\delta}{dt} \quad (\text{a-3})$$

ここに $q_B = \alpha_W(\theta_B - \theta_W)$, $q_P = \alpha_P(\theta_0 - \theta_P)$ なので船底板に接する凝固油の温度変化は次のようになる。

$$\frac{d\theta_B}{dt} = - \left(q_P + \rho L \frac{d\delta}{dt} \right) \frac{d\delta}{dt} / (\lambda + \alpha_W \delta) \quad (\text{a-4})$$

一方、油が相変化する場合には供給される熱量はほとんど潜熱に奪われるため、船底凝固層の厚さ δ の時間的变化は次のように近似できる。

$$\frac{d\delta}{dt} \cong -\frac{1}{\rho L} (q_P - q_B) \quad (\text{a-5})$$

(a-5) を (a-4) に代入して積分し、初期条件 $\theta_B = \theta_{B1}$ より積分定数を決めると次式が得られる。ただしここでは凝固厚さに代表値 δ_m を用いる。

$$\theta_B = \theta_W + \frac{q_P}{\alpha_W} (1 - \zeta e^{-\mu t})^{-1} \quad (\text{a-6})$$

ここに

$$\mu = \frac{\alpha_W q_P}{\rho L (\lambda + \alpha_W \delta_m)}, \quad \zeta = 1 - \frac{q_P}{\alpha_W (\theta_{B1} - \theta_W)}$$

(a-5) に (a-6) を代入して得られた式を積分し、初期条件を $\delta = \delta_1$ とすると、次の凝固層厚さを表わす式が得られる。

$$\delta = \delta_1 + \frac{q_P}{\rho L \mu} \ln \left(\frac{1 - \zeta e^{-\mu t}}{1 - \zeta} \right) \quad (\text{a-7})$$

なお凝固層の代表厚さ δ_m は $t \rightarrow \infty$ において定常時の厚さ δ_∞ になるように次式より決める。

$$\delta_\infty = \delta_1 - \left(\delta_m + \frac{\lambda}{\alpha_W} \right) \ln(1 - \zeta) \quad (\text{a-8})$$