

浮体群配置の流体力学的最適化に関する研究

—その1. 波力の極小化—

正員 影 本 浩*

Hydrodynamic Optimization of Floating-Body Arrays (Part 1. Minimization of Wave Forces)

by Hiroshi KAGEMOTO

Summary

When a body is put into waves, the waves are scattered by the body. If there is another body in the near field, the body is affected by the scattered waves and the hydrodynamic forces on the body are sometimes quite different from those on a single body.

In this paper, by actively making use of these hydrodynamic interaction effects among bodies, we optimize the arrangements of the bodies in the sense that the hydrodynamic forces on the bodies are minimized. It is shown that this can be achieved by combining the existing hydrodynamic interaction theory and the nonlinear programming techniques. Through several example problems the effectiveness of the present method is demonstrated.

1. 結 言

海洋構造物には種々の型式のものがあるが、その中には、半潜水型石油掘削リグのように構造物そのものが複数の要素で構成されていたり、浮き消波堤のようにいくつかの構造物を近接して配置構成するものが少なくない。これらの構造物では、各要素や各構造物によって散乱、放射された波が他の要素や構造物に付加的な波として作用する。従って、構造物（群）に働く波浪による力や、運動に伴う流体力を推定するためには、各要素・構造物間の流体力学的相互干渉を考慮することが必要である。このような複数浮体間の流体力学的相互干渉を推定する手法は線形理論の範囲で既に確立されており¹⁾²⁾、実験結果との一致も良好である。

本研究では、複数浮体間の流体力学的相互干渉を積極的に利用し、流体力学的に最適な浮体群配置を求める手法を示す。流体力学的最適化とは、具体的には波力や運動の最小化、透過エネルギーの最小化等を念頭においているが、本報ではまず波力の最小となる最適配置を検討する。

浮体群の配置を与えて、それらの浮体群に働く波力を求

めるいわゆる順問題が、微小波高を仮定した線形理論で解かれる場合でも、波力が最小となる浮体配置を求める逆問題は通常非線形な問題となる。この場合、逆問題を解く最も素朴な方法は、浮体配置を系統的に変化させて順問題を解き、それらの結果から等高線図を書いて最小点を特定するものである。しかしながら、このような方法ではパラメタの数に応じて等高図の次元が増えていき（パラメタが2つならば等高線、3つならば等高面、4つならば等高体、…）、実質的にこの方法で最小点が特定できるのはパラメタが3つまでである。一方、このような非線形の逆問題をシステムチックに解く方法として、非線形計画法があり、船舶・海洋工学の分野でも構造物の重量の最小化等に数多く応用されている³⁾⁴⁾。流体力学的な性能の最適化に応用された例はあまり多くないが、樋口等は造波抵抗の最小となる船型の設計に非線形計画法を応用している⁵⁾。

本研究では、既存の流体力学的相互干渉理論¹⁾と非線形計画法を組み合わせ、前述の意味での最適な浮体配置を特定することを試みる。

第2章では、既存の流体力学的相互干渉理論の概要を説明し、第3章において非線形計画法と組み合わせ逆問題を解き、波力の極小となる浮体配置を求める方法を示す。最後に、第4章では、本手法をいくつかの例題に適用して、

* 東京大学工学部船舶海洋工学科

その有効性を確認する。

2. 浮体群に加わる波力の推定法 (順問題の解法)

Fig.2.1 に示すように、周波数 ω の平面入射波中に配置された N 個の浮体を考える。通常の線形ポテンシャル理論が成り立つものとし、また浮体の運動は考慮せず浮体は入射波中に拘束されているものとする。入射角 θ_i 、振幅 ζ_a の入射波を表わす速度ポテンシャル Φ_0 は、空間固定座標系 (x, y, z) を用いて、次のように表わせる。

$$\Phi_0 = \text{Re} \left\{ -\frac{ig\zeta_a}{\omega} \frac{\cosh k_0(z+h)}{\cosh k_0h} e^{i(k_0x \cos \theta_i + k_0y \sin \theta_i - \omega t)} \right\} \quad (1)$$

あるいは、例えば浮体 i に固定された円筒座標系 (r_i, θ_i, z_i) を用いると

$$\Phi_0|_i = \text{Re} \left\{ \frac{\cosh k_0(z_i+h)}{\cosh k_0h} \sum_{n=-\infty}^{\infty} -\frac{ig\zeta_a}{\omega} i^n J_n(k_0 r_i) e^{in(\theta_i - \theta_i)} e^{i(\varepsilon_i - \omega t)} \right\} \quad (2)$$

各浮体まわりの流場は周波数 ω で変動する定常状態に達しているものとする、流場を表わす速度ポテンシャル $\Phi(r, \theta, z, t)$ は、一般に次のように書き表せる。

$$\Phi(r, \theta, z, t) = \text{Re} \{ \phi(r, \theta, z) e^{-i\omega t} \} \quad (3)$$

物体 i まわりの散乱波による流場を表わす速度ポテンシャル ϕ_i^s は、ラプラス方程式、自由表面条件、水底条件を満たす円筒状の素成波の重ねあわせとして一般に次のように書ける。

$$\phi_i^s(r_i, \theta_i, z_i) = \frac{\cosh k_0(z_i+h)}{\cosh k_0h} \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_{0ni} H_n^{(1)}(k_0 r_i) e^{in\theta_i} + \sum_{m=1}^{\infty} \cos k_m(z_i+h) \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_{mni} K_n(k_m r_i) e^{in\theta_i} \quad (4)$$

ここで (r_i, θ_i, z_i) は浮体 i の中心 o_i に原点を固定した円筒座標系であり、 $k_0, k_m (m=1, 2, \dots)$ は各々進行波、局所波 (local disturbance) の波数を表わす。

また、 $H_n^{(1)}, K_n$ はそれぞれ n 次の第一種ハンケル関数、第二種変形ベッセル関数である。

n, m に関する無限和は適当なところで打ち切るものとする、(4)式はマトリックスを用いて次のようにも書ける。

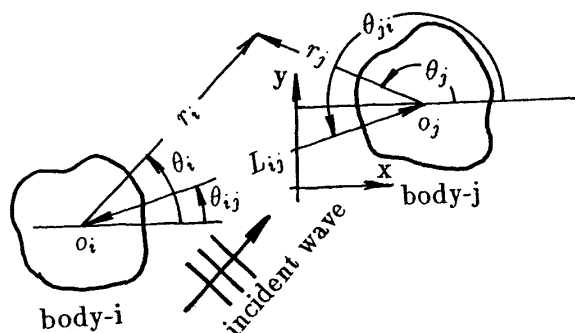


Fig. 2.1 N bodies in plane incident waves

$$\phi_i^s = \tilde{A}_i^T \tilde{\phi}_i^s(r_i, \theta_i, z_i) \quad (5)$$

$\tilde{A}_i$ は A_{0ni}, A_{mni} を要素とするベクトル、 $\tilde{\phi}_i^s$ は散乱波を構成する円筒状の素成波 $H_n^{(1)}(k_0 r_i), K_n(k_m r_i)$ を要素とするベクトルである。上付き添え字 T は転置を取ることを意味する。

ϕ_i^s は浮体 $j (j \neq i)$ にとっては付加的な入射波と考えることができ、浮体 j の近傍 ($L_{ij} > r_j$) で次のように表わすことができる。

$$\phi_i^s|_j = \tilde{A}_j^T T_{ij} \tilde{\phi}_j^s \quad (6)$$

ここで、 $\tilde{\phi}_j^s$ は物体 j への入射波を表す円筒状の素成波 $J_n(k_0 r_j), I_n(k_m r_j)$ を要素とするベクトルで、 J_n, I_n は n 次の第一種ベッセル関数、第一種変形ベッセル関数である。

(6)式は(5)式からベッセル関数の和の公式⁶⁾：

$$\tilde{\phi}_i^s = T_{ij} \tilde{\phi}_j^s \quad (7)$$

を用いて導くことができる。

浮体 j に入射するすべての波を表わす速度ポテンシャルを ϕ_j^s と書くと、 ϕ_j^s は、浮体 j 以外のすべての浮体からの散乱波と、浮体 j の位置での平面入射波 ϕ_0 を加え合わせたものであるから、

$$\begin{aligned} \phi_j^s &= \phi_0|_j + \sum_{i=1(i \neq j)}^N \tilde{A}_i^T T_{ij} \tilde{\phi}_i^s \\ &= \left(\tilde{a}_j^T + \sum_{i=1(i \neq j)}^N \tilde{A}_i^T T_{ij} \right) \tilde{\phi}_j^s \end{aligned} \quad (8)$$

ここで、 $\phi_0|_j$ は、(2)式からマトリックスを用いて次式で表わされるものとした。

$$\phi_0|_j = \tilde{a}_j^T \tilde{\phi}_j^s \quad (9)$$

浮体 j への入射波が(8)式で表わされる時、浮体 j まわりの散乱流場を表す速度ポテンシャル ϕ_j^s は次式で書ける。

$$\phi_j^s = \left\{ \tilde{B}_j \left(\tilde{a}_j + \sum_{i=1(i \neq j)}^N T_{ij}^T \tilde{A}_i \right) \right\}^T \tilde{\phi}_j^s \quad (10)$$

ここで $\tilde{B}_j$ は物体 j の“diffraction 伝達マトリックス”であり、浮体 j への入射波を散乱波に変換する。マトリックス $\tilde{B}_j (j=1, 2, \dots, N)$ は各浮体 j に固有のもので、当該浮体単独のディフラクション問題を解くことにより定められる。

(5)式と(10)式を比較することにより、次の関係式が成立する。

$$\tilde{A}_j = \tilde{B}_j \left(\tilde{a}_j + \sum_{i=1(i \neq j)}^N T_{ij}^T \tilde{A}_i \right) \quad (11)$$

($j=1, 2, \dots, N$)

各浮体の位置 (即ち、 $\tilde{a}_j, T_{ij}$) と、ディフラクション特性 $\tilde{B}_j$ が与えられると、浮体間の流体力学的相互干渉を表す $\tilde{A}_j (j=1, 2, \dots, N)$ が上式から決定される。

$\tilde{A}_j (j=1, 2, \dots, N)$ が決まると、各浮体まわりの流場を表わす速度ポテンシャルが(10)式から求められ、速度ポテンシャルから各浮体に加わる圧力、流体力、各浮体まわりの水面変位分布などが計算できる。

3. 浮体群に加わる波力の極小化 (逆問題の解法)

前章で述べたようにして N 個の浮体群中の、各浮体まわりの流場を表わす速度ポテンシャルが求められると、当該浮体 (たとえば浮体 j) に加わる β 方向の (一次の) 波力 F_j は次のように求められる。

$$F_j = \iint \omega \rho \phi_j^* n_\beta dS_j \\ = i\omega \rho \left(\bar{a}_j^T + \sum_{i=1(i \neq j)}^N \bar{A}_i^T T_{ij} \right) B_j^T \iint \tilde{\phi}_j^* n_\beta dS_j \quad (12)$$

ここで dS_j は浮体 j の表面の内、静止水面より下の部分について積分を行うことを意味し、 n_β は物体表面における単位法線ベクトル (流体域から物体内部へ向かう方向を正とする) の β 方向成分を表わす。

また、浮体群全体に加わる波力は、次式で求められる。

$$F = \sum_{j=1}^N F_j \quad (13)$$

さて、(12)、(13)式で表わされる浮体 j に働く波力 F_j 、あるいは浮体群全体に働く波力 F を極小にする浮体配置を求めることを考える。

$x_k (k=1, 2, \dots, K)$ を各浮体の位置を決める変数であるとする。(例えば、 x_k としては、空間固定座標系における各浮体の座標、あるいは Fig. 2.1 に示すような 2 浮体間の距離 (L_{ij})、相対角度 (θ_{ij}) などをとることができる。) そうすると、浮体 j に働く力 F_j が極小となるための必要条件は

$$\frac{\partial}{\partial x_k} F_j = 0 \quad (k=1, 2, \dots, K) \quad (14)$$

また同様に、浮体群全体に働く力 F が極小となるための必要条件は、

$$\frac{\partial}{\partial x_k} F = 0 \quad (k=1, 2, \dots, K) \quad (15)$$

で与えられる。

(12)、(13)式を用いれば、たとえば(15)式左辺は次のようになる。

$$\frac{\partial}{\partial x_k} F = \sum_{j=1}^N i\omega \rho \left[\frac{\partial}{\partial x_k} \bar{a}_j^T + \sum_{i=1(i \neq j)}^N \left\{ \left(\frac{\partial}{\partial x_k} \bar{A}_i^T \right) T_{ij} + \bar{A}_i^T \left(\frac{\partial}{\partial x_k} T_{ij} \right) \right\} \right] B_j^T \iint \tilde{\phi}_j^* n_\beta dS_j \quad (16)$$

式中のベクトル、あるいはマトリックスの x_k による微分は、当該ベクトル、マトリックスの各成分を x_k で微分することを意味する。

$\bar{a}_j$ 、 T_{ij} の各成分は、 $x_k (k=1, 2, \dots, K)$ の陽な関数として解析的に表わされるから、(16)式中の $\bar{a}_j$ 、 T_{ij} の微分は解析的に行える。また、 $\bar{A}_i$ の微分については、(11)式から次のような関係が導かれる。

$$\frac{\partial}{\partial x_k} \bar{A}_i = B_i \left[\frac{\partial}{\partial x_k} \bar{a}_i + \sum_{j=1(i \neq j)}^N \left\{ \left(\frac{\partial}{\partial x_k} T_{ij}^T \right) \bar{A}_j + T_{ij}^T \left(\frac{\partial}{\partial x_k} \bar{A}_j \right) \right\} \right] \quad (17)$$

従って、 $x_k (k=1, 2, \dots, K)$ の適当な初期値から始めて (つまり、浮体配置を適当に仮定して)、まず(11)式より

$\bar{A}_i (i=1, 2, \dots, N)$ を求め、次にその値を用いて(17)式より $\frac{\partial}{\partial x_k} \bar{A}_i (i=1, 2, \dots, N; k=1, 2, \dots, K)$ が決定される。そのようにして求められた $\bar{A}_i (i=1, 2, \dots, N)$ 、 $\frac{\partial}{\partial x_k} \bar{A}_i (i=1, 2, \dots, N; k=1, 2, \dots, K)$ を(15)式に代入して、(15)式を満たす $\bar{x}_k (= (x_1, x_2, \dots, x_K)^T)$ を決定する。この手順を $\bar{x}_k$ が収束するまで繰り返せば、最終的に F を極小にする浮体配置が決定できる⁷⁾⁸⁾。

(15)式は $\bar{x}_k$ に関する非線形方程式であり、また T_{ij} の各成分は $\bar{x}_k$ をベッセル関数の引き数とするような複雑な形をしており、(15)式を解くことは一見大変困難に思える。しかしながら、このような類の非線形の極小値問題は、構造工学の分野では、重量の最小化等に関連して非線形計画法を用いて日常的に解かれており、本問題も既存の非線形計画法により、比較的容易に解けることがわかった。

最適化問題では、通常設計変数 (本問題の場合は $\bar{x}_k$) に付加的な拘束条件が課される。そうでなければ問題が ill posed となったり、trivial な解に帰着してしまうことが多い。

設計変数 $x_k (k=1, 2, \dots, K)$ に課される拘束条件は、通常次の 2 つに分類される。

$$h_l(x_1, x_2, \dots, x_K) = 0 \quad (l=1, 2, \dots, L) \quad (18)$$

$$c_m(x_1, x_2, \dots, x_K) \geq 0 \quad (m=1, 2, \dots, M) \quad (19)$$

このような拘束条件付きの極小値問題の解法も、既に非線形計画法の分野で詳しく研究されており、例えば Carroll⁹⁾ によって提案され Fiacco & McCormick¹⁰⁾ によって発展させられた SUMT (Sequential Unconstrained Minimization Technique) を用いれば、拘束条件(18)、(19)のもとに関数 F を極小にする問題は、以下に定義される関数 f を拘束条件なしで極小にする問題に帰着できる。

$$f \equiv F + r \sum_{m=1}^M \frac{1}{c_m(\bar{x}_k)} + r^{-q} \sum_{l=1}^L h_l^2(\bar{x}_k) \quad (20)$$

ここで、 r は任意の非常に小さい正の実数であり、 q としては通常 0.5 が使用される。

繰り返し計算により f を最小にする $\bar{x}_k$ を求める過程で、初期値として $c_m(\bar{x}_k) \geq 0$ となるものから出発すると、 $c_m(\bar{x}_k)$ が 0 に近づくと(20)式の第 2 項が大きくなる。従って、極小という条件から $c_m(\bar{x}_k)$ は負にはなり得ない。同様に、 r は非常に小さな正の実数なので、 $h_l(\bar{x}_k)$ が 0 から離れると、(20)式の第 3 項が大きくなり、極小という条件から $h_l(\bar{x}_k)$ は常に 0 に近くなければならず、(18)式が近似的に満足される。このようにして、関数 f を極小にする過程で、(18)(19)式で表わされる拘束条件が自動的に満足されることになる。更に、関数 f の極小値は、(20)式から明らかのように、 $(h_l(\bar{x}_k) \sim 0 \text{ かつ } r \sim 0)$ であるから) 関数 F の極小値と (近似的に) 等しい。

このような理由で、(20)式で定義される関数 f を極小に

する $\bar{x}_k = \bar{x}_k^0$ を求めれば, $\bar{x}_k = \bar{x}_k^0$ は拘束条件(18)(19)式のもとでの関数 F の極小点を与える。

実際に問題を解くにあたっては, (20)式の r は最初からいきなり非常に小さな値とすることは数値計算上問題があるので, r としてはたとえば $1, 10^{-1}, 10^{-2}, \dots$ のように段階的に小さくして, 各段階で f の極小値を求めていくという手法がとられる。

関数 f の極小値を求める手順は既に非線形計画法の分野で確立されており, 教科書的なものも多い (例えば Kowalik and Osborne¹¹⁾) のでここでは詳しく述べない。

4. 例 題

本章では, 前章で定式化を行った波力の極小化の手法を, いくつかの例題に適用し, 実際に極小値が求められることを確認する。

簡単のため, 局部波による相互干渉影響は考慮せず, また浮体は波浪中に拘束されているものとし, 特別にことわらない限り運動は考えない。

(20)式の r の値としては, 1 次の波力については, $r=1, 10^{-1}, 10^{-2}, \dots$ と変化させて, $r=10^{-4}$ の段階で得られた解を最終的な解とし, 2 次の波漂流力については, $r=10^{-5}$ の段階で得られた解を最終的な解とした。

4.1 水平方向波力

Fig.4.1 に示すような 2 行 4 列の円柱群を対象とし, 縦波中 ($\lambda=2.0$) において水平方向波力 F_x が極小となる配置を考える。円柱の形状はすべて同一とする (直径 $D: 0.5$, 喫水: 0.5 , 水深: 1.0)。Fig.4.1 に示す円柱群は, 8 本の脚で支持された半潜水型石油掘削リグの脚配置と考えることができる。

拘束条件として, 浮体群の長さ (L) 及び幅 (B) は, $L=3.0, B=1.5$ で一定なる条件を課す。また, 各浮体が幾何学的に重なり合わないという条件から, 次の条件も拘束条件として課す必要がある。

$$l_1 \geq D, l_2 \geq D, l_3 \geq D \quad (21)$$

従って, 極小にすべき関数 f は (20)式から次のように与えられる。(ただし, $q=0.5$ とする。)

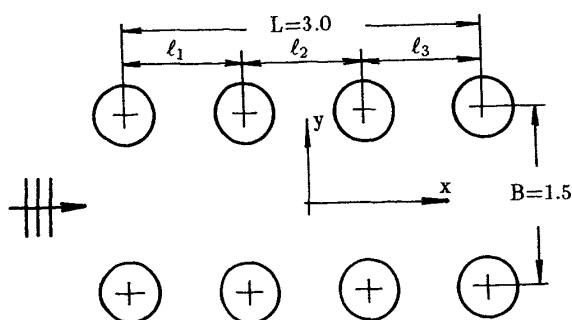


Fig. 4.1 A plan view of an array of 2×4 vertical cylinders

$$f \equiv F_x + r \left(\frac{1}{l_1 - D} + \frac{1}{l_2 - D} + \frac{1}{l_3 - D} \right) + \frac{1}{\sqrt{r}} (l_1 + l_2 + l_3 - L)^2 \quad (22)$$

$l_1, l_2, l_3 (=L - l_1 - l_2)$ を系統的に変化させて, 第2章で述べた順問題を解いて得られた F_x の等高線図を Fig.4.2 に示し, 更に第3章の逆問題の解法を用いて特定された極小点を 'x' で示す。極小点が正しく求められている。(F_x は $\rho g \pi \left(\frac{D}{2} \right)^2 \zeta_a N$ (D : 直径, d : 喫水, N : 浮体数) で無次元化している。)

Table 4.1 には, 初期値を種々に変化させて極小点を求めた結果を示すが, どの初期値からでも正解が求まり, 拘束条件も自動的に満足されていることがわかる。

この場合は, 極小点が一つしかないから, 極小点が実は最小点である。極小点に対応する円柱群の配置を Fig.4.3 に示す。

実際問題としては, 前後対称性が要求されることも多いと考えられるが, その場合も次の対称条件を拘束条件として付加するだけで, 同様に極小点を求められる。

$$l_1 = l_3 \quad (23)$$

極小にすべき関数 f は,

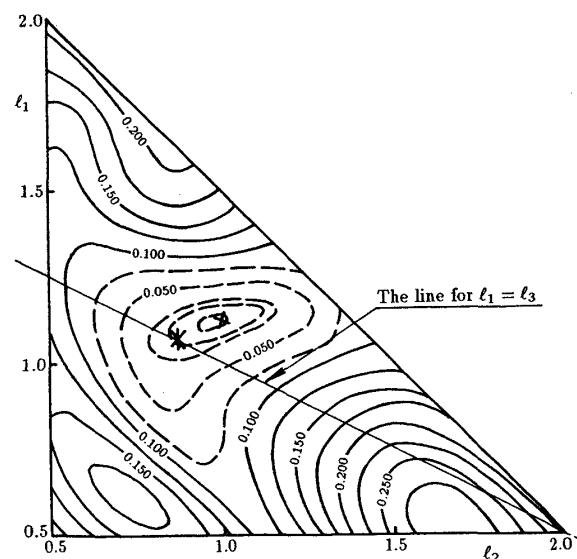


Fig. 4.2 The F_x vs l_1, l_2 contour curves ($\lambda=2.0$)

Table 4.1 Solutions obtained from various initial values

initial values			final solutions				
l_1	l_2	l_3	l_1	l_2	l_3	$l_1 + l_2 + l_3$	F_x
0.7	1.1	1.0	1.12269	1.00026	0.87729	3.00024	0.00065
1.1	0.7	1.0	1.12257	0.99972	0.87759	2.99988	0.00069
0.7	0.7	0.7	1.12261	1.00002	0.87751	3.00014	0.00065

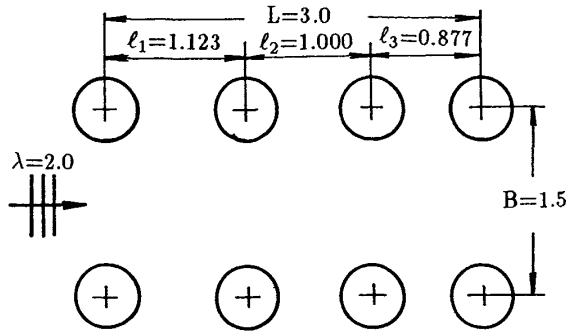


Fig. 4.3 The arrangement of the 2×4 cylinder array for minimum F_x at $\lambda=2.0$

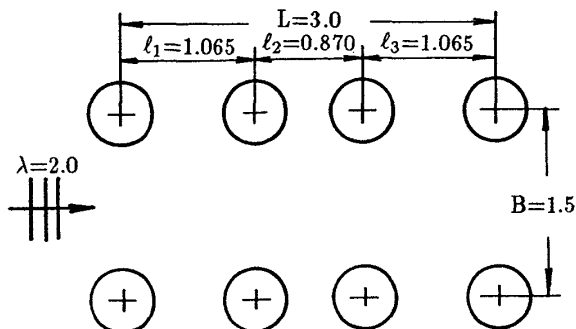


Fig. 4.4 The arrangement of the 2×4 cylinder array for minimum F_x at $\lambda=2.0$ (under the fore-aft symmetric condition)

$$f \equiv F_x + r \left(\frac{1}{l_1 - D} + \frac{1}{l_2 - D} + \frac{1}{l_3 - D} \right) + \frac{1}{\sqrt{r}} (l_1 + l_2 + l_3 - L)^2 + \frac{1}{\sqrt{r}} (l_1 - l_3)^2 \quad (24)$$

となる。

上式で定義される関数の極小点として特定された点を Fig. 4.2 中に「*」点で示す。Fig. 4.2 中の直線は、その上で $l_1 = l_3$ という前後対称条件が満たされる直線であるが、前後対称条件のもとでの極小点が正しく求められている。この極小点に対応する円柱群の配置を Fig. 4.4 に示す。

4.2 水平方向波漂流力

次に浮体群に働く 2 次の波漂流力の極小化を考える。N 個の浮体群に働く β 方向の波漂流力 $\bar{F}$ は、(10) 式で与えられる各浮体まわりの流場を表わす速度ポテンシャル ϕ_j^s を用いて、次式で計算できる。

$$\bar{F} = \sum_{j=1}^N \left[\iint_{S_j} -\rho \frac{\nabla \phi_j^s \cdot \nabla \phi_j^{s*}}{4} n_s dS_j + \int_{C_j} \frac{\rho}{4g} \omega^2 \phi_j^s \phi_j^{s*} n_s dC_j \right] \quad (25)$$

ここで、浮体が静止水面と交差する部分は wall-sided であると仮定し、積分は浮体 j 表面の静止水面下の部分 S_j 、浮体 j と静止水面との交線 C_j について行うものとする。

漂流力 $\bar{F}$ が極小となるための必要条件は、上式を x_k で微分して

$$\sum_{j=1}^N \left[\iint_{S_j} -\frac{\rho}{4} \left\{ \frac{\partial}{\partial x_k} (\nabla \phi_j^s) \cdot \nabla \phi_j^{s*} + \nabla \phi_j^s \cdot \frac{\partial}{\partial x_k} (\nabla \phi_j^{s*}) \right\} n_s dS_j + \int_{C_j} \frac{\rho}{4g} \omega^2 \left\{ \frac{\partial}{\partial x_k} (\phi_j^s) \phi_j^{s*} + \phi_j^s \frac{\partial}{\partial x_k} (\phi_j^{s*}) \right\} n_s dC_j \right] = 0 \quad (26)$$

と書ける。

Fig. 4.1 に示した 2 行 4 列の円柱群について、 l_1, l_2, l_3 を系統的に変化させて求めた縦波中 ($\lambda=2.07$) の水平方向波漂流力 $\bar{F}_x$ の等高線図を Fig. 4.5 に示す。(図中の $\bar{F}_x$ は $\rho g \pi \left(\frac{D}{2} \right)^2 N$ で無次元化した値である。) この場合には極小点は唯一ではなく、可能な l_1, l_2 の範囲内に極小点が 3 つ存在する。図中にそれらの極小点を各々 No. 1, No. 2, No. 3 で示している。これらの極小点の内、どの点が特定されるかは、初期値によるが、例えば $l_1=1.2, l_2=0.9, l_3=1.0$ を初期値とした時は、No. 1 の点が極小点として得られた。前述したように、(20) 式中の r の値は 1 程度の値から段階的に小さくし、各段階ごとに極小点を求めていくので、初期値に最も近い極小点が最終的な解として得られるとは限らない。

極小点が複数存在する時、それらの中から最小な点を見つける一般的な方法は確立されていないが、浮体の配置が波の進行方向と平行な場合には、水平方向波漂流力の極小点は Fig. 4.5 に示す $\bar{F}_x$ の等高線図中で、 l_1, l_2 軸に平行に約 $\lambda/2$ 間隔で存在することが近似的に示される¹²⁾。従って、任意の初期値から、ある極小点が $l_1=l_{10}, l_2=l_{20}, l_3=l_{30}$ と特定されれば、その他の極小点は $l_1=l_{10} \pm n\lambda/2, l_2=l_{20} \pm n\lambda/2, l_3=L-(l_1+l_2)$ (n : 正の整数) を初期値とすることにより (通常) 求めることができる。実際、Fig. 4.5 中の

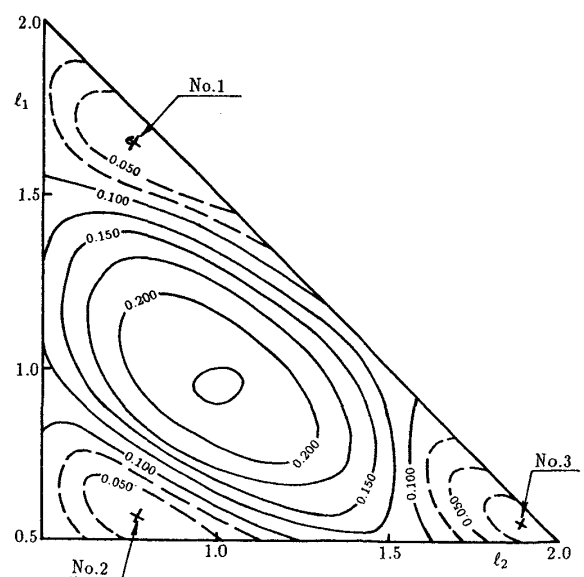


Fig. 4.5 $\bar{F}_x$ vs l_1, l_2 contour curves ($\lambda=2.07$)

極小点 No. 2, No. 3 はこのようにして求めることができた。ただし、この際(20)式中の r は、最初から非常に小さな値として極小点を求めることが必要である。さもなければ、前述したように初期値に近い極小点が特定されとは限らないし、また逆に初期値が極小点に十分近ければ r を段階的に小さくしていなくても、数値的な問題は生じないと考えられる。このようにして、極小点と極小値がすべて発見できれば、最小点・最小値はそれらを比較することにより求めることができる。本問題の場合には、No. 3 で示す極小点が最小点である。Fig. 4.6 に、No. 3 に対応する円柱群の配置を示す。また、Fig. 4.7 には、Fig. 4.6 に示した円柱群に加わる水平方向波漂流力の周波数特性を示す。同図中には、 $l_1=l_2=l_3=1.0$ の円柱配置 (equally-spaced array) に加わる波漂流力の周波数特性もあわせて示している。本例題において設定した波長 $\lambda=2.07$ という値は、その波長で円柱を等間隔に配置した時に働く漂流力が最大となることから選択した。従来の石油掘削リグなどでは、各脚の配置はほぼ等間隔となっているが、脚の再配置によって波漂流力を大きく減少させ得ることがわかる。

$\lambda=2.07$ において漂流力が極小となるように浮体を再配置させた代償として、長波長域においては浮体間隔が等しい場合より漂流力が増加している。しかしながら、実際海

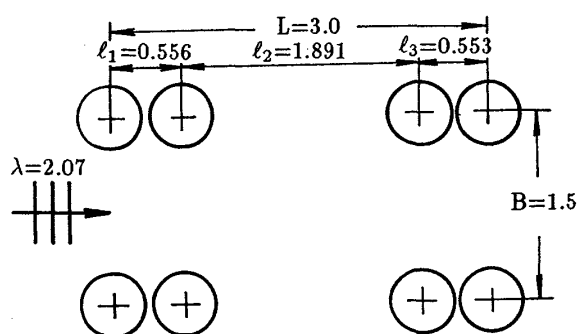


Fig. 4.6 The arrangement of the 2×4 cylinder array for minimum $\bar{F}_x$ at $\lambda=2.07$ (corresponds to No. 3)

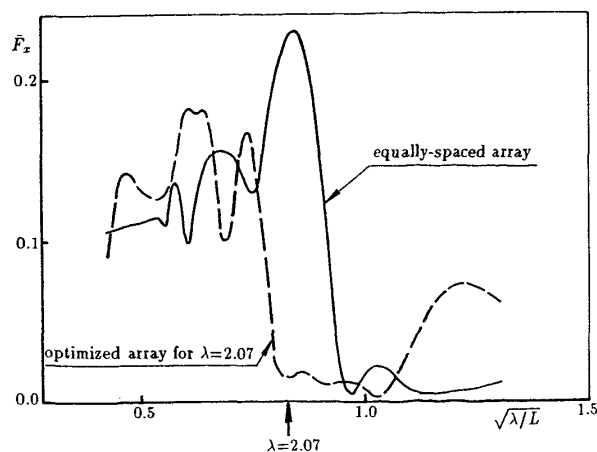


Fig. 4.7 The wavelength dependence of $\bar{F}_x$

面では長波長域のエネルギーは小さいから、漂流力スペクトルの総積分量としては、このような長波長域での漂流力の増加はあまり問題にならないともいえる。次節では、このような不規則波中の波力の極小化を例題としてとりあげる。

4.3 不規則波中の波力の極小化

これまでは、単一周波数の正弦波中の波力・漂流力の極小化を考えたが、本節では実際海面のように多くの周波数の重ねあわせで表わされる不規則波中における水平方向波力が極小となる浮体配置を考える。ただし、波は単一の方向に進むものとする。不規則波中の波力の極小化という場合には、極小にすべき量を定義する必要があるが、本例題では波力スペクトルの面積を極小とする浮体配置を考えることとする。

対象とする浮体群の寸法は Fig. 4.1 に示したものの 100/3 倍とし (単位: m), Fig. 4.8 に示すような $H_{1/3}=8m$, $T_{01}=10.0$ sec の Pierson-Moskowitz 型波スペクトルを持つ不規則波中 (縦波中) の水平方向波力 F_x を考える。

このスペクトルの形は次式で与えられる。

$$S_{\zeta}(\omega) = \frac{1}{2\pi} 0.11 H_{1/3}^2 T_{01} \left(\frac{T_{01}}{2\pi} \omega \right)^{-5} \times \exp \left\{ -0.44 \left(\frac{T_{01}}{2\pi} \omega \right)^{-4} \right\} (m^2 \cdot sec) \quad (27)$$

波力の周波数応答特性を $F_x(\omega)$ とすると、水平方向波力のスペクトル $S_F(\omega)$ は次式で与えられる。

$$S_F(\omega) = S_{\zeta}(\omega) \times \{F_x(\omega)\}^2 \quad (28)$$

従って、極小とすべき量を FS と書くと、 FS は次式で与えられる。

$$FS = \int_0^{\infty} S_{\zeta}(\omega) \{F_x(\omega)\}^2 d\omega \quad (29)$$

本計算では、Fig. 4.8 に示すように、波エネルギーの有意な周波数範囲における波スペクトルを幅 $\Delta\omega (=0.2\pi)$ の 8 つの棒状の部分で近似し、(29) 式を次のように近似計算した。

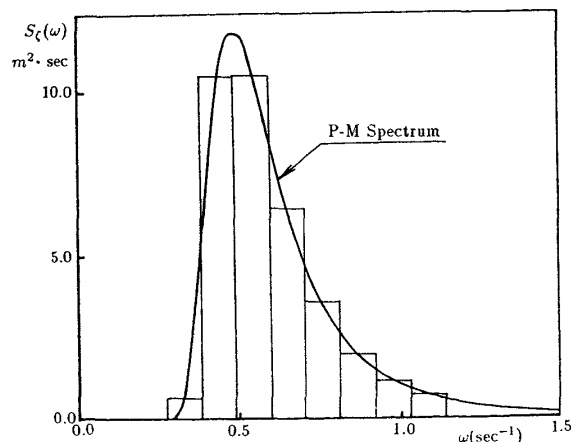
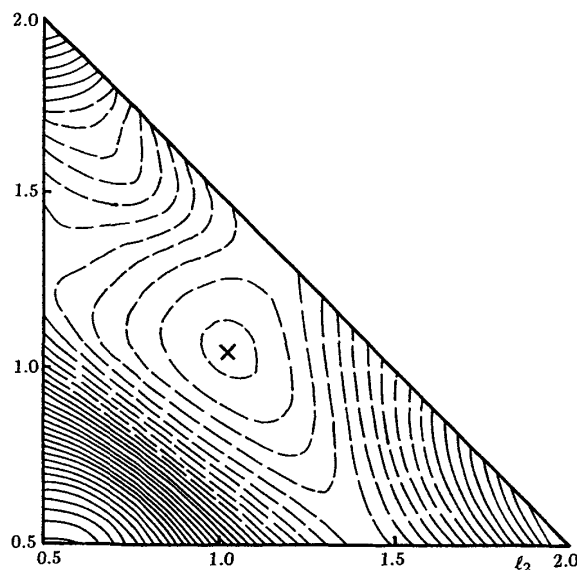


Fig. 4.8 The wave spectrum (Pierson-Moskowitz type; $H_{1/3}=8.0m$, $T_{01}=10.0$ sec.)

Fig. 4.9 The FS vs l_1, l_2 contour curves

$$FS = \int_0^\infty S_F(\omega) d\omega = \sum_{n=1}^8 S_i(\omega_n) F_x^2(\omega_n) \Delta\omega \quad (30)$$

ここで、 ω_n は分割幅の中央の ω の値である。

l_1, l_2, l_3 を系統的に変化させて、上式で定義される FS の等高線図を計算した結果を Fig. 4.9 に示し、あわせて逆問題を解いて特定された極小点を 'x' で示す ($l_1=1.050, l_2=1.028, l_3=0.937$)。極小点の近傍では、等高線が非常に平坦になっていることが特徴的である。このように多くの波長に対する平均的な意味での最適配置は、等間隔配置に近い結果となっている。

本例題のように有次元量で計算を行うと、極小点の近傍までは達しても、正確な極小点にまで収束しない場合がある。(20)式中の第3項と第1項のオーダーの比が適当な値(はっきりした基準は示せないが、たとえば0.1%の精度が欲しければ、最終的に第3項と第1項の比が0.001程度)になるように、各物理量の規格化を行ったり、 r の値を変える必要がある。

4.4 鉛直方向波力及び上下揺れ

石油掘削リグ等の設計では、稼働率に直接関わる上下揺れが実用上重要である。従って、最後の例題として、Fig. 4.1 に示した2行4列の脚によって支持された型式の浮遊式海洋構造物に加わる縦波中鉛直方向波力が極小となる脚の配置を求め、あわせて上下揺れがどのくらい減少するかを計算してみる。

脚の長手方向の間隔を等間隔とした時 ($l_1=l_2=l_3=1.0$) の鉛直方向波力が大きくなる波長 ($\lambda=2.917$) を選び、この波長における鉛直方向波力が極小となる配置を求めることにする。

Fig. 4.10 には $\lambda=2.917$ で鉛直方向波力が極小となる脚配置を示し、Fig. 4.11, Fig. 4.12 には各々その脚配置に加わる鉛直方向波力の周波数応答特性、上下揺れの周波数応

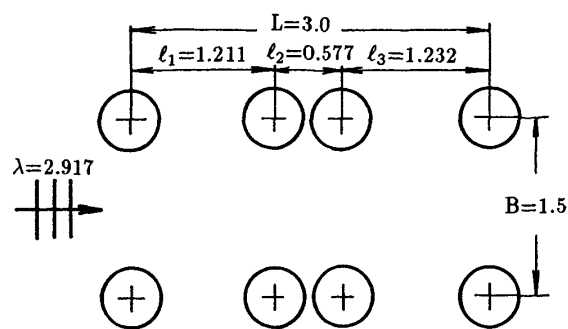
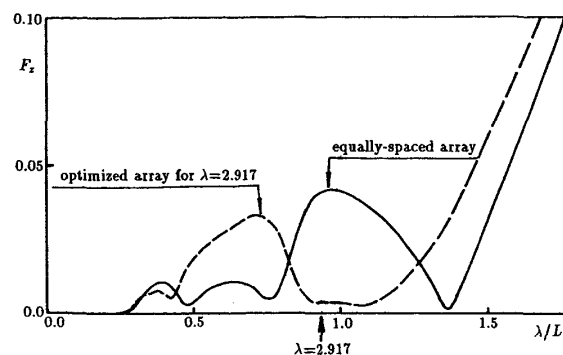
Fig. 4.10 The arrangement of the 2×4 cylinder array for minimum F_z at $\lambda=2.917$ 

Fig. 4.11 The frequency response characteristics of vertical wave forces on the optimized array with the comparison to those on an equally-spaced array

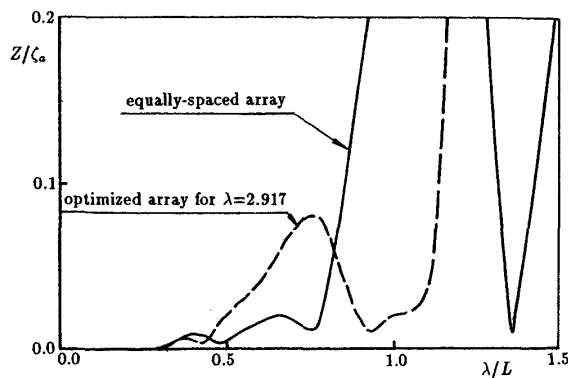


Fig. 4.12 The frequency response characteristics of heave motions of the optimized array with the comparison to those of an equally-spaced array

答特性を、脚配置が等間隔の場合と比較して示す。脚の再配置の効果が明らかである。

5. 結 言

複数浮体間の流体力学的相互干渉効果を考慮して、浮体(群)に働く波力を極小化する効率的な手法を示し、その有効性をいくつかの例題によって確認した。プログラムの最適化を行っているとはいえないので、厳密な計算時間の比較はできないが、本論文で示した例題では(順問題を l_1, l_2

を0.05刻みで解いて等高線を求めた時), 逆問題を解くの
に要した時間(cpu time)は順問題を解くの要した時間の
約2/3であった。逆問題を解いて極小点を求めることの利
点は, 計算時間の節約よりも, 解が自動的に求められるこ
とにあると考えられる。緒言でも述べたように, 独立な設
計変数の数が4以上になると, 設計変数を系統的に変化さ
せて順問題を解いて極小点を特定することはほぼ不可能に
近いが, 逆問題は設計変数が少ない場合と同様に解ける。

今回は波力の極小化を対象とし, 波力の極小化の結果と
しての上下揺れの減少を調べた。運動の極小化のためには,
運動に伴う流体力の変化も考慮しなければならないので,
厳密には波力を極小にする浮体配置と, 運動を極小にする
浮体配置とは少し異なると考えられる。このような, 運動
に伴う流体力の変化も考慮にいった運動の極小化も同様に
定式化ができる。また, 係留やデッキの弾性変形等の外部
からの拘束の影響も考慮することもでき, 波力や運動だけ
でなく, 消波堤の透過率の極小化等も可能である。次報以
降でこのような問題にも取り組んでいきたい。

第2章で説明した浮体群に加わる波力の推定法(順問題
の解法)は, 著者が科学技術庁の在外研究員制度により,
米国マサチューセッツ工科大学に1年間留学の機会を得た
際に, 同大学海洋工学科のYUE教授との共同研究の成果
として得られたものである(参考文献[1])。本研究におい
て用いた逆問題を解くプログラムにも, YUE教授の作成
になるプログラムがサブルーチンプログラムの一部として
組み込まれている。プログラムの使用を快く許可いただい
た同教授に感謝いたします。

本研究は, 平成2年度文部省科学研究費(奨励研究A;
No.02750370)によった。研究の遂行に際し, 貴重な御助言
をいただいた東京大学工学部船舶海洋工学科藤野正隆教
授, 吉田宏一郎教授に感謝いたします。

計算は, 東京大学大型計算機センターのHITAC M-680
H/682 H, M-880を用いて行なった。

参考文献

- 1) H. Kagemoto and Dick K. P. Yue: Interactions among multiple three dimensional bodies in water waves; an exact algebraic method. J. Fluid Mechanics, 166, 189-209, 1986.
- 2) M. Ohkusu: Hydrodynamic forces on multiple cylinders in waves. In Proc. Intl. Symp. on Dynamics of Marine Vehicles and Structures in Waves. Lodnon, Paper 12, 107-112, 1974.
- 3) 秋田好雄, 北村勝英: 船体構造の最適設計に関する研究(第1報)-非線形計画法と箱形梁, I形梁の最適設計-, 日本造船学会論文集, 第128号, 243-256, 1970.
- 4) 日本鋼構造協会編: 最適・自動設計, 1974.
- 5) 樋口道之助, 丸尾孟他: 非線形計画法による船型設計の基礎的研究(第1報)-Michell理論の応用-, 日本造船学会論文集, 第145号, 88-94, 1979.
- 6) Abramowitz, M. and Stegun, I. A.: Handbook of Mathematical Functions, Government Printing Office, Washington, 1964.
- 7) Davidson, W. C.: Variable metric method for minimization. A. E. C. Research and Development Report, ANL-5990, 1959.
- 8) Fletcher, R. and Powell, M. J. D.: A rapidly convergent descent method for minimization. The Computer Journal, Vol. 6, 163-168, 1963.
- 9) Carroll, C. W.: The Created Response Surface Technique for optimizing nonlinear, restrained systems. J. Operations Research Society of America, Vol. 9, March-April, 169-185, 1961.
- 10) Fiacco, A. V. and G. P. McCormick: Nonlinear programming: Sequential Unconstrained Minimization Techniques, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1968.
- 11) Kowalik, J. and M. R. Osborne: Methods for unconstrained optimization problems. American Elsevier Publishing Company, Inc., New York, 1968.
- 12) 影本浩: 浮体群に働く波力の極小化設計(続報), 日本造船学会海洋工学委員会性能部会(第59回)資料, 1991.