浅水域を斜航する平板に働く非線形揚力特性について

正員松村清重* 正員吉田有希** 川田尚平***

Nonlinear Lift Characteristics of Flat Plate at Incidence in Shallow Water

by Kiyoshige Matsumura^{*}, *Member* Yuki Yoshida^{**}, *Member* Takahira Kawata^{***}

Summary

A perturbational study is made of the shallow water flow past a rectangular flat plate at incidence to predict the nonlinear characteristics of lift acting on it. It is assumed that the flat plate is slender and its draft is nearly equal to the depth of water and the angle of attack is comparatively large. The flow field is divided into three regions for the analysis. In the flow field near the body of the flat plate Kirchhoff's dead water flow in two dimensional channel is applied to the cross flow. Free-streamlines in a cross section are regarded as three dimensional vortex layers in consideration of the longitudinal flow velocity. The flow far from the body is expressed apparently as the flow past a porous flat plate in a horizontal plane. In the intermediate field between the near and far field a depthwise averaging technique of Euler's equations with apparent stresses is used to determine the flow velocity incoming to the flat plate. The normal force coefficient, which is equal to one for a two dimensional flat plate as zeroth approximation, is simply expressed by using a drag coefficient of dead water flow. The obtained results are compared with experimental results.

1. 緒 言

港湾内や運河のような浅水域を航行する船の操縦特性は 深水域のそれとは著しく異なる。浅水域は狭水路であった り船舶のふくそう域と重なることが多いから,航行安全性 を確保する上で,浅水,狭水路影響をそれぞれ精度よく推 定する必要がある。本論はこのうち浅水域を低速で斜航す る船体に働く流体力を推定するために, 剝離渦の流出を伴 う流場の表現と流体力の非線形性について摂動論的観点か ら論じたものである。

浅水域における船体に働く流体力でも造波影響,造渦影響,目的に応じてさまざまな研究が行われている¹⁾。これ らのうち Newman²⁾ は摂動論的観点から細長体に働く流

体力を推定するために,物体から十分遠方の水平面内では 多孔性2次元翼まわりの流れと考え,物体近傍の各横断面 内の流れは有限の cross flow を考慮した 2 次元流場とし、 断面形状から定まるブロッケージ係数3)の概念を導いた。 しかし、この理論では物体からの渦流出がないと考えてお り、流体力の非線形性は表せない。このためには境界層剝 離とそれに伴う自由渦層の運動を流場の表現に盛り込む必 要がある。渦流出の影響を簡易的に考慮した細長翼理論と しては Bollay⁴の積分方程式法があり、井上ら⁵は自由渦 の水面と水底の鏡像を考えることによって、この理論を浅 水域の問題に拡張した。彼らは自由渦の流出角を迎角の1/ 2とおき数値計算を行ったが,湯室⁶は繰り返し計算によ り流出角を求め,その水深影響が大きいことを指摘した。 これらは何れも積分方程式を数値的に解く必要があり、非 線形揚力の特徴をさらに簡単に把握できる理論が望まれ る。野中"は実際の計算を行っていないものの,物体の横断 面の大きさと自由渦の流出範囲は同程度として細長体理論 の観点から流出渦の扱いを定式化している。しかし、喫水

^{*} 大阪大学工学部

^{**} 石川島播磨重工業(株)(研究当時大阪大学大学院在学)

^{*** (}株)マツダ(研究当時大阪大学工学部在学)

246

日本造船学会論文集 第170号

水深比が1程度に浅い場合,船体によるせき止め作用で cross flow が小さくなる効果と,船底の流体加速により渦 流出域が増大するという相反する効果があると推察される ので,これらの関係を十分考慮して定式化する必要がある と考えられる。

無限流体中の問題であるが,松村ら⁸⁾は摂動論的意味で 厳密な渦流出を伴う流場モデルを示している。彼らは物体 近傍の断面固有の流れとして Kirchhoff の死水流れ⁹⁾を考 え,その自由流線を境に長手方向流速の跳びがあるとして, 自由流線を物体から剝離する 3次元自由渦面と見直すこと ができるとした。この理論は渦面に対する条件等を満足し 流体力学上の矛盾がないように構成されていると共に,揚 力係数が各横断面形状ごとの死水流れの抵抗係数を用いて 簡潔に表されている。死水流れは浅水中でも考え得るから 本論の問題にもこの考えを用い得る。

本論は以上の状況の下で,浅水域を斜航する船体に働く 非線形揚力を推定するための理論的基礎として,比較的大 迎角で非常に浅い海域を斜航する平板を取り上げ,渦流出 を伴う流場の表現と流体力の非線形性について摂動論的観 点から論じたものである。流場を3つに分け,平板近傍で は松村ら[®]の渦面モデルを用いて渦流出を伴う流場を表現 し,平板から十分遠方の水平面内では Newman²⁾による多 孔性2次元翼まわりの流れと考えた。両流場をつなぐ新た な渦場では従来の境界層の方法を適用できないことを明か にすると共に,新しく渦面応力という概念を用いた平均化 法による定式化を示した。その結果,揚力については特に 簡単な表現が得られ,理論の妥当性を実験と比較検討した ので,ここに報告し御批判を仰ぐ次第である。

2. 理 論

本論で用いる直交座標系 (x, y, z) と諸定義を無次元化



Fig.1 Coordinate systems and definitions of basic quantities

して Fig. 1 に示す。無次元化に当たっては、長さは平板の 全長 *L* を,速さは *x* 方向の一様流速 U_{∞} を,圧力は ρU_{∞}^2 を 用いて行い、全長 *L*,無次元喫水 *d* の長方形平板が無次元 深さ *H* の制限水域で、(-x)方向に U_{∞} 、(-y)方向に無次 元流速 β つまり迎角 Tan⁻¹ β で斜航する場合を考える。

本論では問題に現れた d, H, β の3つのパラメターについて

$$1 \gg d$$

$$1 \gg 1 - d/H$$

$$1 \gg R$$

$$(1)$$

すなわち平板は十分細長く、喫水は水底に非常に近く、そ して横流れ速度βは摂動展開が可能なように1に比べて 十分小さいが、後で述べるように比較的大迎角の平板に適 用可能な値とする。さらに、レイノルズ数が大きく剝離渦 層は粘性拡散せず自由渦面で近似できると考え、波の影響 も無視し静水面一定の2重模型を考える。

パラメターが多いので(1)式の画一的オーダー設定のみ では、目的にかなったユニークな解が得られない。そこで $\beta \geq (1 - d/H)$ の間に

 $1 \gg \beta \gg (1 - d/H)^2$ (2) の制限を設ける。(2)式の制限は、(1 - d/H)をある小さな 値に固定すれば斜航角 β はそれより大きな値つまり比較 的大迎角で航行する場合を意味し、逆に β を小さな値に固 定すれば水底と平板の隙間はそれ以上に小さくすることを 意味する。(2)式は適用範囲という観点から見ると厳しい 制限であるが、得られる結果の簡単さと引き換えに、(2) 式の比較的大迎角で航行する場合について議論を進める。

2.1 近場

流体力の非線形影響を明らかにするためには,平板から 流出する自由渦の影響を考慮した流場を考える必要があ る。松村ら[®]は無限流体中を斜航する細長体近傍では各断 面流れは2次元的であるとし,これに Kirchhoff の死水流 れをあてはめた。しかし,死水流れの自由流線で囲まれた 領域(死水域)では総圧損失を伴うから,自由流線を物体 から剝離する3次元自由渦面と見なすことはできない。彼 らはこの問題点を解決するために自由流線を境にx方向 流速の跳びを導入し,2次元死水流れを自由渦面を伴う3 次元流れに見直している。

本論では $d \ll 1$ と設定しているので細長体理論の使用が 容認され、本論の問題と彼らの問題の本質的相違点は浅水 域か無限水域を航行するかだけにあると考えられる。実際, 以下で述べるように 2 次元死水流れは浅水中でも考え得る から、本論でも y, z=O(d) の物体近傍の各断面流れとし て 2 次元死水流れをあてはめ、その後、 2 次元流れを 3 次元 流れに見直す。以後、y, z=O(d) の物体近傍の流場を近場 と呼ぶ。

制限水路における Kirchhoff の死水流れの代表的形状と 諸定義を Fig. 2 に示す。近場で考えた無限遠方の y 方向一 浅水域を斜航する平板に働く非線形揚力特性について



Fig. 2 Flow configuration in near field

様流速を V とすれば,自由流線上の速度 V_{w} ,喫水と水深 の比 d/H,自由流線の半幅 b と水深の比 b/H は死水理論 で用いられる写像パラメター $\lambda(0 < \lambda < 1)$ を媒介にして

$$\frac{V_w}{V} = \frac{1+\lambda}{1-\lambda} \tag{3}$$

$$\frac{d}{H} = \frac{2\lambda^2}{(1+\lambda)^2} \left\{ 1 + \frac{2}{\pi\lambda} \operatorname{Tan}^{-1} \left(\frac{2\lambda}{1-\lambda^2} \right) \right\}$$
(4)

$$\frac{b}{H} = \frac{2\lambda}{1+\lambda} \tag{5}$$

のように求められる⁹。浅水パラメター d|H を与えれば (4)式によって λ が求められるから、 V_w/V ,b|H はd|Hで表すことができる。本論では $1-d|H \ll 1$ と考えているの で

$$1 - \frac{d}{H} \sim \frac{2 + \pi}{2\pi} (1 - \lambda) \tag{6}$$

となり、 $d/H \rightarrow 1$ は $\lambda \rightarrow 1$ に対応する。 V_w/V は(3)式で明 らかなようにd/Hのみによって定まるが、後に示すように V, V_w 自身はそれぞれxの未知関数であり、マッチング条 件を通して定まる量である。細長体理論の近場ではxは助 変数として扱われるので、このことで何等の不都合も生じ ない。

Fig.2は d/H=0.7 の場合の自由流線の形状である。流体 域が水底と水面で制限されているため自由流線は物体から 剝がれるとすぐさま水底と平行になる様子が窺える。

2次元死水流れでは死水内圧力 *p*_w(*x*) と近場でみた無限 上流の圧力 *p*_o(*x*) には

$$\frac{p_w - p_\infty}{V^2} = -\frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{1 + \lambda}{1 - \lambda} \right)^2 - 1 \right\}$$
(7)

の関係がある。(7)式は死水外領域で2次元的にベルヌー イの定理を適用して得られたものであり、死水域では流体 が静止している分、すなわち $1/2 \cdot V_u^2$ だけ総圧の損失を伴 うから自由流線を自由渦面と見なすことはできない。この 問題を解決するために、剝離の形態を open separation 型¹⁰⁾ と考え、死水域では断面内流速は0 であるが、2 次元理 論では考慮に入っていない x 方向の自由流線内外の流速 $u_i(x), u_e(x)$ を

$$u_i = 1 + \frac{1}{2} V_w^2 + \cdots$$
 (8)

$$u_e = 1 + \cdots \tag{9}$$

247

と考える。(8)(9)式は y, zに依存していないため、2次元 死水流れの他の諸量に何等の影響も及ぼさない。u, v, wをそれぞれ x, y, z方向流速とし、近似的な 3次元ベルヌー イの定理

$$p + \frac{1}{2} + (u - 1) + \frac{1}{2}(v^2 + w^2) + \dots = \mathbb{E}$$
 (10)

を適用すると、3次元的に見れば自由流線内でも総圧損失 はなくなる。これは死水域内の x 方向流速の増速によって 総圧損失を補ったものである。x 方向及び渦面に接する方 向の渦面の強さ密度を $\gamma_x(x), \gamma_t(x)$ とすると

$$\gamma_x = V_w \tag{11}$$

$$\gamma_t \equiv u_i - u_e = \frac{1}{2} V_w^2 \tag{12}$$

となる。渦面に運動学的条件,動力学的条件を課すことと, 符号の正負を除いて渦ベクトルの方向と対流速度の方向を 一致させることとは同値である。すなわち,自由流線方向 の渦の対流速度を qm とすれば

$$\frac{\gamma_t}{\gamma_x} = \frac{q_m}{u_m} \tag{13}$$

となっている必要がある。実際,

 $u_m = 1 + \cdots \tag{14}$

$$q_m = \frac{1}{2} V_w \tag{15}$$

であるので,(13)式の条件は満足され自由流線は3次元的 な自由渦面と見なせる。こうして近場は今までに示してき た渦面に対する運動学的条件,動力学的条件を満足してい る他,元々満足している物体境界条件,水底条件等と併せ て近似的な3次元オイラーの式に従っていることになる。

渦の流出角 $\Theta(x)$ は(13)式で与えられており,具体的に は

$$\tan \Theta = \frac{q_m}{u_m} = \frac{1}{2} V_w = \frac{1}{2} \left(\frac{1+\lambda}{1-\lambda} \right) V \tag{16}$$

となる。(16)式から渦は y の値に関わらず一定の流出角を 保つことがわかる。

2次元死水流れの抵抗をDとし、抵抗係数 Coを

$$C_{D} \equiv \frac{D}{1/2 \cdot \rho V^2 \cdot 2d} \tag{17}$$

(ここでの量は有次元値)と定義すれば、*C*₀ は運動量定理 から簡単に

$$C_{\mathcal{D}} = \left(\frac{1+\lambda}{1-\lambda}\right)^{2} \left\{ 1 + \frac{2}{\pi\lambda} \operatorname{Tan}^{-1} \left(\frac{2\lambda}{1-\lambda^{2}}\right) \right\}^{-1}$$
(18)

と求められる。2 重模型に働く垂直力を N とし、その無次 元量 C_N を

$$C_N \equiv \frac{N}{1/2 \cdot \rho U_{\infty}^2 L \cdot 2d} \tag{19}$$

(ここでの量は有次元値)と定義すると、平板の各断面が分 担する垂直力は

$$\frac{dC_N}{dx} = C_D V^2 \tag{20}$$

日本造船学会論文集 第170号

(21)

であり,C_Nは

$$C_N = \int_0^1 C_D V^2 dx$$

と表される。

2.2 遠場

細長体理論によれば、少なくとも近場と物体全体を見渡 せる場を考える必要がある。d/H=1の場合、水底と船底に は隙間がないから流場は完全にx-y平面上の2次元流と なる。したがって $d/H\rightarrow 1$ の極限を考える場合でも、第0近 似的にはx-y平面上で2次元平板翼まわりの流れになる と推察される。このことから、平板全体を見渡せるようx、 y=O(1)と考え、第0近似の流場の諸量はz方向には依存 しないと仮定でき、このような場を遠場と呼ぶ。遠場の様 子を Fig. 3 に示す。

2次元平板翼まわり流れでは平板翼表面上での法線方向 速度を0と置く必要がある。一方,近場に戻ってみると, 有限な流入速度 V(x) がない限り流速は至るところで0 で あり、自由渦の生成もなくなる。したがって遠場で考える と2次元平板翼に対する揚力が得られるのに,近場の圧力 積分からは揚力が生じないという矛盾が生じる。近場の様 子は本論のものと異なるが、Newman²⁾の理論にも同様の 矛盾がある。彼はこの矛盾を解決するために2次元平板翼 を多孔平板翼と考え、物体表面条件を緩めた。摂動論的に は高次近似によって本来解決し得る矛盾であると考えられ るが、本論でも Newman に従い流れは平板を V(x) で貫 くと考えることにする。ただし、平板を対象としているも のの近場から明らかなように広い範囲の渦流出を伴ってい るはずであり、y=0から渦層の y 方向の到達域までは物 体と同様の扱いをする必要がある。しかし、遠場で見ると 渦層の広がりが十分小さく渦層と平板を区別できないと考 え得るなら、これらが一体となった平板に対し薄翼理論を 用いることが出来る。また、β≪1と設定しているので遠場 ではβについて線形化すればよい。

Newman の定式化とは異なるが、本質的には同じ 2 次元 渦による表現を考える。横流れ速度 $\beta \ge y=0, x=0~1$ の 直線上に分布した右周りの強さ $\gamma(x)$ の 2 次元渦糸による



Fig. 3 Flow configuration in far field

誘導速度の和が、翼を浸透する速度 V(x) と等しくなる必要から

$$\beta - \frac{1}{2\pi} \int_0^1 \frac{\gamma(\xi)}{x - \xi} d\xi = V(x) \tag{22}$$

の関係が得られる。V(x)は未知であるが、(22)式は形式的 に

$$\gamma = 2\beta \sqrt{\frac{1-x}{x}} + \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{1-x}{x}} \int_0^1 \sqrt{\frac{\xi}{1-\xi}} \frac{V(\xi)}{x-\xi} d\xi$$
(23)

のように解ける¹¹⁾。なお、この結果は平板の後縁で γ=0 と なるように Kutta の条件を課している。

V(x)が既知となれば、 γ が計算できるから、遠場の複素 ポテンシャル F は

$$F(Z) = Z + i \beta Z - \frac{1}{2\pi i} \int_0^1 \frac{\gamma(\xi)}{Z - \xi} d\xi$$
(24)

$$Z \equiv x + i y \tag{25}$$

で与えられる。

2.3 渦場

遠場における $\gamma(x) \geq V(x) \geq 0$ 関係を導いたが、V(x)は未知であるから、両者を明らかにするためには更にもう 一つの関係式を必要とする。Newman は速度ポテンシャル の遠場における $y \rightarrow \pm 0$ の極限値(内部極限)と近場の $y \rightarrow \pm \infty$ におけるその極限値(外部極限)がマッチングするこ とを、その関係式として用いている。しかし、彼の問題は 渦流出を伴わないため近場と遠場さえ設定すれば済む問題 となっているのに対し、本論の問題は近場の $y \rightarrow +\infty$ の極 限でもまだ自由渦面が存在しており、一方遠場では自由渦 面は認識できないとしてきたから、この間を埋める場を必 要とする。松村ら[®] は渦層の y 方向の広がりが認識できる 場を考え、それを渦場と呼んでいる。本論では彼らの概念 とは本質的に異なる渦場を考えるが、そのように呼ぶこと がふさわしいと考え、以下で考える場も渦場と呼ぶことに する。

渦の y 方向の広がり $\delta(x)$ を認識できるとすれば,近場 で明らかなように $H \ll \delta$ であるから,物体の形状は認識で きず,また渦面同士の間隔や強さ等の微細な構造も認識で きない。遠場とのマッチングを考えると x=O(1) と考える 必要があるから渦場は y 方向にだけ 1/ δ 倍座標を引き延 ばした場であり,非粘性の仮定を設けていることから渦場 の方程式は x-y 平面内での2次元オイラー方程式とな る。一般にオイラー方程式からは z方向すなわち水底を貫 く方向の渦度 ω_z が発生可能であり,もし $\omega_z \neq 0$ ならば渦 面が z 方向を向くことを意味する。しかし平板近傍を除い て渦面が z 方向を向くとは考えにくく,一方 $\omega_z=0$ なら漏 無しポテンシャル流れであり,解は遠場と同じになるはず であるから渦場は存在しないことになる。したがって,本 論の問題をこのように設定できず,単純に摂動論的意味で の境界層の方法を渦場に適用できないと結論される。

上述の問題設定の難点は渦面の存在を認識しているにも 関わらず、渦面の構造が方程式に反映されていないことに あると考えられる。したがって上述と同じく x=O(1), $y=O(\delta)$ の 2次元場を考えてもオイラーの方程式系となら ず、かつ渦面の微細な構造を反映し得るような方程式系を 考える必要がある。Guiraud ら¹²⁾ は巻上がった渦層の微細 構造を解析するために、急激な変化と緩慢な変化の両方に 対応できるように 2 重スケールを用いてオイラーの方程式 を書き直し、その上で平均化操作を行う手法を用いた。し かし、渦場の解析の目的を $\gamma(x)$ と V(x)間の関係を得る ことに絞るならば、単に本来の 3次元オイラー方程式をz 方向に平均した方程式系を考えれば十分であると考えられ る (Fig.4参照)。

$$\overline{u}(x, y) \equiv \frac{1}{2H} \int_{-H}^{H} u dz$$

$$\overline{v}(x, y) \equiv \frac{1}{2H} \int_{-H}^{H} v dz$$

$$\overline{p}(x, y) \equiv \frac{1}{2H} \int_{-H}^{H} p dz$$
(26)

のように、それぞれ x, y 方向の平均流速 $\bar{u}, \bar{v},$ 平均圧力 pを定義し、x, y 方向の流速 u, v および圧力 pを

$$\begin{array}{c} u = \overline{u} + u' \\ v = \overline{v} + v' \\ p = \overline{p} + p' \end{array} \right\}$$

$$(27)$$

のように平均値とそれからの変位の和で表す。2方向流速 wの奇関数性を考慮し、オイラーの式をやはり2方向に平 均すれば

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = 0 \tag{28}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\bar{u}^2 + \overline{u'u'}) + \frac{\partial}{\partial y}(\overline{u}\ \overline{v} + \overline{u'v'}) = -\frac{\partial\overline{p}}{\partial x}$$
(29)

$$\frac{\partial}{\partial x}(\overline{v}\ \overline{u}+\overline{v'u'})+\frac{\partial}{\partial y}(\overline{v}^2+\overline{v'v'})=-\frac{\partial\overline{p}}{\partial y} \qquad (30)$$

の方程式系を得る。(28)~(30)式は見かけ上乱流に対する レイノルズ方程式となっているが、あくまでも非粘性の仮 定を保持しており、見かけ上のレイノルズ応力によって渦 面の微細構造を反映させたものである。本論では、u'u'、 u'v', v'v'をレイノルズ応力と区別して渦面応力と呼ぶこ とにする。渦面応力も本来解くべき未知量であるが、乱流 に対する解法と同様に以下の議論では渦面応力は既知量と



Fig. 4 Flow configuration in vortex field

しておく。

(28)~(30)式の方程式系では平均流速ベクトル(\bar{u}, \bar{v}) から z 方向の平均渦度 $\bar{\omega}_z$

$$\bar{\omega}_{z} \equiv \frac{\partial \bar{\upsilon}}{\partial x} - \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \tag{31}$$

が生じることになる。しかし、このことは先述の ω_z とは異 なり渦面の向きが z方向を向くことを意味しているわけ ではなく、各断面のキールから流出した馬蹄形渦のなす面 がポテンシャル値の跳躍面であり、これを y-z断面で見 ると幾層もの渦面が存在していると解釈できることを反映 したものであり、むしろ $\overline{\omega_z}$ は自由縦渦の強さに関係した 量である。いずれにしても渦場の $\overline{\omega_z}$ と遠場の γ が対応す る量であり、両者をマッチングさせることが可能になる。 また上述のことから遠場の γ の意味は拘束渦の強さ密度 の意味に限定されるものではない。

(28)~(30)式の方程式系は近場でも当然成立するから, 渦場と近場の諸量とマッチングさせることも可能となる。 後の必要のため近場での諸量を示しておく。 \bar{u} , \bar{v} はyの 如何に関わらず,

$$\bar{u} = 1 + \cdots \tag{32}$$

$$\bar{v} = V(x) \tag{33}$$

である。渦面応力も近場では既知量であり、近場の $y \rightarrow +\infty$, すなわち渦場の $y \rightarrow 0_+$ では

$$\overline{v'v'} = \frac{2\lambda}{1-\lambda} V^2 \tag{34}$$

である。また(7)式の *p*がそのまま平均圧力となっている。

渦場の目的, $\gamma(x)$ と V(x) との関係を得ることに的を絞 り考察を進める。 $\delta(x)$ を渦面応力が 0 となる y 方向の距離 とし,近場の渦面応力の影響を考慮し得るよう, (28)~(30) 式を $y=0_+ \sim \delta(x)$ まで積分すると

$$\frac{d}{dx} \int_{0_{\star}}^{s} \overline{u} dy - [\overline{u}]_{s} \frac{d\delta}{dx} + [\overline{v}]_{0_{\star}}^{s} = 0$$

$$\frac{d}{dx} \int_{0_{\star}}^{s} (\overline{u}^{2} + \overline{u'u'}) dy - [\overline{u}^{2} + \overline{u'u'}]_{s} \frac{d\delta}{dx}$$

$$= -[\overline{p} + \overline{u} \ \overline{v} + \overline{u'v'}]_{0_{\star}}^{s}$$

$$(36)$$

$$\frac{d}{dx}\int_{0+}^{\delta}(\overline{u}\ \overline{v}+\overline{u'v'})dy-[\overline{u}\ \overline{v}+\overline{u'v'}]_{\delta}\frac{d\delta}{dx}$$

$$= -\left[\overline{p} + \overline{v}^{2} + \overline{v'v'}\right]_{0_{\star}}^{\delta}$$
(37)

を得る。

$$\bar{u} = 1 + \bar{u}^{(1)} \cdots \tag{38}$$

とすると、(35)式から
$$[\bar{v}]_{0}^{\delta} = O(\delta \bar{u}^{(1)})$$
 (39)

となるから \overline{v} は渦層内で $O(\delta \overline{u}^{(1)})$ しか変化を受けない。 したがって,遠場,近場とマッチングさせると

$$\overline{v} = V(x) + \cdots, \quad 0 < y < \delta(X) \tag{40}$$

となる。 $y > \delta, y < 0$ では平均速度ポテンシャル $\bar{\phi}(x, y)$ が存在し, (37)式第1項の積分は

$$\int_{0_{+}}^{\delta} (\overline{u v} + \overline{u'v'}) dy \sim \int_{0_{+}}^{\delta} \overline{v} dy$$

250

日本造船学会論文集 第170号

$$=\{\bar{\phi}(x,\,\delta(x))-\bar{\phi}(x,\,0_{-})\}-\Gamma(x) \tag{41}$$

となる。ただし $\Gamma(x)$ はx=0からxの断面までに発生した右周りを正とする循環である。

$$\frac{d}{dx}\bar{\phi}(x,\,\delta(x)) = \left[\frac{\partial\bar{\phi}}{\partial x} + \frac{\partial\phi}{\partial y} \cdot \frac{d\delta}{dx}\right]_{s}$$
(42)

に注意すると、(37)式左辺第2項は(42)式右辺第2項と打ち消し合い、(37)式は近似的に

$$\begin{bmatrix} \overline{p} + \frac{\partial \overline{\phi}}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \overline{\phi}}{\partial y} \right)^2 \end{bmatrix}_{0_-}^s - \frac{d\Gamma}{dx} \\ = \begin{bmatrix} \overline{p} + \overline{v'v'} \end{bmatrix}_{0_-}^{0_+} - \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \overline{\phi}}{\partial y} \right)^2 \end{bmatrix}_{0_-}^s$$
(43)

となる。(43) 式左辺第1項は(10)式で示した近似的なベル ヌーイ定数の差を意味し,渦層の両端点では渦なしである から0となる。(43) 式右辺第2項は(39) 式のエントレイン メント率の計算で明らかにしたように0と考えてよい。し たがって結局

$$\frac{d\Gamma}{dx} = -\left[\bar{p} + \overline{v'v'}\right]_{0-}^{0+}$$
$$= \frac{2\lambda^2}{(1-\lambda)^2} V^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{d}{H} C_D V^2$$
(44)

を得る。遠場でのγは

$$\gamma = \frac{d\Gamma}{dx} \tag{45}$$

であるから、(44)(45)式より

$$\gamma = \frac{1}{2} \cdot \frac{d}{H} C_{\mathcal{D}} V^2 \tag{46}$$

となって、目的の $\gamma(x)$ と V(x) が関係付けられた。

その他の $\delta や u は \phi が明かにされない限り求め得な$ $い。ただし、そのときでも、<math>y = \delta(x)$ の位置では通常の境 界層と同様に流体の繰り込みがあるため、流線とはなって いないことに注意を払うべきである。

こうして(23)式は

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{d}{H} C_D V^2 = 2\beta \sqrt{\frac{1-x}{x}} + \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{1-x}{x}} \times \int_0^1 \sqrt{\frac{\xi}{1-\xi}} \frac{V(\xi)}{x-\xi} d\xi \quad (47)$$

となり、V(x)に関する積分方程式を得る。Vが知れれば近場、遠場の流場が求められたことになる。(47)式の積分方程式は逐次近似法によって解くことができる。 $V \ll \beta$ と考え、左辺と右辺第1項目が釣合うとすると第0近似解は

$$V = 2\sqrt{\frac{\beta}{C_{\mathcal{D}} \cdot d/H}} \cdot \left(\frac{1-x}{x}\right)^{1/4} \tag{48}$$

と求められる。近似を上げるために(48)式を(47)式の右辺の V に代入し、左辺と釣合せると、V は

$$V = 2\sqrt{\frac{\beta}{C_{D} \cdot d/H}} \cdot \left(\frac{1-x}{x}\right)^{1/4} \times \left\{1 + \frac{1}{\sqrt{\beta \cdot C_{D} \cdot d/H}} \cdot \frac{1}{\pi} \int_{0}^{1} \left(\frac{\xi}{1-\xi}\right)^{1/4} \frac{1}{x-\xi} d\xi\right\}$$
(49)

となる。実は(2)式は(49)式のような逐次近似が行えるように設けた仮定である。ところで(47)式左辺は非負である

から右辺にもそのことが要求される。ところが(49)式の V(x)はx=0近傍で非負条件を満足していない。これは通 常細長体理論では前縁を含めると一様に漸近展開できない ことに起因するものであり、前縁近傍では本論で示してき た近場、渦場、遠場が不可分の一体の場となってしまうた めである。この問題を本質的に解決するには前縁近傍で新 たな展開を必要とするが、本論では垂直力が求め得る限り において問題にしないことにする。

2.4 垂直力

平板の場合, Coは一定であるので, 垂直力係数は(21)式 より

$$C_N = C_D \int_0^1 V^2 dx \tag{50}$$

で与えられる。 V²は(47)式で与えられているので

$$\int_{0}^{1} \sqrt{\frac{1-x}{x}} dx = \frac{\pi}{2},$$
(51)

$$\int_{0}^{1} \sqrt{\frac{1-x}{x}} dx \int_{0}^{1} \left(\frac{\xi}{1-\xi}\right)^{1/4} \frac{1}{x-\xi} d\xi = -\frac{\sqrt{2}}{4} \pi^{2}$$
(52)

の公式を用いれば,垂直力係数は

$$C_{N} = \frac{H}{d} \left\{ 2\pi\beta - 2\sqrt{2}\pi\sqrt{\frac{\beta}{C_{D} \cdot d/H}} \right\}$$
(53)

となる。こうして C_N は β , d/H, 平板の抵抗係数 C_D を用 いた簡単な関係として表された。 C_D は d/H だけの関数で あるから, もっと簡単に

$$C_{N} = \frac{H}{d} \{ 2\pi\beta - \sqrt{2}\pi C\beta^{1/2} \}$$
 (54)

とも書ける。ここに*C*は

$$C \equiv \frac{1-\lambda}{\lambda} \sim \frac{2\pi}{2+\pi} \left(1 - \frac{d}{H} \right)$$
(55)

である。

3. 実験と考察

理論結果の妥当性を検討するために流れの可視化と斜航 試験の2つの実験を行った。浅海域を実現するに当たって は回流水槽内に仮底を設け、模型は L=750 mm, d=100 mm の長方形平板を用いた。以下で理論計算結果と共に考 察を加える。

3.1 流入速度, 渦の流出角, 可視化実験

V(x)の理論値を Fig.5 に示す。計算は後述する可視化



実験と同様に β =0.176(10°) で行った。全体的に見れば横 流れ一様流 β よりかなり小さくなっており, d/H が1 に近 づくに連れて V が小さくなり, 2 次元平板解 (V=0) に近 付く様子が窺える。しかし, d/H が小さくなるに連れて, x=0 の平板前縁近傍で V が β を越える領域が広くなる。 これは本論の仮定 $V \ll \beta$ に反する結果であるが, 先述した ように x=0 近傍は細長体近似を用いることができない領 域であるからである。

x軸に対する渦の流出角 Θ の傾向とy方向への渦の広 がりの傾向を見るためにタフト法による流れの可視化を行 った。流速は 0.5 m/s, $\beta = 0.176(10^\circ)$, H = 105 mm(d/H =0.952) である。タフトはキール直下から長方形平板の背面 側の水底平板に取り付けた。可視化写真のトレースを Fig. 6に示す。角度を読み取ることができるように、基線を主流 と平行に引いてある。また Fig.6の下段に可視化写真と対 応した 🛛 のキール位置での理論値をタフト風に示した。キ ール直下のタフトに注目すると, 前縁のタフトはやや角度 が小さいものの2番目以降のタフトの角度は後縁に行くに 連れて単調に減少していき、後縁でほぼ Θ=0となってい ることがわかる。また、基線近くのタフトはまだ外向きで あり、渦流出の範囲の広さを示している。理論でもこれら の様子が見られ,平板前縁付近 $(x \rightarrow 0)$ では $\Theta = \pi/2$ で,後 縁に近付くに連れて Θ は単調に減少し,後縁(x=1)で Θ =0となることを示している。また、 Θ は $O(\sqrt{\beta})$ となるの で Bollay の渦モデルで用いられる $\beta/2$ どころではなく, かなり大きなものとなっている。ののオーダーから渦流出 の範囲 δ は $O(\sqrt{\beta})$ と推定されるから、渦流出の範囲の広 さを窺わせる。このように両者の傾向は前縁付近を除けば よく一致しており、(16)式の渦の流出角はほぼ実際の流場 の様子を表していると考えられる。前縁付近の流出角の違 いは本論の適用範囲外であるので致し方ない。



Fig. 6 Visualized flow around flat plate on the bottom of water by the tuft method (upper) and theoretical result of the direction angle of line vortexes on the keel of flat plate (lower)

3.2 斜航試験との比較検討

垂直力の考察を行うために斜航試験を行った。一様流速 は 0.5 m/s, β =0.176(10°), H=105, 110, 115, 120, 133, 160, 210, 400 mm 及び無限水深で実験を行った。実験結果と共 に(53)式を計算したものを Fig. 7 に示す。

(2)式の制限のもとに漸近展開しているため理論値が負 となる領域があるが、今回のβに対しては d/H=0.7~1 で は上に凸の曲線的傾向をよく示しているように思われる。 それでも定量的にみると、d/H=1付近では理論値が実験 値より30%程度高い。第1に考えられる理由は通常の2次 元翼の理論値が実験値に比べて大きいことである。本論の 理論値でも d/H→1 で2次元平板翼の垂直力の値を使用す ることになっているから,理論値は高目の値を取ることに なる。改良法として平板後縁の流れに Triple Deck Theory を適用して Kutta の条件を緩和することが考えられ る13)が、困難な問題である。第2の理由は、今回の実験と 理論の問題設定が正確には対応していないためと考えられ る。回流水槽実験であるので水底に見立てた仮底上には境 界層が発達しており、平板のキール位置では理論による推 定流速を下回り、その分実験値は理論値より低目の値を取 ると考えられる。レイノルズ数にもよるが、この傾向は d/H が1に近いほど顕著に現れるはずであり、実験事実と の相違を説明できる可能性を持っている。しかし、曳航水 槽で実験をすることが先決であると考えられるので、今後 の検討課題とする。

βに対する C_N の非線形性の様子を理論結果のみ Fig.8 に示す。実験を行っていないのは、(2)式の制限上 β をあ る程度大きく取る必要があるが、 β が大きくなると実験的 には本論で想定した Open Separation 型の剝離から前縁 剝離に移行するため、取り得る β の範囲が限られるためで



Fig. 7 Normal force coefficient with the draft ratio $(---: \text{ theory}, \bigcirc: \text{ experiments}, \beta=0.176)$



Fig. 8 Variations of normal force coefficient for the various draft ratio

ある。Fig.8 で β が小さく C_N が負となっている領域を無 視すると、 C_N は β に対してほぼ直線的関係を保っており、 考えている β の範囲内では C_N の非線形性といっても正 方向への座標原点のシフトとして現れるだけである。

4. 結 言

喫水水深比が1に近い浅水域中を比較的大迎角で斜航す る平板に働く非線形揚力特性を理論的に推定するために, 従来とは異なる渦流出を伴う流場表現について摂動論的観 点から論じた。その結果次のような知見を得た。

(1) 近場すなわち物体近傍の各断面流れは制限水路に おける Kirchhoff の2次元死水流れで表される。自由流線 は長手方向流速の跳びを導入することによって、3次元境 界条件をすべて満足する3次元自由渦面と見直すことがで きる。

(2) 遠場すなわち物体から十分離れた領域では,見か け上水底に垂直な2次元多孔性平板翼まわりの流れで表現 できる。

(3) 渦場すなわち近場と遠場の中間に位置する流場で は,摂動論的意味で境界層の方法を適用できないことを明 かにすると共に,新しく深さ方向に平均化したオイラーの 方程式で流場表現できることを示した。その際,レイノル ズ応力に類似の渦面応力の概念を示し,実際に近場と遠場 の両流場がマッチングすることを示した。

(4) パラメターの制限が強いが, 喫水水深比が1に近い場合に, 平板に働く垂直力係数を斜航角, 喫水水深比お

日本造船学会論文集 第170号

よび2次元死水理論による抵抗係数の3つのパラメターを 用いて非常に簡単に表現することができた。

(5) 理論結果は、1つの斜航角に対する実験結果なが ら渦流出角、喫水水深比と垂直力係数の関係を定性的によ く説明できる。

本稿を終えるに当り,終始熱心なご討論を頂いた大阪大 学工学部鈴木敏夫教授に深く感謝致します。また本研究に は文部省科学研究費の補助を受けたことを記し,関係各位 に感謝致します。

参考文献

- 貴島勝郎,芳村康男,深沢塔一:浅水域および低速時における操縦特性,操縦性能の予測と評価,運動 性能委員会・第4回シンポジウム(1987).
- Newman, J. N.: Lateral motion of a slender body between two parallel walls, J. Fluid Mech. Vol. 39 part 1, (1969).
- Taylor, P. J.: The Blockage Coefficient for Flow about an Arbitrary Body Immersed in a Channel, J. Ship Research, Vol. 17, No. 2 (1973).
- Bollay, W: A Non-linear Wing Theory and its Application to Rectangular Wings of Small Aspect Ratio, ZAMM Bd. 19 (1931).
- 5) 井上正祐,村上紘二:浅水中を旋回する船の微係数の計算,西部造船会会報,第37号(1969).
- 湯室彰規:浅水域における船体操縦微係数の推定法 に関する一検討,石川島播磨技法,第24巻,第4号 (1984)。
- 7) 野中晃二:反対称運動への細長体理論の適用について(第2報浅水域の場合),日本造船学会論文集,第 162号(1987).
- 8) 松村清重,田中一朗,佐久間俊:細長体の非線形揚 力特性について一新しい渦面モデルの導入とその検 討一,日本造船学会論文集,第151号(1982).
- 9) 今井功:等角写像とその応用,岩波書店 (1979).
- 10) Wang, K. C.: Separation Patterns of Boundary Layer over an Inclined Body of Revolution, AIAA J., Vol. 10, No. 8 (1972).
- 11) 近藤次郎:積分方程式とその応用,コロナ社(1972).
- 12) Guiraud, J. P., Zeytounian, R. Kh.: A doublescale investigation of the asymptotic structure of rolled-up vortex sheets, J. Fluid Mech., Vol. 79 (1977).
- 13) Brown, S. N., Stewartson, K.: Trailing-edge Stall, J. Fluid Mech., Vol. 42 (1970).