(平成3年11月　日本造船学会秋季講演会において講演)

波と流れの共存場に置かれた鉛直円柱に加わる流体力

正員 松井徹哉*　　李　相　曄**
佐野公俊***

Hydrodynamic Forces on a Vertical Cylinder in Current and Waves

by Tetsuya Matsui, *Member*　Lee SangYeob
Kimitoshi Sano

Summary

A vertical cylinder in uniform current and regular waves is analysed based on potential flow theory and low current speed approximation. The perturbation theory is formulated by expanding the velocity potential in a power series of current speed U and by neglecting the terms of order $O(U^2)$. This reduces the boundary-value problem to the integral equation, whose kernel functions involve only the Green's function with zero current speed. The solutions are derived in explicit form for the first-order wave exciting force, mean wave drift force and wave drift damping force on the cylinder, where the nonlinear coupling between the steady and unsteady potentials at the free surface is taken into account. Numerical results are also presented, which lead to the following conclusions:

i) The hydrodynamic forces on the vertical cylinder in current and waves are significantly influenced by the presence of current.

ii) The wave drift force is more sensitive to current than the first-order wave exciting force. With the increase of current speed in the wave propagation direction, the mean drift force tends to increase compared with the force without current.

iii) The nonlinear coupling between the steady and unsteady potentials at the free surface has a significant effect on the hydrodynamic forces, in particular on the wave drift force and wave drift damping. The inclusion of these effects results in an increase of the wave drift damping coefficient by one or two times the value predicted with the classical free surface condition.

1. 序

海洋構造物が波と潮流の作用を同時に受ける場合や波浪中を曳航される場合に作用する流体力，あるいは不規則波中で長周期運動を行う係留浮体の減衰力を推定するには，波と流れの共存場における流体力についての知識が不可欠である。波と流れが共存する場合，波と流れは相互に干渉し合うため，それぞれが単独に作用した場合の流体力を単純に重ね合わせるだけでは流体力を正しく予測することはできない。特に，海洋構造物のように肥大な物体では，物体の存在による流れの乱れが波による流体力に大きな影響を及ぼすと予想される。

波と流れの共存場における流体力の問題は，船舶工学の分野では，波浪中を一定速度で前進する船体に働く流体力や抵抗増加の予測の観点から古くから研究の対象とされ，かなりの成果の蓄積がある。しかし，それらの多くは2次元的な細長体理論[1),2)]に基づくものであり，海洋構造物のように肥大な物体に対してはその成果を適用することはできない。他方，3次元特異点分布法[3)~6)]は任意形状物体に適用できるが，精度の良い結果を得るには，グリーン関数の計算に特別の技巧と多大の労力を必要とし[6)]，実用解法とはなり難い。特に，水面を貫通する肥大物体で，物体の存在による流れの乱れの影響が無視できないような場合には，既存の一様流れ場におけるグリーン関数[7),8)]を用いる

* 名古屋大学
** 名古屋大学大学院
*** 鹿島建設（研究当時名古屋大学大学院）

ことができないので，問題は一層複雑になる。このような困難を回避する方法として，Zhao et al.[9]，Kashiwagi and Ohkusu[10] は流体領域を流れの乱れが著しい物体近傍領域とそうでない遠方領域に分割し，前者にはランキンソース(基本解)を，後者には一様流れ場のグリーン関数を分布させ，2つの領域の境界面で両者の解を接続させるハイブリッド型の解法を提案している。Huijsmans[11]，肥後ら[12] はソース強さおよびグリーン関数を流速に比例する摂動パラメータのべき級数に展開することによって，流れが遅い場合に有効な摂動論的近似解法を提案しているが，グリーン関数の計算には依然として困難がともなう。

本稿では，より簡便な解法として，速度ポテンシャルに同様の摂動展開を施すことによって，流れが不在の場合のグリーン関数[13),14] のみを用いて，波と流れが共存する場合の流体力を推定する方法を提案する。さらに，特別の場合として，鉛直円柱に加わる1次波強制力，定常波漂流力および波漂流減衰係数の陽な表示式を導き，これらの流体力に及ぼす流れの影響について考察する。鉛直円柱を扱った類似の研究としては，Eatock Taylor et al.[15] が Newman の unified theory[2] に基づいて長波長域における定常波漂流力の漸近解を導いているが，一般の波長域に対する陽な解を提示した研究は本稿のほかには先例を見ない。

本稿では，流体は非粘性流体であると仮定している。この仮定は流れの剝離が生じ円筒の背後に渦が発生するような場合にはもちろん成り立たない。しかし，実際に海洋構造物が設置されるような状況では，流れの速度は波粒子速度に比べて十分小さい場合が多く，このような条件の下では，流れの剝離や渦の発生が少なく，非粘性流体の仮定の下で得られた解が有用であることが，流れの可視化実験[9] によって確かめられている。

2. 境界値問題

一様な流れと規則波の共存場に固定された鉛直円柱を考える。水深を h，円筒の半径を a とする。空間固定座標系 $o\text{-}xyz$ を，$z=0$ が静水面に，x 軸が流れの方向に，z 軸が円筒の回転軸に一致するように設定する(Fig. 1)。さらに，円筒極座標 (r, θ, z) を次式によって定義する。

$$x=r\cos\theta, \qquad y=r\sin\theta$$

流速を U，入射波の振幅を ζ_0，周波数を ω_0，波数を k，入射波の伝播方向が x 軸となす角度を α とする。波数 k と周波数 ω_0 は次の逸散方程式によって関係づけられる。

$$k\tanh kh=\frac{\omega_0^2}{g}\equiv\nu_0 \tag{1}$$

ここに，g は重力加速度を示す。

流体は非粘性，非圧縮性の理想流体で，その運動は非回転性であると仮定する。流体の運動を記述する速度ポテンシャルは次式のように表される[2]。

$$\Phi_T(\boldsymbol{x}, t)=Ux+U\bar{\phi}(\boldsymbol{x})+\Phi(\boldsymbol{x}, t) \tag{2}$$

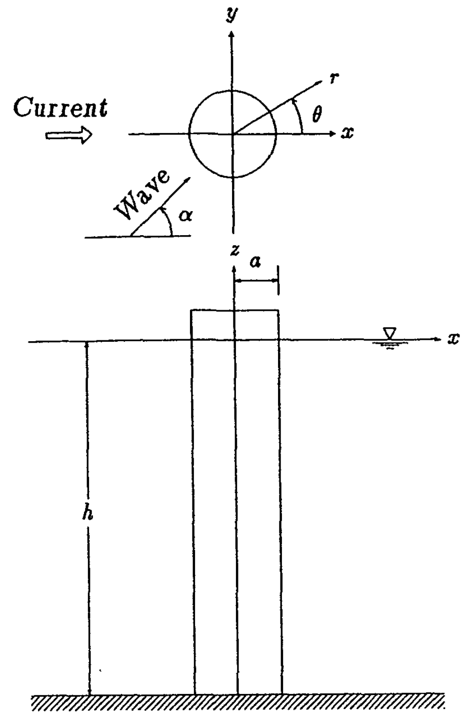

Fig. 1　Sketch of a vertical cylinder in current and waves

ここに，$\bar{\phi}$ は単位流速当たりの定常攪乱ポテンシャルを，Φ は非定常ポテンシャルを，$\boldsymbol{x}$ は流体内の1点の位置ベクトルを，t は時間を示す。

いま流速 U は小さく，$O(U^2)$ の項は無視できるものと仮定すると，定常攪乱ポテンシャル $\bar{\phi}$ の境界値問題は次式のように表される[2]。

$$\nabla^2\bar{\phi}=0 \quad \text{in } V \tag{3a}$$

$$\frac{\partial\bar{\phi}}{\partial z}=0 \quad \text{at } z=0 \tag{3b}$$

$$\frac{\partial\bar{\phi}}{\partial z}=0 \quad \text{at } z=-h \tag{3c}$$

$$\frac{\partial\bar{\phi}}{\partial r}=-\cos\theta \quad \text{at } r=a \tag{3d}$$

非定常ポテンシャル Φ は規則波中では次式のように記述される。

$$\Phi(\boldsymbol{x}, t)=Re[\phi(\boldsymbol{x})e^{-i\omega t}] \tag{4}$$

ここに，ω は出会い周波数を示し，次式によって定義される。

$$\omega=\omega_0+kU\cos\alpha \tag{5}$$

複素ポテンシャル ϕ は入射波ポテンシャル ϕ^I と散乱波ポテンシャル ϕ^D の和として表現される。

$$\phi=\phi^I+\phi^D \tag{6}$$

入射波ポテンシャルは既知であり，次式によって与えられる。

$$\phi^I=-\frac{ig\zeta_0}{\omega_0}\frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh}\sum_{n=-\infty}^{\infty}i^nJ_n(kr)\cos n(\theta-\alpha) \tag{7}$$

ここに，J_n は n 次の第1種ベッセル関数を示す。

散乱波ポテンシャル ϕ^D は次の境界値問題の解として得られる[2]。

$$\nabla^2\phi^D=0 \quad \text{in } V \tag{8 a}$$

$$\frac{\partial\phi^D}{\partial z}-2i\tau\left(\frac{\partial\phi^D}{\partial x}+\nabla\bar{\phi}\cdot\nabla\phi\right)+i\tau\phi\frac{\partial^2\bar{\phi}}{\partial z^2}-\nu\phi^D=O(\tau^2) \quad \text{at } z=0 \tag{8 b}$$

$$\frac{\partial\phi^D}{\partial z}=0 \quad \text{at } z=-h \tag{8 c}$$

$$\frac{\partial\phi^D}{\partial r}=-\frac{\partial\phi^I}{\partial r} \quad \text{at } r=a \tag{8 d}$$

放射条件　at $r\to\infty$

ここに,

$$\tau=\frac{\omega U}{g}, \qquad \nu=\frac{\omega^2}{g} \tag{9}$$

ϕ および ϕ^D を τ のべき級数に展開して，次式のように表示する。

$$\phi=\phi_0+\tau\phi_1+O(\tau^2) \tag{10 a}$$

$$\phi^D=\phi_0^D+\tau\phi_1^D+O(\tau^2) \tag{10 b}$$

ここに,

$$\phi_0=\phi^I+\phi_0^D \tag{11 a}$$

$$\phi_1=\phi_1^D \tag{11 b}$$

ν と ν_0 との間には(5)から導かれる次の関係が成り立つ。

$$\nu=\nu_0+2\tau k\cos\alpha-\frac{1}{\nu}(\tau k\cos\alpha)^2 \tag{12}$$

(10)～(12)を(8 a)～(8 d)に代入し，τ のべき乗ごとに整理すれば，ϕ_0, ϕ_1 の境界値問題が次式のように記述される。

［0次問題］

$$\nabla^2\phi_0^D=0 \quad \text{in } V \tag{13 a}$$

$$\frac{\partial\phi_0^D}{\partial z}-\nu_0\phi_0^D=0 \quad \text{at } z=0 \tag{13 b}$$

$$\frac{\partial\phi_0^D}{\partial z}=0 \quad \text{at } z=-h \tag{13 c}$$

$$\frac{\partial\phi_0^D}{\partial r}=-\frac{\partial\phi^I}{\partial r} \quad \text{at } r=a \tag{13 d}$$

$$\lim_{kr\to\infty}\left\{\sqrt{kr}\left(\frac{\partial\phi_0^D}{\partial r}-ik\phi_0^D\right)\right\}=0 \quad \text{at } r\to\infty \tag{13 e}$$

［1次問題］

$$\nabla^2\phi_1=0 \quad \text{in } V \tag{14 a}$$

$$\frac{\partial\phi_1}{\partial z}-\nu_0\phi_1=f \quad \text{at } z=0 \tag{14 b}$$

$$\frac{\partial\phi_1}{\partial z}=0 \quad \text{at } z=-h \tag{14 c}$$

$$\frac{\partial\phi_1}{\partial r}=0 \quad \text{at } r=a \tag{14 d}$$

放射条件　at $r\to\infty$

ここに,

$$f=2k\cos\alpha\phi_0^D+2i\frac{\partial\phi_0^D}{\partial x}+2i\nabla\bar{\phi}\cdot\nabla\phi_0-i\phi_0\frac{\partial^2\bar{\phi}}{\partial z^2} \tag{15}$$

3. 0次非定常ポテンシャルの解

以下では，簡単のため，入射波の伝播方向を $\alpha=0$ とする。0次の非定常散乱波ポテンシャルの解は次式によって与えられる[16]。

$$\phi_0^D=\frac{ig\zeta_0}{\omega_0}\frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh}\sum_{n=-\infty}^{\infty}i^nB_nH_n^{(1)}(kr)\cos n\theta \tag{16}$$

ここに,

$$B_n=\frac{J_n'(ka)}{H_n^{(1)\prime}(ka)} \tag{17}$$

で，$H_n^{(1)}$ は n 次の第1種ハンケル関数を示す。(7)と(16)を(11 a)に代入すると，次式が得られる。

$$\phi_0=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\phi_0^n\cos n\theta=-\frac{ig\zeta_0}{\omega_0}\frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh}\times\sum_{n=-\infty}^{\infty}i^n[J_n(kr)-B_nH_n^{(1)}(kr)]\cos n\theta \tag{18}$$

4. 1次非定常ポテンシャルの解

4.1 積分方程式

1次非定常ポテンシャル ϕ_1 の境界値問題は，グリーンの公式を利用することによって，以下に示すような積分方程式の解に帰着される。

物体表面 S, 自由表面 S_F, 底面 S_B および仮想円筒面 S_∞ で囲まれた流体領域 V に対して，グリーンの公式は次式のように書ける。

$$\int_V(G\nabla^2\phi_1-\phi_1\nabla^2G)dV=\int_{\partial V}\left(G\frac{\partial\phi_1}{\partial n}-\phi_1\frac{\partial G}{\partial n}\right)dS \tag{19}$$

ここに，$\partial V=S\cup S_F\cup S_B\cup S_\infty$ で，n は ∂V 上に立てた外向き（流体領域から見て）法線を示す。

G は2階の導関数までが存在する任意の関数であってよいが，ここでは次の支配方程式と境界条件を満たすグリーン関数 $G(P,Q)$ を採用する。

$$\nabla^2G(P,Q)=-4\pi\delta(P,Q) \quad Q\in V \tag{20 a}$$

$$\frac{\partial G}{\partial\zeta}-\nu_0G=0 \quad Q\in S_F \tag{20 b}$$

$$\frac{\partial G}{\partial\zeta}=0 \quad Q\in S_B \tag{20 c}$$

$$\lim_{k\rho\to\infty}\left\{\sqrt{k\rho}\left(\frac{\partial G}{\partial\rho}-ikG\right)\right\}=0 \quad Q\in S_\infty \tag{20 d}$$

ここに，$P(r,\theta,z)$ は任意の参照点を，$Q(\rho,\phi,\zeta)$ は積分点を示し，$\delta(P,Q)$ はデイラックのデルタ関数である。G は流れが不在の場合のグリーン関数であり，その表示式は Wehausen and Laitone[7], John[13] によって与えられている。

(14), (20)とデルタ関数の性質により，(19)は次式のように表される。

$$\begin{pmatrix}4\pi\phi_1(P)\\0\end{pmatrix}-\int_S\left[\phi_1(Q)\frac{\partial G(P,Q)}{\partial\rho}\right]dS$$
$$=\int_{S_F}G(P,Q)f(Q)dS$$
$$+\int_{S_\infty}\left[G(P,Q)\frac{\partial\phi_1}{\partial\rho}(Q)-\phi_1(Q)\frac{\partial G(P,Q)}{\partial\rho}\right]dS$$
$$\begin{pmatrix}P\in V\\P\notin V\end{pmatrix}\tag{21}$$

積分方程式(21)を物体表面 S 上で満足させて解けば，1次非定常ポテンシャル ϕ_1 の解が得られる。この積分方程式の核関数は流れが不在の場合のグリーン関数であるから，既存の方法により比較的容易にその解を得ることができる。一般には，この積分方程式を数値的に解かなければならないが，鉛直円柱の場合には，以下に示すように，円筒座標系における変数分離型の陽な解を得ることができる。

4.2　鉛直円柱への適用

G，ϕ_1 および f をフーリエ展開して，次式のように表示する。

$$G(P,Q)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}g^n(r,z;\rho,\zeta)\cos n(\theta-\psi)\tag{22}$$

$$\phi_1(r,\theta,z)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\phi_1^n(r,z)\cos n\theta\tag{23}$$

$$f(r,\theta)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}f^n(r)\cos n\theta\tag{24}$$

g^n は John[13] による G の表示式をフーリエ展開して次式のように表される[14]。

$$g^n(r,z;\rho,\zeta)$$
$$=2\pi iC_0\begin{pmatrix}H_n^{(1)}(kr)J_n(k\rho)\\J_n(kr)H_n^{(1)}(k\rho)\end{pmatrix}$$
$$\times\frac{\cosh k(z+h)\cosh k(\zeta+h)}{\cosh^2 kh}$$
$$+4\sum_{m=1}^{\infty}C_m\begin{pmatrix}K_n(k_mr)I_n(k_m\rho)\\I_n(k_mr)K_n(k_m\rho)\end{pmatrix}$$
$$\times\frac{\cos k_m(z+h)\cos k_m(\zeta+h)}{\cos^2 k_mh}\quad\begin{pmatrix}r>\rho\\r<\rho\end{pmatrix}\tag{25}$$

ここに，

$$C_0=\frac{k^2}{(k^2-\nu_0^2)h+\nu_0},\quad C_m=\frac{k_m^2}{(k_m^2+\nu_0^2)h-\nu_0}\tag{26}$$

で，k_m は次の固有方程式の正実根である。

$$k_m\tan k_mh+\nu_0=0\tag{27}$$

I_n, K_n は n 次の第1種および第2種変形ベッセル関数を示す。

(22)～(25)を(21)に代入し，ψ について積分すれば，各フーリエ展開ごとに次式を得る。

$$\begin{pmatrix}2\phi_1^n(r,z)\\0\end{pmatrix}-\int_{-h}^{0}\phi_1^n(a,\zeta)\frac{\partial g^n(r,z;a,\zeta)}{\partial\rho}ad\zeta$$
$$=\int_a^{\infty}g^n(r,z;\rho,0)f^n(\rho)\rho d\rho$$
$$+\int_{-h}^{0}\left[g^n(r,z;R,\zeta)\frac{\partial\phi_1^n}{\partial\rho}(R,\zeta)\right.$$
$$\left.-\phi_1^n(R,\zeta)\frac{\partial g^n(r,z;R,\zeta)}{\partial\rho}\right]Rd\zeta\quad\begin{pmatrix}P\in V\\P\notin V\end{pmatrix}\tag{28}$$

ここに，$R(\to\infty)$ は仮想円筒面 S_∞ の半径を示す。

$R\to\infty$ では，g^n, ϕ_1^n は次式のように挙動する。

$$g^n(r,z;R,\zeta)\sim 2\pi iC_0J_n(kr)H_n^{(1)}(kR)$$
$$\times\frac{\cosh k(z+h)\cosh k(\zeta+h)}{\cosh^2 kh}\tag{29 a}$$

$$\phi_1^n(R,\zeta)\sim\phi_1^n(R,0)\frac{\cosh k(\zeta+h)}{\cosh kh}\tag{29 b}$$

(29)を(28)の右辺第2項に代入し，ζ について積分すれば，次式が得られる。

$$\begin{pmatrix}2\phi_1^n(r,z)\\0\end{pmatrix}-\int_{-h}^{0}\phi_1^n(a,\zeta)\frac{\partial g^n(r,z;a,\zeta)}{\partial\rho}ad\zeta$$
$$=\int_a^{R}g^n(r,z;\rho,0)f^n(\rho)\rho d\rho$$
$$+2\pi iC_0J_n(kr)\left[H_n^{(1)}(kR)\frac{\partial\phi_1^n}{\partial\rho}(R,0)\right.$$
$$\left.-kH_n^{(1)\prime}(kR)\phi_1^n(R,0)\right]\frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh}I_0$$
$$\begin{pmatrix}P\in V\\P\notin V\end{pmatrix}\tag{30}$$

ここに，

$$I_0=\int_{-h}^{0}\frac{\cosh^2 k(\zeta+h)}{\cosh^2 kh}d\zeta=\frac{1}{2C_0}\tag{31}$$

いま点 P を円筒に内接する面 $r=a-\varepsilon$ $(\varepsilon>0)$ 上にとることにすれば，$P\notin V$ であるから，(30)は次式となる。

$$-\int_{-h}^{0}\phi_1^n(a,\zeta)\frac{\partial g^n(a-\varepsilon,z;a,\zeta)}{\partial\rho}ad\zeta$$
$$=\int_a^{R}g^n(a-\varepsilon,z;\rho,0)f^n(\rho)\rho d\rho$$
$$+2\pi iC_0J_n(ka)\left[H_n^{(1)}(kR)\frac{\partial\phi_1^n}{\partial\rho}(R,0)\right.$$
$$\left.-kH_n^{(1)\prime}(kR)\phi_1^n(R,0)\right]\frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh}I_0\tag{32}$$

円筒面上の ϕ_1^n を直交固有関数列に展開して，次式のように表示する。

$$\phi_1^n(a,z)=A_{0n}\frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh}+\sum_{m=1}^{\infty}A_{mn}\frac{\cos k_m(z+h)}{\cos k_mh}\tag{33}$$

(25)，(33)を(32)に代入し，固有関数の直交性と解の唯一条件

$$H_n^{(1)}(kR)\frac{\partial\phi_1^n}{\partial\rho}(R,0)-kH_n^{(1)\prime}(kR)\phi_1^n(R,0)$$
$$=-\frac{1}{I_0}F_n(R)\tag{34}$$

を利用すれば，(32)を満足する A_{0n}, A_{mn} が次式のように定められる（付録参照）。

$$A_{0n}=\frac{1}{kaH_n^{(1)\prime}(ka)I_0}F_n(a)\tag{35 a}$$

$$A_{mn}=-\frac{1}{k_maK_n'(k_ma)I_m}\int_a^{\infty}K_n(k_m\rho)f^n(\rho)d\rho\tag{35 b}$$

ここに,

$$F_n(\rho)=\int H_n^{(1)}(k\rho)f^n(\rho)\rho d\rho \tag{36}$$

$$I_m=\int_{-h}^{0}\frac{\cos^2 k_m(\zeta+h)}{\cos^2 k_m h}d\zeta=\frac{1}{2C_m} \tag{37}$$

A_{0n}, A_{mn} が(35)のように定められると,円筒表面上のポテンシャルは,それらを(33)に代入して,次式のように表される。

$$\begin{aligned}\phi_1^n(a,z)=&\frac{2C_0}{kaH_n^{(1)\prime}(ka)}\frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh}F_n(a)\\&-\sum_{m=1}^{\infty}\frac{2C_m}{k_m a K_n'(k_m a)}\frac{\cos k_m(z+h)}{\cos k_m h}\\&\times\int_a^{\infty}K_n(k_m\rho)f^n(\rho)\rho d\rho\end{aligned} \tag{38}$$

流体内の任意点 $P(\in V)$ におけるポテンシャルは,(30)に(25),(38)を代入することによって,次式のように表される。

$$\begin{aligned}&\phi_1^n(r,z)\\&=\pi iC_0\frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh}\Big[H_n^{(1)}(kr)\int_a^r J_n(k\rho)f^n(\rho)\rho d\rho\\&\quad -J_n(kr)F_n(r)+\frac{J_n'(ka)}{H_n^{(1)\prime}(ka)}H_n^{(1)}(kr)F_n(a)\Big]\\&\quad+2\sum_{m=1}^{\infty}C_m\frac{\cos k_m(z+h)}{\cos k_m h}\Big[K_n(k_m r)\\&\quad\times\int_a^r I_n(k_m\rho)f^n(\rho)\rho d\rho\\&\quad+I_n(k_m r)\int_r^{\infty}K_n(k_m\rho)f^n(\rho)\rho d\rho\\&\quad-\frac{I_n'(k_m a)}{K_n'(k_m a)}K_n(k_m r)\int_a^{\infty}K_n(k_m\rho)f^n(\rho)\rho d\rho\Big]\end{aligned} \tag{39}$$

4.3 定常撹乱ポテンシャルの影響を無視した場合の解

細長体や没水体では,自由表面条件に及ぼす定常撹乱ポテンシャルの影響は小さいとして,これを無視して解析するのが通例である。鉛直円柱の場合に,このような解析が妥当であるかどうかは疑問であるが,ここではまず第1近似として,同様の仮定が成り立つものとして解を導く。

定常撹乱ポテンシャルの影響が無視できる場合,自由表面条件の非斉次項 f は,

$$f_U=2k\phi_0^D+2i\frac{\partial\phi_0^D}{\partial x} \tag{40}$$

となる。(40)の右辺は(16)とハンケル関数の漸化式[17]を用いて次式のように表される。

$$\begin{aligned}f_U&=\sum_{n=-\infty}^{\infty}f_U^n\cos n\theta\\&=-\frac{igk\zeta_0}{\omega_0}\sum_{n=-\infty}^{\infty}i^nD_nH_n^{(1)}(kr)\cos n\theta\end{aligned} \tag{41}$$

ここに,

$$D_n=B_{n+1}-2B_n+B_{n-1} \tag{42}$$

ϕ_1 の解は(41)で与えられる f_U^n を(36)と(39)の f^n に代入し,積分公式[17]

$$\begin{aligned}\int J_n(k\rho)H_n^{(1)}(k\rho)\rho d\rho=&\frac{\rho^2}{2}\Big[J_n'(k\rho)H_n^{(1)\prime}(k\rho)\\&+\Big(1-\frac{n^2}{k^2\rho^2}\Big)J_n(k\rho)H_n^{(1)}(k\rho)\Big]\end{aligned} \tag{43 a}$$

$$\begin{aligned}\int H_n^{(1)}(k\rho)H_n^{(1)}(k\rho)\rho d\rho=&\frac{\rho^2}{2}\Big[H_n^{(1)\prime}(k\rho)H_n^{(1)\prime}(k\rho)\\&+\Big(1-\frac{n^2}{k^2\rho^2}\Big)H_n^{(1)}(k\rho)H_n^{(1)}(k\rho)\Big]\end{aligned} \tag{43 b}$$

$$\begin{aligned}\int I_n(k_m\rho)H_n^{(1)}(k\rho)\rho d\rho=&\frac{\rho}{k^2+k_m^2}\Big[k_mH_n^{(1)}(k\rho)I_n'(k_m\rho)\\&-kH_n^{(1)\prime}(k\rho)I_n(k_m\rho)\Big]\end{aligned} \tag{43 c}$$

$$\begin{aligned}\int K_n(k_m\rho)H_n^{(1)}(k\rho)\rho d\rho=&\frac{\rho}{k^2+k_m^2}\Big[k_mH_n^{(1)}(k\rho)K_n'(k_m\rho)\\&-kH_n^{(1)\prime}(k\rho)K_n(k_m\rho)\Big]\end{aligned} \tag{43 d}$$

を用い,さらにロンメルの公式[17]を利用し整理すれば,次式のように表される。

$$\begin{aligned}&\phi_{1U}^n(r,z)\\&=-\frac{ig\zeta_0}{\omega_0}i^nD_n\Big\{C_0\frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh}\Big[rH_n^{(1)\prime}(kr)\\&\quad+a\Big(1-\frac{n^2}{k^2a^2}\Big)\frac{H_n^{(1)}(ka)}{H_n^{(1)\prime}(ka)}H_n^{(1)}(kr)\Big]\\&\quad+2\sum_{m=1}^{\infty}C_m\frac{k}{k^2+k_m^2}\frac{\cos k_m(z+h)}{\cos k_m h}\Big[H_n^{(1)}(kr)\\&\quad-\frac{k}{k_m}\frac{H_n^{(1)\prime}(ka)}{K_n'(k_m a)}K_n(k_m r)\Big]\Big\}\end{aligned} \tag{44}$$

4.4 定常撹乱ポテンシャルの寄与

定常撹乱ポテンシャルの影響が無視できない場合には,自由表面条件の非斉次項 f として,(40)の f_U のほかに,次の付加項を考慮しなければならない。

$$f_S=2i\nabla\bar{\phi}\cdot\nabla\phi_0-i\phi_0\frac{\partial^2\bar{\phi}}{\partial z^2} \tag{45}$$

定常撹乱ポテンシャルの解は次式によって与えられる[18]。

$$\bar{\phi}=\frac{a^2}{r}\cos\theta \tag{46}$$

(45)に(18)と(46)を代入し,さらにベッセル関数の漸化式を用いると,次式を得る。

$$\begin{aligned}f_S&=\sum_{n=-\infty}^{\infty}f_S^n\cos n\theta\\&=\frac{2igk\zeta_0}{\omega_0}\frac{a^2}{r^2}\sum_{n=-\infty}^{\infty}i^n[J_{n+2}(kr)\\&\quad-B_{n+1}H_{n+2}^{(1)}(kr)]\cos n\theta\end{aligned} \tag{47}$$

f_S によって付加される ϕ_1^n の解は,(47)で与えられる f_S^n を(36)と(39)の f^n に代入し,積分公式[17]

$$\begin{aligned}&\int J_n(k\rho)J_{n+2}(k\rho)\frac{d\rho}{\rho}\\&=\frac{1}{2}[J_{n+1}(k\rho)J_{n+1}(k\rho)-J_n(k\rho)J_{n+2}(k\rho)]\end{aligned} \tag{48 a}$$

$$\begin{aligned}&\int J_n(k\rho)H_{n+2}^{(1)}(k\rho)\frac{d\rho}{\rho}\\&=\frac{1}{2}[J_{n+1}(k\rho)H_{n+1}^{(1)}(k\rho)-J_n(k\rho)H_{n+2}^{(1)}(k\rho)]\end{aligned} \tag{48 b}$$

$$\int H_n^{(1)}(k\rho)J_{n+2}(k\rho)\frac{d\rho}{\rho}$$

$$=\frac{1}{2}[H^{(1)}_{n+1}(k\rho)J_{n+1}(k\rho)-H^{(1)}_{n}(k\rho)J_{n+2}(k\rho)] \quad (48\,\mathrm{c})$$

$$\int H^{(1)}_{n}(k\rho)H^{(1)}_{n+2}(k\rho)\frac{d\rho}{\rho}$$

$$=\frac{1}{2}[H^{(1)}_{n+1}(k\rho)H^{(1)}_{n+1}(k\rho)-H^{(1)}_{n}(k\rho)H^{(1)}_{n+2}(k\rho)] \quad (48\,\mathrm{d})$$

を用い，さらにロンメルの公式とベッセル関数の漸化式を利用して整理すれば，次式のように表される。

$$\begin{aligned}\phi^{n}_{1S}(r,z) &=-\frac{2ig\zeta_0}{\omega_0}i^{n}C_0\frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh}\\ &\times\Big\{\frac{a^2}{r}[J_{n+1}(kr)-B_{n+1}H^{(1)}_{n+1}(kr)]\\ &+\frac{2i}{\pi k^2 a}\frac{1}{H^{(1)\prime}_{n}(ka)H^{(1)}_{n+1}(ka)}H^{(1)}_{n}(kr)\Big\}\\ &+\frac{ig\zeta_0}{\omega_0}i^{n}(4ka^2)\sum_{m=1}^{\infty}C_m\frac{\cos k_m(z+h)}{\cos k_m h}\Big\{K_n(k_m r)\\ &\times\int_a^r I_n(k_m\rho)[J_{n+2}(k\rho)-B_{n+1}H^{(1)}_{n+2}(k\rho)]\frac{d\rho}{\rho}\\ &+I_n(k_m r)\int_r^{\infty}K_n(k_m\rho)[J_{n+2}(k\rho)\\ &-B_{n+1}H^{(1)}_{n+2}(k\rho)]\frac{d\rho}{\rho}-\frac{I_n'(k_m a)}{K_n'(k_m a)}K_n(k_m r)\\ &\times\int_a^{\infty}K_n(k_m\rho)[J_{n+2}(k\rho)-B_{n+1}H^{(1)}_{n+2}(k\rho)]\frac{d\rho}{\rho}\Big\}\end{aligned} \quad (49)$$

ϕ^{n}_{1S} については，(49)のすべての積分を実行して陽な解を得ることは困難であり，数値積分によって評価する以外に方法はない。

1次非定常ポテンシャルの完全解は(44)と(49)を加え合わせることによって得られる。

$$\phi_1=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\phi^{n}_{1}\cos n\theta=\sum_{n=-\infty}^{\infty}(\phi^{n}_{1U}+\phi^{n}_{1S})\cos n\theta \quad (50)$$

5. 流　体　力

5.1 一般表示

流体内の任意点における圧力は，ベルヌーイの定理を用いて，次式のように表される。

$$p=-\rho\Big[\frac{\partial\Phi_T}{\partial t}+\frac{1}{2}(\nabla\Phi_T)^2+gz\Big] \quad (51)$$

ここに，ρ は流体密度を，g は重力加速度を示す。

(51)に(2)を代入し，$O(U^2)$ の項を省略すると，次式が得られる。

$$p=-\rho\Big[\frac{\partial\Phi}{\partial t}+\frac{1}{2}|\nabla\Phi|^2+U\Big(\frac{\partial\Phi}{\partial x}+\nabla\bar{\phi}\cdot\nabla\Phi\Big)+gz\Big] \quad (52)$$

自由表面 $z=\zeta$ では $p=0$ でなければならないから，波面上昇 ζ は次式によって与えられる。

$$\zeta=-\frac{1}{g}\Big[\frac{\partial\phi}{\partial t}+\frac{1}{2}|\nabla\phi|^2+U\Big(\frac{\partial\phi}{\partial x}+\nabla\bar{\phi}\cdot\nabla\phi\Big)\Big]_{z=\zeta} \quad (53)$$

円筒に作用する x 方向の波強制力は，p の x 方向成分を物体の全没水面にわたって積分することにより，次式のように表される。

$$\begin{aligned}F_x&=-\int_0^{2\pi}\int_{-h}^{\zeta}p\cos\theta\,dz\,a\,d\theta\\ &=\rho\int_0^{2\pi}\int_{-h}^{\zeta}\Big[\frac{\partial\Phi}{\partial t}+\frac{1}{2}|\nabla\Phi|^2+U\Big(\frac{\partial\Phi}{\partial x}\\ &+\nabla\bar{\phi}\cdot\nabla\Phi\Big)+gz\Big]\cos\theta\,dz\,a\,d\theta\end{aligned} \quad (54)$$

5.2 1次波強制力

1次波強制力は，(54)において Φ の2次以上の項を省略することによって，次式のように表される。

$$\begin{aligned}F^{(1)}_x=\rho\int_0^{2\pi}\int_{-h}^{0}\Big[\frac{\partial\Phi}{\partial t}+U\Big(\frac{\partial\Phi}{\partial x}\\ +\nabla\bar{\phi}\cdot\nabla\Phi\Big)\Big]\cos\theta\,dz\,a\,d\theta\end{aligned} \quad (55)$$

(4)を代入すると，

$$\begin{aligned}F^{(1)}_x=Re\Big\{\rho\int_0^{2\pi}\int_{-h}^{0}\Big[-i\omega\phi+U\Big(\frac{\partial\phi}{\partial x}\\ +\nabla\bar{\phi}\cdot\nabla\phi\Big)\Big]\cos\theta\,dz\,a\,d\theta e^{-i\omega t}\Big\}\end{aligned} \quad (56)$$

となる。

(56)を τ のべき級数に展開すると，次式が得られる。

$$F^{(1)}_x=F^{(1)}_{x0}+\tau F^{(1)}_{x1}+O(\tau^2) \quad (57)$$

ここに，

$$F^{(1)}_{x0}=Re\Big\{-i\rho\omega_0\int_0^{2\pi}\int_{-h}^{0}\phi_0\cos\theta\,dz\,a\,d\theta e^{-i\omega t}\Big\} \quad (58\,\mathrm{a})$$

$$\begin{aligned}F^{(1)}_{x1}=Re\Big\{-i\rho\omega_0\int_0^{2\pi}\int_{-h}^{0}\Big[\phi_1+\frac{k\cos\alpha}{\nu_0}\phi_0\\ +\frac{i}{\nu_0}\Big(\frac{\partial\phi_0}{\partial x}+\nabla\bar{\phi}\cdot\nabla\phi_0\Big)\Big]\cos\theta\,dz\,a\,d\theta e^{-i\omega t}\Big\}\end{aligned} \quad (58\,\mathrm{b})$$

(18)を(58 a)に代入し，θ, z について積分すると，$F^{(1)}_{x0}$ は

$$F^{(1)}_{x0}=Re\Big\{\frac{4\rho g\zeta_0}{k^2}\frac{\tanh kh}{H^{(1)\prime}_{1}(ka)}e^{-i\omega t}\Big\} \quad (59)$$

となって，MacCamy and Fuchs[16] によって得られた結果と一致する。

一方(18)，(46)と(44)，(49)，(50)を(58 b)に代入し，θ, z について積分すると，$F^{(1)}_{x1}$ は次式のように表される。

$$F^{(1)}_{x1}=F^{(1)}_{x1U}+F^{(1)}_{x1S} \quad (60)$$

ここに，

$$\begin{aligned}F^{(1)}_{x1U}=Re\Big\{-2\pi\rho ga\zeta_0\Big[C_0 a\frac{\tanh kh}{k}\frac{iD_1}{H^{(1)\prime}_{1}(ka)}\\ \times\Big(H^{(1)\prime}_{1}(ka)^2+\Big(1-\frac{1}{k^2a^2}\Big)H^{(1)}_{1}(ka)^2\Big)\\ +2\sum_{m=1}^{\infty}C_m\frac{k}{k_m}\frac{1}{k^2+k_m^2}\frac{\tan k_m h}{k_m}\frac{iD_1}{K_1'(k_m a)}\\ \times(k_m H^{(1)}_{1}(ka)K_1'(k_m a)-kH^{(1)\prime}_{1}(ka)K_1(k_m a))\\ -\frac{2}{\pi\nu_0 a}\frac{\tanh kh}{k}\Big(\frac{1}{H^{(1)\prime}_{1}(ka)}\\ -\frac{1}{ka}\frac{1}{H^{(1)\prime}_{2}(ka)}\Big)\Big]e^{-i\omega t}\Big\}\end{aligned} \quad (61\,\mathrm{a})$$

は定常攪乱ポテンシャルに依存しない項であり，

$$\begin{aligned}F^{(1)}_{x1S}=Re\Big\{&-2\pi\rho g a\zeta_0\Big[\frac{2}{\pi k}C_0\frac{\tanh kh}{k}\\&\times\Big(\frac{1}{H_0^{(1)\prime}(ka)}-\frac{1}{H_2^{(1)\prime}(ka)}\Big)\Big(1+\frac{1}{ka}\frac{H_1^{(1)}(ka)}{H_1^{(1)\prime}(ka)}\Big)\\&+2a\sum_{m=1}^{\infty}C_m\frac{k}{k_m}\frac{\tan k_m h}{k_m}\frac{i}{K_1'(k_m a)}\\&\times\int_a^{\infty}K_1(k_m\rho)(J_1(k\rho)-B_0H_1^{(1)}(k\rho)\\&-J_3(k\rho)+B_2H_3^{(1)}(k\rho))\frac{d\rho}{\rho}\\&+\frac{2}{\pi\nu_0 a}\frac{\tanh kh}{k}\frac{1}{ka}\frac{1}{H_2^{(1)\prime}(ka)}\Big]e^{-i\omega t}\Big\}\end{aligned}\quad(61\,\mathrm{b})$$

は定常撹乱ポテンシャルの寄与を示す項である。

(61 b)の半無限積分は，被積分関数が ρ の増加とともに指数関数的に減少してゆくので，数値積分により評価するのに困難はない。収束解を得るのに必要な積分区間は波長が長くなるほど広がるが，後の計測例では，相対誤差 10^{-5} の精度を得るのに，$ka=0.1$ で $\rho=8a$, $ka=1.0$ では $\rho=3a$ で十分であった。なお，数値積分にはニュートン・コーツ9点則を採用した。

高さ/半径比が異なる2つの円柱について，1次波強制力を計算した結果を Figs. 2, 3 に示す。図中の Fn はフルード数を示し，$Fn=U/\sqrt{ga}$ で定義される。たとえば，$a=10.2$ m とすれば，$U=1.0$ m/s のとき $Fn=0.1$ の値を得る。1次波強制力への流れの影響は流れの方向と波数 ka によって異なり，流れの方向が入射波の進行方向と同じである場合 $(Fn>0)$，長波長域では流れによって波強制力が増加するが，周波数が高くなるにつれて逆に減少し，さらに周波数が高くなると再び増加する傾向になる。その理由として，流れによって出会い周波数が高くなる効果と定常撹乱ポテンシャルの影響が考えられる。すなわち，流れがない場合の波数-波強制力曲線が正勾配をもつ長波長域では，流れによって出会い周波数が高くなることによって波強制力が増加するが，周波数が高くなって波強制力曲線が負勾配をも

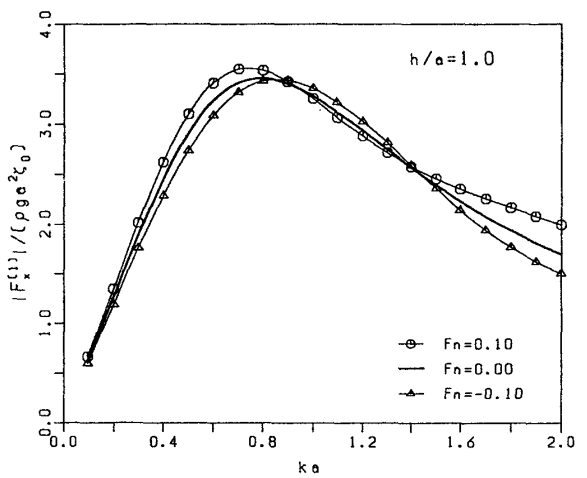

Fig. 2 First-order wave exciting force in current and regular waves ($h/a=1.0$)

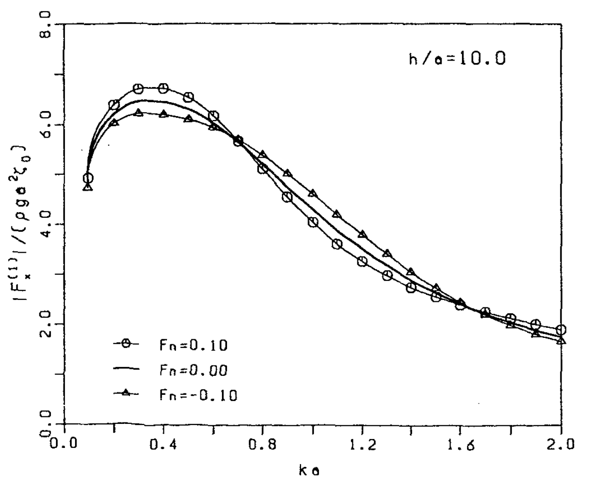

Fig. 3 First-order wave exciting force in current and regular waves ($h/a=10.0$)

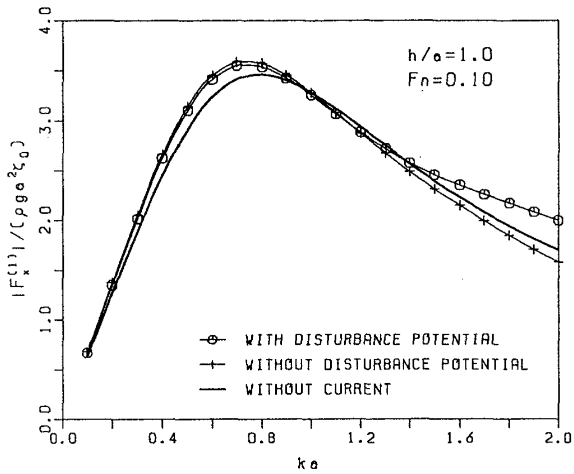

Fig. 4 Effect of steady disturbance potential on the first-order wave exciting force ($h/a=1.0$, $Fn=0.1$)

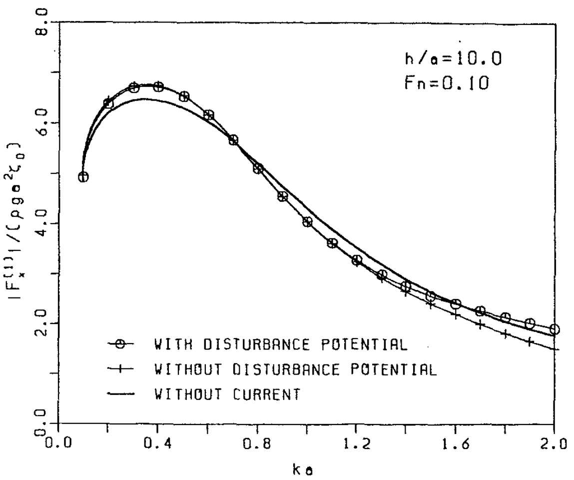

Fig. 5 Effect of steady disturbance potential on the first-order wave exciting force ($h/a=10.0$, $Fn=0.1$)

つようになると逆に減少し，さらに高周波数になると定常撹乱ポテンシャルの影響により再び増加する。事実，Figs. 4，5は $Fn>0$ の場合について定常撹乱ポテンシャルの寄与を考慮した場合の結果と無視した場合の結果を比較したものであるが，定常撹乱ポテンシャルの影響が低周波数ではほとんど認められないのに対して，高周波数ではその影響が顕著になり，それによって波強制力が増加する結果となっている。流れの方向が反対の場合（$Fn<0$）には，上記とは逆の傾向になる。

5.3 定常波漂流力

定常波漂流力は，(54)の時間平均をとることによって，次式のように表される。

$$\bar{F}_x=\rho\int_0^{2\pi}\left[\int_{-h}^{0}\frac{1}{2}\overline{|\nabla\Phi|^2}\cos\theta dz-\frac{g}{2}\overline{\zeta^{(1)2}}\cos\theta\right]ad\theta \tag{62}$$

ここに，$\zeta^{(1)}$ は1次波面上昇を示し，(53)において Φ の2次以上の項を省略することによって，次式のように与えられる。

$$\zeta^{(1)}=-\frac{1}{g}\left[\frac{\partial\Phi}{\partial t}+U\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x}+\nabla\bar{\phi}\cdot\nabla\Phi\right)\right]_{z=0} \tag{63}$$

また，$\overline{\quad}$ は時間平均を示す。

(62)，(63)に(4)を代入すれば，$\bar{F}_x$ は次式のように表される。

$$\bar{F}_x=\frac{\rho}{4}\int_0^{2\pi}\left[\int_{-h}^{0}(\nabla\phi\cdot\nabla\phi^*)\cos\theta dz-g\eta\eta^*\cos\theta\right]ad\theta \tag{64}$$

ここに，

$$\eta=-\frac{1}{g}\left[-i\omega\phi+U\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}+\nabla\bar{\phi}\cdot\nabla\phi\right)\right]_{z=0} \tag{65}$$

で，＊は複素共役を示す。

$\bar{F}_x$ を τ のべき級数に展開すると，次式が得られる。

$$\bar{F}_x=\bar{F}_{x0}+\tau\bar{F}_{x1}+O(\tau^2) \tag{66}$$

ここに，

$$\bar{F}_{x0}=\frac{\rho}{4}\int_0^{2\pi}\left[\int_{-h}^{0}(\nabla\phi_0\cdot\nabla\phi_0^*)\cos\theta dz -\nu_0(\phi_0\phi_0^*)_{z=0}\cos\theta\right]ad\theta \tag{67 a}$$

$$\bar{F}_{x1}=\frac{\rho}{2}Re\int_0^{2\pi}\left\{\int_{-h}^{0}(\nabla\phi_0\cdot\nabla\phi_1^*)\cos\theta dz -\left[\nu_0\phi_0\phi_1^*+k\cos\alpha\phi_0\phi_0^* -i\phi_0\left(\frac{\partial\phi_0^*}{\partial x}+\nabla\bar{\phi}\cdot\nabla\phi_0^*\right)\right]_{z=0}\cos\theta\right\}ad\theta \tag{67 b}$$

(18)を(67 a)に代入し，θ, z について積分すると，$\bar{F}_{x0}$ は次式のように表される。

$$\bar{F}_{x0}=\frac{2\rho g\zeta_0^2}{\pi ak^2}\left(1+\frac{2kh}{\sinh 2kh}\right) \times Im\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{1}{H_n^{(1)\prime}(ka)H_{n+1}^{(2)\prime}(ka)}\left[\frac{n(n+1)}{(ka)^2}-1\right] \tag{68}$$

$\bar{F}_{x1}$ についても同様に，(18)，(46)と(44)，(49)，(50)を(67 b)に代入し，θ, z について積分すれば，次式が得られる。

$$\bar{F}_{x1}=\bar{F}_{x1U}+\bar{F}_{x1S} \tag{69}$$

ここに，

$$\begin{aligned}\bar{F}_{x1U}=&\rho ga\zeta_0^2\coth khRe\sum_{n=-\infty}^{\infty}D_{n+1}^*\left[\frac{n(n+1)}{(ka)^2}-1\right]\\&\times\frac{1}{H_n^{(1)\prime}(ka)H_{n+1}^{(2)\prime}(ka)}\left\{H_{n+1}^{(2)\prime}(ka)\right.\\&\left.+\left[1-\frac{(n+1)^2}{(ka)^2}\right]H_{n+1}^{(2)}(ka)^2\right\}\\&-\frac{2\rho g\zeta_0^2}{\pi ak^2}\coth khIm\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left[\frac{2}{H_n^{(1)\prime}(ka)}\right.\\&\left.-\frac{n}{ka}\frac{1}{H_{n-1}^{(1)\prime}(ka)}\right]\frac{1}{H_{n+1}^{(2)\prime}(ka)}\end{aligned} \tag{70 a}$$

は定常撹乱ポテンシャルに依存しない項であり，

$$\begin{aligned}\bar{F}_{x1S}=&\frac{2\rho g\zeta_0^2}{\pi k}\coth khIm\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left[\frac{n(n+1)}{(ka)^2}-1\right]\\&\times\frac{1}{H_n^{(1)\prime}(ka)}\left[\frac{1}{H_{n+2}^{(2)\prime}(ka)}-\frac{1}{H_n^{(2)\prime}(ka)}\right]\\&\times\left[1+\frac{1}{ka}\frac{H_{n+1}^{(2)}(ka)}{H_{n+1}^{(2)\prime}(ka)}\right]+\frac{2\rho g\zeta_0^2}{\pi a^2k^3}\coth kh\\&\times Im\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{n}{H_{n-1}^{(1)\prime}(ka)H_{n+1}^{(2)\prime}(ka)}\end{aligned} \tag{70 b}$$

は定常撹乱ポテンシャルの寄与を示す項である。

高さ/半径比が異なる2つの円柱について，定常波漂流力を計算した結果を Figs. 6, 7 に示す。Figs. 2, 3 と比較して，1次波強制力よりも定常波漂流力の方が流れの存在によってより顕著な影響を受けることが理解される。流れの方向が入射波の進行方向と同じである場合（$Fn>0$），波漂流力は流れがない場合に比べて増加し，流れの方向が逆である場合（$Fn<0$）には減少する。Figs. 8，9は $Fn>0$ の場合について定常撹乱ポテンシャルの寄与を考慮した場合の結果と無視した場合の結果を比較したものである。波漂流力は定常撹乱ポテンシャルの影響を大きく受け，この影響を無視した解は波漂流力を著しく過小評価することが指摘さ

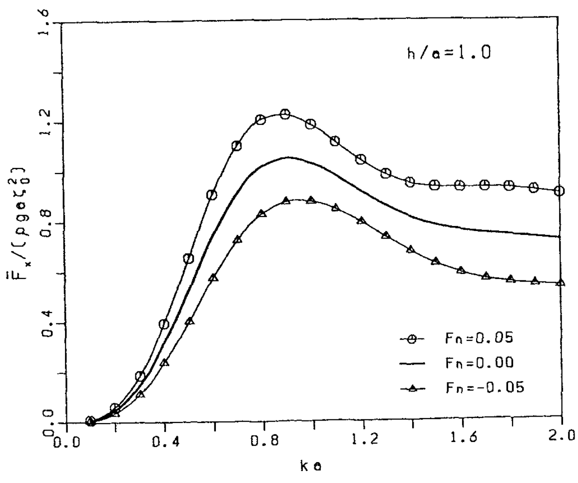

Fig. 6 Mean wave drift force in current and regular waves ($h/a=1.0$)

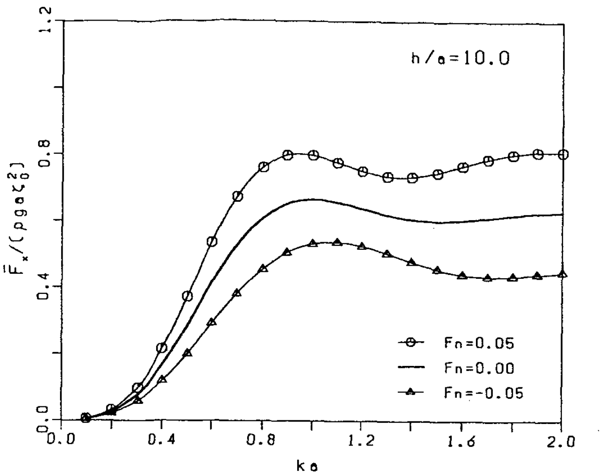

Fig. 7 Mean wave drift force in current and regular waves ($h/a=10.0$)

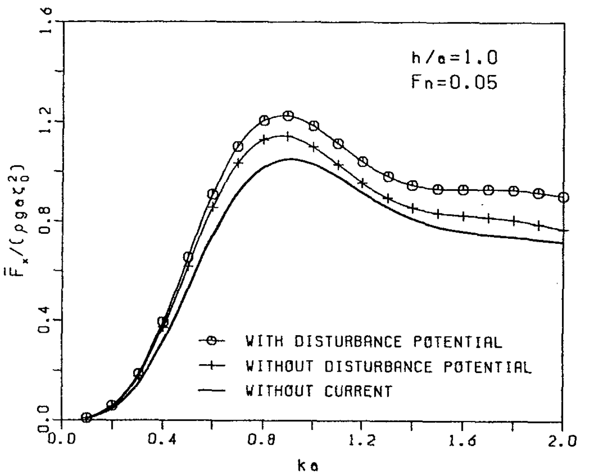

Fig. 8 Effect of steady disturbance potential on mean wave drift force ($h/a=1.0$, $Fn=0.05$)

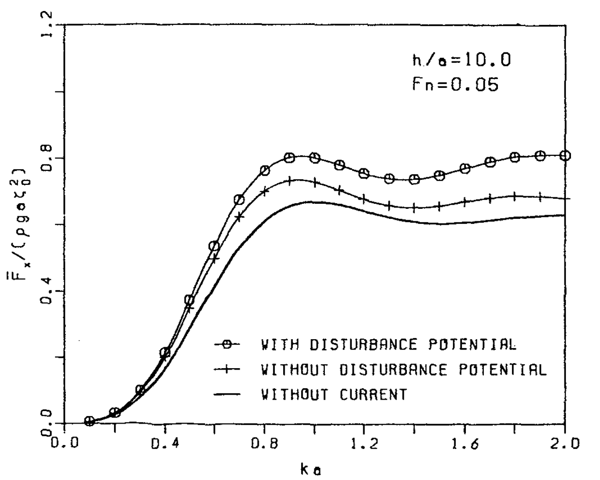

Fig. 9 Effect of steady disturbance potential on mean wave drift force ($h/a=10.0$, $Fn=0.05$)

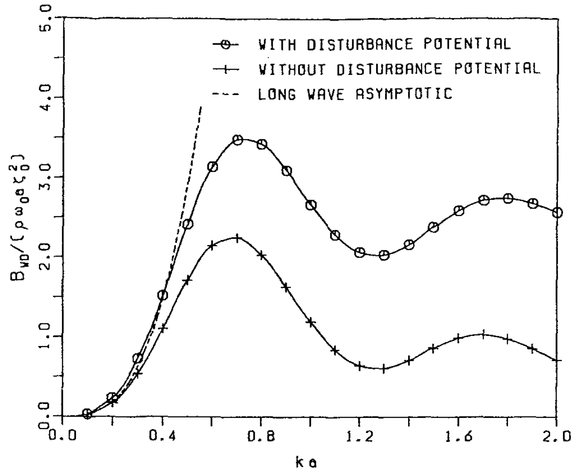

Fig. 10 Wave drift damping coefficient ($h=\infty$)

れる。流れの方向が反対の場合($Fn<0$)には，これとは逆の傾向になる。

5.4 波漂流減衰

波浪中で長周期運動を行う係留浮体に作用する減衰力は，静水中における粘性による減衰力よりも著しく増加する場合のあることが知られている[19]。この減衰増加は波漂流減衰と名づけられ，長周期運動を近似的に準定常運動と見なすことによって，一様流れと規則波の共存場における定常波漂流力の流速に関する微係数として求められる[20]。前節の結果を用いれば，波漂流減衰係数 B_{WD} は次式によって与えられる。

$$B_{WD}=\frac{\partial \bar{F}_x}{\partial U}\bigg|_{U=0}=\frac{\omega_0}{g}\bar{F}_{x1} \tag{71}$$

無限円柱の場合の波漂流減衰係数の計算結果を Fig. 10 に示す。定常波漂流力の結果から予想されるように，波漂流減衰係数は定常撹乱ポテンシャルの影響を顕著に受け，この寄与を考慮した値は無視した場合の 2～3 倍にも達している。

Eatock Taylor et al.[15] は Newman の unified theory[2] に基づき，無限円柱に対する波漂流減衰係数の長波長漸近解を次式のように導いている。

$$B_{WD}=2.375\pi^2(ka)^3\rho\omega_0 a\zeta_0^2 \tag{72}$$

Fig. 10 には(72)による計算値も示されているが，この漸近解は $ka\to 0$ で定常撹乱ポテンシャルの寄与を省略した解に漸近し，波数が増加するにつれて波漂流減衰係数を過大評価する傾向を示す。

6. 結　　語

一様な流れと規則波の共存場に置かれた鉛直円柱に加わる流体力の陽な表示式をポテンシャル流れと低流速の仮定の下に誘導し，それらの流体力に及ぼす流れの影響について考察した。

本研究の結果得られた知見は以下のように要約される。

i） 波と流れの共存場では，波による流体力は流れの存在によって著しい影響を受ける．

ii） 1次波強制力よりも定常波漂流力の方が流れの存在によってより大きな影響を受ける。流れの方向が入射波の進行方向と同じである場合，定常波漂流力は流れがない場合に比べて増加し，流れの方向が逆である場合には減少する。

iii） 物体の存在による流れの乱れは流体力，特に定常波漂流力および波漂流減衰係数に顕著な影響を及ぼす。定常撹乱ポテンシャルの寄与を考慮することによって，波漂流減衰係数の値は無視した場合の2〜3倍にも増加する。

本稿で提案した摂動論的解法は流れが不在の場合のグリーン関数を用いているので，これを任意形状物体に適用できるように拡張することは容易であり，これについては稿を改めて報告する予定である。

なお，原稿の作成に当たり，名古屋大学大学院生の金沢健司君には多大の協力を頂いたことを付記し，謝意を表する。

付録 ϕ_1^n の解の唯一条件

(25)，(33)を(32)に代入し，固有関数の直交性

$$\int_{-h}^{0}\cosh k(\zeta+h)\cos k_m(\zeta+h)d\zeta=0$$

$$\int_{-h}^{0}\cos k_m(\zeta+h)\cos k_n(\zeta+h)d\zeta=0 \qquad (m\neq n)$$

を利用すれば，(32)を満足する A_{0n}, A_{mn} が次式のように定められる。

$$A_{0n}=-\frac{1}{kaH_n^{(1)\prime}(ka)}\left\{\frac{1}{I_0}[F_n(R)-F_n(a)]\right.$$
$$\left.+H_n^{(1)}(kR)\frac{\partial\phi_1^n}{\partial\rho}(R,0)-kH_n^{(1)\prime}(kR)\phi_1^n(R,0)\right\} \qquad \text{(a)}$$

$$A_{mn}=-\frac{1}{k_maK_n'(k_ma)I_m}\int_a^\infty K_n(k_m\rho)f^n(\rho)d\rho \qquad \text{(35 b)}$$

$R\to\infty$ では，定常撹乱ポテンシャルの影響は無視できるから，$F_n(R)$ は(36)と(41)を用いて，次式のように表される。

$$F_n(R)=-\frac{igk\zeta_0}{\omega_0}i^nD_n\int H_n^{(1)}(kR)^2RdR \qquad \text{(b)}$$

(43 b)を用いると，

$$F_n(R)=-\frac{igk\zeta_0}{\omega_0}i^nD^n\frac{R^2}{2}\left[H_n^{(1)\prime}(kR)^2\right.$$
$$\left.+\left(1-\frac{n^2}{k^2R^2}\right)H_n^{(1)}(kR)^2\right] \qquad \text{(c)}$$

さらにハンケル関数の漸近展開[17]

$$H_n^{(1)}(kR)\sim\sqrt{\frac{2}{\pi kR}}\left[1+i\frac{4n^2-1}{8kR}\right.$$
$$\left.+O(R^{-2})\right]e^{i[kR-(2n+1)\pi/4]} \qquad \text{(d)}$$

$$H_n^{(1)\prime}(kR)\sim i\sqrt{\frac{2}{\pi kR}}\left[1+i\frac{4n^2+3}{8kR}\right.$$
$$\left.+O(R^{-2})\right]e^{i[kR-(2n+1)\pi/4]} \qquad \text{(e)}$$

を用いると，

$$F_n(R)\sim\frac{ig\zeta_0}{\omega_0}i^nD_n\frac{i}{\pi k}e^{2i[kR-(2n+1)\pi/4]} \qquad \text{(f)}$$

となって，$F_n(R)$ は R の増加とともに周期的に変化する関数となる。A_{0n} が唯一に決定されるためには，$R\to\infty$ で次の条件が満たされなければならない。

$$H_n^{(1)}(kR)\frac{\partial\phi_1^n}{\partial\rho}(R,0)-kH_n^{(1)\prime}(kR)\phi_1^n(R,0)$$
$$=-\frac{1}{I_0}F_n(R) \qquad (34)$$

(34)は ϕ_1^n が満足すべき放射条件である。このとき A_{0n} は次式によって与えられる。

$$A_{0n}=\frac{1}{kaH_n^{(1)\prime}(ka)I_0}F_n(a) \qquad \text{(35 a)}$$

参 考 文 献

1) Ogilvie, T. F. and Tuck, E. O.: A Rational Strip Theory for Ship Motions: Part 1. Dept. Nav. Archit. Mar. Engng Rept., No. 013, Univ. of Michigan, 1969
2) Newman, J. N.: The Theory of Ship Motions. Advance in Applied Mechanics, Vol. 18, 1978
3) Chang, M. S.: Computation of Three-Dimensional Ship Motions with Forward Speed. Proc. 2nd Int. Conf. Numer. Ship Hydrodyn., Berkeley, 1977
4) 小林正典：前進速度を有する任意形状の3次元物体に働く流体力について，日本造船学会論文集，第150号，1981
5) Inglis, R. B. and Price, W. G.: A Three-Dimensional Ship Motion Theory; Comparison between Theoretical Predictions and Experimental Data of the Hydrodynamic Coefficients with Forward Speed. Trans. RINA, Vol. 124, 1982
6) 岩下英嗣，大楠丹：特異点法による波浪中を航走する船に作用する流体力の研究，日本造船学会論文集，第166号，1989
7) Wehausen, J. V. and Laitone, E. V.: Surface Wave. Handbuch der Physik, Vol. 9, 1960
8) Bessho, M.: Fundamental Singularity in the Theory of Ship Motions in a Seaway. Memoirs of Defence Academy of Japan, Vol. 17, No. 8, 1977
9) Zhao, R., Faltinsen, O. M., Krokstad, J. R. and Aanesland, V.: Wave-Current Interaction Effects on Large-Volume Structures. Proc. 5th Int. Conf. on Behav. Offsh. Struct. (BOSS '88), 1988
10) Kashiwagi, M. and Ohkusu, M.: The Effect of Forward Speed in the Radiation Problem of a Surface-Piercing Body. J. Soc. Naval Arch. Japan, Vol. 164, 1988
11) Huijsmans, R. H. M.: Wave Drift Forces in Current. Proc. 16th Conf. on Naval Hydrodyn., 1986
12) 肥後 靖，佐藤和彦：波浪中を低速航行する鉛直円

柱に働く抵抗増加に関する研究，日本造船学会論文集，第163号，1987
13) John, F.: On the Motion of Floating Bodies II. Comm. Pure Appl. Math., Vol. 3, 1950
14) Fenton, J. D.: Wave Forces on Vertical Bodies of Revolution. J. Fluid Mech., Vol. 85, Part 2, 1978
15) Eatock Taylor, R., Hu, C. S. and Nielsen, F. G.: Mean Drift Forces on a Slowly Advancing Vertical Cylinder in Long Waves. Appl. Ocean Res., Vol. 12, 1990
16) MacCamy, R. C. and Fuchs, R. A.: Wave Force on Piles: A Diffraction Theory. Beach Erosion Board Tech. Memo., No. 69, 1954
17) 森口繁一，宇田川銈久，一松 信：数学公式III-特殊関数，岩波書店，1960
18) たとえば，巽友正：流体力学，培風館，1982
19) Wichers, J. E. W. and van Sluijs, M. F.: The Influence of Waves on the Low-Frequency Hydrodynamic Coefficients of Moored Vessels. Proc. Offsh. Tech. Conf., OTC 3625, Houston, 1979
20) Wichers, J. E. W.: On the Low Frequency Surge Motions of Vessels Moored in High Seas. Proc. Offsh. Tech. Conf., OTC 4437, Houston, 1982