

波浪応答の実船計測の解析における 極値統計理論の適用について (第3報)

正員 真能 創* 正員 河辺 寛**
正員 森口 恍次** 正員 正岡 孝治**

Application of Statistics of Extremes to Predict the Extreme Value of a Response to Ocean Waves from Result of Full Scale Measurement (Third Report)

by Hajimu Mano, *Member* Hiroshi Kawabe, *Member*
Koji Moriguchi, *Member* Koji Masaoka, *Member*

Summary

To measure a response, such as wave induced bending stress, for about 20~30 minutes is usual in full scale measurement, while in the case of measurement by scratch extreme stress gauge duration of it is 4 hours. In the latter case, they have never studied theoretically the type of distribution of extremal value of stress measured by the gauge.

Authors study the problem from theoretical base. At first, authors pay attention to the group of peak value of stress measured for such longer time. The measured stress probability distribution consists of several group of distribution each of which is approximated by a Rayleigh distribution. By numerical analysis, it is found that the extremal distribution for such group is approximated by the Rayleigh distribution that have the largest parameter among the distributions. It means that an extreme distribution of the parameter has a significant effect on the long-term distribution of extreme values of a response.

Usually the value of the parameter of the Rayleigh distribution, R , have a significant effect on the adjacent value of R . This means that a sample distribution of R is regarded as a distribution of samples drawn from a group, member of which subjects to a Markov chain. Authors make clear that the extreme distribution of R is approximated by a Weibull distribution by numerical simulation.

It follows that a long-term distribution of extreme value of response is also expressed by a Weibull distribution approximately. By authors study, it is concluded that a result of measurement for such longer times is to be regarded as a sample from a population having a Weibull distribution.

1. 緒 言

船舶の波浪応答を計測する場合、応答が定常と見なせる30分程度の計測にするのが一般的であるが、それより長時間にわたって計測する装置が実用されている。スクラッチゲージと言う応力計測装置がそれであり、航海中は連続して一定時間（通常は4時間）内の応力の最大値を計測記録し続けるので、乗組員に負担をかけない点と、記録の量が比較的少量になる点がすぐれている。

しかし、このような計測方法によって得られる波浪応答

の極値分布は、一般に実施されている短時間計測による極値分布とは異なる特性を示すと思われるが、この分布についての研究はない。筆者らは既に文献1)においてスクラッチゲージによる波浪応力の極値分布^①を、ワイブル分布に従うものとして取扱っているが、分布の特性については理論的研究はしてない。

筆者らは長時間計測による波浪応答の極値分布について、理論的解明を加えた。長時間計測による記録は、多くの応答の激しさの程度の異なるレーレー分布に従う応答の集りであることから、その極値分布は二重指数分布に近いものになることを明らかにした。

レーレー分布において応答の激しさは、応答の瞬時値の標準偏差 R であらわされるが、上記のレーレー分布群の中で R が最大値であるレーレー分布における応答の極値分布が長時間計測における極値分布に支配的影響を与える。

* 防衛大学校名誉教授

** 防衛大学校

したがって、応答の極値の長期分布を知るためには、 R の極値がどのような分布をするかが重要となる。

任意のレーレー分布における R と、時間的に隣接するレーレー分布における R の差は、30分の時間差における応答の激しさの変化をあらわしている。したがって、 R はたがいに独立した変数ではなく、相関係数をとると1に近い値になると推定される。 R の極値分布は相関係数が0に近い場合を対象としている通常の極値統計理論とは別個の理論によらねばならない。筆者らはこのような特性を考えて R の極値分布を解明し、これがワイブル分布で近似できることを明かにした。この R の特性から、応答の極値分布もワイブル分布で近似できることが示された。

本稿は、長時間計測による波浪応答の極値の分布上の特性について、以上の筆者らの研究結果について報告する。

2. 長時間計測における応答の極値分布

2.1 長時間計測の特性

海面状態、およびそれに対する船舶等の応答は時々刻々変化するが、30分程度は近似的に定常状態と見なせる。筆者等が文献1)、2)で扱ったのは、応答の1回の計測時間は20~30分の場合で、計測された極値はある定常状態のランダム変動における極値と見なして、極値統計理論を適用した。

ここに対象とする長時間計測は30分より長い時間にわたる計測で、その間に海面状態も応答も変化するから、計測された極値の分布も、単一の定常状態のそれとは異なるものとなる。実例としクラッチゲージによる波浪曲げ歪の計測を対象とすると、1回の計測時間は4時間であり、その間の最大歪が記録される。4時間と言う計測時間は変更できるが、一応4時間の場合について考察を進める。前記のように波浪応答は30分間は定常と見なせるとすると、この場合は近似的に8個の短期分布と呼んでいる定常状態の集合であり、その中の最大値が記録されることになる。

任意の応答の短期分布では、瞬時値の分布は正規分布、ピーク値の分布はレーレー分布で近似される。このレーレー分布の特性は、前記の瞬時値のパラツキを示す標準偏差 R ($\sqrt{2}R$ が尺度母数になる)で表わされる。従って、この場合の最大値とは、 R が種々の値である8個(一般的には N_m 個)のレーレー分布群における最大値と言うことになる。

2.2 長時間計測における波浪応答の極値分布

標準偏差が R である任意の短期分布において、ピーク値の数が n のとき、その最大値 X_e の確率分布 $P_e(X_e|R)$ は次式で与えられる。

$$P_e(X_e|R) = \{1 - \exp[-(1/2)(X_e/R)^2]\}^n \\ = \exp[-\exp[-\alpha_E(X_e - u_E)]] \quad (1)$$

ここに、 $u_E = \sqrt{2}Rf_n \cdots$ 超過確率 $1/n$ に対応する特性極値
 $\alpha_E = 2f_n/\sqrt{2}R \cdots$ 極値強度関数

$$f_n = \sqrt{\log_e n}$$

上式において、右辺の2番目の式は2重指数分布と呼ばれ、本式であらわれる X_e と $P_e(X_e|R)$ の関係は、極値確率紙に記入すると直線で表わされる。

R の値がそれぞれ R_1, R_2, \dots, R_{N_m} の N_m 個の短期分布の集団における最大値の確率分布 $P_e(X_e)$ は、次式で与えられる。

$$P_e(X_e) = P_e(X_e|R_1) \cdot P_e(X_e|R_2) \cdots P_e(X_e|R_{N_m}) \quad (2)$$

上式の極値分布は R の分布によって変化するから、 R を大きさの順にならべ、 R_1 が最大値 R_e で、他は R_m ($m=2, 3, \dots, N_m$)が次式で表わされるように、直線的に減少する場合の $P_e(X_e)$ を、 N_m が8の場合について、式(2)によって計算した結果を示したのがFig. 1である。

$$R_m = R_e - (m-1)\delta_r$$

ここに、 $R_m \cdots m$ 番目の短期分布における応答の標準偏差
 $\delta_r \cdots R_m \sim R_{m+1}$ 間の標準偏差の変化量

同図から、短期分布群の極値分布に重要な影響を与えるのは、 R の値が最大値 R_e である短期分布における極値分布で、図示のように R が $0.9R_e$ 未満の短期分布は、無視しても結果はほとんど変わらない。従って、この場合の極値分布は、 R が $0.9R_e$ 以上の短期分布は R_e の短期分布に含

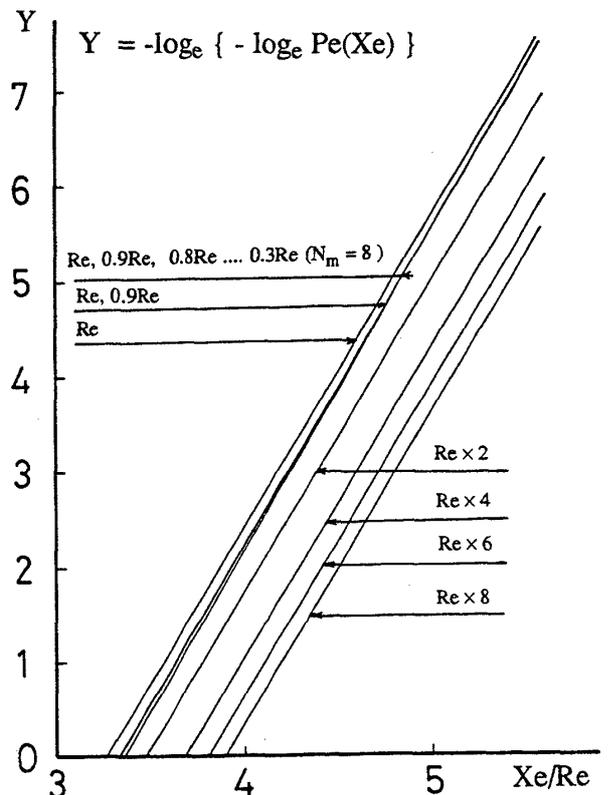


Fig. 1 Effect of distribution of parameter R (standard deviation of response at each short term distribution) on the extremal distribution $P_e(X_e)$, ($R_e \cdots$ largest value of R , $N_m \cdots$ number of short term distributions, $X_e \cdots$ extremal value of response)

め、その数が N_e の短期分布群の極値分布で近似できる。この近似分布 $P_e(X_e|N_e)$ は次式で与えられる。

$$P_e(X_e|N_e) = \{1 - \exp[-(1/2)(X_e/R_e)^2]\}^{N_e} \approx \exp[-N_e \exp[a_E(X_e - u_E)]] \quad (3)$$

上式中の u, a_E は式(1)の同記号のものに、 R の代りに R_e を代入した値である。Fig. 1 に N_e の 1 から 8 までの変化に対応する $P_e(X_e|N_e)$ も示す。

任意の長時間計測において、 $0.9R_e \sim R_e$ の範囲の R が N_e 回計測される確率を P_{N_e} とすると、 $P_e(X_e)$ は次のようになる。

$$P_e(X_e) = \sum_{N_e=1}^{N_m} P_{N_e} P_e(X_e|N_e) \quad (4)$$

ここに、 $\sum_{N_e=1}^{N_m} P_{N_e} = 1$

P_{N_e} は次式で与えられる。

$$P_{N_e} = N_m C_{N_e} \{P_E\}^{N_e} \{P_r(0.9R_e)\}^{(N_m - N_e)} \quad (5)$$

ここに、 $N_m C_{N_e} \dots N_m! / (N_m - N_e)! N_e!$

$P_r(R) \dots R$ の母集団分布における R の確率分布

$$P_E = P_r(R_e) - P_r(0.9R_e)$$

長時間計測において、任意の短期分布の標準偏差 R_m ($m = 1, 2, \dots, N_m$) が直前の短期分布の標準偏差 R_{m-1} と無関係のときは、 R の分布は一定であり、 P_{N_e} は容易に求められる。Table 1 は N_e が 1 のときの P_{N_e} と、2 のときのその比を、 R_{m-1} と R_m が無関係の場合について求めた結果で、 R_e の値とともに多少変化するが、 N_e が 2 の場合の P_{N_e} は無視できる程度であり、 $P_e(X_e)$ は Fig. 1 の N_e が 1 のときの値に近く、 $P_e(X_e)$ は 2 重指数分布で近似できる。

しかし、 R_{m-1} と R_m は 30 分の時間差に対応した応答の標準偏差であり、互に独立と見ることは出来ない。この場合は後述するように、 R の分布は m とともに変化し、複雑なものとなる。

なお、 N_e に関しては図示のようにそれが極値分布に与える影響は大きいとは言えない。したがって、本稿の数値計算例のように、代表的な値を選び他は省略しても大きな誤差は生じないと思われる。

3. 応答の標準偏差 R の分布、および極値分布

3.1 R の母集団分布

既に筆者らは波浪応答の解析のためのモデルとして、それぞれがレーレー分布に従う短期分布の集団で、それぞれのレーレー分布の特性を与える標準偏差 R はワイブル分

Table 1 Ratio of probability of $N_e=2$ to that of $N_e=1$ for various value of R_e

γ_r	$P_{N_e=2}/P_{N_e=1}$			Remark
	$R_e = u_{10}$	$R_e = u_{100}$	$R_e = u_{1000}$	
1.0	0.104	0.021	0.003	$u_N \dots$ Characteristic Extreme for $Q_r(R) = 1/N$
1.5	0.163	0.034	0.006	
2.0	0.227	0.050	0.010	

布に従うモデルを提案し、文献 1) でワイブル分布モデルと呼んでいる。以下の解析では、実測資料のないものについては、このモデルを解析の対象とする。

このモデルでは R の確率分布 $P_r(R)$ は次式がえられ、形状母数 γ_r は Table 2 に実例を示すように、通常 1~2 の範囲の値となる。

$$P_r(R) = \{1 - \exp[-(R/a_r)^{\gamma_r}]\} \quad (6)$$

ここに、 $\gamma_r \dots$ 形状母数、 $a_r \dots$ 尺度母数

3.2 R の極値分布

R の母集団からランダムに取り出され、従ってその中の任意の標本 R_m は、その直前の標本 R_{m-1} とは互に独立の場合の、 N_m 個の標本中の最大値 R_e の確率分布 $P_e(R_e)$ は、次式で与えられる。

$$P_e(R_e) = \{P_r(R_e)\}^{N_m} \approx \exp[-\exp[-a_E(R_e - u_{Er})]] \quad (7)$$

ここに、 $u_{Er} = a_r f_{N_m} \dots$ 超過確率 $1/N_m$ に対応する特性極値

$$a_E = (\gamma_r/a_r) f_{N_m}^{(\gamma_r-1)} \dots$$

$$f_{N_m} = (\log_e N_m)^{(1/\gamma_r)}$$

実船計測における R_{m-1} と R_m の関係は、前述のように普通は R_m は R_{m-1} から独立した値でなく、 R_{m-1} に極めて近い値となる。従って、 R_m はマルコフ連鎖から取り出された標本と見なせる⁴⁾⁵⁾。この場合の極値分布は、

$$P_e(R_e) = P_r(R_e) P_2(R_e|R_1 \leq R_e) \times P_3(R_e|R_2 \leq R_e) \dots P_m(R_e|R_{m-1} \leq R_e) \dots P_{N_m}(R_e|R_{N_m-1} \leq R_e) \quad (8)$$

上式を導出する基本的な考え方は式(7)と同じであるが $P_m(R_e|R_{m-1} \leq R_e)$ が m によって変化するので別個の式となる。 $P_m(R_e|R_{m-1} \leq R_e)$ を与える資料がないので、ワイブル分布モデルを対象として、シミュレーションによって $P_e(R_e)$ を求めてみる。各航海の最初の計測の最初の短期分布の標準偏差 R_1 は、計算機に 0~1 の乱数を発生させ、これを式(6)に示すワイブル分布に従う変数の $P_r(R_1)$ であるとして、 R_1 を決定する。 R_2 は R_1 と同一要領で選ばれるが、この際 $R_1 \pm \delta$ の範囲外のもの除外し、この場合は同

Table 2 Examples of distribution of standard deviation of R of response described by shape parameter γ_r of Weibull distribution

Ship	Item	γ_r	Reference	Remark	
K (Ore Carrier)	σ_B^*1	2.02	1)	Result of Measurement *1 Wave Induced Stress	
	σ_R^*1	1.79			
	Pitching	1.53			
	Rolling	1.34			
C9 (Container Ships)	Pitching	1.94			
	Rolling	1.54			
Similar Ship Series	L = 100 m L = 150 m L = 100 m	Wave Induced Bending Moment	1.23	3)	Head Sea
			1.45		
			1.37		
	L = 100 m L = 150 m L = 100 m		1.12		All headings
			1.29		
			1.27		

一の要領でさらに R_2 を選び、この範囲内のものが選ばれるまで繰返す。すなわち、 R_m は次の関係が満足されるように選ばれる。

$$R_{m-1} + \delta \geq R_m \geq R_{m-1} - \delta \quad (9)$$

なお、長時間計測が間欠的に実施される場合は、 $j-1$ 回目の計測の最終の R_{Nm} と、次の計測 j の最初の R_1 とは互に独立であるが、スクラッチゲージによる計測のように長時間計測が連続して実施される場合は、計測 $j-1$ の R_{Nm} と計測 j の R_1 の間には式(9)と同一の関係が成立する。Fig. 2 は R の分布の形状母数 1.5 の場合について、シミュレーションによって得られた各 4 時間の計測における最大値 R_e の分布を極値確率紙に記入したものを示す。想定した就航条件は各航海時間は 4 時間、年間就航日数 20 日、20 年間就航する場合(想定条件 A)、および各航海時間 240 時間(10 日)、年間就航日数、就航年数は A と同じ場合(想定条件 B) とがある。航海中は 4 時間の計測が連続実施されると想定しており、計測される R_e の総数は 24000 になる。

R_e の分布(以下 P_e 曲線と呼ぶ)は δ の値によって変化する。 δ が無限大になると、 R_m と R_{m-1} は無関係になり、極値分布は式(7)で表わされる分布と一致する。 δ が 0 のときは、各計測の R_m の値は同じ値となり、連続計測の場合は、各航海の最初の R の値に一致する。この最初の R の分布は母集団からランダムに取り出された標本の分布に従うから、母集団の分布と一致する。間欠計測のときは、任意の計測の R_m は総て同一の値となり、最初の R に一致する。この最初の R の分布は各航海の最初の R の分布と同様に、母集団の分布に従う。したがって、同図の $\delta=0$ のときの P_e 曲線は、式(6)によって計算できる。

δ の適正值は、 R_{m-1} と R_m の間の相関係数 ρ が、実際の値に一致する値である。しかし、現在のところ、この相関係数についての資料がないので、30 分の間の R の変化としては、 ρ は 0.9 以上が妥当と考え、Table 3 を参考にして γ_r が 1.0 付近では δ を $0.3\alpha_r$ 、他の領域では $0.2\alpha_r$ とした。 γ_r によって δ を変化させたのは、同表にも明らかなように、 ρ は γ_r によって変化するので、 ρ を γ_r に関係なくほぼ一定値とするためである。

Fig. 2 は R の分布が形状母数 γ_r が 1.5 の場合の極値分布を、極値確率紙に記入して示す。図示のように、 δ が $0.2\alpha_r$ の場合は条件 A の P_e 曲線は $\delta=0$ の R の分布に近く、条件 B のそれはやや離れている。この両者の差が 4 時間と 240 時間の想定航海時間の差の影響で、想定航海時間を 480 時間とした場合(想定条件 B') の P_e 曲線は図上では条件 B のそれと区別できない程接近したものとなる。

δ が大となると、 P_e 曲線は右へ移動し、 δ が無限大の場合の P_e 曲線に接近する。この場合の例として、 $\delta=2\alpha_r$ の場合の P_e 曲線を図示した。この場合には条件 A, B, B' の区別はできない程接近したものになるので、条件 A の曲線の

Table 3 Correlation coefficient of R (result of simulation)

$\delta/\alpha_r \backslash \gamma_r$	1.0	1.5	2.0
0.2	0.985 ~ 0.993	0.967 ~ 0.981	0.943 ~ 0.964
0.3	0.959 ~ 0.985	0.918 ~ 0.953	0.879 ~ 0.913
0.4	0.927 ~ 0.974	0.859 ~ 0.915	0.795 ~ 0.834

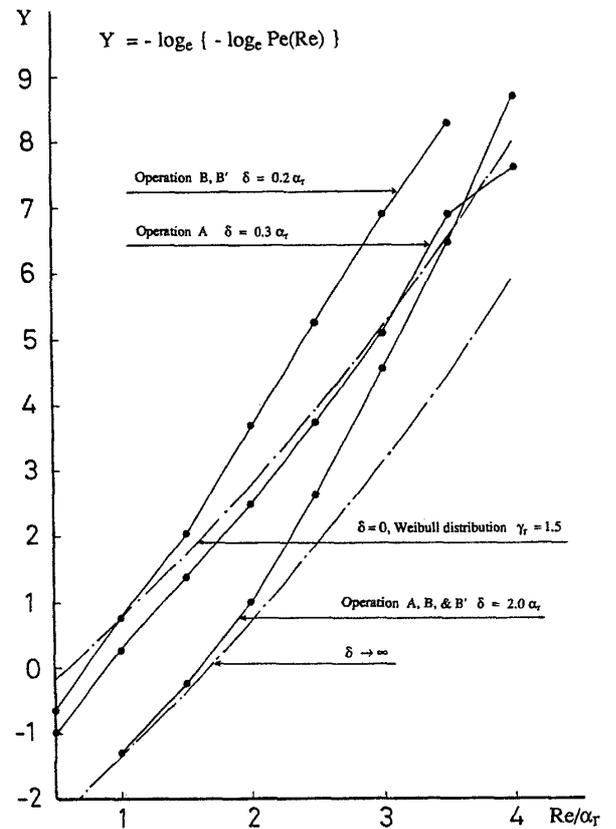


Fig. 2 Extremal distribution of R (Result of numerical simulation)

- A...voyage for 4 hours×24000
- B...voyage for 240 hours×400
- B'...voyage for 480 hours×200

み記入した。

筆者らが注目しているのは上述の P_e 曲線の位置の変化ではなく、その分布形の変化であって、 δ が小で ρ が 1 に近い場合、 γ_r と想定条件によって差もあるが、近似的にワイブル分布と見なせるようになる。なお、本シミュレーションの設定条件は、分布形の検討を対象としたもので、自然現象を完全に表現しているものではなく、 R_e の最大値の推定では問題が残っている。この設定条件については、実測結果を取り入れて改良しなければならない。

同図のワイブル分布の確率密度は、変数を R_e/α_r としているので、次式で与えられる。

$$p_e(R_e/\alpha_r) = \gamma_{re} \left\{ \frac{(R_e/\alpha_r)}{\alpha_{re}} \right\}^{\gamma_{re}-1} \frac{1}{\alpha_r \alpha_{re}} \times \exp \left[- \left\{ \frac{(R_e/\alpha_r)}{\alpha_{re}} \right\}^{\gamma_{re}} \right] \quad (10)$$

ここに, $\alpha_r \cdots R$ の分布の尺度母数 (式(6)参照)

$\gamma_{re} \cdots$ 形状母数, $\alpha_{re} \cdots$ 尺度母数

R_e の分布は R の分布によって変化する。Fig. 3 の場合の R のもとの分布の形状母数 γ_r と, R_e の分布を与える母数 γ_{re} および α_{re} の関係は, 図示すると Fig. 4 のようになり, 次式で近似できる。

$$\left. \begin{aligned} \gamma_{re} &= -0.186\gamma_r^2 + 1.757\gamma_r - 0.544 \\ \alpha_{re} &= -0.178\gamma_r^2 + 0.565\gamma_r + 0.708 \end{aligned} \right\} \text{(想定条件 A)} \quad (11.A)$$

$$\left. \begin{aligned} \gamma_{re} &= 1.260\gamma_r^2 - 1.934\gamma_r + 1.810 \\ \alpha_{re} &= -0.074\gamma_r^2 + 0.497\gamma_r + 0.387 \end{aligned} \right\} \text{(想定条件 B, B')} \quad (11.B)$$

3.3 R の極値分布 (理論計算)

R の最大値 R_e の分布は式(8)によって計算できる。ただし, 同式の $P_m(R_e | R_{m-1} \leq R_e)$ は, 長時間計測を構成する短期分布の時間順番 m ととも変化するもので, $m=1$ から順を追って計算されねばならない。前記のシミュレーションの想定条件に従って計算を進める。最初の短期分布 $m=1$ では, R_1 が任意の最大値より小さい確率は, 式(6)の R の分布において, R に R_e を代入した $P_r(R_e)$ で与えられる。 R_1 の分布は, R の分布において $R_1 > R_e$ の部分を打切ったものとなるから, 確率密度関数は $p_r(R_1)/P_r(R_e)$ となる。シミュレーションの条件では, $m=2$ において, R が任意の値

R_2 になるのは, R_1 の値が $R_2 - \delta \sim R_2 + \delta$ の場合に限定される。 R_1 がこの条件を満足する場合, R_2 がこの値をとる確率密度関数は, R_2 が $R_1 - \delta \sim R_1 + \delta$ の範囲外では打切られるので, その補正を加え $p_r(R_2)/P_{ui}$ で与えられる。よって, $m=2$ における R_2 の確率密度関数 $p(R_2)$ は次式によって求められる。(Fig. 5 参照)

$$p(R_2) = \int_{R_2-\delta}^{R_2+\delta} \{p_r(R_1)p_r(R_2)/P_r(R_e)P_{ui}\} dR_1 \quad (12)$$

ここに, $p_r(R) = (\gamma_r/R)(R/\alpha_r)^{\gamma_r} \exp[-(R/\alpha_r)^{\gamma_r}]$ (式(6)参照)

$$P_{ui} = P_r(R_1 + \delta) - P_r(R_1 - \delta)$$

上式の計算において, 積分の下限値が負になるとき, P_{ui} の $R_1 - \delta$ が負になるときはそれぞれの下限値は 0 とする。また, 積分上限値が R_e を超えるときは上限値を R_e までとする。 $m=2$ における $P_2(R_e | R_1 \leq R_e)$ は次式によって計算される。

$$P_2(R_e | R_1 \leq R_e) = \int_0^{R_e} p(R_2) dR_2 \quad (13)$$

$m=3$ の $P_3(R_e | R_2 \leq R_e)$ の計算では, R_2 の確率密度関数は, 式(12)によって求められるものに, R_2 は R_e で打切られることの補正をしたものとし, 他は $m=2$ のときと同じ要領で求められる。 m が任意の値のときの $P_m(R_e | R_{m-1} \leq R_e)$ は次のようになる。

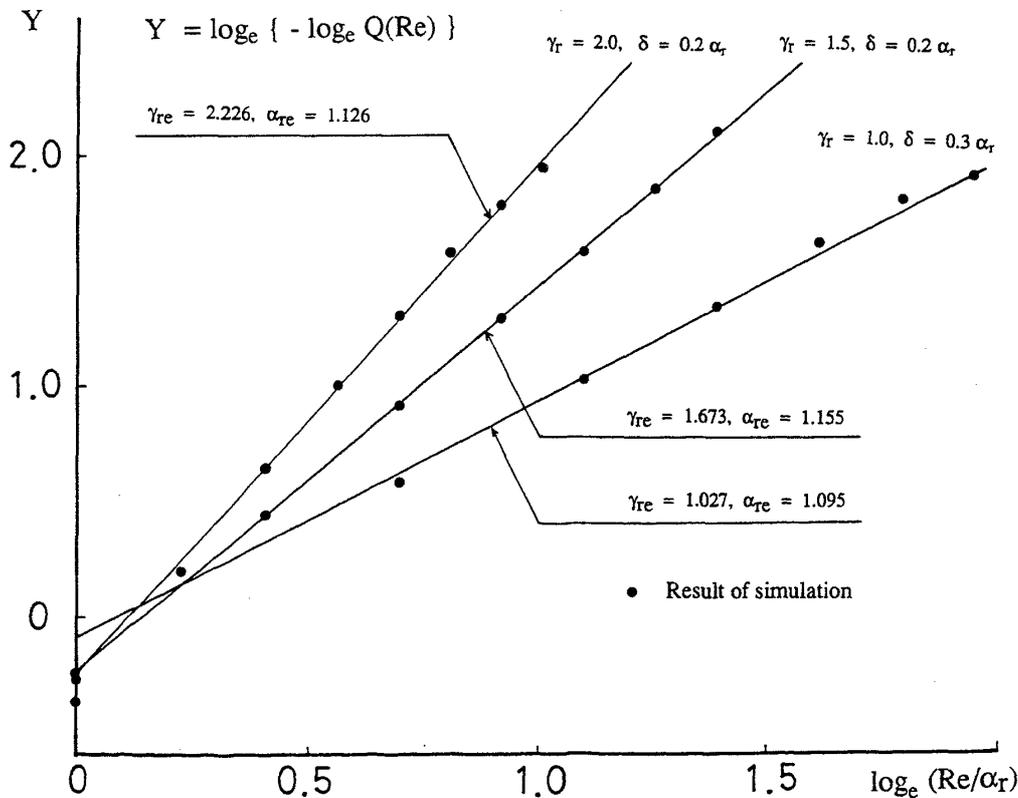


Fig. 3A Extremal distribution of R , plotted on Weibull probability paper (operation A, 4 hours voyage $\times 24000$)

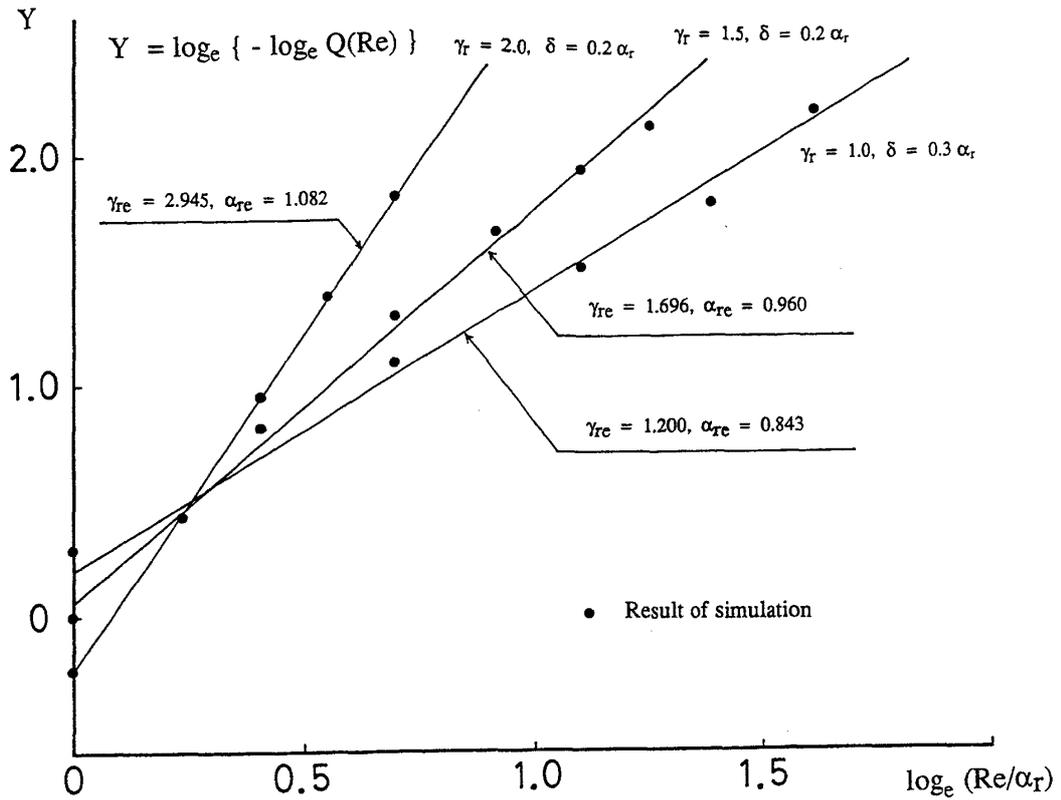


Fig. 3B Extremal distribution of R , plotted on Weibull probability paper (operation B, 240 hours voyage $\times 400$)

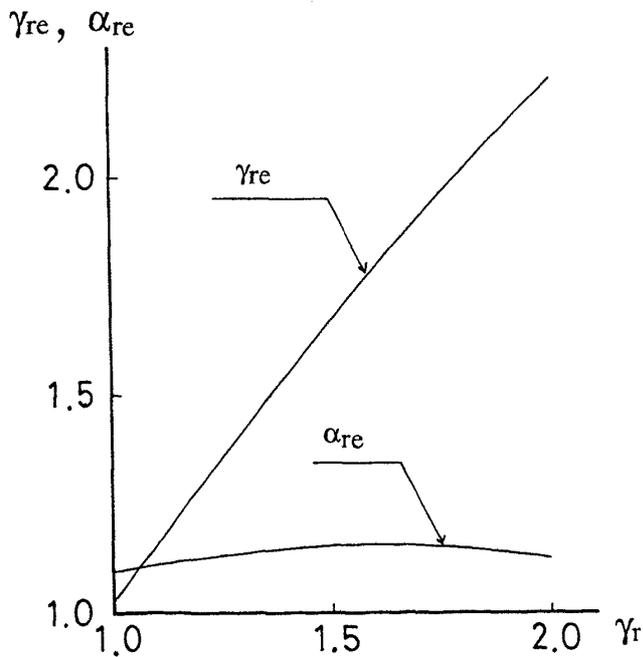


Fig. 4 Effect of shape parameter of original distribution of R on shape and scale parameters of extremal distribution

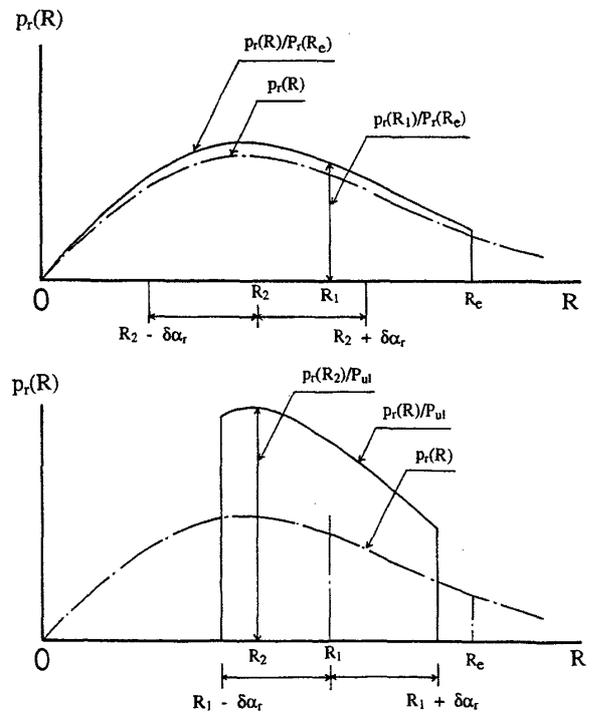


Fig. 5 Probability density curves for R_1 and R_2

$$P_m(R_e | R_{m-1} \leq R_e) = \int_0^{R_e} p(R_m) dR_m \quad (14)$$

$$p(R_m) = \int_{R_m-\delta}^{R_m+\delta} \{p(R_{m-1})p_r(R_m) / [P_{m-1}(R_e | R_{m-2} \leq R_e)P_{ui}]\} dR_{m-1}$$

$$P_{ui} = P_r(R_{m-1} + \delta) - P_r(R_{m-1} - \delta)$$

なお、以上の各式で $P_r(R_m)$, $p_r(R_m)$ のように、添字 r の付いたものは、もとの R の分布を示すもので、式(6)に与えられる。

この様にして求められる極値分布において、 $N_m=8$ の場合の結果は、前記のシミュレーションにおける想定条件 A の場合に相当する。Fig. 6 は想定条件 A におけるシミュレーションによる極値分布と、理論計算結果を比較したもので、両者がよく一致することが明らかである。Fig. 7 は、 $m=1$ における確率密度分布と $m=8$ におけるそれを比較したもので、 m とともに確率密度分布が相当変化することを示す。

3.4 最大値が2回以上計測される確率

既に示したように、 R_{m-1} と R_m が互に独立の場合は、長時間計測で最大値が2回以上計測される確率は低い。しかし、 R がマルコフ連鎖を形成し、 δ が小さいときは R_m は R_{m-1} に近い値となるので、最大値が2回以上計測される確率 P_{Ne} は高くなる。 P_{Ne} は式(5)によって計算できるが、マ

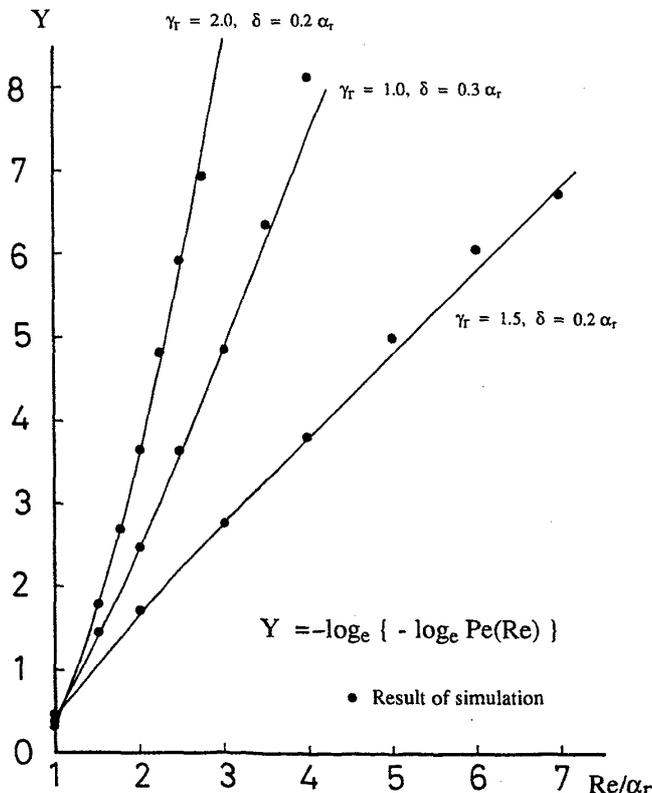


Fig. 6 Comparison of extremal distribution by simulation with result of theoretical calculation (operation condition A)

ルコフ連鎖では過去の経歴で R の確率密度関数が増加するので、 $P_e, P_r(0.9R_e)$ は一定値ではなくなるので、正確に求めるとすると手順を要することになる。

よって、 P_{Ne} の近似値として、 $m=1$ で R が最大値 R_e であったとき、 $m=2, 3 \dots N_e$ において R が $0.9R_e \sim R_e$ の範囲の値であり、 N_e+1 において R が $0.9R_e \sim R_e$ の範囲外の値となる確率をとり、 N_m が 8 の場合について計算した結果を示すと Table 4 のようになる。

同表は連続して $0.9R_e \sim R_e$ の範囲の値があらわれる確率を示したもので、 N_e には断続してこの値になる確率も含まれるから、 N_e が 2 以上の確率は過少評価になる。同表と Table 1 を比較すると、 ρ が 0 の場合と、1 に近いマルコフ連鎖では P_{Ne} の特性が異なることが判る。本稿の数値計算では近似値として、 N_e は 2 とすることとする。

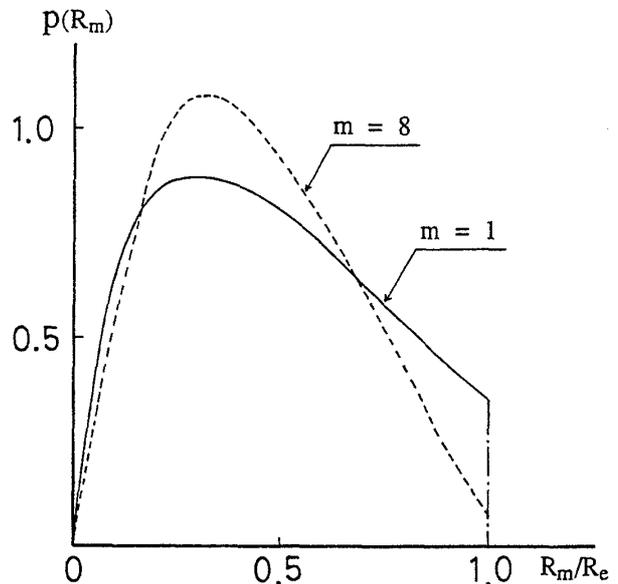


Fig. 7 Change of probability density distribution with increase of m . Original distribution...Weibull distribution, shape parameter 1.5, $R_e=1.5\alpha_r$

Table 4 Probability, P_{Ne} , of drawing samples with nearly same value, $0.9R_e \sim R_e$, continuously N_e times from a Markov chain

γ_r	Re/α_r	N_e								Remark
		1	2	3	4	5	6	7	8*	
1.0	3	0.426	0.292	0.142	0.071	0.035	0.017	0.009	0.009	* Probabilities for $N_e > 8$ are included
	6	0.426	0.110	0.093	0.082	0.066	0.052	0.040	0.132	
	9	0.426	0.110	0.054	0.040	0.039	0.038	0.036	0.257	
1.5	2	0.408	0.301	0.147	0.073	0.036	0.018	0.011	0.007	Size of sample is 8
	3	0.381	0.163	0.152	0.103	0.069	0.045	0.030	0.057	
	4	0.361	0.094	0.108	0.104	0.084	0.064	0.048	0.139	
2.0	2	0.333	0.351	0.165	0.079	0.038	0.018	0.009	0.008	
	2.5	0.286	0.278	0.197	0.109	0.059	0.032	0.018	0.021	
	3	0.245	0.191	0.229	0.141	0.083	0.048	0.027	0.037	

4. 応答の極値分布

4.1 理論計算による解析

船舶が長期にわたって大洋を航海し、その間波浪応答の長時間計測が実施された場合を考える。任意の長時間計測は、それを構成する N_m 個の短期分布の応答の R の中の最大値 R_e で表わされ、このときの応答の最大値 X_e の分布は式(3)および式(4)で与えられる。同式に含まれる R_e が計測される回数 N_e 、およびその確率は Table 4 に与えられる。

長期航海における R_e の分布については、対象船の航海時間によって若干変化するが、何れの場合もワイブル分布で近似できる。一般化して、 R_e の分布が確率密度分布 $p_e(R_e)$ で与えられる分布に従うとすると、 X_e の長期分布の確率分布 $P_e(X_e)$ は次のようになる。

$$P_e(X_e) = \int_0^\infty \left\{ \sum_{N_e=1}^{N_m} P_{ne} P_e(X_e | N_e) \right\} p_e(R_e) dR_e \quad (15)$$

$p_e(R_e)$ については既に式(10)に示してあり、 R の分布の母数 γ_r と、式(10)の母数 γ_{re} , α_{re} の関係については式(11)に示してあり、 X_e の分布は計算できる。

式(4)の $P_e(X_e)$ は2重指数分布で近似できる分布である。文献1)において筆者らは、短時間計測の集合における応答の極値分布について、 R が与えられたときの X_e の分布が2重指数分布で表わされるとき、ワイブル分布モデル、すなわち R がワイブル分布に従うものでは、応答の極値 X_e の長期分布もワイブル分布に従うことを示した。

長時間計測の場合は、短時間計測の R に相当するものは、その中に含まれる N_m 個の R の中の最大値 R_e になるが、 R_e の分布は R がマルコフ連鎖からとり出される標本であり、その相互の相関係数 ρ は1に近い値であるという条件から、ワイブル分布で近似できる分布を示す。その結果 X_e の分布もワイブル分布で近似できる。これが本稿の研究で明らかになった R_e から X_e にいたる分布形の関係である。

Fig. 8 に想定条件 A の場合の応答の極値分布を N_e は2として求めた結果を、ワイブル確率紙に記入して示す。 X_e の分布をワイブル分布で近似したときの形状母数 γ_{xe} 、および尺度母数 α_{xe} と、 R の分布の形状母数 γ_r の関係は、次式で近似できた。

$$\left. \begin{aligned} \gamma_{xe} &= -0.262\gamma_r^2 + 1.833\gamma_r - 0.567 \\ \alpha_{xe} &= -0.658\gamma_r^2 + 2.073\gamma_r + 2.529 \end{aligned} \right\} \quad (16.A)$$

同様に、想定条件 B および B' の場合は、 γ_{xe} , α_{xe} と γ_r の関係は次式で近似できる。

$$\left. \begin{aligned} \gamma_{xe} &= 0.566\gamma_r^2 - 0.387\gamma_r + 0.880 \\ \alpha_{xe} &= -0.318\gamma_r^2 + 1.863\gamma_r + 1.101 \end{aligned} \right\} \quad (16.B)$$

4.2 応答の最大値の推定

現時点では基礎的資料が不足しており、本稿のシミュレーションも理論的に応答の最大値を推定できる段階ではな

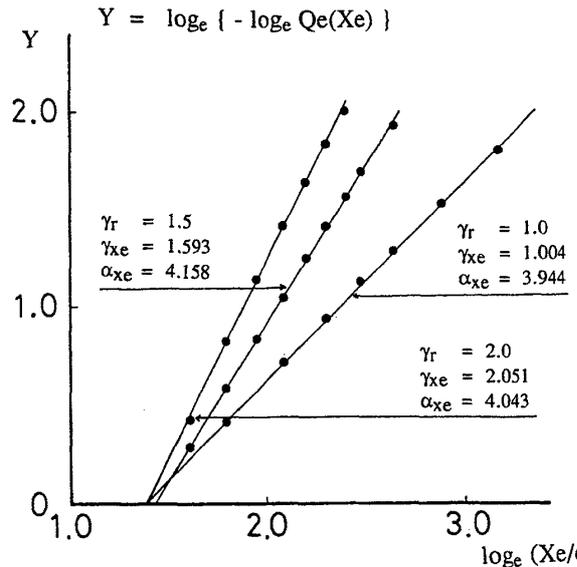


Fig. 8 Long-term extreme distribution of response, result of simulation, $N_e=2$ (Weibull probability paper)

い。現時点で確言できることは、 X_e の長期分布はワイブル分布に従うとして整理するのが最も合理的であるということである。

計測時間が4時間の長時間計測記録が得られ、これを解析した結果からワイブル分布の母数 γ_{xe} および α_{xe} の推定値が得られた場合は長期分布の最大値は次のように推定できる。年間航海日数200日、就航年数20年とすると、その間に4時間計測が24000回含まれる。最大値の推定値をこの回数に対する特性極値とすると、次式で与えられる。

$$X_e = \alpha_{xe} (\log_e 24000)^{1/\gamma_{xe}} \quad (17)$$

4.3 実船計測結果

Fig. 9 はコンテナ船8隻に設置されたスクラッチゲージによる波浪応答計測結果をワイブル確率紙に記入したものである⁶⁾。太平洋に就航している全船の計測結果、および太平洋、大西洋に就航している全船の計測結果ともに十分な精度でワイブル分布に従うと見なせる。他に大西洋の計測記録もあるが、全く類似したもので省略した。

本資料は文献1)においても、長期分布の最大値の推定に利用したが、今回はこの長期分布がワイブル分布で近似できる理由を明らかにさせることが出来た。

5. 計測時間に対する考察

長時間計測は実用されたものはスクラッチゲージが著名であり、同ゲージの計測は4時間であるので、この時間を対象として種々検討して来た。ここでは、この時間を一挙に延長した場合について、シミュレーションによって検討を加えた。

4時間計測では、 R_e は8個の R のグループの中からの最大値を対象としたが、24時間計測では48個の R のグル

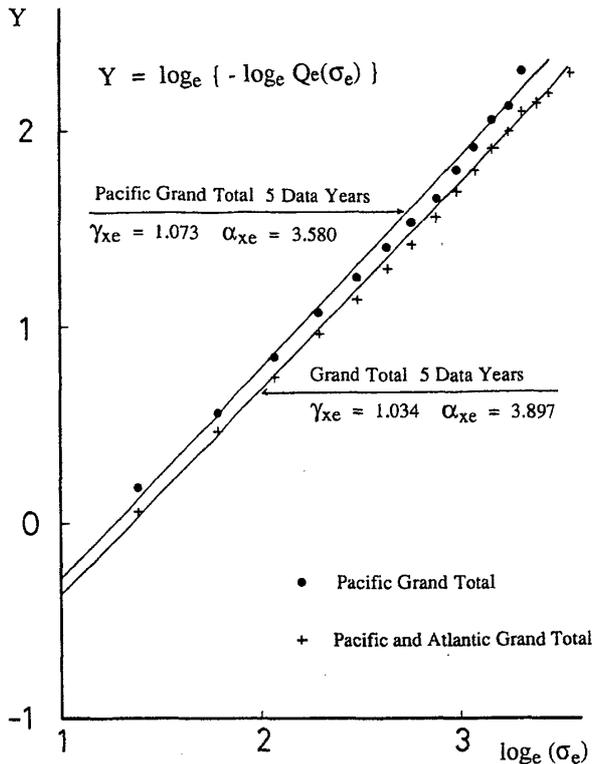


Fig. 9 Extreme distribution of wave induced deck stress measured by scratch gauges (Weibull probability paper, σ_e : KPSI)

ープの最大値 R_e が対象となる。したがって、 R_e の分布形も、元になるグループの個数に応じて変化する。 R_e の分布を求めるシミュレーションの方法は、前節と同様に m 番目の観測値 R_m は直前の値 R_{m-1} に対し式(9)に従う範囲の値であるとして行った。

4時間計測の場合の R_e 分布は前述のようにワイブル分布で近似できたが、24時間計測の場合も同様にワイブル分布で近似できる。

γ_r を1.0, 1.5, 2.0として、各々の γ_r に対して α_{re}, γ_{re} を求めるシミュレーションを40回づつ行った。乱数を発生させる初期値(最初の航海に遭遇する海象に相当する)によって、各々のシミュレーション結果は異ってくる。よって、それぞれのパラメータ α_{re}, γ_{re} がどのような値をとり、どのような範囲にバラツキがあるかを、計測時間を変えることによって変化があるのかを検討した。

Fig. 10 に一例として $\gamma_r=1.5$ のときの4時間計測と24時間計測におけるシミュレーションの γ_{re} の値の分布を示す。また、Table 5 にそれぞれのパラメータの平均値、標準偏差を示す。各回ごとのシミュレーションによるパラメータの値は図のように異なったものとなるが、その変動係数は、どの場合でも約10%以内であり、計測時間と関係無く変化は少い。よって、4時間計測から24時間計測に時間を延長しても、得られる R_e の統計量のバラツキ範囲はほとんど変わり無く、24時間計測でも4時間計測と同程度の信頼度が

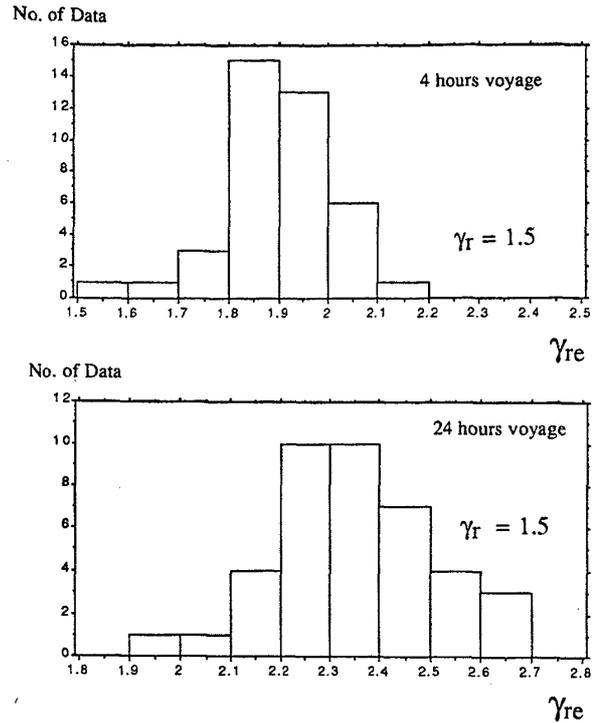


Fig. 10 Distribution of shape parameter of extremal distribution

Table 5 Distribution of parameter of extremal distribution

γ_r		4 hours voyage		24 hours voyage	
		γ_{re}	α_{re}	γ_{re}	α_{re}
1.0	mean	1.200	0.723	1.420	1.023
	standard deviation	0.127	0.071	0.146	0.08
	C.O.V. (%)	10.6	9.8	10.25	7.68
1.5	mean	1.901	0.969	2.348	1.291
	standard deviation	0.111	0.032	0.161	0.037
	C.O.V. (%)	5.83	3.25	6.85	2.85
2.0	mean	2.647	1.069	3.346	1.348
	standard deviation	0.111	0.016	0.283	0.034
	C.O.V. (%)	4.18	1.54	8.46	2.53

有ると言える。

6. 結 言

船舶等の波浪応答を30分を超える時間にわたって計測した場合、得られる応答の極値分布の特性については明らかでなかった。著者らは長時間計測で得られる応答のピーク値は、その特性を与える母数 R が種々の値のレーレー分布の集合であり、さらに R の分布はワイブル分布で近似できると言うことを基本として、次のことを明らかにした。

a) 長時間計測で得られる応答の極値分布は、上記のレーレー分布群の中の R が最大値 R_e であるレーレー分布における極値分布を若干修正したもので与えられ、その分

布は通常の極値統計理論で得られたものに近い。

b) 任意のレーレー分布における R と、その直前のレーレー分布の R とは、30分の時間差に対する応答の変化に対応するもので、相関係数は1に近い値と推定され、 R の標本分布はマルコフ連鎖からとり出された標本分布に従うと推定される。

c) このような特殊な条件を有する R の極値分布は R の母集団の分布がワイブル分布に従うときは、その極値もワイブル分布で近似できる分布になる。

d) R の極値分布がワイブル分布に従うときは、応答の極値の分布もワイブル分布で近似できる分布になる。

以上の解明された現象から、このような計測方法による応答の極値の資料は、これをワイブル分布で近似して母数を推定し、これから種々の推定値を得るのが合理的と結言できる。

波浪応答の計測および解析に、極値統計理論を適用することの利点として、計測記録を圧縮できることがあげられる。この見地から現在実用されている計測時間を延長して、更に計測記録を圧縮することを検討し、それが可能であることを明らかにした。

参 考 文 献

- 1) 真能 創, 河辺 寛: 波浪応答の実船計測の解析における極値統計理論の適用について, 日本造船学会論文集, 第159号, (昭和61年6月) pp. 203~213
- 2) 真能 創, 河辺 寛, 正岡孝治: 波浪応答の実船計測の解析における極値統計理論の適用について(続) 日本造船学会論文集, 第163号, (昭和63年6月) pp. 334~342
- 3) 真能 創他: 海洋波に対する応答の長期分布の理論的推定における想定海象について(第3報), 日本造船学会論文集, 第142号, (昭和52年12月) pp. 49~57
- 4) Epstein, B.: The Distribution of Extreme Values in Sample whose Members are Subject to a Markov Chain Condition, *Annals of Mathematical Statistics*, Vol. 20, 1949, pp. 590~594.
- 5) Ochi, M. K.: Extreme Values of Waves and Ship Responses Subject to the Markov Chain Condition, *Journal of Ship Research*, Vol. 23, No. 3, Sept. 1979, pp. 188~197.
- 6) Fain, R. A. et al.: Result of the First Five DATA YEARS of Extreme Stress Scratch Gauge Data Collected Aboard Sea-Land's SL-7's, Ship Structure Committee, SSC-286 (SL-7-25), (1979).