局部座屈する防撓板の弾塑性挙動解析（その1）

——圧縮を受ける矩形板の弾塑性挙動解析法——

正員 遠藤久芳* 正員 田中義照**

The Elasto-plastic Behavior Analysis of Stiffened Plates Collapsing with Local Buckling Mode (1st Report)

——The Analysis Method for Rectangular Plates Subjected to Compression——

by Hisayoshi Endo, *Member* Yoshiteru Tanaka, *Member*

Summary

Stiffened plate is a fundamental component of ship hull. The main purpose of the study is to present an analysis method which may be easy but effective to get a good estimation of stress-deflection behavior of stiffened plates. A rectangular plate subjected to uni-axial compression is the main target in the first report.

The proposed method is called "AEPM (advanced elastic plastic method)" as it is based both on the elastic large deformation analysis and on the plastic analysis. AEPM has been found to be effective in the region not only pre-ultimate but also post-ultimate by taking advantage of a refined equation derived from FEM data base as a regression curve. It has been verified by comparing its results with FEM that AEPM keeps as good precision as FEM and it is available for the wide range of structural characteristics including plate slenderness ratio, residual stress, initial deflection and plate aspect ratio.

1. 緒　　言

防撓板は船体構造を構成する基本的要素であり，その強度のみならず撓みや歪などの変形挙動を把握することは設計上重要である。圧縮を受ける防撓板に関しては，これまでに多くの実験的および理論的研究が進められてきており，この結果その耐力限界および同限界に至るまでの座屈変形挙動などについては信頼しうる推定が可能となっている。

ところで，防撓板を船体などの全体構造を構成する1要素として取り上げる場合には，最大耐荷力までの挙動を知るだけでは不十分である。ハルガーダ全体としての最大耐荷力を求めようとすれば，部分的には耐力限界を越えている要素の荷重-撓み挙動を精度良く推定することが重要となる。本論文では，耐力限界を越えた広い弾塑性範囲における防撓板の挙動を解析することを目指す。このために，第1報では先ず，防撓板の主構成要素である矩形板が圧縮を受けて座屈変形する場合を取り上げて，その弾塑性挙動を推算する簡略な解析法を示す。

耐力限界および同限界後の弾塑性挙動を求めるための最も信頼しうる方法は，FEM を利用することが考えられる。Smith ら[1),2)] は船体縦強度を求める目的で FEM による弾塑性大撓み解析を行った。上田ら[14)] は，組み合わせ荷重を受ける矩形板の耐力限界後挙動を表現する理想化構造要素法を開発した。しかし，FEM などの計算により多数の防撓板要素の弾塑性計算を行うのは時間的に煩わしく設計支援用としては実用的でない。

このために，弾塑性挙動を解析的に求めるための試みがなされてきた。圧縮を受ける矩形板の挙動を対象としてこれまでに提起されてきた解析法は凡そ，弾性大撓みを考慮した弾性解析と，塑性関節を仮定した塑性解析を別個に行って，両解析法を使い分けることにより，主として耐力限界を求めることを目指したものであった。弾性解析におい

* テクノスーパーライナー技術研究組合
(研究当時, 運輸省船舶技術研究所)
** 運輸省船舶技術研究所構造強度部

原稿受理　平成4年7月10日
秋季講演会において講演　平成4年11月9, 10日

ては，座屈変形による有効幅減少を評価したKarmanやMarguerreの近似式や，応力関数を用いた弾性大撓み計算から導かれた式[4)-7)]が用いられてきた。塑性解析においては，塑性変形がある関節線上に集約されると仮定した塑性関節理論が用いられて[8)-10),5)]きた。

これまでに開発されてきた解析的手法によれば，圧縮を受ける矩形板の耐力限界を求める場合は，耐力限界直前までは弾性的に挙動すると仮定し，以下の2種類の限界状態を耐力限界の目安としている。

①荷重方向と平行な辺の縁応力[4),7)]または他の一部が[11),12)]降伏応力に達したとき。

②弾性解析から得られた荷重-撓み関係が，塑性解析から得られた荷重-撓み関係曲線と交差するとき[5),6)]。

藤田ら[5)]は弾性挙動の解析で，圧縮残留応力域における降伏の影響を，大坪ら[4)]は横撓み変形した凹面側表面の降伏の影響を，それぞれ取入れて簡略的に塑性化による耐力の低下を評価した。以上の手法によれば，強度については精度良い推定が可能であることがそれぞれ確認されている。しかし，耐力限界状態前後における実際の挙動は弾性変形と塑性変形の両成分の和であるので，基本的には弾性と塑性を別個に扱っている上述の手法では変形挙動推定に限界がある。

一方，耐力限界後の挙動および残余強度について解析的に取り上げた研究は少ない。Murrayは圧縮応力分布を陽に表した塑性解析法を提起し[8)]，パネルのみならずフラットバー防撓材も含めた塑性崩壊のメカニズムおよび耐力限界後挙動が定性的にうまく説明できることを示した[9)]。Carlsenら[13)]はT型ストラットの圧壊実験を行い，このMurrayの塑性解析が圧壊後挙動と良く一致することを確認したと報告している。しかし，塑性解析は細長比のごく小さな防撓板の耐力限界後挙動を近似的に表すことはできるものの，一般には耐力限界後挙動といえども弾性変形が無視できない程度存在するので不正確になる。

矢尾ら[6)]は，以上の各解析的手法を発展させて弾塑性域における横撓みおよび面内歪などの変形挙動を表す簡略な解析法を開発した。耐力は上述の②で定義し，圧縮を受けるパネルの挙動を耐力限界までは弾性大撓み解析に従い，耐力限界後は塑性解析に従うものと仮定した。ただし，FEM計算結果と合せるために，塑性解析結果に人為的な修正を加えている。矢尾の解析法は，パネルの種々の細長比(β)，初期撓み，残留応力をカバーしており，耐力のみならず耐力限界後の耐力低下時の挙動についてもFEM計算結果と良い対応を示した。

以上に述べた解析法においては，それぞれ目的とした成果を達成しているものの以下に列記する問題点は未解決である。

1) 実際のパネルの横撓みは弾性成分と塑性成分の和であり，耐力限界状態およびその前後を区別して，弾性解析と塑性解析を選択するのは物理的に不正確である。

2) 上述の①または②の耐力限界は，経験的に設定されたものであり，それぞれ以下の問題がある。

①，②共に耐力限界直前までは弾性変形挙動を仮定しているために，耐力を過大評価するおそれがある。

①によれば，残留応力の影響を直接評価できないために，残留応力による耐力の低下については過小評価する。

これまでの解析法では，以上の問題は未解決のままFEM計算などによる精度検証を実施して実用に供されてきた。

そこで本報告では，上述の問題を解決する簡便な解析的手法を提起する。本解析法の妥当性をFEM算との比較により確認した後，これまでの解析法の問題点を再評価する。

2. 解　析　法

弾塑性応力状態にある矩形板の変形を，弾性成分と塑性成分の和として考えることができる。これに伴って，圧縮応力についても弾性変形に起因する成分と塑性変形に起因する成分との和であると見なすことにする。弾性成分は弾性大撓み解析を用いて評価し，塑性成分は塑性関節理論に基づく塑性解析により評価する。今回開発した弾塑性解析法は弾性解析と塑性解析を併用することから，以後においてはAEPM (Advanced Elastic Plastic Method) と称することにする。

パネルの応力レベルは，一軸圧縮の膜応力のみ考慮することにする。従って，降伏の判定はパネルの中心面の応力状態により決定しパネル表面の曲げ応力の影響を無視する。

2.1 計算モデル

縦方向に圧縮を受ける矩形板の計算モデルをFig. 1に示す。

船体甲板などの一様な連続したパネルが，Fig. 2のような

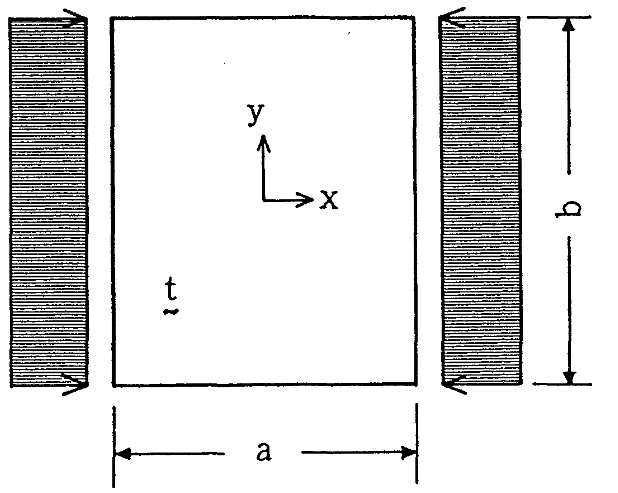


Fig. 1 A rectangular plate subjected to uni-axial compression

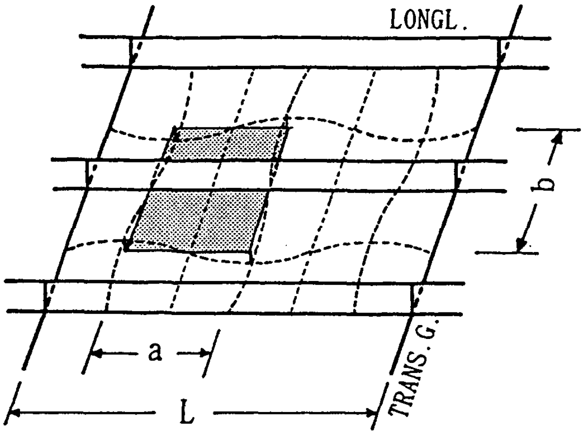


Fig. 2 Local buckling mode

局部座屈モードで崩壊する場合を想定し，その最小単位である1局部座屈モード長および1ロンジスペースを対象範囲とした。このパネルには初期撓みや残留応力等の初期不整の存在を考慮する。

この計算モデルの境界条件を，連続パネルの条件から以下のように設定する。周辺はそれぞれ座屈モードの腹にあたるので，対称条件から各辺はすべて面内変位に関しては直線を保ち，回転を拘束する。また，座屈モードの節にあたる中心線上（x=0 および y=0）において単純支持条件を与えた。実際のパネルの横撓み形状は，初期不整等の影響を受けて複雑であると考えられるが，強度解析上は座屈モード成分の変形が支配的となることが分かっているので，本報告では初期撓みおよび全撓み形状をそれぞれ以下の（1），（2）式のような1半波長成分のみとして表す。

初期撓み；

$$w_r = W_r \cdot \sin(\pi x/a) \cdot \sin(\pi y/b) \tag{1}$$

全撓み；

$$w = W \cdot \sin(\pi x/a) \cdot \sin(\pi y/b) \tag{2}$$

残留応力分布を Fig. 3 のようにモデル化する。

材料は完全弾塑性体と仮定し，応力および歪の符号は圧縮を正として取扱うこととする。

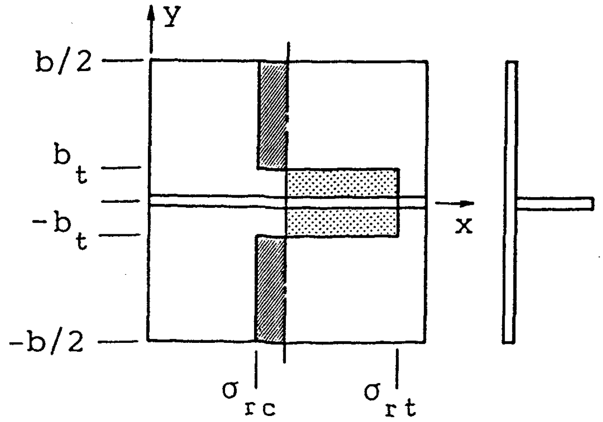


Fig. 3 Distribution of residual stress

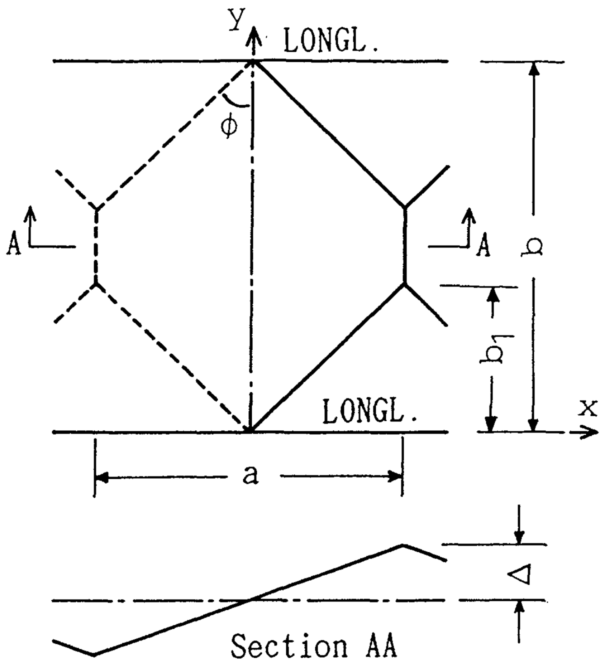


Fig. 4 Hinge lines and plastic deflection

2.2 弾性解析法と塑性解析法

採用した弾性解析法および塑性解析法の概要については Appendix に記した。

弾性大撓み解析から得られた（A1）式を，初期不整として残留応力 σ_{rc} および初期撓み W_r を有する矩形板に適用する。弾性撓み成分 W_0 と弾性応力成分 σ_0 との関係を次の（3）式で表す。

$$\sigma_0 = f_0(W_0, W_r, \sigma_{rc}) \tag{3}$$

塑性解析において仮定した局部崩壊メカニズムの塑性関節線および塑性撓みモードを Fig. 4 に示す。このモードは Fig. 2 に示す弾性座屈モード形状と対応させた。塑性解析から得られた（A8）式は，初期撓み Δ_0 を有する矩形板に塑性変形による付加撓み Δ_{p1} が生じるときの平均圧縮応力の変化 $\overline{\sigma_{p1}}$ を示している。次に，（A8）式を再掲する。

$$\overline{\sigma_{p1}} = f_p(\Delta_{p1}, \Delta_0) \tag{4}$$

2.3 解析の基本構想

強制変位を受けて圧縮される矩形板が弾性状態から弾塑性状態に移行していく場合のパネルの平均圧縮応力と横撓みの関係を，模式的に Fig. 5 に示す。横撓みの増加に伴い，以下の 1)～3) のような過程をたどると考えられる。

1) 弾性状態においては，（3）式の曲線 f_0 に沿って点Aから点Bまで荷重が増大する。

2) 初期降伏点Bを越すと，もし弾性状態のままなら点Bから点 C_1 へ移行するはずであったのが，塑性化の影響を受けて実際にはBから D_1 へと変化する。

3) その後同様に，弾性状態なら $C_2, C_3, \cdots$ へと移行するはずなのが，D_2, D_3，という挙動を示し，やがて耐力限界を過ぎて荷重が減少していく。

解析を進めるため以下の仮定を設ける。

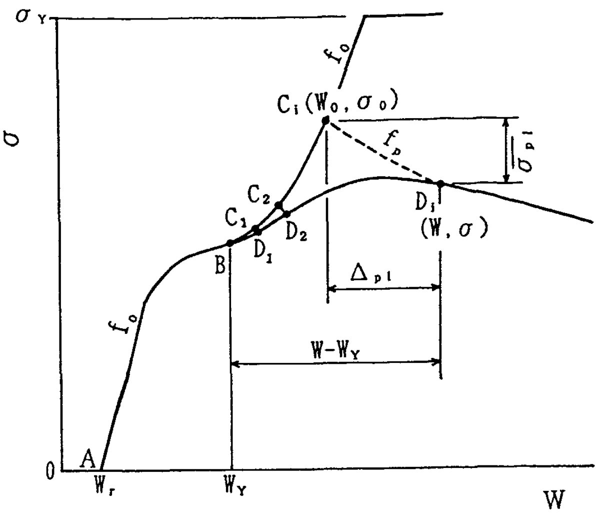


Fig. 5 Conceptual scheme of AEPM

A) 塑性撓み変形は塑性関節線上にのみ生じ，他の領域では弾性撓みのみ生じる。全撓みを(3)式で与えられる弾性成分と(4)式で与えられる塑性成分の和と見なす。

B) C_i から D_i に至る状態量の差 $\overline{\sigma_{p1}}$, $\varDelta_{p1}$ は，初期撓みを $\varDelta_0=W_0$ と想定した(4)式により与えられる(Fig. 6参照)。

$$\varDelta_0=W_0$$
$$\varDelta=\varDelta_0+\varDelta_{p1}=W \qquad (5)$$

以上の仮定においては，変形モードの形状が互いに異なる弾性変形量Wと塑性変形量 $\varDelta$ を等価な加算可能な値として扱うことになる。B)の仮定は，塑性変形による影響はFig. 5における点 C_i と点 D_i との差であり，塑性変形 $\varDelta_{p1}$ によって $\overline{\sigma_{p1}}$ の応力低下が生じたと想定したことになる。

2.4 解析手順

弾性状態(Fig. 5の点Aから点Bまで)においては，横撓み W_0 と平均圧縮応力 σ_0 との関係を(3)式から求めることができる。また，初期降伏(点B)を弾性大撓み解析から得られる圧縮応力最大の位置(Fig. 3の $y=\pm b_t$ 線上)において膜応力が降伏応力に達した時点と定義する。

初期降伏後においては，弾性大撓み解析と塑性解析を併用するので解析手順は複雑となる。まず，Fig. 5から以下の関係を得ることができる。

$$W=W_0+\varDelta_{p1} \qquad (6)$$
$$\sigma=\sigma_0-\overline{\sigma_{p1}} \qquad (7)$$

Wと $\varDelta_{p1}$ を未知パラメータとして，(3)～(7)式を解くことにする。まずWの値を適当に与え，Fig. 7に示す手順に従って，点 D_i, C_i における応力値 σ, σ_0 を知ることができる。ここに，$\varDelta_{p1}$ は，次の2.5節において別途導出した(9)，(10)式により $(W-W_Y)$ の関数としてその値が求められる。

2.5 塑性撓み近似式の導出

初期降伏後の変形増分 $(W-W_Y)$ と塑性撓み $\varDelta_{p1}$ との間には密接な関係が存在すると考えられる。そこで，FEM計算により両変数の関係について調べてみる。ここに，W_Y は初期降伏時の横撓みを表す。

Fig. 2の矩形板を計算対象とし，これを10×10のシェル要素に分割した。使用した要素の特性および解析条件を以下に記す。

要素特性；厚肉シェル(面外剪断変形考慮)
4角形4節点，1節点6自由度
BILINEAR変位関数
積分点は平面上4点，板厚方向11層

解析条件；大変形考慮，材料特性は完全弾塑性

計算対象範囲は，1局部座屈モード長とした。要素分割の細かさに対する計算精度の検証を事前に行って，10×10の分割を用いれば十分な精度を確保できることを確認した。「平均圧縮応力～横撓み(σ～W)」関係について，弾性FEM計算から得られた結果と，弾性大撓み解析による(A1)式

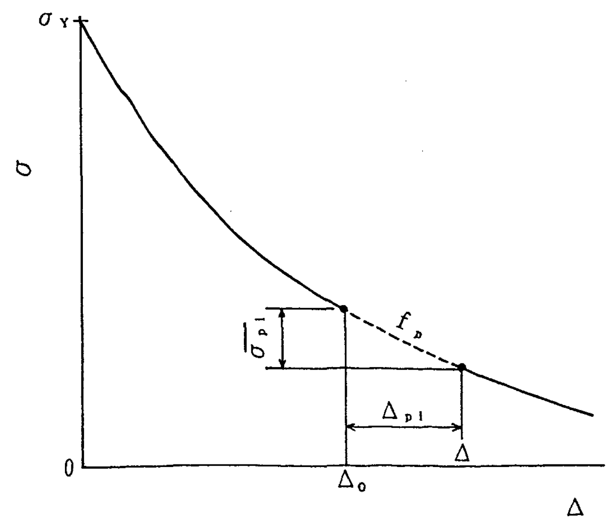


Fig. 6 Stress deflection relationship by the plastic analysis

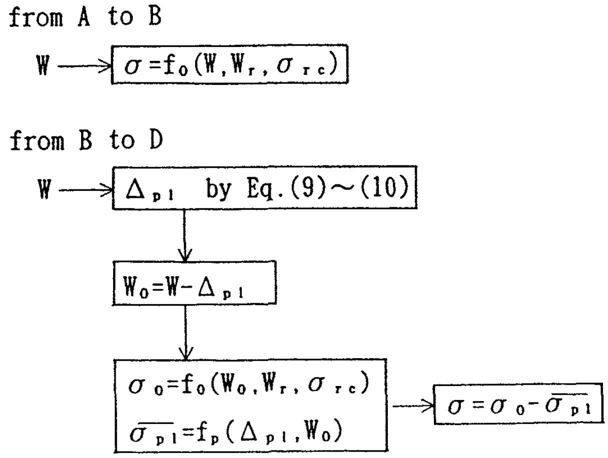


Fig. 7 Analysis flow

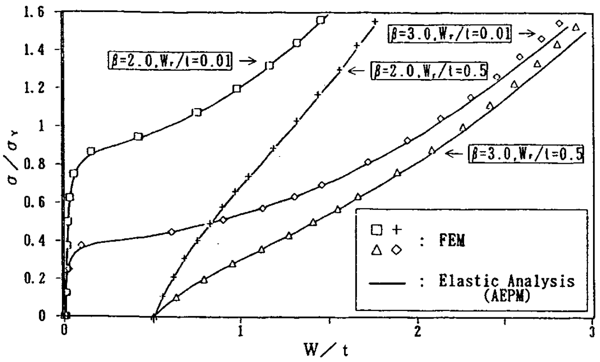


Fig. 8　Comparison of Elastic Analysis with FEM

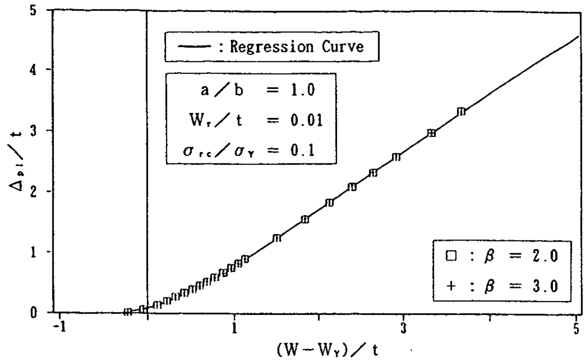


Fig. 10　Relationship between total deflection $[W-W_Y]$ and plastic deflection $\varDelta_{pl}$ (with residual stress)

から得られる結果を比較して Fig. 8 に示す。同図より，弾性大撓み解析式(３)式は FEM 計算とよく対応していることが確認された。

次に，弾塑性 FEM 計算から得られた「平均圧縮応力～横撓み $(\sigma\sim W)$」関係が(３)～(４)式の解析式に従いながら，Fig. 5 の点 D_1, D_2, …の状態量を示すものと想定する。点 D_i における塑性成分が(４)式により評価できるものとみなせば，曲線 f_p と曲線 f_0 との交点として，点 C_i の状態量 W_0, σ_0 を得ることができる。点 D_i における塑性撓み成分 $\varDelta_{pl}$ は，点 C_i との状態量の差から $\varDelta_{pl}=W-W_0$ として評価される。以上の手順を繰り返すことにより，FEM 計算結果を基にして，初期降伏後の変形増分 $(W-W_Y)$ と塑性撓み $\varDelta_{pl}$ との関係についてのデータベースを得ることができる。

初期撓み $W_r\fallingdotseq 0$, 残留応力 $\sigma_{rc}=0, 0.1\sigma_Y$ とした正方形板 $(a/b=1)$ を取上げ，細長比 β を種々変えて FEM 計算を実施して $(W-W_Y)$ と $\varDelta_{pl}$ との関係を得た結果を Fig. 9, 10 にマークにて示す。これらの結果をデータベースとして，$(W-W_Y)$ と $\varDelta_{pl}$ との関係を表す近似式を導出する。このデータベースは矩形板の細長比および平均圧縮歪に関して次の範囲をカバーしている。

$$2.0<\beta<3.75,\quad \varepsilon<5\varepsilon_Y \tag{8}$$

$(W-W_Y)/t$ と $\varDelta_{pl}/t$ との関係は，細長比 β の大きさにほとんど影響されず (Fig. 9 参照)，残留応力の大きさに若干依存している (Fig. 10 参照) ことが分かる。そこで $(W-W_Y)$ と $\varDelta_{pl}$ との関係を以下の式で近似する。

$(W-W_Y)/t<0.4$ のとき，

$$\varDelta_{pl}/t=g_1((W-W_Y)/t+0.30)^{g_2}$$

$(W-W_Y)/t\geqq 0.4$ のとき，

$$\varDelta_{pl}/t=g_3(W-W_Y)/t+g_4 \tag{9}$$

最小２乗法検定を行った結果，係数 g_1～g_4 として次の値を得た。

$$g_1=0.702-0.197(\sigma_{rc}/\sigma_Y),\quad g_2=1.57$$
$$g_3=0.955-0.267(\sigma_{rc}/\sigma_Y),\quad g_4=0.019 \tag{10}$$

(９)，(10)式を用いた場合の $\varDelta_{pl}$ と $(W-W_Y)$ との関係を示す回帰曲線を Fig. 9, 10 に示す。この曲線は FEM 計算結果と極めて良く一致していることが分かる。

次に，初期撓みが在る場合 $(W_r/t=0.5)$ について，(９)，(10)の近似式と FEM 計算結果を比較して Fig. 11 に示す。この場合にも，近似式は FEM 計算結果と良好な対応を示している。初期撓み無しの場合を基にして得られた近似式であるが，初期撓みが在る場合についてもそのまま適用可能であると期待できる。

同様にして，細長比が小さい厚板の場合についても，FEM 算結果をデータベースとして $(W-W_Y)$ と $\varDelta_{pl}$ との関係を表す近似式を導出する。このデータベースは矩形板

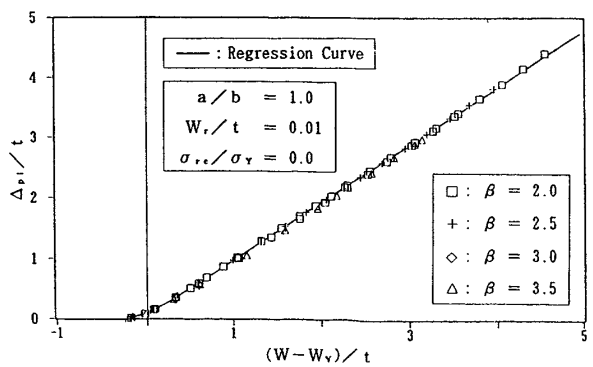


Fig. 9　Relationship between total deflection $[W-W_Y]$ and plastic deflection $\varDelta_{pl}$

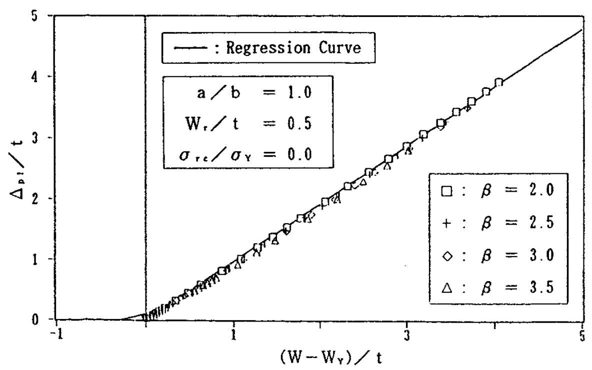


Fig. 11　Relationship between total deflection $[W-W_Y]$ and plastic deflection $\varDelta_{pl}$ (with initial deflection)

の細長比および平均圧縮歪に関しての次の範囲をカバーしている。

$$1.5<\beta<1.9, \quad \varepsilon<5\varepsilon_Y \tag{11}$$

この領域のパネルは座屈変形する前に降伏してしまい座屈後の挙動はあまり問題にならない。そこで，近似式は以下のように(9)式よりも簡略なものとした。

$$\Delta_{p1}/t=0.92(W-W_Y)/t+0.21 \tag{12}$$

2.6 平均歪の算定

前節までは，撓み変形に着目して平均圧縮応力〜横撓み関係を求めてきた。ここでは，AEPMを用いた圧縮歪の算定法について述べる。なお以後において，一様な圧縮を受けるパネルの荷重方向の縮み量を元の長さで除した値を平均歪と称することにする。上田ら[14]の定義による，面外変形しない等価な仮想平板の歪がこの平均歪に相当する。

歪を，弾性成分および塑性成分に分けて取扱う。Fig. 5の点D_1における平均歪εは，点C_1の状態量から得られる弾性成分と点C_1〜D_1間に増加する塑性成分との和であると考えられ，以下の式を得る。

$$\varepsilon=\varepsilon_0+\overline{\varepsilon_{p1}} \tag{13}$$

ε_0, $\overline{\varepsilon_{p1}}$ は (A2)，(A9) 式により与えられる。

3. 解析精度の検証

AEPMを用いて，圧縮を受ける矩形板の弾塑性挙動解析を行い，FEM計算結果と比較して計算精度を検証する。

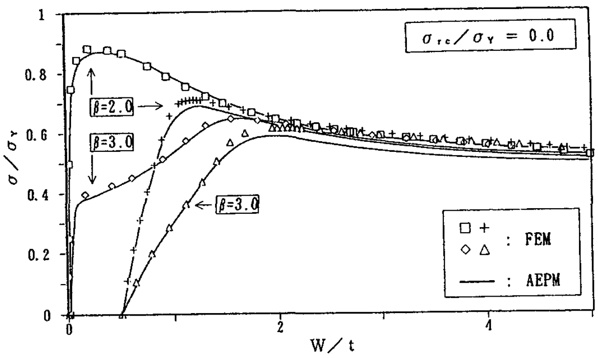
矩形板の初期撓みW_r，残留応力σ_{rc}，細長比βおよび形状a/bが種々異なる場合について，AEPMにより求めた「平均圧縮応力〜横撓み」関係および「平均圧縮応力〜平均歪」関係をFEM算結果と比較してFig. 12〜14に示す。AEPMでは，任意の撓み値に対して応力や歪を求めることができるので，計算ステップの精粗は計算精度に影響しない。これに対して，FEMでは大変形および塑性化を扱う都合上，計算ステップの精粗は計算精度に大きく影響することになる。ここでは，FEM計算はその精度を損わないようにステップの刻みを十分細かくした。初期撓みが無い場合を取上げる場合には，計算の便のため実際には$W_r/t=0.01$とした。

Fig. 12から，AEPMは細長比および残留応力のいかんに関わらず，耐力限界強度のみならず限界後挙動を極めて良好な精度で推算していることが分かる。これは，Fig. 9に示されるように，(9)，(10)の近似が良好であった結果である。また，撓みの近似式をベースにした解法であるにも関わらず，歪の推定精度もほぼ満足すべき程度であった。AEPMはパネル表面の曲げ応力を無視して，膜応力のみで降伏の判定を行っているにも関わらず，曲げ応力まで算入しているFEM計算と同様の計算結果を得ることができた。

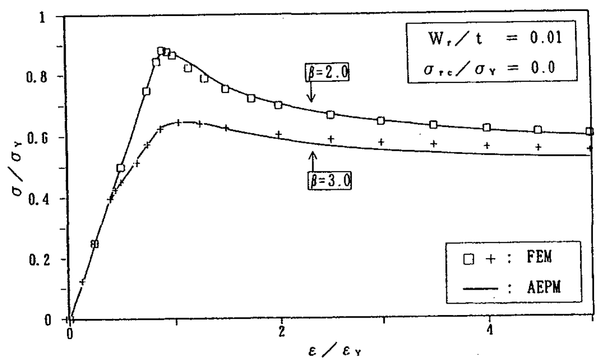
初期撓みが在る場合については，AEPMは耐力限界および限界後の強度についてやや安全側の推定をしている。初期撓みが在る場合のAEPMの推定誤差は，平均応力ベースで以下の通りであった。

	耐力限界強度	限界後強度
$W_r/t=0.5$	−4〜7%	−6%
$W_r/t=1.0$	−3〜7%	−9%

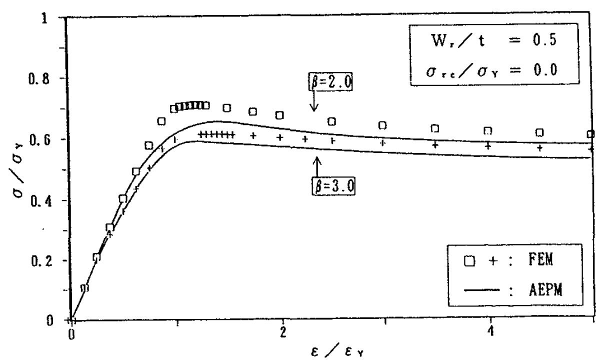
Fig. 13は残留応力が在る場合についての計算例である。AEPMは，初期撓みが在る場合は前例と同様にやや安全側の推定をするものの，残留応力の存在のいかんによる計算精度の低下は見られない。これは，Fig. 10に示されているように，(9)，(10)の近似式が残留応力の影響を精度良く表している結果である。初期撓みが存在する場合に，AEPMによる弾性挙動の推算結果にやや誤差が見られる



(a) Stress deflection relationship

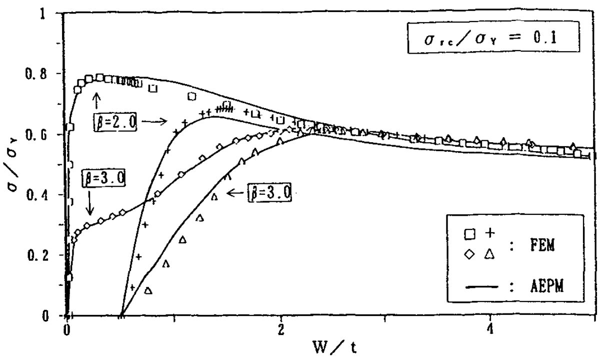


(b) Stress strain relationship

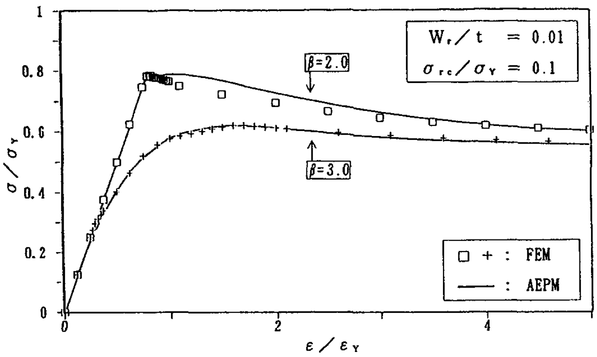


(c) Stress strain relationship (with initial deflection)

Fig. 12 Comparison of AEPM with FEM



（a）　Stress deflection relationship



（b）　Stress strain relationship

Fig. 13　Comparison of AEPM with FEM (with residual stress)

(Fig. 13a 参照)。これは，Fig. 11 に示されているように，(９)，(10)の近似式が弾性域でやや誤差が在ることに起因している。

Fig. 14 は，計算モデルの縦横比が異なる場合 (a/b=0.5, 0.7, 1.0) について AEPM を適用した結果を示す。耐力限界までの挙動および耐力限界強度については，AEPM は縦横比によらず良好な推定を与えており，縦横比と耐力限界強度の関係について見通しのよい推定が可能である。しかし，耐力限界後の挙動推定においては a/b の値が 1 からはずれるのに伴い誤差が大きくなる。AEPM の a/b に対する適用限界は，a/b=0.7～1.0 程度であると考えられる。a/b=0.5～0.7 のモードで崩壊が進む場合については，AEPM は限界後強度を過大評価し，非安全側の推定値を与える。この不都合を改善するためには，a/b をパラメータとして(９)式を手直しすればよいと考えられる。

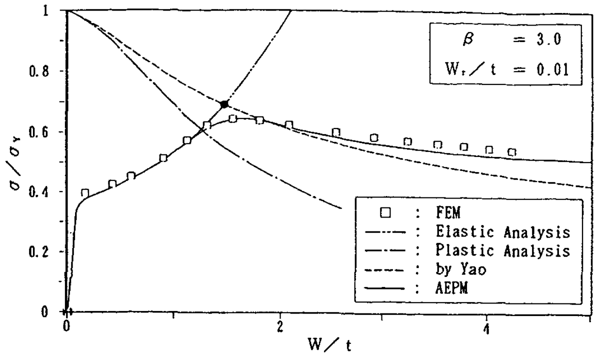


Fig. 15　Comparison with other methods

矢尾ら[6]の解析法による計算結果と AEPM による計算結果とを比較して Fig. 15 に示した。矢尾らの解析法は，耐力限界までの挙動については(３)式を，耐力限界後は $\Delta_0=0$ とおいた(４)式を用いた場合にほぼ対応する。ただし，塑性解析法は Murray の方法ではなく藤田ら[5]の方法を採用している点，および横撓み W として塑性撓み Δ に人為的な係数を乗じた次式を用いている点が異なっている。

$$W=\Delta\cdot\sigma_Y/\sigma \tag{14}$$

FEM 計算と比較すると，AEPM は極めて良好な推算結果を与えていることが分かる。一方，矢尾らの解析法によれば耐力限界強度をやや高めに推定し，W/t の大なる領域で推算誤差が大きくなる。

(９)，(10)式の本来の適用範囲は(８)式に示すように，細長比が $2.0<\beta<3.75$ の領域である。しかし実際に(９)，(10)式を用いて，計算精度を検証した結果によれば，$1.9<\beta<4$ において満足しうる精度が得られた。細長比が小さな場合についての AEPM の解析結果を Fig. 16 に示す。$\beta<1.9$ の場合には(11)式を用いた。AEPM は FEM 計算結果と良好な対応を示した。

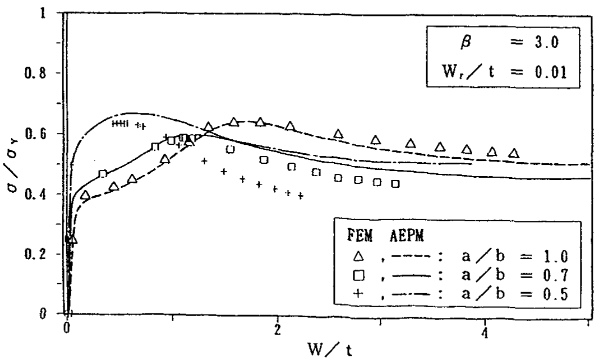


Fig. 14　Stress deflection relationship (influence of aspect ratio 'a/b')

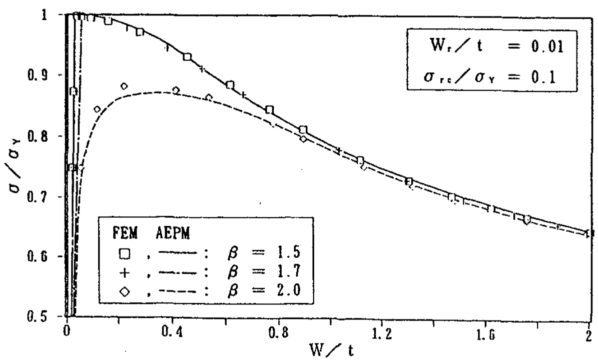


Fig. 16　Stress deflection relationship for the case of thick plates

4. 結　　言

初期降伏後の撓み増分と塑性撓み増分との相関関係に着眼すれば，パネルの弾塑性挙動を簡素に整理できることが分かった。この相関関係について，FEM 計算結果をデータベースとして近似式を導出した。この近似式は，パネルの細長比，縦横比および初期撓みなどの大きさに関わりなく適用できる簡便さを有している。

この近似式を利用し，弾性大撓み解析と塑性解析を併用する AEPM 法を提起した。パネルの弾塑性挙動解析に AEPM を用いてその精度等を検証した結果は以下の通りであった。

1) 撓みおよび歪などの弾塑性挙動について，極めて短時間に詳細 FEM と同程度の精度で計算することができる。
2) 耐力限界強度のみならず，耐力限界後の挙動についても精度の高い推算が可能となる。
3) パネルの細長比や残留応力が種々変化した場合についても，精度を保持することができる。
4) 初期撓みが大きい場合および，パネル崩壊モードの縦横比 (a/b) が1から大きくはずれる場合には推定誤差が無視できなくなる。

以上の検討結果から，AEPM は船体縦強度の解析に極めて有用な手法であるといえる。今後は，本解析法を防撓材を含めた防撓板全体に適用範囲を拡張して，種々の防撓板について耐力限界前後の挙動解析を可能とするよう発展させていく予定である。

参 考 文 献

1) C. S. Smith: Compressive Strength of Welded Steel Ship Grillages, Trans. RINA, Vol. 117, 1975
2) R. S. Dow, R. C. Hugill, J. D. Clark and C. S. Smith: Evaluation of Ultimate Ship Hull Strength, Proc. Symp. on Extreme Loads Response, Arlington, U. S. A., 1981
3) 田中義照, 遠藤久芳：防撓材の局部座屈を伴う防撓板の圧縮強度(その2), 日本造船学会論文集, 第169号, 1991
4) 大坪英臣, 山本善之, 李雅栄：幅広平板の圧壊強度の研究, 日本造船学会論文集, 第142号, 1977
5) 藤田譲, 野本敏治, 仁保治：防撓板の圧縮強度について(第2報), 日本造船学会論文集, 第144号, 1978
6) T. Yao and P. I. Nikolov: Progressive Collapse Analysis of a Ship's Hull under Longitudinal Bending, J. of The Soc. of Naval Archiects of Japan, Vol. 170, 1991
7) H. Endo, Y. Tanaka, G. Aoki, H. Inoue and Y. Yamamoto: Longitudinal Strength of the Fore Body of Ships Suffering from Slamming, Naval Architecture and Ocean Engineering, Vol. 27, S. N. A. J., 1990
遠藤久芳他：スラミングを受ける船首部の縦強度, 日本造船学会論文集, 第163号, 1988
8) N. W. Murray: Das aufnehmbare Moment in einem zur Richtung der Normalkraft shräg liegenden plastischen Gelenk, die Bautechnik, Vol. 2, 1973
9) N. W. Murray: Buckling of Stiffened Panels Loaded Axially and in Bending, The Structural Engineer, No 8, Vol. 51, 1973
10) 田中義照, 遠藤久芳：防撓材の局部座屈を伴う防撓板の圧縮強度, 日本造船学会論文集, 第164号, 1988
11) 安藤文隆：永久挫屈（凹損）より見た船底外板の圧縮強度について, 造船協会論文集, 第97号, 1955
12) T. Yao and P. I. Nikolov: Stiffness of Plates after Buckling, Trans. Kansai Soc. Naval Arch., Vol. 215, 1991
13) C. A. Carlsen, W. J. Shao and S. Fredheim: Experimental and Theoretical Analysis of Post Buckling Strength of Flatbar Stiffeners Subjected to Tripping, DuV Technical Report, No. 80-149, 1980
14) Y. Ueda, S. M. H. Rashed and Y. Abdel-Nasser: An Improved ISUM Rectangular Plate Element, J. of The Soc. of Naval Architects of Japan, Vol. 171, 1992

Appendix 矩形板の弾性解析法および塑性解析法

(1) 弾性解析法

弾性大撓み解析によれば，圧縮を受ける矩形板の弾性状態における「平均圧縮応力～横撓み ($\sigma-$W)」および「平均圧縮応力～平均圧縮歪 ($\sigma\sim\varepsilon$)」関係は以下のように表される。式の導出の詳細については文献10), 3)を参照されたい。

平均圧縮応力 σ と横撓みWとの関係式；

$$\sigma=\sigma_{cr}(1-W_r/W)+\sigma_k(1+\alpha^4)-B\sigma_Y-Q \tag{A 1}$$

平均圧縮応力 σ と平均圧縮歪 ε との関係式；

$$\varepsilon=(\sigma+Q)/E+\pi^2(W^2-W_r^2)/8a^2 \tag{A 2}$$

ただし，

$$\begin{cases}\sigma^*\leqq\sigma_Y & \text{のとき}\quad Q=0\\ \sigma^*>\sigma_Y & \text{のとき}\quad Q=(\sigma^*-\sigma_Y)(b-2b_t)/b\end{cases}$$

ここに，

$$\alpha=a/b$$
$$2b_t/b=\sigma_{rc}/(\sigma_{rc}+\sigma_{rt})$$
$$\sigma_{cr}=\pi^2E(1+\alpha^2)^2(t/a)^2/12/(1-\nu^2)$$
$$\sigma_k=\pi^2E(W^2-W_r^2)/16/a^2$$
$$B=b/\pi/(b-2b_t)\cdot\sin(2\pi b_t/b)$$
$$\sigma_e=\sigma_{cr}(1-W_r/W)+\sigma_k(3+\alpha^4)-B\sigma_Y$$
$$\sigma^*=\sigma_e+\sigma_{rc}-2\sigma_k(1+B)$$

Qはパネル中央部の圧縮残留応力域が降伏した場合の修正項であり，藤田ら[5]の定式化によった。従って，弾性解析ながらも圧縮応力による塑性化の影響は評価されている。σ_Y は降伏応力，σ_{cr} は弾性座屈応力，σ_{rc} は圧縮残留応力，σ_e は荷重と平行な単純支持辺（防撓材接合線上）の応力である。残留応力を考慮する場合，防撓材接合線上では，σ_Y に

等しい引張残留応力が存在するので，この部分における理論上の弾性限界は $\varepsilon=2\varepsilon_Y$, $(\sigma_e=2\sigma_Y)$ である。

（2）塑性解析法

塑性関節を仮定する塑性解析法としては，藤田らの方法[5]や Murray の方法[8]が知られている。本報告では，圧縮応力の分布が陽に表されており，また防撓材の解析に有効であると考えられる Murray の方法を採用する。Murray に従えば，Fig. 4 のパネル部における圧縮応力 $\sigma(y)$ と撓み Δ との関係を以下のように表すことができる。

$0<y<b_1$ のとき

$$\sigma(y)=\sigma_Y[\{(vy/K)^2+1\}^{1/2}-vy/K] \qquad \text{(A 3)}$$

$b_1<y<b/2$ のとき

$$\sigma(y)=\sigma_Y\{(v^2+1)^{1/2}-v\} \qquad \text{(A 4)}$$

全体の平均圧縮応力は(A 3)，(A 4)式で表される分布応力の幅 b における平均値として以下のように求められる。

$$\sigma_{p1}(\Delta)=\sigma_Y b_1[(V^2+1)^{1/2}-V +(1/V)\ln\{V+(V^2+1)^{1/2}\}]/b +\sigma_Y(b-2b_1)\{(v^2+1)^{1/2}-v\}/b \qquad \text{(A 5)}$$

ここに，$V=v/\sec^2\phi$, $v=2\Delta/t$

$K=b_1\sec^2\phi$, $b_1=(a/2)\cot\phi$

Fig. 5 の塑性変形に伴う圧縮歪 ε_{p1} を以下のように表すことができる。

$$\varepsilon_{p1}(\Delta)=2\Delta^2/a^2 \qquad \text{(A 6)}$$

次に初期撓みの影響を評価する。初期撓み Δ_0 を有する矩形板に塑性変形による付加撓み Δ_{p1} が生じる場合について(A 3)～(A 6)式を適用すると，各撓みの間に以下の関係式を用いることができる。

$$\Delta=\Delta_0+\Delta_{p1} \qquad \text{(A 7)}$$

初期撓み Δ_0 を有する矩形板が塑性変形する場合において，撓み変形による圧縮応力の低下 $\overline{\sigma_{p1}}$ および圧縮歪の変化 $\overline{\varepsilon_{p1}}$ を次式で表すことができる。

$$\overline{\sigma_{p1}}=\sigma_{p1}(\Delta_0)-\sigma_{p1}(\Delta_0+\Delta_{p1}) \qquad \text{(A 8)}$$

$$\overline{\varepsilon_{p1}}=\varepsilon_{p1}(\Delta_0+\Delta_{p1})-\varepsilon_{p1}(\Delta_0) =2(\Delta_{p1}^2+2\Delta_{p1}\Delta_0)/a^2 \qquad \text{(A 9)}$$

塑性解析においては，残留応力の影響は一切無視した。