

簡易渦モデルを用いた操縦運動中の主船体流体力の成分分離型数学モデル

正員 鳥 野 慶 一* 正員 前 川 和 義*

A Component-type Mathematical Model of Hydrodynamic Forces in Steering Motion Derived by Simplified Vortex Model

by Keiichi Karasuno, *Member* Kazuyoshi Maekawa, *Member*

Summary

One of the authors presented the component-type mathematical model of hydrodynamic forces in steering motion on the basis of kinematic forces acting upon the both ends of the hull. The mathematical model can describe well the forces X , Y and N with large drift angles and tough turning motion. The rotative coefficients in the model are estimated from the static coefficients at oblique motion. The rotative coefficients thus derived are, however, somewhat different from the ones delivered from the experimental data of turning motion.

In order to improve this point, the authors will now break up the hydrodynamic forces into the following components, i. e., ideal flow force, viscous force, induced drag, cross flow drag, cross flow lift and frictional resistance in the normal sense. Then a simplified vortex theory is called upon to evaluate the ideal flow force, viscous lift and induced drag.

As the results, the present mathematical model can describe the hydrodynamic forces acting upon a hull in turning/drifting motion with a fair accuracy. The model also provides a sensible insight on the mechanism of hydrodynamic forces appearing in steering motion.

1. 緒 言

操縦性分野における主船体流体力の研究は、近年、水槽実験にとって代わって理論計算に基づいて数値的に流体力を求める研究¹⁾²⁾³⁾⁴⁾⁵⁾が成果を挙げている。それらは主として線形性の強い通常航走時を扱い、実験的に求めるのが難しい流力線形係数の推定に有用な研究である。一方、理論的または実験的に求めた流体力を操縦運動シミュレーションや流体力の分析等に便利よく利用するために、それを船体運動の関数として表現する流体力数学モデルの研究も、非線形性が強く現れる低速時にまで拡大して行われてきた⁶⁾⁷⁾⁸⁾⁹⁾¹⁰⁾。それらは、各種のモデルとして提唱され、それぞれ港内操船のシミュレーションに使われているが、一般

化されたモデルの出現には至っていない。

著者は、低速時に限らず操縦運動全体を包含する状態での主船体流体力を1種の数式で3分力 X , Y , N を表現する数学モデルの研究をMSS報告¹⁾以後も続けて来た。著者の研究は、細長体理論¹⁶⁾的に理想流体力をベースにして、それに加わる粘性による渦発生に伴う揚力(粘性揚力と呼ぶ)や流出渦による誘導抗力の力学モデルから出発して主船体流体力を理想流体力や粘性揚力等の成分分離型数学モデルで表し、それを発展させて来た¹⁰⁾¹²⁾¹³⁾¹⁴⁾。その結果、低速時・逆進時を含む広範囲の運動領域にわたる X , Y , N の流体力を運動 u , v , r の関数として一つの式で表現することができ、またそれらを構成する斜航・旋回の流力係数を数少ない流体力特性係数で表現できたことで斜航特性から旋回特性を推定できることに成功をおさめてきた。しかし、旋回流体力を詳細に解析してきた中で、 Y 力における誘導抗力に關与する流力係数の解析値が推定値と大きく異なることが判って来た。それは、通常の旋回運動ではさほど流体力に影響はないが、旋回が強くなると大き

* 北海道大学水産学部

原稿受理 平成8年1月10日

春季講演会において講演 平成8年5月15, 16日

な影響が現れる非線形流体力の係数で、低速時の運動では重要となる。そこで、この問題を解決するために流体力の力学モデルを構成していた仮定や流体力分析の結果を充分検討した結果、粘性流体力や誘導抗力のモデルのもととなる渦から出発した数学モデルの開発を行った。折しもIMOの操縦性暫定基準が施行された中で操縦運動シミュレーションは重要となり、それに使われる流体力または流体力数学モデルと流力係数は精度を要求されると共に、簡単な実験または理論計算から推定する必要が生じている。本研究はこれらにも呼応した開発目標を掲げて進めて来た。

2. 力学モデルから渦モデルへ

力学モデルは、緒言にも触れたが、よく知られている理想流体力をベースとして、その他に主船体に分布する粘性揚力と流出渦による誘導抗力を簡易化して船首尾の2点に集中して分担させた流体力モデルが基本となった成分分離型数学モデルである。このモデルの特徴は

- 1) 流体力の主たる構成成分は、理想流体力、粘性揚力と誘導抗力、クロスフロー抗力とクロスフロー揚力、および船首尾方向の摩擦抗力等により成る。
- 2) 粘性による Kutta 条件によって発生する粘性揚力と渦流出によって発生する誘導抗力は、理想流体力を補正するものと考え、それらは船首尾前後にわたって分布するものではなく、船尾端付近および船首端付近に集中している。それぞれの力は船首尾端の2点で分担して集中的に働くとし、そこでの流入角 β_x を用いて $(\cos \beta_x \cdot \sin \beta_x)$ および $(\cos \beta_x \cdot \sin \beta_x)^2$ に比例する。なお、双方とも $\beta_x = 90^\circ$ で消滅する力である。
- 3) 従って、 Y, N のみならず X を含む3分力を記述する数式の各項は明白な物理的意味を有している成分分離型数学モデルである。
- 4) 斜航流体力も旋回流体力も双方共通な前述の1), 2)の流体力構成成分で表されるから、斜航流体力係数は、旋回流体力係数を記述し、推定できる。
- 5) また、測定流体力の分析を通して船型や尺度影響などと関連した各流体力構成成分の物理的性質を明らかにできるなど有用な情報を多く提供してくれる。
- 6) このモデルは一つの式で、弱い運動から強い運動の全運動領域に於いて、良い近似を与える。
- 7) 揚力等の失速影響を考慮している。

等である。しかし、この力学モデルでの不十分な点は

- 1) 誘導抗力の流体力係数が、斜航と旋回で大きく異なる原因説明ができない。
- 2) 揚力と誘導抗力との因果関係が充分適切でない。
- 3) 失速影響の補正は、実用的観点から斜航角が 30° を越える範囲で X 分力のみ出現すると限定しており、この理論的根拠は乏しい。
- 4) 誘導抗力成分の抽出は失速影響と測定誤差を多分に

含む X 分力の分析から行っている、その精度に多少問題がある。

- 5) クロスフロー抗力の船首尾端の3次元影響を特別に配慮していない。

等である。

以上の欠点の中で特に解決すべきは、誘導抗力のモデルを適切にすることと思われる。誘導抗力の発生は、束縛渦と流出渦との関係で決まるものであることを考えると、この問題の解決には渦モデルによる方法がよい。そこで力学モデルで採用した船首尾2点で集中・分担する粘性揚力・誘導抗力に対応する簡易渦モデルを考えてみることにする。また、これに対応して理想流体力も両端2点分担等の集中力で簡易化をはかり、これを表す簡易渦モデルを考えた。

3. 理想流体での簡易渦モデル

斜航船体での理想流体力は、 N モーメントのみに生ずる Munk モーメント $(m_x - m_y) \cdot v \cdot u$ である。また、純旋回(斜航角なく旋回)での理想流体力は X と Y 力に生ずる $m_y \cdot r \cdot v$ と $-m_x \cdot r \cdot u$ である。

これらの力を生ずる単純な渦モデルを考えてみる時、理想流体では渦の放出はないので、これらの渦は船体内で閉じる必要がある。従って生じた渦は環状の渦で構成され、この渦は船首尾等の船体端部で揚力を生ずる単純な渦系で考えることにする。

3.1 平板船体の簡易渦モデル

先ず厚みのない薄い船体即ち平板船体で考えてみよう。この際、前後喫水を考慮した台形平板でもよいが、簡単化して矩形平板で考えてみる。

a) 斜航

今、この平板が斜航角 90° で直進する場合を考えると、これを表現する最も単純な渦は平板の輪郭で形成される矩形の環状渦であろう。また平板が他の斜航角で直進する場合もこのような環状渦で表現されよう。水面を貫通する斜航平板の場合、その運動を $(u : x$ 軸分速度, $v : y$ 軸分速度, $r : z$ 軸角速度) $= (u, v, 0)$ とすると、Munk モーメントは $-m_y \cdot v \cdot u$ であるから、これを船首尾端での集中力におきかえるとそれぞれでの Y 力は $(m_y/L_{pp}) \cdot v \cdot u$ 、即ち揚力が $(m_y/L_{pp}) \cdot v \cdot U$ の偶力となる。これ誘起する束縛渦の強さ $\Gamma_{L,o}$ は $m_y \cdot v / (\rho \cdot L_{pp} \cdot d)$ である。こゝに平板の長さ L_{pp} 、喫水 d 、 y 方向の付加質量 m_y 、流体密度 ρ および船首尾にわたって一様に分布する横流れ速度 $v (= -U \cdot \sin \beta)$ で、水面での鏡像模型を考えると、平板船体の流体力は船首端、船底、船尾端を通る強さ $\Gamma_{L,o}$ の $x-z$ 平面上の環状渦で置き換えることが出来る。

これを水平面内 ($x-y$ 平面) での渦分布で記すと Fig. 1 となり、

$$\text{船首端に } \Gamma_{L,o} = m_y / (\rho \cdot L_{pp} \cdot d) \cdot v$$

$$=1/2 \cdot L_{pp} \cdot (m'_y) \cdot v$$

$$\text{船尾端に } \Gamma_{la,o} = -m_y / (\rho \cdot L_{pp} \cdot d) \cdot v$$

$$=1/2 \cdot L_{pp} \cdot (-m'_y) \cdot v \quad (1)$$

の渦がある。なお、この環状渦による斜航流体力の3分力は

$$X_{l,o} = 0$$

$$Y_{l,o} = 0$$

$$N_{l,o} = (-m_y) \cdot v \cdot u$$

となる。

b) 純旋回および回転

次に純旋回($\beta=0$ での旋回)平板の場合、その運動は($u, 0, r$)であるが、理想流体力の $X_{l,r}, Y_{l,r}, N_{l,r}$ 3分力は全て零になる。ここで理論計算¹⁵⁾による船体の Y 力の分布を見ると、船首尾端に大きな横力が同一方向に生じ、船体

中央部にはそれらの和に見合う横力が船体中央を中心に大略三角形状(矩形平板では矩形状)に緩やかに分布する(Fig. 2)。この横力分布を単純化し集中横力で置き換えることにする。即ち、船体中央部分の緩やかな三角状横力分布を船体前後に分け、それぞれの三角形の中心に集中した横力として単純化すると、船首尾端に大きさと方向が同じ集中横力を、また船首尾端より $1/3 \cdot L_{pp}$ (矩形平板では $1/4 \cdot L_{pp}$)へだたった船体中央寄りに大きさがそれらと同じで方向反対の集中横力をそれぞれ配置した集中横力分布のモデルとなる(Fig. 2)。この集中横力モデルを生ぜしめる渦系は、船首側と船尾側に互いに反対方向の矩形環状渦が平板面上に配置されたものとなる(Fig. 2)。ところでこの渦は、斜航と同じ機構で発生する¹⁵⁾ので、渦の強さ $\Gamma_{lx,r}$ は $m_y / (\rho \cdot L_{pp} \cdot d) \cdot (x \cdot r)$ と考えてよい。この船体前後一対

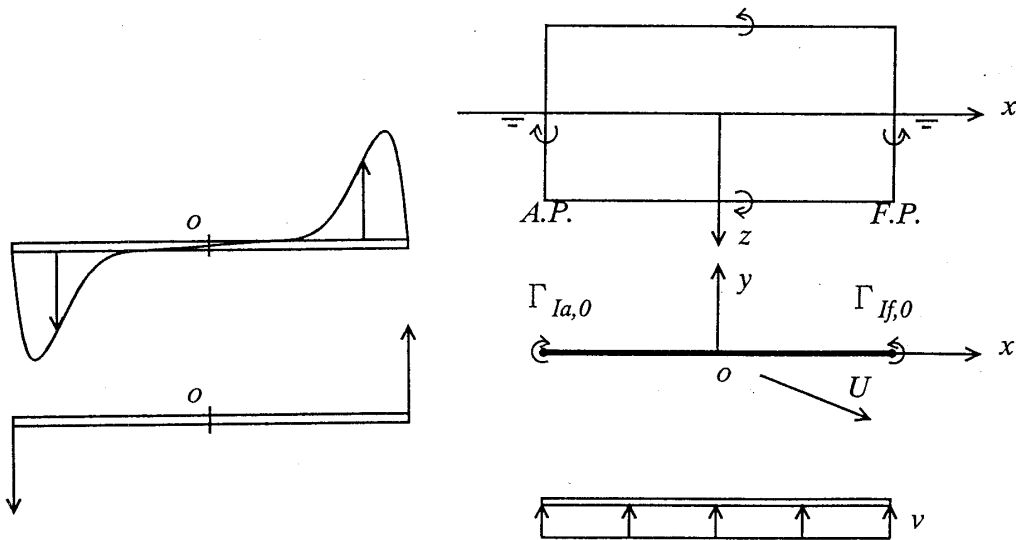


Fig. 1 Lateral force distribution and vortex model of a flat plate in oblique motion (ideal flow)

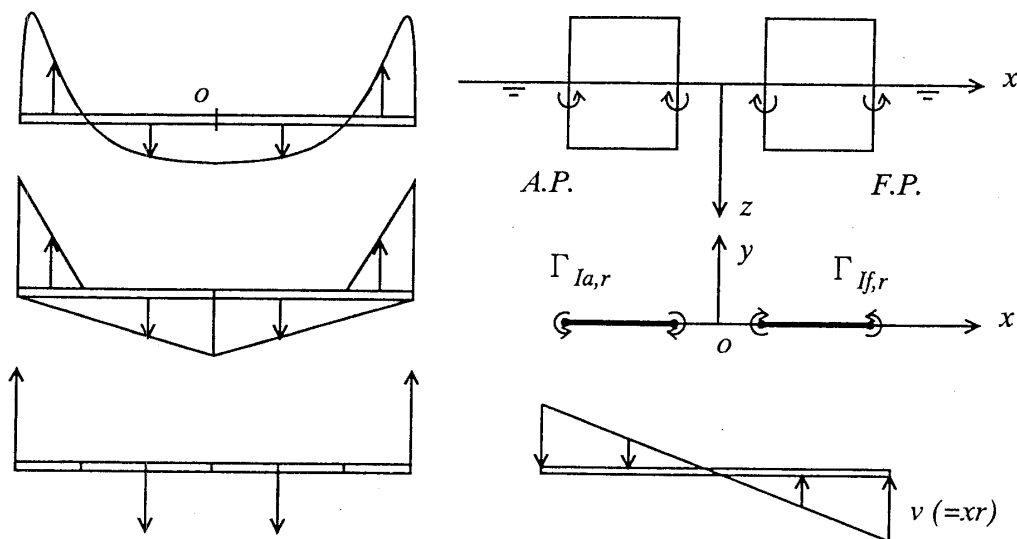


Fig. 2 Lateral force distribution and vortex model of a flat plate in pure-turning motion (ideal flow)

の環状渦系を更に便宜化して、斜航平板にならって船体中央部付近の束縛渦を船体中央位置に固定した一対の環状渦系で考えると、偶力モーメントから渦の強さ $\Gamma_{Ix,r}$ は $m_y/(\rho \cdot L_{pp} \cdot d) \cdot (2/3 \cdot x \cdot r)$ となる。こゝに r は旋回角速度、 x は船首尾端の位置であり、 $(2/3 \cdot x \cdot r)$ は船体前後に三角状分布した横流れ速度の中心速度である。

従って平板船体の流体力は、船首端、船首部船底および船首部 $1/2 \cdot L_{pp}$ (船体中央) の位置を通る強さ $\Gamma_{Ix,r}$ の矩形環状渦等の一対の渦系で置き換えられる (Fig. 2)。

これを水平面 (x - y 平面) 内での渦分布で記すと (Fig. 2),

船首端に

$$\begin{aligned}\Gamma_{If,r} &= m_y/(\rho \cdot L_{pp} \cdot d) \cdot (2/3 \cdot x_f \cdot r) \\ &= 1/2 \cdot L_{pp} \cdot (m'_y) \cdot (2/3 \cdot x_f \cdot r)\end{aligned}$$

船首部 $1/2 \cdot L_{pp}$ に

$$\begin{aligned}\Gamma_{Imf,r} &= -m_y/(\rho \cdot L_{pp} \cdot d) \cdot (2/3 \cdot x_f \cdot r) \\ &= 1/2 \cdot L_{pp} \cdot (-m'_y) \cdot (2/3 \cdot x_f \cdot r)\end{aligned}$$

船尾部 $1/2 \cdot L_{pp}$ に

$$\begin{aligned}\Gamma_{Ima,r} &= m_y/(\rho \cdot L_{pp} \cdot d) \cdot (2/3 \cdot x_a \cdot r) \\ &= 1/2 \cdot L_{pp} \cdot (m'_y) \cdot (2/3 \cdot x_a \cdot r)\end{aligned}$$

船尾端に

$$\begin{aligned}\Gamma_{Ia,r} &= -m_y/(\rho \cdot L_{pp} \cdot d) \cdot (2/3 \cdot x_a \cdot r) \\ &= 1/2 \cdot L_{pp} \cdot (-m'_y) \cdot (2/3 \cdot x_a \cdot r)\end{aligned} \quad (2)$$

の渦がある。なお、この渦系による純旋回流体力の X , Y , N 3 分力は

$$\begin{aligned}X_{I,r} &= 0 \\ Y_{I,r} &= 0 \\ N_{I,r} &= 0\end{aligned}$$

となる。

ところで、この渦系は純旋回平板を扱ったものであるが、前進しないで回転するその場回頭運動 $(0, 0, r)$ の場合も、この渦系で置き換えることができよう。この場合も流体力は上式となる。

c) 旋 回

以上、斜航運動 $(u, v, 0)$ する平板および純旋回運動 $(u, 0, r)$ する平板について述べてきた。更に旋回運動 (u, v, r) の場合を考えると、これは斜航運動 $(u, v, 0)$ と回転運動 $(0, 0, r)$ との重ね合わせと考えると良いので、渦系は斜航による平板面上に生ずる一つの環状渦と回転による前後一対の環状渦系とで構成される (Fig. 3)。これらによる船首尾端等での渦の強さは (1), (2) 式より

$$\begin{aligned}\Gamma_{If} &= \Gamma_{If,o} + \Gamma_{If,r} \\ &= m_y/(\rho \cdot L_{pp} \cdot d) \cdot (v + 2/3 \cdot x_f \cdot r) \\ &= 1/2 \cdot L_{pp} \cdot (m'_y) \cdot (v + 2/3 \cdot x_f \cdot r) \\ \Gamma_{Imf} &= 0 + \Gamma_{Imf,r} \\ &= -m_y/(\rho \cdot L_{pp} \cdot d) \cdot (2/3 \cdot x_f \cdot r) \\ &= 1/2 \cdot L_{pp} \cdot (-m'_y) \cdot (2/3 \cdot x_f \cdot r) \\ \Gamma_{Ia} &= 0 + \Gamma_{Ia,r}\end{aligned}$$

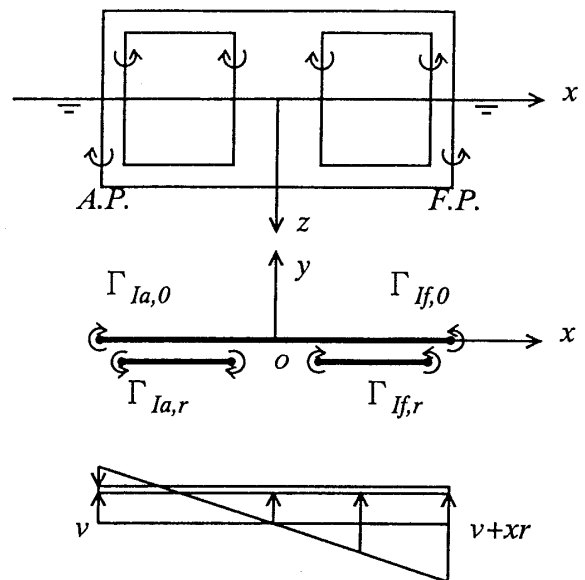


Fig. 3 Vortex model of a flat plate in turning motion (ideal flow)

$$\begin{aligned}\Gamma_{Ia} &= \Gamma_{Ia,o} + \Gamma_{Ia,r} \\ &= m_y/(\rho \cdot L_{pp} \cdot d) \cdot (2/3 \cdot x_a \cdot r) \\ &= 1/2 \cdot L_{pp} \cdot (m'_y) \cdot (2/3 \cdot x_a \cdot r) \\ \Gamma_{Ia} &= \Gamma_{Ia,o} + \Gamma_{Ia,r} \\ &= m_y/(\rho \cdot L_{pp} \cdot d) \cdot (v + 2/3 \cdot x_a \cdot r) \\ &= 1/2 \cdot L_{pp} \cdot (m'_y) \cdot (v + 2/3 \cdot x_a \cdot r)\end{aligned} \quad (3)$$

となる。なお、これによって生ずる旋回流体力は

$$\begin{aligned}X_I &= m_y \cdot r \cdot v \\ Y_I &= 0 \\ N_I &= -m_y \cdot v \cdot u\end{aligned}$$

となる。こゝで流体力に寄与した渦系は、斜航運動に起因する環状渦 $\Gamma_{Ix,o}$ であって、旋回に起因する渦系 $\Gamma_{Ix,r}$ の流体力への寄与はない。後者の渦系即ち回転運動に起因する一対の渦系は、流体力においてその存在価値を見出せないまゝにあるが、後に粘性を考慮して流出渦に起因する誘導抗力を考える際に重要となる。

3.2 船幅を有する船体の簡易渦モデル

前項では船幅の狭い船体を平板船体にモデル化したように、こゝでは船幅を有する船体も船体中央で直交する2枚の平板、即ち船体中心面の平板 ($L_{pp} \times d$) と船体中央面の平板 ($B \times d$) でモデル化することを考える (Fig. 4)。

この直交する2組の平板が旋回運動 (u, v, r) する場合、前述の旋回平板の結果を利用すると船体中心面の平板は (u, v, r) で旋回し、船体中央面の平板は $(-v, u, r)$ で旋回する。この運動によって船体中央面の左右舷にわたって生ずる渦は、斜航による環状渦 $\Gamma_{Iy,o} = m_x/(\rho \cdot B \cdot d) \cdot u$ と回転による一対の環状渦系 $\Gamma_{Iy,r} = m_x/(\rho \cdot B \cdot d) \cdot (2/3 \cdot y \cdot r)$ で構成される (Fig. 5)。これら船体中央面に生ずる渦の強さは

左舷端に

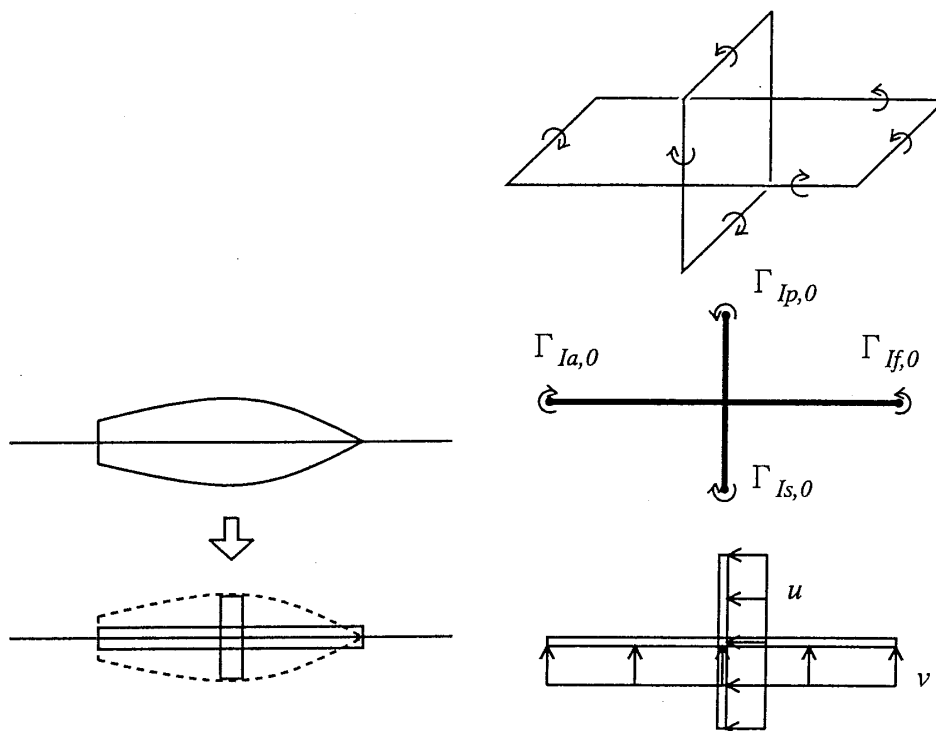


Fig. 4 Modeling and vortex model of a ship in oblique motion (ideal flow)

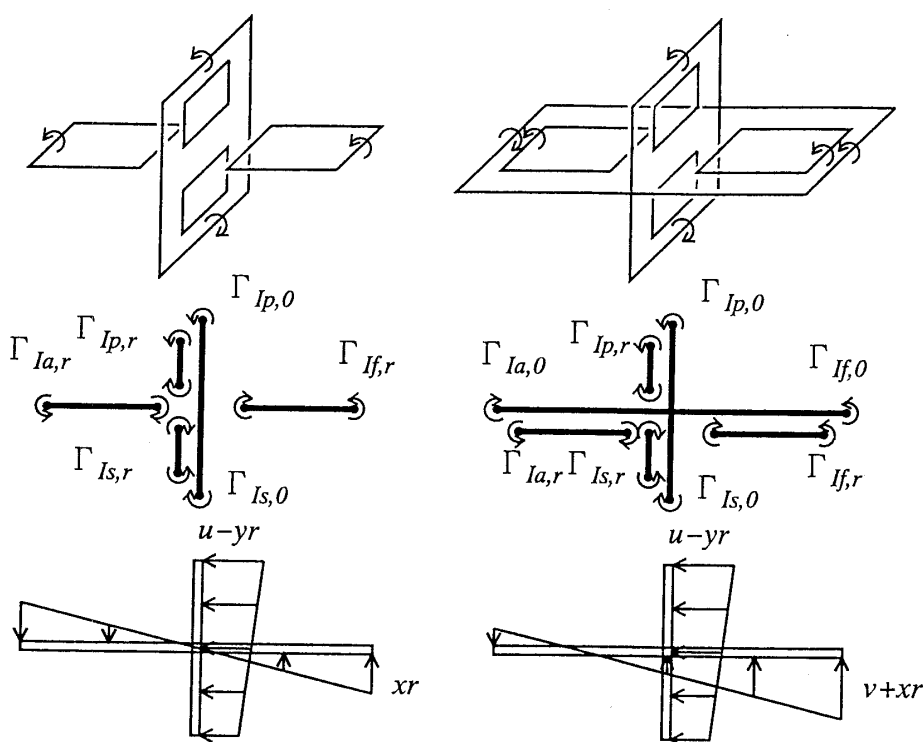


Fig. 5 Vortex model of a ship in pure-turning and turning motion (ideal flow)

$$\begin{aligned}\Gamma_{Ip} &= \Gamma_{Ip,0} + \Gamma_{Ip,r} \\ &= 1/2 \cdot L_{pp} \cdot (L_{pp}/B) \cdot (m'_x) \cdot (u - 2/3 \cdot y_p \cdot r)\end{aligned}$$

左舷部 $1/2 \cdot B$ に

$$\begin{aligned}\Gamma_{Imp} &= 0 + \Gamma_{Imp,r} \\ &= 1/2 \cdot L_{pp} \cdot (L_{pp}/B) \cdot (-m'_x) \cdot (-2/3 \cdot y_p \cdot r)\end{aligned}$$

右舷部 $1/2 \cdot B$ に

$$\begin{aligned}\Gamma_{lms} &= 0 + \Gamma_{lms,r} \\ &= 1/2 \cdot L_{pp} \cdot (L_{pp}/B) \cdot (m'_x) \cdot (-2/3 \cdot y_s \cdot r)\end{aligned}$$

右舷端に

$$\begin{aligned}\Gamma_{ls} &= \Gamma_{ls,o} + \Gamma_{ls,r} \\ &= 1/2 \cdot L_{pp} \cdot (L_{pp}/B) \cdot (-m'_x) \cdot (u - 2/3 \cdot y_s \cdot r)\end{aligned} \quad (4)$$

となる (Fig. 5)。こゝに船幅 B および x 方向の付加質量 m_x である。この時、船体中央面の束縛渦に働く力は、次に示す理想流体力の X, Y, N 3 分力が生ずる。即ち

$$\begin{aligned}X_l &= 0 \\ Y_l &= -m_x \cdot r \cdot u = -1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp}^2 \cdot d \cdot (m'_x) \cdot r \cdot u \\ N_l &= m_x \cdot v \cdot u = 1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp}^2 \cdot d \cdot (m'_x) \cdot v \cdot u\end{aligned}$$

である。

なお、2つの直交平板の渦系(3),(4)式によって生ずる旋回流体力は

$$\begin{aligned}X_l &= m_y \cdot r \cdot v = 1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp}^2 \cdot d \cdot (m'_y) \cdot r \cdot v \\ Y_l &= -m_x \cdot r \cdot u = -1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp}^2 \cdot d \cdot (m'_x) \cdot r \cdot u \\ N_l &= (m_x - m_y) \cdot v \cdot u = 1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp}^2 \cdot d \cdot (m'_x - m'_y) \cdot v \cdot u\end{aligned} \quad (5)$$

となり、よく知られている理想流体力と一致する。こゝでも流体力に寄与した渦系は平板船体の場合と同様に、斜航に起因する船体中心面の $\Gamma_{lx,o}$ および船体中央面の $\Gamma_{ly,o}$ のそれぞれ1個の環状渦であり、回転運動に起因する渦系の寄与はない。

4. 粘性流体での簡易渦モデル

前述での理想流体とは異なり粘性流体中では、揚力発生のもととなる船尾端での Kutta 条件が付加されたり、誘導抗力発生のもととなる船底からの自由渦の流出、更にクロスフローなどの2次元の流れや摩擦による粘性抵抗が生ずる。こゝではクロスフローなどの2次元の流れや摩擦による粘性抵抗は後の節で扱うことにして、本節では Kutta 条件の適用と船底からの流出渦に関する流体力を扱う。そこで先ず船尾端に Kutta 条件を付加するに当たって、細長体理論¹⁹⁾的発想からこの粘性影響を前述の理想流体での補正として取り扱うことにする。つまり、船尾端 x_a には Kutta 条件によって粘性による強い渦 Γ_{va} および船首端 x_f には粘性による弱い渦 Γ_{vf} が束縛渦として船体上に補正として付け加わり、また船底からの渦流出については、船体上の束縛渦の一部又は全部が剥がれて自由渦を放出する。即ち、

- 1) 船首尾端で束縛渦として付加した Kutta 条件による渦は全て剥がれて自由渦を放出する馬蹄形渦である。
 - 2) 他方、理想流体で形成された束縛渦の環状渦は、壊れて自由渦を放出する馬蹄形渦となるか、またはそのまゝ環状渦を維持する。
 - 3) 流出した自由渦は流れの方向に流出する。
- と考える。

この時、船首尾端で生ずる誘導抗力 D_{ix} は、 $\rho \cdot \Gamma_x \cdot \Gamma_x^s \cdot C_{DLx}$ で与えることが出来る。こゝに Γ_x : 束縛渦の強さ、 Γ_x^s は流出渦の強さ、 C_{DLx} は無次元係数である。

さて、こゝで船幅のある船体を粘性流体中で取り扱うに於いて、船体は前節の理想流体中で扱ったように直交する平板2枚の組み合わせと考えるが、通常の船体は細長体に近いから基本的には船体は平板船体と考え、その性質を明らかにすることから始めるのが妥当であろう。

4.1 粘性流体での平板船体の簡易渦モデル

粘性流体中での細長体では渦流出のフローモデルが重要である。ここで旋回運動を扱うにしても、その基本は斜航と純旋回であるのでこの順序に従って、渦と流体力について述べる。

4.1.1 粘性流体での斜航

理想流体中の斜航平板を1つの矩形環状渦で表現することを3.1で示した。更に本節の冒頭で粘性による馬蹄形渦が船首と船尾に誘起されることを述べた。これら粘性影響による渦と理想流体の束縛渦および流出渦との関連について述べ、流体力を誘導する。

1) Kutta 条件の粘性渦

粘性による Kutta 条件に基づき発生する馬蹄形渦は、船尾端での船体の横流れ角 β が 90° では生ぜず、またその強さは船体の横流れ速度 v に比例するとすれば、船首尾端でのこの渦 (Kutta の渦と呼ぶことにする) の強さ $\Gamma_{vx,o}$ は

$$\begin{aligned}\Gamma_{vf,o} &= 1/2 \cdot L_{pp} \cdot (C'_{Lf} \cdot \cos \beta) \cdot v \\ \Gamma_{va,o} &= 1/2 \cdot L_{pp} \cdot (C'_{La} \cdot \cos \beta) \cdot v\end{aligned} \quad (6)$$

で表せる一対の馬蹄形渦である。

これら Kutta の渦が理想流体での渦に加わると船首尾での束縛渦 $\Gamma_{x,o}$ は、それぞれ

$$\begin{aligned}\Gamma_{f,o} &= \Gamma_{lf,o} + \Gamma_{vf,o} \\ &= 1/2 \cdot L_{pp} \cdot (m'_y + C'_{Lf} \cdot \cos \beta) \cdot v \\ \Gamma_{a,o} &= \Gamma_{la,o} + \Gamma_{va,o} \\ &= 1/2 \cdot L_{pp} \cdot (-m'_y + C'_{La} \cdot \cos \beta) \cdot v\end{aligned} \quad (7)$$

となる。

2) 揚力

船首尾での束縛渦 $\Gamma_{f,o}$ および $\Gamma_{a,o}$ に流速 U の一様流中で働く揚力は、それぞれ流れに垂直で

$$\begin{aligned}L_{f,o} &= \rho \cdot U \cdot \Gamma_{f,o} \cdot d \\ &= 1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp} \cdot d \cdot (m'_y + C'_{Lf} \cdot \cos \beta) \cdot v \cdot U \\ L_{a,o} &= \rho \cdot U \cdot \Gamma_{a,o} \cdot d \\ &= 1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp} \cdot d \cdot (-m'_y + C'_{La} \cdot \cos \beta) \cdot v \cdot U\end{aligned} \quad (8)$$

となる。こゝで平板船体全体に働く揚力は

$$\begin{aligned}L_o &= L_{f,o} + L_{a,o} \\ &= 1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp} \cdot d \cdot (C'_{Lf} + C'_{La}) \cdot \cos \beta \cdot v \cdot U\end{aligned} \quad (9)$$

となる。よって揚力係数は

$$C_L = (C'_{Lf} + C'_{La}) \cdot \cos \beta \cdot (-\sin \beta)$$

となり、揚力は Kutta の渦で生じていることを示す。

この時 Kutta の渦に生ずる揚力 (粘性揚力と呼ぶ) は、それぞれ

$$L_{vf,o} = 1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp} \cdot d \cdot (C'_{Lf} \cdot \cos \beta) \cdot v \cdot U$$

$$L_{va,o} = 1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp} \cdot d \cdot (C'_{La} \cdot \cos \beta) \cdot v \cdot U$$

である。

3) 流出渦

理想流体では束縛渦は一つの環状渦となっており、船底からの渦流出はない。しかし、粘性流体になると圧力勾配が正になる付近で流れの剥離によって渦流出が生じ、船首付近が顕著である。斜航平板船体での渦流出を考えると Kutta の渦は船首尾で渦流出する馬蹄形渦であると考えているが、理想流体での船首尾端の束縛渦からも自由渦の放出があると考えてのが妥当で、環状渦が全て壊れて渦を流出すると考える (Fig. 6)。

流出渦の強さ $\Gamma_{x,o}^s$ は、斜航平板船体では理想流体での環状渦が壊れて、Kutta の渦と共に束縛渦 $\Gamma_{x,o}$ の全体が馬蹄形渦となって流出すると考えると、流出渦は強さ

$$\Gamma_{x,o}^s = \Gamma_{x,o} \quad (10)$$

となる。

4) 誘導抗力

流出渦に伴って (7) 式の束縛渦 $\Gamma_{x,o}$ と (10) 式の流出渦 $\Gamma_{x,o}^s$ の下で、船首尾での誘導抗力は、それぞれ流れに平行で、

$$\begin{aligned} D_{if,o} &= \rho \cdot \Gamma_{f,o} \cdot \Gamma_{f,o}^s \cdot C'_{DLf} \\ &= 1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp} \cdot d \cdot (L_{pp}/2d) \cdot C'_{DLf} \\ &\quad \cdot (m'_y + C'_{Lf} \cdot \cos \beta)^2 \cdot v^2 \\ D_{ia,o} &= \rho \cdot \Gamma_{a,o} \cdot \Gamma_{a,o}^s \cdot C'_{DLa} \\ &= 1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp} \cdot d \cdot (L_{pp}/2d) \cdot C'_{DLa} \\ &\quad \cdot (-m'_y + C'_{La} \cdot \cos \beta)^2 \cdot v^2 \end{aligned} \quad (11)$$

と表すと平板船体全体に働く誘導抗力は

$$\begin{aligned} D_{io} &= D_{if,o} + D_{ia,o} \\ &= 1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp} \cdot d \cdot (L_{pp}/2d) \\ &\quad \cdot \{C'_{DLf} \cdot (m'_y + C'_{Lf} \cdot \cos \beta)^2 \\ &\quad + C'_{DLa} \cdot (-m'_y + C'_{La} \cdot \cos \beta)^2\} \cdot v^2 \end{aligned} \quad (12)$$

となる。よって誘導抗力係数は

$$C_{Di} = (L_{pp}/2d) \cdot \{C'_{DLf} \cdot (m'_y + C'_{Lf} \cdot \cos \beta)^2 + C'_{DLa} \cdot (-m'_y + C'_{La} \cdot \cos \beta)^2\} \cdot \sin^2 \beta \quad (13)$$

となり、また抗揚比 $D_{io}/L_o (= C_{Di}/C_L = \tan \alpha; \alpha$ は揚力と合力とのなす角) をみると

$$\tan \alpha = \frac{(L_{pp}/2d) \cdot \{C'_{DLf} \cdot (m'_y + C'_{Lf} \cdot \cos \beta)^2 + C'_{DLa} \cdot (-m'_y + C'_{La} \cdot \cos \beta)^2\}}{(C'_{Lf} + C'_{La})} \cdot \tan \beta \quad (14)$$

となる。

5) 3 分力 X, Y, N

粘性流体中での生成渦系によって船首尾 x_f および x_a に揚力 (8) 式及び誘導抗力 (11) 式がそれぞれ作用すると、斜航流体力の 3 分力は

$$\begin{aligned} X &= 1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp} \cdot d \cdot (C'_{Lf} + C'_{La}) \cdot \cos \beta \cdot v^2 \\ &\quad - 1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp} \cdot d \cdot (L_{pp}/2d) \\ &\quad \cdot \{C'_{DLf} \cdot (m'_y + C'_{Lf} \cdot \cos \beta)^2 \\ &\quad + C'_{DLa} \cdot (-m'_y + C'_{La} \cdot \cos \beta)^2\} \cdot v^2 \cdot \cos \beta \end{aligned} \quad (15-1)$$

$$\begin{aligned} Y &= -1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp} \cdot d \cdot (C'_{Lf} + C'_{La}) \cdot \cos \beta \cdot v \cdot u \\ &\quad - 1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp} \cdot d \cdot (L_{pp}/2d) \\ &\quad \cdot \{C'_{DLf} \cdot (m'_y + C'_{Lf} \cdot \cos \beta)^2 \\ &\quad + C'_{DLa} \cdot (-m'_y + C'_{La} \cdot \cos \beta)^2\} \cdot v^2 \cdot (-\sin \beta) \end{aligned} \quad (15-2)$$

$$\begin{aligned} N &= -1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp}^2 \cdot d \cdot m'_y \cdot v \cdot u \\ &\quad - 1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp}^2 \cdot d \cdot x_f \cdot (C'_{Lf} - C'_{La}) \cdot \cos \beta \cdot v \cdot u \\ &\quad - 1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp}^2 \cdot d \cdot (L_{pp}/2d) \cdot x_f \\ &\quad \cdot \{C'_{DLf} \cdot (m'_y + C'_{Lf} \cdot \cos \beta)^2 \\ &\quad - C'_{DLa} \cdot (-m'_y + C'_{La} \cdot \cos \beta)^2\} \cdot v^2 \cdot (-\sin \beta) \end{aligned} \quad (15-3)$$

となる。実流体中では、これらの他に更にクロスフロー影響や船体前後方向に顕著な摩擦影響が加わる。

4.1.2 粘性流体での純旋回

理想流体中での純旋回する船の渦モデルは、3.1 で述べた。これに粘性が加わると、斜航の場合と同様に Kutta 条件に相当する渦が誘起される。

1) Kutta 条件の粘性渦

粘性による Kutta 条件に基づく束縛渦は、斜航と同じく船尾端での斜航角 β_a が 90° では生ぜず、またその強さは、純旋回する船体横流れ速度が船体前後方向に三角状分布することを考慮し、横流れ速度の中心速度 $2/3 \cdot x \cdot r$ に比例するとする。船首尾でのこの渦 (Kutta の渦) の強さ $\Gamma_{vx,r}$ は

$$\begin{aligned} \Gamma_{vf,r} &= 1/2 \cdot L_{pp} \cdot (C'_{Lf} \cdot \cos \beta_f) \cdot (2/3 \cdot x_f \cdot r) \\ \Gamma_{va,r} &= 1/2 \cdot L_{pp} \cdot (C'_{La} \cdot \cos \beta_a) \cdot (2/3 \cdot x_a \cdot r) \end{aligned} \quad (16)$$

で表せる一対の馬蹄形渦である。

こゝに β_f, β_a は船首尾における横流れ角で

$$\cos \beta_f = u / \sqrt{u^2 + (x_f \cdot r)^2}$$

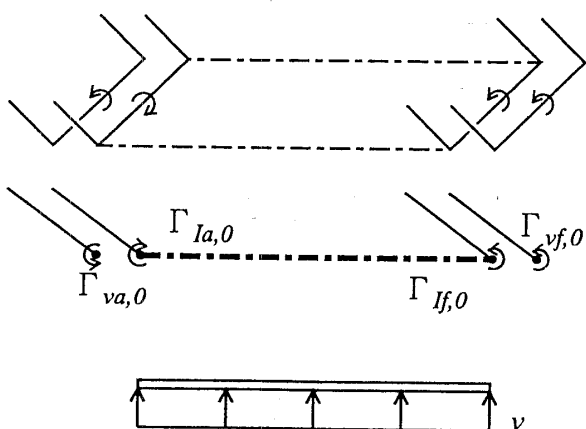


Fig. 6 Vortex model of a flat plate in oblique motion (viscous flow)

$$\cos \beta_a = u / \sqrt{u^2 + (x_a \cdot r)^2}$$

である。

以上の Kutta の渦が理想流体での渦に加わると、船首尾および船体中央部での束縛渦は、

$$\begin{aligned}\Gamma_{f,r} &= \Gamma_{lf,r} + \Gamma_{vf,r} \\ &= 1/2 \cdot L_{pp} \cdot (m'_y + C_{Lf} \cdot \cos \beta_f) \cdot (2/3 \cdot x_f \cdot r) \\ \Gamma_{mf,r} &= \Gamma_{lmf,r} + 0 \\ &= 1/2 \cdot L_{pp} \cdot (-m'_y) \cdot (2/3 \cdot x_f \cdot r) \\ \Gamma_{ma,r} &= \Gamma_{lma,r} + 0 \\ &= 1/2 \cdot L_{pp} \cdot (m'_y) \cdot (2/3 \cdot x_a \cdot r) \\ \Gamma_{a,r} &= \Gamma_{la,r} + \Gamma_{va,r} \\ &= 1/2 \cdot L_{pp} \cdot (-m'_y + C_{La} \cdot \cos \beta_a) \cdot (2/3 \cdot x_a \cdot r)\end{aligned}\quad (17)$$

となる。なお、回転運動 $(0, 0, r)$ の場合には $\Gamma_{vf,r} = \Gamma_{va,r} = 0$ となる。

2) 揚力

船首尾および船体中央部の束縛渦に純旋回の流れが当たると、それぞれに働く揚力はそれぞれの流れに垂直で、

$$\begin{aligned}L_{f,r} &= 1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp} \cdot d \cdot (m'_y + C_{Lf} \cdot \cos \beta_f) \\ &\quad \cdot (2/3 \cdot x_f \cdot r) \cdot \sqrt{u^2 + (x_f \cdot r)^2} \\ L_{mf,r} &= 1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp} \cdot d \cdot (-m'_y) \\ &\quad \cdot (2/3 \cdot x_f \cdot r) \cdot u \\ L_{ma,r} &= 1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp} \cdot d \cdot (m'_y) \\ &\quad \cdot (2/3 \cdot x_a \cdot r) \cdot u \\ L_{a,r} &= 1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp} \cdot d \cdot (-m'_y + C_{La} \cdot \cos \beta_a) \\ &\quad \cdot (2/3 \cdot x_a \cdot r) \cdot \sqrt{u^2 + (x_a \cdot r)^2}\end{aligned}$$

となる。

3) 流出渦

Kutta の渦は馬蹄形渦としてもともと渦の放出を仮定しているが、理想流体で考えた環状渦系の渦流出を考えるに当たって、純旋回でも斜航と同じように正の圧力勾配を生

じるところからの渦放出が考えられる。即ち、船首部の環状渦が壊れて、船首部および船体中央部の束縛渦からそれぞれ流出渦があると考えられる。しかし、船体中央部付近からの渦放出は実際見かけられないので、理想流体での船首尾一対の環状渦が壊れて馬蹄形渦となって、渦放出するとは考え難い。従って純旋回の場合、渦の流出は Kutta の渦のみが馬蹄形渦として船首尾から流出すると考える (Fig. 7)。

この時、流出渦の強さ $\Gamma_{x,r}^s$ は Kutta の渦の強さであるから船首尾の流出渦強さは

$$\begin{aligned}\Gamma_{f,r}^s &= \Gamma_{vf,r} \\ &= 1/2 \cdot L_{pp} \cdot (C_{Lf} \cdot \cos \beta_f) \cdot (2/3 \cdot x_f \cdot r) \\ \Gamma_{a,r}^s &= \Gamma_{va,r} \\ &= 1/2 \cdot L_{pp} \cdot (C_{La} \cdot \cos \beta_a) \cdot (2/3 \cdot x_a \cdot r)\end{aligned}\quad (18)$$

となる。

4) 誘導抗力

船首尾から (18) 式の渦流出に伴ってそれが船首尾の (17) 式の束縛渦に作用して誘導抗力を生ぜしめる。船首尾での誘導抗力は、それぞれの流れに平行で

$$\begin{aligned}D_{if,r} &= \rho \cdot \Gamma_{f,r} \cdot \Gamma_{f,r}^s \cdot C_{DLf} \\ &= 1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp} \cdot d \cdot (L_{pp}/2d) \cdot C_{DLf} \\ &\quad \cdot (m'_y + C_{Lf} \cdot \cos \beta_f) \cdot (C_{Lf} \cdot \cos \beta_f) \\ &\quad \cdot (2/3 \cdot x_f \cdot r)^2 \\ D_{ia,r} &= \rho \cdot \Gamma_{a,r} \cdot \Gamma_{a,r}^s \cdot C_{DLa} \\ &= 1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp} \cdot d \cdot (L_{pp}/2d) \cdot C_{DLa} \\ &\quad \cdot (-m'_y + C_{La} \cdot \cos \beta_a) \cdot (C_{La} \cdot \cos \beta_a) \\ &\quad \cdot (2/3 \cdot x_a \cdot r)^2\end{aligned}$$

と表す。こゝに船体中央部の渦一対は誘導抗力を生じないものとする。

5) 3 分力 X, Y, N

船首尾および船体中央付近の束縛渦に作用する揚力および誘導抗力による X, Y, N 3 分力は

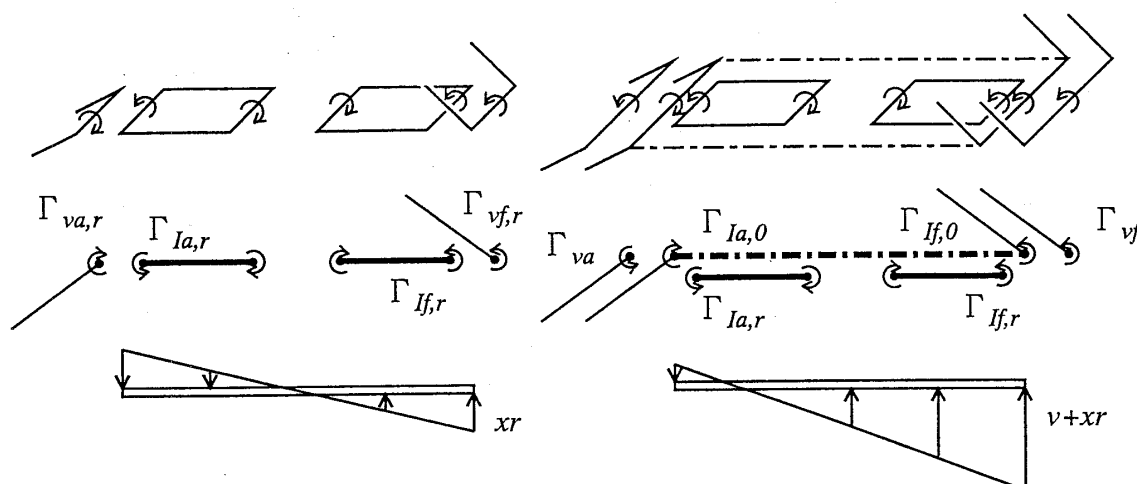


Fig. 7 Vortex model of a flat plate in pure-turning and turning motion (viscous flow)

$$\begin{aligned}
X = & 1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp} \cdot d \cdot (C'_{Lf} + C'_{La}) \\
& \cdot \cos \beta_f \cdot (2/3 \cdot x_f \cdot r) \cdot (x_f \cdot r) \\
& - 1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp} \cdot d \cdot (L_{pp}/2d) \\
& \cdot \{C'_{DLf} \cdot (m'_y + C'_{Lf} \cdot \cos \beta_f) \cdot C'_{Lf} \\
& + C'_{DLA} \cdot (-m'_y + C'_{La} \cdot \cos \beta_f) \cdot C'_{La}\} \\
& \cdot \cos^2 \beta_f \cdot (2/3 \cdot x_f \cdot r)^2 \quad (19-1)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Y = & -1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp} \cdot d \cdot (C'_{Lf} - C'_{La}) \\
& \cdot \cos \beta_f \cdot (2/3 \cdot x_f \cdot r) \cdot u \\
& - 1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp} \cdot d \cdot (L_{pp}/2d) \\
& \cdot \{C'_{DLf} \cdot (m'_y + C'_{Lf} \cdot \cos \beta_f) \cdot C'_{Lf} \\
& - C'_{DLA} \cdot (-m'_y + C'_{La} \cdot \cos \beta_f) \cdot C'_{La}\} \\
& \cdot \cos \beta_f \cdot (2/3 \cdot x_f \cdot r)^2 \cdot (-\sin \beta_f) \quad (19-2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
N = & -1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp}^2 \cdot d \cdot m'_y \cdot v \cdot u \\
& - 1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp}^2 \cdot d \cdot x'_f \cdot (C'_{Lf} + C'_{La}) \\
& \cdot \cos \beta_f \cdot (2/3 \cdot x_f \cdot r) \cdot u \\
& - 1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp}^2 \cdot d \cdot (L_{pp}/2d) \\
& \cdot x'_f \cdot \{C'_{DLf} \cdot (m'_y + C'_{Lf} \cdot \cos \beta_f) \cdot C'_{Lf} \\
& + C'_{DLA} \cdot (-m'_y + C'_{La} \cdot \cos \beta_f) \cdot C'_{La}\} \\
& \cdot \cos \beta_f \cdot (2/3 \cdot x_f \cdot r)^2 \cdot (-\sin \beta_f) \quad (19-3)
\end{aligned}$$

となる。

こゝに

$$\begin{aligned}
\sin \beta_f &= -x_f \cdot r / \sqrt{u^2 + (x_f \cdot r)^2} \\
\cos \beta_f &= u / \sqrt{u^2 + (x_f \cdot r)^2}
\end{aligned}$$

である。

4.1.3 粘性流体での旋回

4.1.1の斜航運動($u, v, 0$)と4.1.2の回転運動($0, 0, r$)との重ね合わせで生ずる渦を考えればよい。

1) Kutta 条件の渦

船首尾における横流れ速度($v + x \cdot r$)によって生ずる旋回のKuttaの渦 Γ_{vx} は、(6)、(16)式より

$$\begin{aligned}
\Gamma_{vf} &= \Gamma_{vf,o} + \Gamma_{vf,r} \\
&= 1/2 \cdot L_{pp} \cdot (C'_{Lf} \cdot \cos \beta_f) \cdot (v + 2/3 \cdot x_f \cdot r) \\
\Gamma_{va} &= \Gamma_{va,o} + \Gamma_{va,r} \\
&= 1/2 \cdot L_{pp} \cdot (C'_{La} \cdot \cos \beta_a) \cdot (v + 2/3 \cdot x_a \cdot r) \quad (20)
\end{aligned}$$

となるので、平板船体上に生ずる束縛渦 Γ_x は、(7)、(17)式または(3)、(20)式より

$$\begin{aligned}
\Gamma_f &= \Gamma_{vf} + \Gamma_{va} \\
&= 1/2 \cdot L_{pp} \cdot (m'_y + C'_{Lf} \cdot \cos \beta_f) \cdot (v + 2/3 \cdot x_f \cdot r) \\
\Gamma_{mf} &= \Gamma_{mf} + 0 \\
&= 1/2 \cdot L_{pp} \cdot (-m'_y) \cdot (2/3 \cdot x_f \cdot r) \\
\Gamma_{ma} &= \Gamma_{ma} + 0 \\
&= 1/2 \cdot L_{pp} \cdot (m'_y) \cdot (2/3 \cdot x_a \cdot r) \\
\Gamma_a &= \Gamma_{ia} + \Gamma_{va} \\
&= 1/2 \cdot L_{pp} \cdot (-m'_y + C'_{La} \cdot \cos \beta_a) \cdot (v + 2/3 \cdot x_a \cdot r) \quad (21)
\end{aligned}$$

となる。

2) 揚力

平板船体上の束縛渦に生ずる揚力は、それぞれの流れの方向に垂直で

$$\begin{aligned}
L_f &= 1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp} \cdot d \cdot (m'_y + C'_{Lf} \cdot \cos \beta_f) \\
& \cdot (v + 2/3 \cdot x_f \cdot r) \cdot \sqrt{u^2 + (v + x_f \cdot r)^2} \\
L_{mf} &= 1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp} \cdot d \cdot (-m'_y) \\
& \cdot (2/3 \cdot x_f \cdot r) \cdot u \\
L_{ma} &= 1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp} \cdot d \cdot (m'_y) \\
& \cdot (2/3 \cdot x_a \cdot r) \cdot u \\
L_a &= 1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp} \cdot d \cdot (-m'_y + C'_{La} \cdot \cos \beta_a) \\
& \cdot (v + 2/3 \cdot x_a \cdot r) \cdot \sqrt{u^2 + (v + x_a \cdot r)^2}
\end{aligned}$$

となる。

3) 流出渦

船体中央部付近から渦の流出がないものとする、4.1.2で述べた純旋回による環状渦からの渦流出はなく、4.1.1で述べた斜航での環状渦のみが壊れて渦放出する。一方、Kuttaの渦も馬蹄形渦として船首尾から自由渦を放出すると考える (Fig. 7)。

このように束縛渦のうち一部が放出され、斜航での理想流体の渦と旋回でのKuttaの渦が自由渦を流出するので、それら流出渦の強さは

$$\begin{aligned}
\Gamma_f^s &= 1/2 \cdot L_{pp} \\
& \cdot \{m'_y \cdot v + C'_{Lf} \cdot \cos \beta_f \cdot (v + 2/3 \cdot x_f \cdot r)\} \\
\Gamma_a^s &= 1/2 \cdot L_{pp} \\
& \cdot \{-m'_y \cdot v + C'_{La} \cdot \cos \beta_a \cdot (v + 2/3 \cdot x_a \cdot r)\} \quad (22)
\end{aligned}$$

となる。

4) 誘導抗力

(21)式に示す束縛渦と(22)式に示す放出渦によって船首尾での誘導抗力は、それぞれの流れ方向に平行で

$$\begin{aligned}
D_{if} &= \rho \cdot \Gamma_f \cdot \Gamma_f^s \cdot C'_{DLf} \\
&= 1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp} \cdot d \cdot (L_{pp}/2d) \cdot C'_{DLf} \\
& \cdot \{(m'_y + C'_{Lf} \cdot \cos \beta_f) \cdot (v + 2/3 \cdot x_f \cdot r)\} \\
& \cdot \{m'_y \cdot v + C'_{Lf} \cdot \cos \beta_f \cdot (v + 2/3 \cdot x_f \cdot r)\} \\
D_{ia} &= \rho \cdot \Gamma_a \cdot \Gamma_a^s \cdot C'_{DLA} \\
&= 1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp} \cdot d \cdot (L_{pp}/2d) \cdot C'_{DLA} \\
& \cdot \{(-m'_y + C'_{La} \cdot \cos \beta_a) \cdot (v + 2/3 \cdot x_a \cdot r)\} \\
& \cdot \{-m'_y \cdot v + C'_{La} \cdot \cos \beta_a \cdot (v + 2/3 \cdot x_a \cdot r)\}
\end{aligned}$$

となる。

こゝに

$$\begin{aligned}
\cos \beta_f &= u / \sqrt{u^2 + (v + x_f \cdot r)^2} \\
\cos \beta_a &= u / \sqrt{u^2 + (v + x_a \cdot r)^2}
\end{aligned}$$

で、船体中央部の渦一対は誘導抗力を生じないとする。

5) 3分力 X, Y, N

前述の2)、4)の揚力と誘導抗力の下で、これらによる X, Y, N 3分力は

$$\begin{aligned}
X &= 1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp}^2 \cdot d \cdot m'_y \cdot r \cdot v \\
& + 1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp} \cdot d \\
& \cdot \{C'_{Lf} \cdot \cos \beta_f \cdot (v + 2/3 \cdot x_f \cdot r) \cdot (v + x_f \cdot r)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + C'_{La} \cdot \cos \beta_a \cdot (v + 2/3 \cdot x_a \cdot r) \cdot (v + x_a \cdot r) \\
& - 1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp} \cdot d \cdot (L_{pp}/2d) \\
& \cdot [C'_{DLf} \cdot (m'_y + C'_{Lf} \cdot \cos \beta_f) \cdot (v + 2/3 \cdot x_f \cdot r) \\
& \cdot \{m'_y \cdot v + C'_{Lf} \cdot \cos \beta_f \cdot (v + 2/3 \cdot x_f \cdot r)\} \cdot \cos \beta_f \\
& + C'_{DLa} \cdot (-m'_y + C'_{La} \cdot \cos \beta_a) \cdot (v + 2/3 \cdot x_a \cdot r) \\
& \cdot \{-m'_y \cdot v + C'_{La} \cdot \cos \beta_a \cdot (v + 2/3 \cdot x_a \cdot r)\} \\
& \cdot \cos \beta_a] \quad (23-1)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Y = & -1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp} \cdot d \\
& \cdot \{C'_{Lf} \cdot \cos \beta_f \cdot (v + 2/3 \cdot x_f \cdot r) \\
& + C'_{La} \cdot \cos \beta_a \cdot (v + 2/3 \cdot x_a \cdot r)\} \cdot u \\
& - 1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp} \cdot d \cdot (L_{pp}/2d) \\
& \cdot [C'_{DLf} \cdot (m'_y + C'_{Lf} \cdot \cos \beta_f) \cdot (v + 2/3 \cdot x_f \cdot r) \\
& \cdot \{m'_y \cdot v + C'_{Lf} \cdot \cos \beta_f \cdot (v + 2/3 \cdot x_f \cdot r)\} \\
& \cdot (-\sin \beta_f) \\
& + C'_{DLa} \cdot (-m'_y + C'_{La} \cdot \cos \beta_a) \cdot (v + 2/3 \cdot x_a \cdot r) \\
& \cdot \{-m'_y \cdot v + C'_{La} \cdot \cos \beta_a \cdot (v + 2/3 \cdot x_a \cdot r)\} \\
& \cdot (-\sin \beta_a)] \quad (23-2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
N = & -1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp}^2 \cdot d \cdot m'_y \cdot v \cdot u \\
& - 1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp}^2 \cdot d \\
& \cdot x'_f \cdot \{C'_{Lf} \cdot \cos \beta_f \cdot (v + 2/3 \cdot x_f \cdot r) \\
& - C'_{La} \cdot \cos \beta_a \cdot (v + 2/3 \cdot x_a \cdot r)\} \cdot u \\
& - 1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp}^2 \cdot d \cdot (L_{pp}/2d) \\
& \cdot x'_f \cdot [C'_{DLf} \cdot (m'_y + C'_{Lf} \cdot \cos \beta_f) \cdot (v + 2/3 \cdot x_f \cdot r) \\
& \cdot \{m'_y \cdot v + C'_{Lf} \cdot \cos \beta_f \cdot (v + 2/3 \cdot x_f \cdot r)\} \\
& \cdot (-\sin \beta_f) \\
& - C'_{DLa} \cdot (-m'_y + C'_{La} \cdot \cos \beta_a) \cdot (v + 2/3 \cdot x_a \cdot r) \\
& \cdot \{-m'_y \cdot v + C'_{La} \cdot \cos \beta_a \cdot (v + 2/3 \cdot x_a \cdot r)\} \\
& \cdot (-\sin \beta_a)] \quad (23-3)
\end{aligned}$$

となり、理想流体力、粘性揚力および誘導抗力に分離して記述される。

以上が平板船体が旋回する時の揚力と誘導抗力によるものである。更に船幅を有する時については次に述べる。

4.2 粘性流体での船体の渦モデル

船幅を有する船体では、これまでに考えてきた船体中心面の平板の他に3.2で考えたようにそれと直交する船体中央面の平板を付加して考えればよい (Fig. 8)。ここで、船体を細長体として考えると船体中央面の平板では船体中心面の平板船体で考えた Kutta 条件を付加する状況にはない。従って船体中央面の渦系は3.2で述べたように理想流体の環状渦のまゝにしておいてよい。よって4.1.3に述べた平板船体の渦モデルの(21), (22)式を基本として、それに理想流体中での船幅影響が加わることになる。即ち、船体中央面上の束縛渦としては(4)式のものに加わる。なお、この時船体中央面からの流出渦は無く

$$\Gamma_p^s = \Gamma_{mp}^s = \Gamma_{ms}^s = \Gamma_s^s = 0 \quad (24)$$

である。

よって4.1.3に記した船体中心面の平板とこの船体中央面の平板とにかゝる流体力を合わせると船体全体の力とな

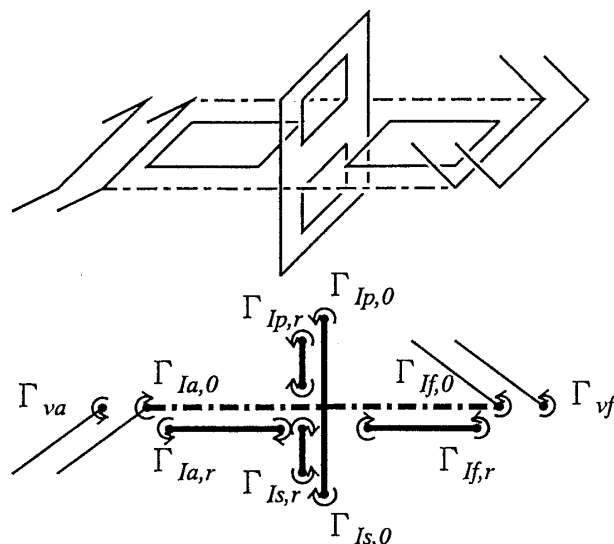


Fig. 8 Vortex model of a ship in turning motion (viscous flow)

り、その3分力 X, Y, N は理想流体力(添字 I)、粘性揚力(添字 Lv) および誘導抗力(添字 Di) に分けて表すと、

$$X = X_I + X_{Lv} + X_{Di} \quad (25-1)$$

ここで

$$X_I = 1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp}^2 \cdot d \cdot m'_y \cdot r \cdot v$$

$$\begin{aligned}
X_{Lv} = & 1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp} \cdot d \\
& \cdot \{C'_{Lf} \cdot \cos \beta_f \cdot (v + 2/3 \cdot x_f \cdot r) \cdot (v + x_f \cdot r) \\
& + C'_{La} \cdot \cos \beta_a \cdot (v + 2/3 \cdot x_a \cdot r) \cdot (v + x_a \cdot r)\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
X_{Di} = & -1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp} \cdot d \cdot (L_{pp}/2d) \\
& \cdot [C'_{DLf} \cdot (m'_y + C'_{Lf} \cdot \cos \beta_f) \cdot (v + 2/3 \cdot x_f \cdot r) \\
& \cdot \{m'_y \cdot v + C'_{Lf} \cdot \cos \beta_f \cdot (v + 2/3 \cdot x_f \cdot r)\} \cdot \cos \beta_f \\
& + C'_{DLa} \cdot (-m'_y + C'_{La} \cdot \cos \beta_a) \cdot (v + 2/3 \cdot x_a \cdot r) \\
& \cdot \{-m'_y \cdot v + C'_{La} \cdot \cos \beta_a \cdot (v + 2/3 \cdot x_a \cdot r)\} \\
& \cdot \cos \beta_a]
\end{aligned}$$

$$Y = Y_I + Y_{Lv} + Y_{Di} \quad (25-2)$$

ここで

$$Y_I = -1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp}^2 \cdot d \cdot m'_x \cdot r \cdot u$$

$$\begin{aligned}
Y_{Lv} = & -1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp} \cdot d \\
& \cdot \{C'_{Lf} \cdot \cos \beta_f \cdot (v + 2/3 \cdot x_f \cdot r) \\
& + C'_{La} \cdot \cos \beta_a \cdot (v + 2/3 \cdot x_a \cdot r)\} \cdot u
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Y_{Di} = & -1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp} \cdot d \cdot (L_{pp}/2d) \\
& \cdot [C'_{DLf} \cdot (m'_y + C'_{Lf} \cdot \cos \beta_f) \cdot (v + 2/3 \cdot x_f \cdot r) \\
& \cdot \{m'_y \cdot v + C'_{Lf} \cdot \cos \beta_f \cdot (v + 2/3 \cdot x_f \cdot r)\} \\
& \cdot (-\sin \beta_f) \\
& + C'_{DLa} \cdot (-m'_y + C'_{La} \cdot \cos \beta_a) \cdot (v + 2/3 \cdot x_a \cdot r) \\
& \cdot \{-m'_y \cdot v + C'_{La} \cdot \cos \beta_a \cdot (v + 2/3 \cdot x_a \cdot r)\} \\
& \cdot (-\sin \beta_a)]
\end{aligned}$$

$$N = N_I + N_{Lv} + N_{Di} \quad (25-3)$$

ここで

$$N_I = 1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp}^2 \cdot d \cdot (m'_x - m'_y) \cdot v \cdot u$$

$$\begin{aligned}
N_{Lv} &= -1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp}^2 \cdot d \\
&\quad \cdot x_f' \cdot \{C_{L_f} \cdot \cos \beta_f \cdot (v + 2/3 \cdot x_f \cdot r) \\
&\quad - C_{La} \cdot \cos \beta_a \cdot (v + 2/3 \cdot x_a \cdot r)\} \cdot u \\
N_{Di} &= -1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp}^2 \cdot d \cdot (L_{pp}/2d) \\
&\quad \cdot x_f' \cdot [C_{DL_f} \cdot (m_y' + C_{L_f} \cdot \cos \beta_f) \\
&\quad \cdot (v + 2/3 \cdot x_f \cdot r) \\
&\quad \cdot \{m_y' \cdot v + C_{L_f} \cdot \cos \beta_f \cdot (v + 2/3 \cdot x_f \cdot r)\} \\
&\quad \cdot (-\sin \beta_f) \\
&\quad - C_{DL_a} \cdot (-m_y' + C_{La} \cdot \cos \beta_a) \\
&\quad \cdot (v + 2/3 \cdot x_a \cdot r) \\
&\quad \cdot \{-m_y' \cdot v + C_{La} \cdot \cos \beta_a \cdot (v + 2/3 \cdot x_a \cdot r)\} \\
&\quad \cdot (-\sin \beta_a)]
\end{aligned}$$

となる。

5. 簡易渦モデルによる流体力数学モデル

4.2 で示した揚力・誘導抗力等に基づく旋回流体力の他に、これらとは種類の異なる発生機構による流体力があり、これらを加えると実在流体でのものが得られる。それらは、

クロスフロー抗力 (Y_c)、それによるモーメント (N_c) および船体前後非対称流れによるクロスフロー揚力 (X_c) 更に前後摩擦力 (X_f) であり

$$\begin{aligned}
X_c &= 1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp} \cdot d \\
&\quad \cdot \{C_{LASF} \cdot (v + x_f \cdot r)^2 - C_{LASA} \cdot (v + x_a \cdot r)^2\} \\
X_f &= -1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp} \cdot d \cdot C_{F'} \cdot |u| \cdot u
\end{aligned}$$

X_{ST} : 失速補正項

$$Y_c = -1/2 \cdot \rho \cdot \int C_D \cdot |v + x \cdot r| \cdot (v + x \cdot r) \cdot d \cdot dx$$

$$N_c = -1/2 \cdot \rho \cdot \int C_D \cdot |v + x \cdot r| \cdot (v + x \cdot r) \cdot x \cdot d \cdot dx$$

(26)

で記すことができる。

従って、3分力 X, Y, N は成分分離型モデルで記述でき、(25), (26) 式より次のようになる。

$$X = X_I + X_{Lv} + X_{Di} + (X_c + X_f + X_{ST})$$

$$Y = Y_I + Y_{Lv} + Y_{Di} + (Y_c)$$

$$N = N_I + N_{Lv} + N_{Di} + (N_c) \quad (27)$$

なお、本モデルによる PCC⁹⁾ を対象とした斜航、純旋回

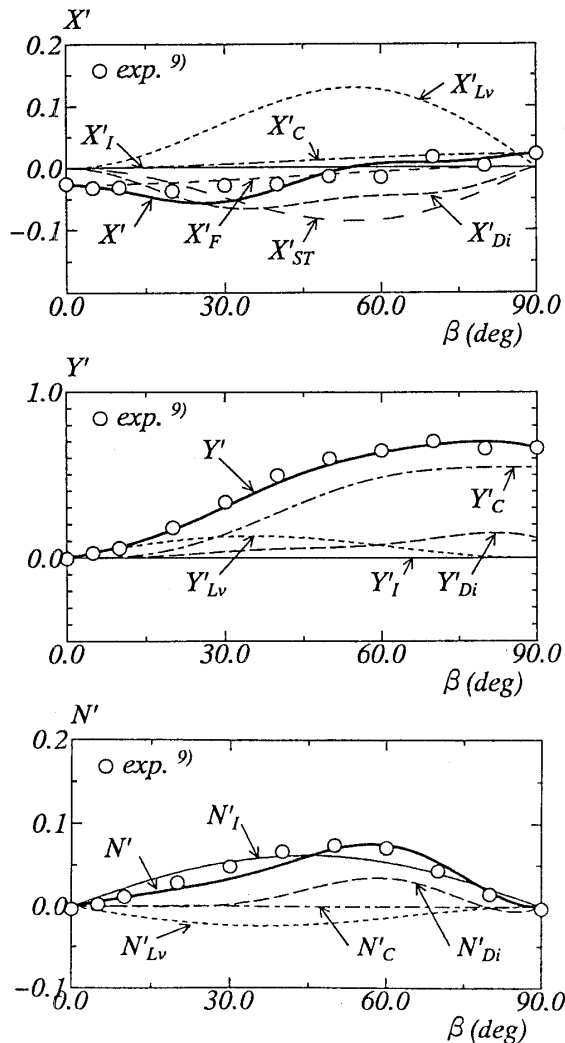


Fig. 9 Analysed results of hydrodynamic forces (X' , Y' and N') in oblique motion

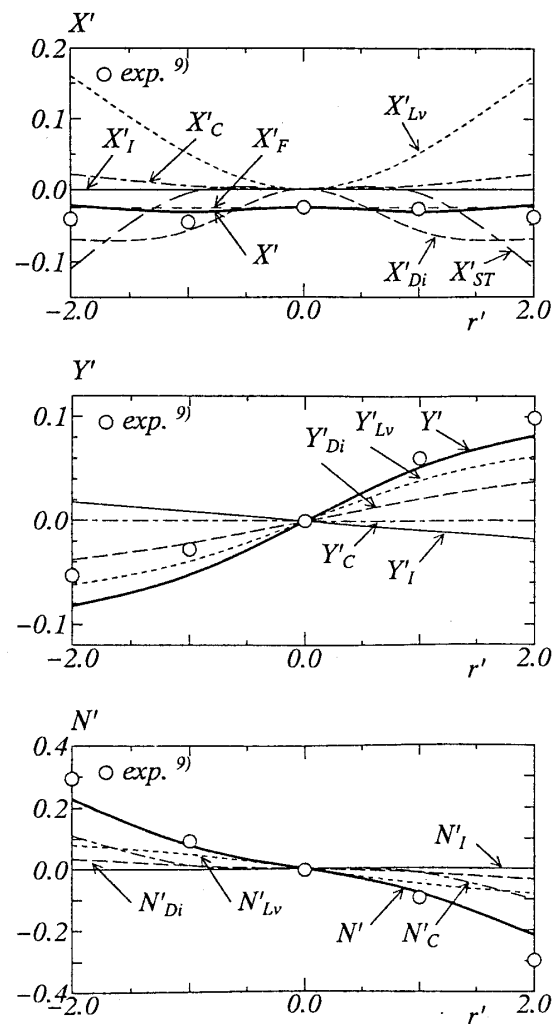


Fig. 10 Estimated results of hydrodynamic forces (X' , Y' and N') in pure-turning motion

時の流体力の解析・推定例をそれぞれ Figs. 9~10 に示す。図中 X' , Y' , N' はそれぞれ X , Y , N の無次元値で、無次元化は次式に従う。

$$X' = X / (1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp} \cdot d \cdot U^2)$$

$$Y' = Y / (1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp} \cdot d \cdot U^2)$$

$$N' = N / (1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp}^2 \cdot d \cdot U^2)$$

6. 従来の数学モデルとの比較

こゝで著者等が提唱した従来の力学モデル¹⁰⁾ との比較を行ってみると、大きな相違は誘導抗力にある。それを誘起する自由渦の流出機構が特に純旋回において異なっている。従来の力学モデルでは束縛渦の一部ではなく全部が馬蹄形渦として渦放出するモデルになっている。

即ち、船首渦の流出渦による誘導抗力は

$$\begin{aligned} & 1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp} \cdot d \cdot (L_{pp}/2d) \cdot C_{DLf} \\ & \cdot (m'_y + C_{Lf} \cos \beta_f) \cdot (v + 2/3 \cdot x_f \cdot r) \\ & \cdot \{m'_y \cdot v + C_{Lf} \cos \beta_f \cdot (v + 2/3 \cdot x_f \cdot r)\} \end{aligned}$$

(力学モデルの仮定)

$$\begin{aligned} & \rightarrow 1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp} \cdot d \cdot (L_{pp}/2d) \cdot C_{DLf} \\ & \cdot (m'_y + C_{Lf} \cos \beta_f)^2 \cdot (v + 2/3 \cdot x_f \cdot r)^2 \end{aligned}$$

(近似)

$$\begin{aligned} & \rightarrow 1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp} \cdot d \cdot (L_{pp}/2d) \cdot C_{DLf} \\ & \cdot (m'_y + C_{Lf})^2 \cdot \cos^2 \beta_f \cdot (v + 2/3 \cdot x_f \cdot r)^2 \end{aligned}$$

としている。

又、船尾渦の流出渦による誘導抗力も同様

$$\begin{aligned} & 1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp} \cdot d \cdot (L_{pp}/2d) \cdot C_{DLa} \\ & \cdot (-m'_y + C_{La} \cos \beta_a) \cdot (v + 2/3 \cdot x_a \cdot r) \\ & \cdot \{-m'_y \cdot v + C_{La} \cos \beta_a \cdot (v + 2/3 \cdot x_a \cdot r)\} \end{aligned}$$

(力学モデルの仮定)

$$\begin{aligned} & \rightarrow 1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp} \cdot d \cdot (L_{pp}/2d) \cdot C_{DLa} \\ & \cdot (-m'_y + C_{La} \cos \beta_a)^2 \cdot (v + 2/3 \cdot x_a \cdot r)^2 \end{aligned}$$

(近似)

$$\begin{aligned} & \rightarrow 1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp} \cdot d \cdot (L_{pp}/2d) \cdot C_{DLa} \\ & \cdot (-m'_y + C_{La})^2 \cdot \cos^2 \beta_a \cdot (v + 2/3 \cdot x_a \cdot r)^2 \end{aligned}$$

としたものになっている。

従って斜航運動 ($r=0$) では $\cos \beta$ の影響を除けば小さな β では大きな差はない。しかし純旋回 ($\beta=0$) を考えてみた場合、

船首端での誘導抗力は

$$\begin{aligned} & 1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp} \cdot d \cdot (L_{pp}/2d) \cdot C_{DLf} \cdot (m'_y + C_{Lf} \cos \beta_f) \\ & \cdot C_{Lf} \cos \beta_f \cdot (2/3 \cdot x_f \cdot r)^2 \end{aligned}$$

(力学モデルの仮定と近似)

$$\begin{aligned} & \rightarrow 1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp} \cdot d \cdot (L_{pp}/2d) \cdot C_{DLf} \cdot (m'_y + C_{Lf})^2 \\ & \cdot \cos^2 \beta_f \cdot (2/3 \cdot x_f \cdot r)^2 \end{aligned}$$

即ち $C_{Lf} \xrightarrow{(\text{近似})} (m'_y + C_{Lf})$

とし、また

船尾端での誘導抗力は

$$\begin{aligned} & 1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp} \cdot d \cdot (L_{pp}/2d) \cdot C_{DLa} \cdot (-m'_y + C_{La} \cos \beta_a) \\ & \cdot C_{La} \cos \beta_a \cdot (2/3 \cdot x_a \cdot r) \end{aligned}$$

(力学モデルの仮定と近似)

$$\begin{aligned} & \rightarrow 1/2 \cdot \rho \cdot L_{pp} \cdot d \cdot (L_{pp}/2d) \cdot C_{DLa} \cdot (-m'_y + C_{La})^2 \\ & \cdot \cos^2 \beta_a \cdot (2/3 \cdot x_a \cdot r)^2 \end{aligned}$$

即ち $C_{La} \xrightarrow{(\text{近似})} (-m'_y + C_{La})$

となり、流体力係数に差が生じるのが分かる。こゝに $(m'_y + C_{Lf}) \cdot C_{Lf} < (m'_y + C_{Lf})^2$ であり、また $(-m'_y + C_{La}) \cdot C_{La} > (-m'_y + C_{La})^2$ であるから従来の力学モデルを使って旋回の誘導抗力を推定すると、本モデルと比べて船首で大きく船尾で小さく推定することになる。

従って、 N モーメントへの影響は少ないが、 Y 力の誘導抗力に大きな差違が生ずることになる。この結果は、旋回流体力解析の経験からすると改善される方向にある。

また、従来の力学モデルにおけるクロスフロー抗力は、船首尾端の3次元影響を特別に配慮していないものであったが、本モデルでは、これが分離された形になっているのが(25-2)式に示されている。

7. あ と が き

本研究をまとめると、次の様になる。

- 1) 理想流体中で斜航運動 ($u, v, 0$) する船体を船体中央部で直交する長方形の環状渦で表した。
- 2) 理想流体中で純旋回運動 ($u, 0, r$) する船体を船体中央部で直交する一対の環状渦系の組み合わせで表した。
- 3) 粘性による影響を船首尾端における馬蹄形渦 (Kutta の渦) を付加することで表した。
- 4) 粘性による船首尾端における流出渦は、3) の馬蹄形渦の他に理想流体中の斜航運動により生ずる環状渦の一つからも馬蹄形渦として流した。
- 5) 流出渦に伴う船首尾端の誘導抗力は理想流体中の運動で生ずる 1) 2) の束縛渦と粘性により付加される 3) の束縛渦の双方に誘起される 4) の流出渦の誘導速度から与えた。
- 6) 以上の結果を利用してあらゆる操縦運動中の主船体流体力を成分分離型の数学モデルとして構築した。今後、本モデルを利用してクロスフロー抗力の3次元影響および失速影響等を考える方向性を示した。

本研究では、簡易渦モデルを用いた数学モデルを組み立て、船体流体力の一例を解析するに留まったが、今後、この下で斜航および純旋回流体力の分析手法を開発し、解析および推定精度を検討して行くつもりである。終りに九州大学工学部 中武一明教授には定義語について多々ご指導をたまわり感謝致します。

参 考 文 献

- 1) 溝口純敏：斜航船体まわりの流れと流体力、関西造

- 船協会誌, 第 195 号 (1984)
- 2) Nonaka, K.: Estimation of Hydrodynamic Forces Acting on a Ship in Manoeuvring Motion, Proc. of MARSIM'93, Vol. II (1993)
- 3) 田中 進, 貴島勝郎: Cross Flow を基にした斜航船体に働く流体力の計算, 日本造船学会論文集, 第 176 号 (1994)
- 4) 松井志郎, 楊建民, 玉島正裕, 山崎隆介: 旋回する船体まわりの流場と流体力の計算, 西部造船会会報, 第 88 号 (1994)
- 5) Fujino, M., Ohmori, T., Usami, S., Eguchi, S., Kanai, M. and Miyata, H.: Longitudinal Distribution of Hydrodynamic Lateral Force Acting on a Ship in Manoeuvring Motion, Proc. Symposium on Ship Manoeuvrability, Fukuoka (1995)
- 6) 小瀬邦治, 日當博喜, 橋詰泰久, 二川英二郎: 低速で航行する船の操縦運動モデルについて, 日本造船学会論文集, 第 153 号 (1984)
- 7) 小林英一, 浅井滋: 低速域の操船運動を表す数学モデルに関する一検討, 関西造船協会誌, 第 195 号 (1984)
- 8) 高品純志: タグによる操縦運動とその計算法について, 日本造船学会論文集, 第 160 号 (1986)
- 9) 芳村康男: 浅水域の操縦運動数学モデルの検討 (第 2 報) - 低速操船時, 主船体に働く流体力について, 関西造船協会誌, 第 210 号 (1988)
- 10) Karasuno, K., Igarashi, K.: A physical-mathematical model of hydrodynamic forces and moment acting on a hull during large drifting and turning motion under the conditions of slow speed, Proc. of MARSIM' 93, (1993)
- 11) 小瀬邦治, 深沢塔一, 末光啓二, 佐伯敏朗, 湯室彰規, 山上順雄: MSS 報告 IV; 低速時の操縦運動モデルの実用化, 日本造船学会誌, 第 721 号 (1989)
- 12) 烏野慶一, 松野二郎, 伊藤智行, 五十嵐和之: 斜航流体力の物理的成分分離による数学モデル (第 2 報), 関西造船協会誌, 第 216 号 (1991)
- 13) 烏野慶一, 松野二郎, 伊藤智行, 五十嵐和之: 低速時における主船体操縦性流体力の新しい数学モデルについて (第 2 報) - 旋回時の場合 -, 関西造船協会誌, 第 217 号 (1992)
- 14) 烏野慶一, 前川和義: 簡易渦モデルによる成分分離型操縦性流体力モデル - 低速時における主船体操縦性流体力モデル, 日本造船学会第 37 回運動性能研究委員会, MC 37-5 (1993)
- 15) 小川陽弘, 浜本剛実: 第 3 回操縦性シンポジウム第 2 章, 操縦運動の数学モデルの基礎, 日本造船学会シンポジウムテキスト (1981)
- 16) 浜本剛実, 野中晃二, 溝口純敏: 操縦性能の予測と評価第 2 章, 船体に働く流体力の推定法, 運動性能研究委員会第 4 回シンポジウムテキスト (1987)