平板近似による 3 次元水面衝撃計算法について

正員 遠 山 泰 美*

Flat Plate Approximation in the Three-dimensional Slamming

by Yasumi Toyama, *Member*

Summary

The slamming problems of the three-dimensional bodies are investigated analytically. The similar method of flat plate approximation developed by Wagner to solve the two-dimensional slamming is applied to the water entry problems of arbitrary axisymmetric bodies.

The theoretical approach is extended to the more general case where the shape of the impact surface is elliptic. An analytical expression for the three-dimensional pressure distribution is derived. It is shown that the maximum impact pressure is approximately proportional to the square of the expanding velocity of the major diameter of the elliptic wet surface.

1. 緒　　言

船体と水面との相対運動によって発生する衝撃荷重は船舶の安全性を確保する上で考慮すべき重要な荷重の 1 つである。実際の衝撃現象の多くは 3 次元的であるが，これまでに 3 次元の衝撃を理論的に扱った研究は非常に少なく，Chuang[1] の円錐，渡辺[2] の傾斜平板の研究が代表されるに過ぎない。

2 次元の衝撃理論の 1 つに Wagner[3] による平板近似モデルがあるが，平板端部の取り扱いの不完全さに難点があった。その後，渡辺[4] や Cointe ら[5] は Matched asymptotic expansion 手法を用い，Splash の影響を考慮したより合理的な理論を構築した。なお Wagner 理論による圧力分布は，これらのより正確な圧力分布に比べ，大幅な違いがあったわけではなかった。簡潔さを考慮すれば，Wagner 理論はなお十分利用価値が高いと考えられる。

そこで 2 次元の Wagner の理論を 3 次元に拡張することを試みた。まず，円板近似による任意の軸対称物体の水面衝撃の算定法を示し，次に接水面の形状が楕円形（長径と短径の比が時間とともに変化しながら拡大する楕円平板）で近似できる場合の衝撃圧力分布および衝撃力の計算法を提案した。計算法の構築にあたり，Wagner と同様の仮定，すなわち浅吃水，空気の巻き込みの無視，重力無視，非圧縮性流体の仮定を置いた。

3 次元理論の定式化には 2 次元理論と共通する部分が多いので，最初に 2 次元理論について簡単にまとめた。

2. Wagner の水面衝撃理論

2.1 平板の速度ポテンシャルおよび衝撃圧力

半幅 $c(t)$ の平板が 2 次元静止流体中を板に垂直に $V(t)$ なる速度で運動する時の板表面での速度ポテンシャルは

$$\phi=-Vc\sqrt{1-\xi^2},\ \xi=x/c<1 \tag{1}$$

で表される。Bernoulli の式

$$p/\rho=-\partial\phi/\partial t-(\partial\phi/\partial x)^2/2 \tag{2}$$

に (1) 式を代入すると (3) 式の圧力算定式を得る。

$$p=0.5\rho V^2[2\alpha/\sqrt{1-\xi^2}-\xi^2/(1-\xi^2)]+\rho c\dot{V}\sqrt{1-\xi^2} \tag{3}$$

ここに

$$\alpha=\dot{c}/V=(dc/dt)/V \tag{4}$$

ρ：流体密度

2.2 接水幅およびその拡大速度

水面の盛上がりは平板まわりの水面の上昇速度を v_2（物

*　三井造船(株)船舶艦艇事業部技術開発部

原稿受理　平成 8 年 1 月 9 日
春季講演会において講演　平成 8 年 5 月 15，16 日

体に対する相対速度）とすると，

$$v_2=V/\sqrt{1-\xi^{-2}},\ \xi>1 \tag{5}$$

の積分によって求められる。左右対称物体の形状を

$$z=\beta_0 x+\beta_1 x^2+\beta_2 x^3+\beta_3 x^4+\cdots \tag{6}$$

で表す。今，

$$1/\alpha=V/\dot{c}=\alpha_0+\alpha_1 c+\alpha_2 c^2+\alpha_3 c^3+\cdots \tag{7}$$

で表されるものとすると，接水端 $x=c$ における水面高さ $w(c)$ は(5)式の積分により

$$w(c)=\int v_2 dt=\int_0^c [v_2/(V\alpha)]dc$$

$$=\frac{\pi}{2}\alpha_0 c+\alpha_1 c^2+\frac{\pi}{4}\alpha_2 c^3+\frac{2}{3}\alpha_3 c^4+\cdots \tag{8}$$

となり，$x=c$ における物体の高さ $z(c)$ と一致する必要から(6)式と比較し，

$$\alpha_0=2\beta_0/\pi,\ \alpha_1=\beta_1,\ \alpha_2=4\beta_2/\pi,\ \alpha_3=3\beta_2/2 \tag{9}$$

を得る。Wagner[3] の文献には α_4 まで示されているが，係数 α_n と β_n の間には次の関係が成り立つので，容易に高次の係数を算出することができる。

$$\begin{aligned}&\alpha_n=\beta_n/\gamma_n,\ \gamma_0=\pi/2,\ \gamma_1=1\\&\gamma_n=[(n-1)/n]\cdot\gamma_{n-2}\quad n=2,3,\cdots\end{aligned} \tag{10}$$

(7)式により α が求められると(3)式により圧力分布が計算できる。また接水後の物体の落下距離を没水深さ h で定義すると，h は

$$h=\int V(t)dt=\int_0^c (1/\alpha)dc$$

$$=\alpha_0 c+\frac{\alpha_1}{2}c^2+\frac{\alpha_2}{3}c^3+\cdots \tag{11}$$

によって計算される。

2.3 円柱の水面衝撃

Wagner の理論の適用例は楔型物体に関するものが最も広く知られているが，ここでは海洋構造物の分野で応用価値の高い水平円柱への適用を考える。半径 a の円を最下端を中心に Taylor 展開すると，

$$\frac{z}{a}=\frac{1}{2}\left(\frac{x}{a}\right)^2+\frac{1}{8}\left(\frac{x}{a}\right)^4+\frac{1}{16}\left(\frac{x}{a}\right)^6+\frac{5}{128}\left(\frac{x}{a}\right)^8+\cdots \tag{12}$$

となる。(10)式を利用すると，

$$\frac{1}{\alpha}=\frac{1}{2}\left(\frac{c}{a}\right)+\frac{3}{16}\left(\frac{c}{a}\right)^3+\frac{15}{128}\left(\frac{c}{a}\right)^5+\frac{525}{6144}\left(\frac{c}{a}\right)^7+\cdots \tag{13}$$

$$\frac{h}{a}=\frac{1}{4}\left(\frac{c}{a}\right)^2+\frac{3}{64}\left(\frac{c}{a}\right)^4+\frac{15}{768}\left(\frac{c}{a}\right)^6+\frac{525}{49152}\left(\frac{c}{a}\right)^8+\cdots \tag{14}$$

を得る。Wagner は衝撃力 F を半幅 c の平板の付加水質量のもつ運動量から求めており，V が一定の場合には

$$F/\rho V^2 a=\alpha\pi(c/a) \tag{15}$$

となる。(15)式左辺の無次元化表示は衝撃力係数とも呼ばれている。(14)式の4乗項($n=4$)で打ち切ると

$$F/\rho V^2 a=2\pi/\sqrt{1+3(h/a)}\cong 2\pi/[1+1.5(h/a)] \tag{16}$$

となり，Miller[6] の文献で紹介されている Wagner モデルによる円柱の衝撃力係数に一致する。$n=4$ で打ち切った場合，$x=a$ で $z=a$ となるべきところが，$z=0.625a$ となり，最大径付近の形状は円から離れてくる。$n=4$ で打ち切らなくても(10)式を利用すれば，高次の項を含む計算が容易にできる。(15)式は無限流体中の平板の付加水質量の 1/2 を用いて導かれているが，必ずしもそのように表し得るという根拠に乏しいように思われる。むしろ(3)式の圧力分布を積分して衝撃力を求める方が適切で理解し易い。

ただし Wagner モデルでは平板を回り込む無限大の流速のために接水端の圧力は負の無限大になっており，そのまま積分するのは具合が悪い。そこで圧力の正の領域だけで積分し，接水端近傍の負の部分を無視することを考える。低傾斜楔に対する Splash を考慮した非線形数値計算例，たとえば谷澤[7] (BEM)，遠山[8] (FEM) による圧力分布は Wagner の負域を無視した圧力分布とよく似ており，Wagner の正の圧力部分だけを積分して衝撃力を求めることは工学的には妥当だと判断される。V が一定の場合，圧力が正から負に変わる位置 x_0は，

$$x_0/c=\xi_0=(2\alpha\sqrt{\alpha^2+1}-2\alpha^2)^{1/2} \tag{17}$$

で与えられ，$-x_0$ から x_0 まで積分すると衝撃力は

$$F/\rho V^2 c=2\alpha\sin^{-1}\xi_0+\xi_0-0.5\log[(1+\xi_0)/(1-\xi_0)] \tag{18}$$

で求められる。なお(2)式の第2項を無視して積分すると(15)式に一致する。Fig. 1 に(15)式と(18)式による衝撃力係数を比較して示す。Fig. 2 に荒井[9]，Cointe ら[5]，Miller[6] の文献に示されている衝撃圧係数と項数を十分多く取った場合の(18)式の値を比較した。(16)式で示される Wagner

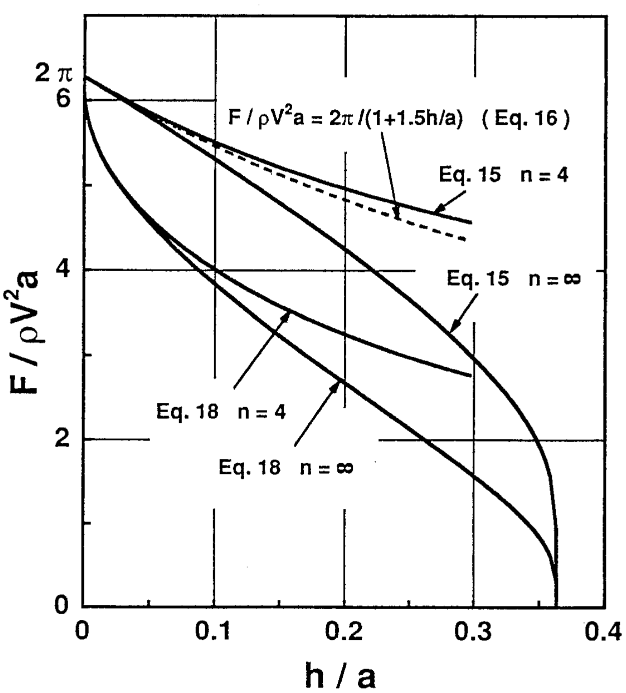

Fig. 1 Slamming coefficients of a circular cylinder based on Wagner's theory

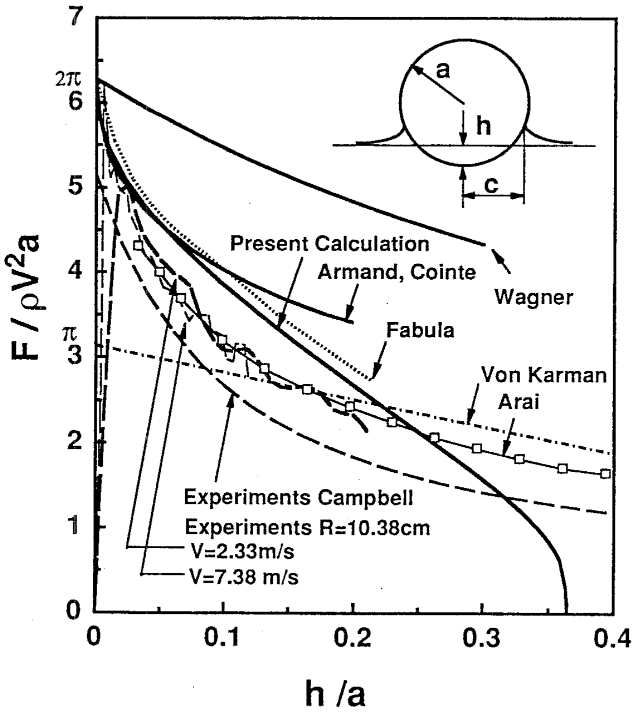

Fig. 2 Experimental, numerical and theoretical slamming coefficitents of a circular cylinder

の衝撃力係数は他の計算値や実験値と大きく離れているが，これはWagner自身が計算したわけではなく，理論の不備によるものではない。むしろ摂動法でもってより正確に評価したCointeら[5]の2次近似解と(18)式による値が近いことは簡潔なWagnerモデルの実用性の高さを示している。

3．3次元軸対称物体の水面衝撃

3.1 円板の速度ポテンシャルおよび衝撃圧力

半径 $c(t)$ の円板が無限流体中を板に垂直に $V(t)$ なる速度で運動するとき円板表面での速度ポテンシャル[10]は，

$$\phi=-(2/\pi)Vc\sqrt{1-\xi^2},\ \xi=r/c<1 \tag{19}$$

で表される。Bernoulliの式に代入すると，圧力算定式，

$$p=\frac{\rho}{2}V^2\cdot\frac{4}{\pi}\left[\frac{\alpha}{\sqrt{1-\xi^2}}-\frac{1}{\pi}\frac{\xi^2}{(1-\xi^2)}\right]+\frac{2}{\pi}\rho c\dot{V}\sqrt{1-\xi^2} \tag{20}$$

ここに

$$\alpha=\dot{c}/V$$

を得る。V が一定の場合，最大圧力は

$$p_{\max}/0.5\rho V^2=4/\pi^2+\alpha^2,\ \alpha>2/\pi\ のとき \tag{21}$$

$$p_{\max}/0.5\rho V^2=4\alpha/\pi,\ \alpha\leq 2/\pi\ のとき \tag{22}$$

となる。また圧力が0となる位置は，

$$r_0/c=\xi_0=\frac{\pi\alpha}{\sqrt{2}}\left[\sqrt{1+\frac{4}{(\pi\alpha)^2}}-1\right]^{1/2} \tag{23}$$

で与えられる。

正の圧力部分を積分すると衝撃力 F は，

$$F/0.5\rho\pi V^2c^2=(4/\pi^2)\cdot[2\pi\alpha(1-\sqrt{1-\xi_0^2})+\xi_0^2+\log(1-\xi_0^2)] \tag{24}$$

で計算できる。

3.2 接水半径およびその拡大速度

水面の盛上がりは円板まわりの水面の物体に対する相対速度 v_3，

$$v_3=\frac{2V}{\pi}\left[\frac{1}{\sqrt{\xi^2-1}}-\sin^{-1}\left(\frac{1}{\xi}\right)\right]+V,\ \xi>1 \tag{25}$$

を積分して求められる。軸対称物体の形状を

$$z=\beta_0r+\beta_1r^2+\beta_2r^3+\beta_3r^4+\cdots \tag{26}$$

で表す。今，

$$1/\alpha=V/\dot{c}=\alpha_0+\alpha_1c+\alpha_2c^2+\alpha_3c^3+\cdots \tag{27}$$

で表されるものとすると，接水端 $r=c$ における水面高さ $w(c)$ は(25)式の積分から

$$w(c)=\int v_3dt=\int_0^c[v_3/(V\alpha)]dc$$

$$=\frac{4}{\pi}\alpha_0c+\frac{3}{4}\alpha_1c^2+\frac{16}{9\pi}\alpha_2c^3+\frac{15}{32}\alpha_3c^4+\cdots \tag{28}$$

となり，$z(c)$ と一致する必要から(26)式と比較し，

$$\alpha_n=\beta_n/\gamma_n,\ \gamma_0=4/\pi,\ \gamma_1=3/4$$
$$\gamma_n=[(n-1)(n+2)/(n+1)^2]\cdot\gamma_{n-2}\quad n=2,3,\cdots \tag{29}$$

を得る。(27)式により α が決まると(20)～(24)式を用いて圧力分布や衝撃力が算定できる。

3.3 円錐の衝撃

(26)式の第1項だけを考えると，

$$\alpha=4/(\pi\beta_0),\ h=\pi\beta_0c/4$$
$$c/c_0=4/\pi=1.273 \tag{30}$$

が得られる。

ここに c_0 は水面の盛上がりを無視したときの接水半径である。Chuang[1]は同様の手法で円錐の問題を解いているが流速の算定式が(25)式と異なるため $c/c_0=1.36$ を得ており(30)式の値より少し大きい。

3.4 放物面物体の衝撃

(26)式の第2項だけを考えると，

$$\alpha=3/(4\beta_1c),\ h=2\beta_1c^2/3$$
$$c/c_0=\sqrt{3/2}=1.225 \tag{31}$$

となる。

3.5 半径 a を持つ球面物体の衝撃

(12)式の x の代わりに r を用い，(29)式，(11)式を適用すると

$$\frac{1}{\alpha}=\frac{2}{3}\left(\frac{c}{a}\right)+\frac{4}{15}\left(\frac{c}{a}\right)^3+\frac{6}{35}\left(\frac{c}{a}\right)^5+\frac{8}{63}\left(\frac{c}{a}\right)^7+\cdots \tag{32}$$

$$\frac{h}{a}=\frac{1}{3}\left(\frac{c}{a}\right)^2+\frac{1}{15}\left(\frac{c}{a}\right)^4+\frac{1}{35}\left(\frac{c}{a}\right)^6+\frac{1}{63}\left(\frac{c}{a}\right)^8+\cdots \tag{33}$$

を得る。水面形状，圧力分布形状，衝撃力係数，c/c_0 比の計算結果を円柱の場合と比較してFig. 3～Fig. 6に示す。

圧力，衝撃力については V は一定とした。衝撃力係数は円柱の場合，接水開始時が最大で 2π であり，$h=0.363a$ の

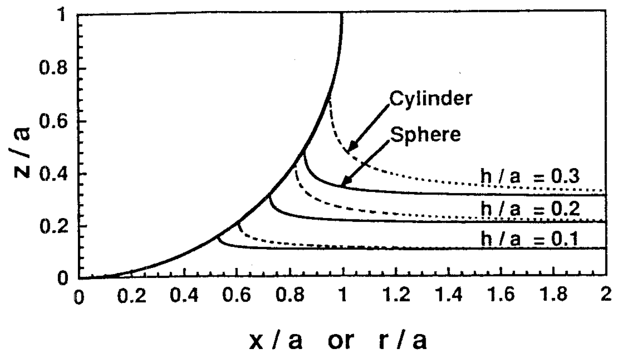

Fig. 3　Free surface elevation during the slamming of circular cylinder and sphere

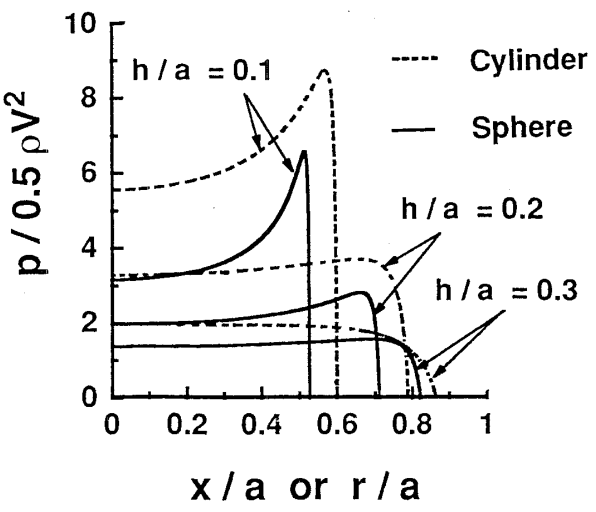

Fig. 4　Non-dimensional pressure distribution on the impact surfaces of circular cylinder and sphere

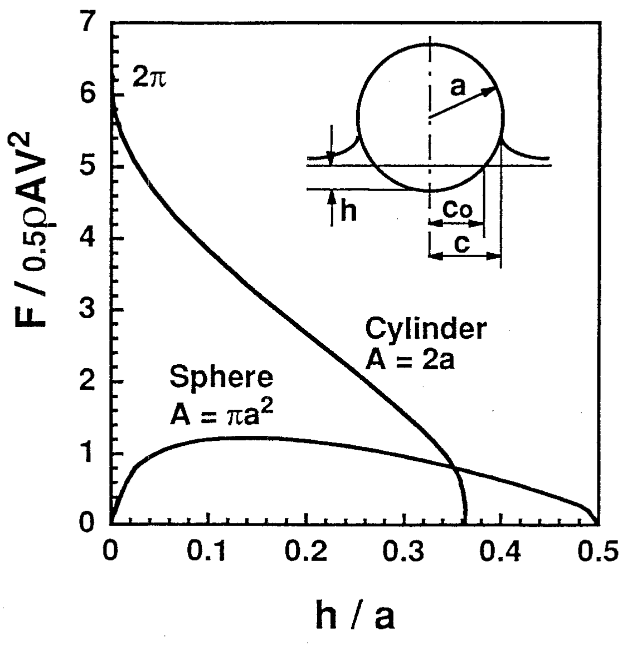

Fig. 5　Slamming coefficients of circular cylinder and sphere obtained by flat plate approximation

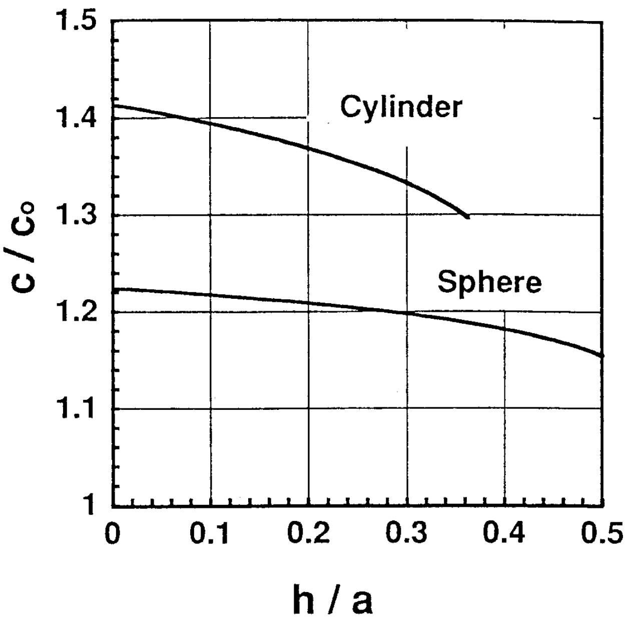

Fig. 6　The ratio of immersion breadth c/c_0 for circular cylinder and sphere

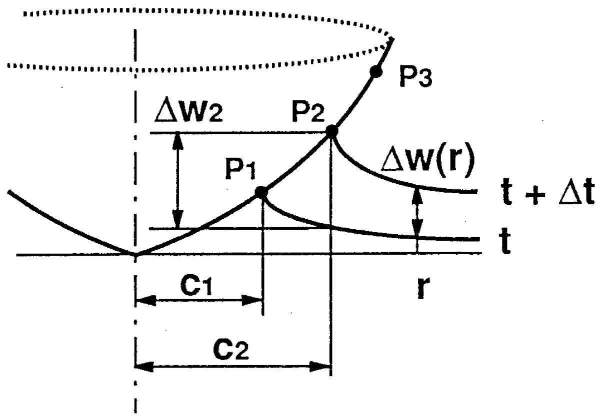

Fig. 7　Geometrical relations of the slamming of an axisymmetric body

ときに 0 となる。一方，球面の場合には $h=0.142a$ で最大値 1.229 に達し，$h=0.5a$ のときに 0 となる。c/c_0 比は円柱では $\sqrt{2}$ から始まるのに対し，球の場合は $\sqrt{1.5}$ から始まる。

3.6　区分的積分による軸対称問題の解法

Wagner の方法は級数展開を利用するものであるが，別な手法として物体表面を節点と要素で表現し区分的に積分して行く方法[8]が 2 次元衝撃問題で提案されている。ナックルを有する物体や収束の遅い級数となる場合には便利である。軸対称物体の場合，Fig. 7 に示すように物体表面に P_1, P_2, …なる節点を置く。

P_1 が接水した後 P_2 が接水するまでの時間を Δt と表す。接水半径の拡大速度と物体の落下速度の比 α は Δt の間は

一定と見なすと，Δt 間の水面上昇量 Δw は，(25)式を用い，

$$\Delta w(r)=\int_{c_1}^{c_2}(v_3/V\alpha)dc=[F(c_2,\ r)-F(c_1,\ r)]/\alpha \tag{34}$$

ここに，

$$F(c,\ r)=c-\frac{2}{\pi}(c\sin^{-1}\frac{c}{r}+2\sqrt{r^2-c^2}) \tag{35}$$

で計算できる。$\Delta w(c_2)$ は既知量 Δw_2 に一致する必要があるので $\alpha,\ \Delta t$ はそれぞれ，

$$\alpha=[F(c_2,\ c_2)-F(c_1,\ c_2)]/\Delta w_2 \tag{36}$$

$$\Delta t=(c_2-c_1)/(V\alpha) \tag{37}$$

によって求められる。(34)式により，P_2 が接水する時の水面形状を計算し，次のステップで同様の計算を繰り返す。各ステップ毎の α と c を用いて(20)～(24)式から衝撃圧力，衝撃力を計算する。

4. 接水面が楕円形で表される場合の3次元水面衝撃

4.1 楕円平板の速度ポテンシャルおよび衝撃圧力

3.1で用いた円板の代わりに短軸半径 $c(t)$，長軸半径 $b(t)$ の楕円平板を考える。残念なことにこの問題は陽な形では解かれていない。Lamb[10] は軸半径 abc を持つ楕円体が無限流体中を1つの軸方向に V で運動する場合の速度ポテンシャルの計算式を提示している。楕円体を次式，

$$x^2/c^2+y^2/b^2+z^2/a^2=1 \tag{38}$$

で表す。z 方向に V で運動しているものとすると，この楕円体と焦点を共有する楕円体，

$$x^2/(c^2+\lambda)+y^2/(b^2+\lambda)+z^2/(a^2+\lambda)=1,\ \lambda\geq 0 \tag{39}$$

の表面における速度ポテンシャルは，

$$\phi=-[abc/(2-\alpha_0)]\cdot Vz\int_{\lambda}^{\infty}(a^2+\lambda)^{-1}\cdot\Delta^{-1}d\lambda \tag{40}$$

ここに，

$$\alpha_0=abc\int_0^{\infty}(a^2+\lambda)^{-1}\cdot\Delta^{-1}d\lambda \tag{41}$$

$$\Delta=[(a^2+\lambda)(b^2+\lambda)(c^2+\lambda)]^{1/2} \tag{42}$$

で与えられる。ここで $\lambda=0,\ a\to 0$ として数値計算を行うと楕円平板上の速度ポテンシャルが次式の形で求められる。

$$\phi(\xi,\ \eta)=-Vcf_0(s)\cdot(1-\xi^2-\eta^2)^{1/2} \tag{43}$$

ここに，

$$\xi=x/c,\ \eta=y/b,\ s=c/b\leq 1$$

Table 1 Added mass coefficient of elliptic disk

s=c / b	f0(s)	Eq. (45)	Note
0.0	1.000	1.000	(2-D Plate)
0.2	0.952	0.952	2c
0.4	0.869	0.870	2b
0.6	0.784	0.782	
0.8	0.705	0.704	$f_0=m_a/(4\rho\pi bc^2/3)$
1.0	0.637	0.637	(Circular Disk)

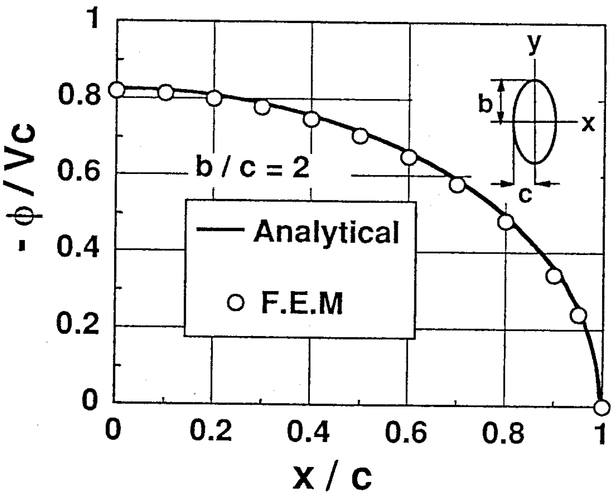

Fig. 8 Velocity potential on the surface of an elliptic disk in motion of translation

$f_0(s)$ は楕円平板中央での無次元化速度ポテンシャルの値であるが，次式で定義した無限流体中の楕円平板の付加水質量係数でもある。

$$f_0(s)=m_a/(4\rho\pi bc^2/3) \tag{44}$$

f_0 の計算値を Table 1 に示す。近似多項式を次式で示す。

$$f_0(s)=1-0.0941s-0.9140s^2+0.9749s^3-0.3302s^4 \tag{45}$$

$b/c=2$ に対し，(43)式から求めた速度ポテンシャル分布と3次元 FEM 解析により解いた結果の比較を Fig. 8 に示す。(43)式と Bernoulli の式から楕円平板上の衝撃圧力算定式，

$$\begin{aligned}p=0.5\rho V^2\{&2[\alpha_c f_0+s(\alpha_c-s\alpha_b)\cdot f_0']\cdot\sqrt{g}\\&+2f_0\cdot(\alpha_c\xi^2+s\alpha_b\eta^2)/\sqrt{g}\\&-f_0^2\cdot(\xi^2+s^2\eta^2)/g\}+\rho c\dot{V}f_0\sqrt{g}\end{aligned} \tag{46}$$

ただし，

$$\alpha_b=\dot{b}/V,\ \alpha_c=\dot{c}/V,\ g=1-\xi^2-\eta^2$$

$$f_0'=-0.0941-1.828s+2.9247s^2-1.3208s^3$$

が導かれる。

4.2 接水面の拡大速度と水面の盛上がり

(40)式を利用し水面の上昇速度を数値的に算出することができる。楕円平板と焦点を共有する楕円上の水面上昇速度は全て同じ値になることから，x 軸上の流速分布を求めておけば任意の水面上の流速が容易に計算できる。楕円の縦横比 s を変化させ，x 軸上の流速分布 v を計算すると Fig. 9 のように表される。$c/b=0$ の場合(5)式の v_2 となり，$c/b=1$ の場合，(25)式の v_3 に一致する。後の計算に便利なように v_2 と v_3 を組み合わせて Fig. 9 に対応する近似式を作っておくと，たとえば

$$v=[(1+s^2)v_A+s^2(\xi^2-1)v_B]/(1+s^2\xi^2) \tag{47}$$

ここに，

$$v_A=sv_3+(1-s)v_2$$

$$v_B=V+(v_3-V)/s$$

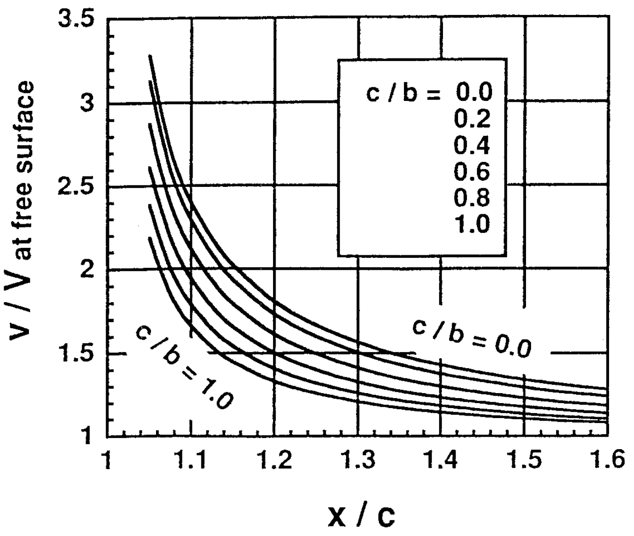

Fig. 9　Velocity distribution of elevated free surface outside the elliptic disk

のように表される。

水面の盛上がりの計算は楕円の全周で行わずに x 軸と y 軸上だけで行う。3.6 で述べた方法と同様の手法により，区分的な積分を数値積分により実施する。x 軸と y 軸の両方で接水する条件を満足させるためには，若干の繰り返し計算が必要となる。具体的には 2 方向の無次元化接水半径拡大速度の比，α_b/α_c を仮定して α_c と Δt を求め，時刻 $t+\Delta t$ における y 軸上の接水端 $y=b+\alpha_b V\Delta t$ で物体と水面の間にギャップまたは重なりが生じないよう α_b を調整するという収束計算を行う。

4.3　楕円体の水面衝撃計算結果

上述した算定法は接水面が楕円で近似できさえすれば任意の物体形状に対し利用でき，たとえば幅方向に変形した円錐等も扱える。ここでは Fig. 10 に示すように，3 つの半径が a, B, C で表される楕円体の水面衝撃を考える。1 例として $B/a=1.5$, $C/a=0.75$, V が一定の場合の水面形状を Fig. 11 に，衝撃圧力分布を Fig. 12, Fig. 13 に示す。h/a $=0.1$ のときの長軸半径の拡大速度は 3.55 V であり，最大圧力の無次元化値は長軸端部で $12.8(=3.58^2)$ となっている。このことから最大圧力は近似的に

$$P_{\max}/0.5\rho V^2 \cong \alpha_b^2 = (\dot{b}/V)^2 \tag{48}$$

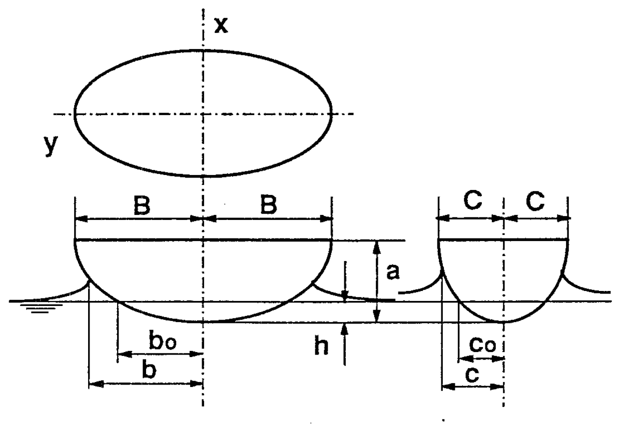

Fig. 10　Geometrical relations of the slamming of an ellipsoid

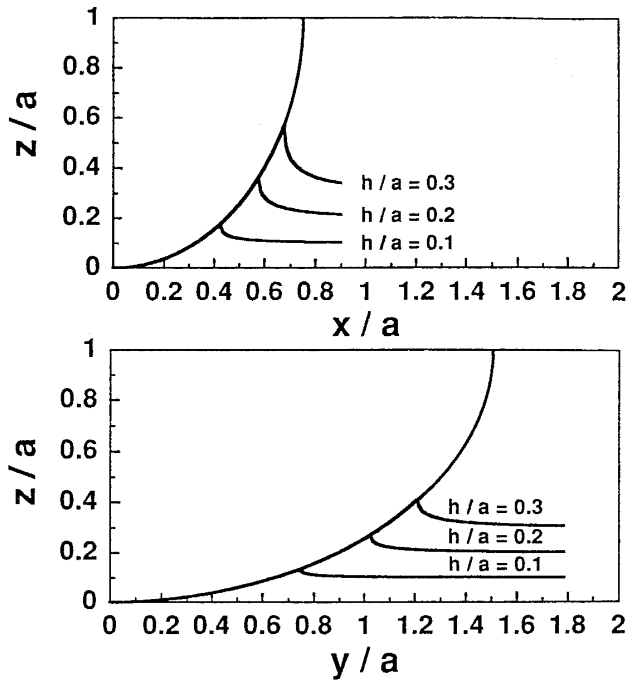

Fig. 11　Free surface elevation during the slamming of the ellipsoid ($B/a=1.5$, $C/a=0.75$)

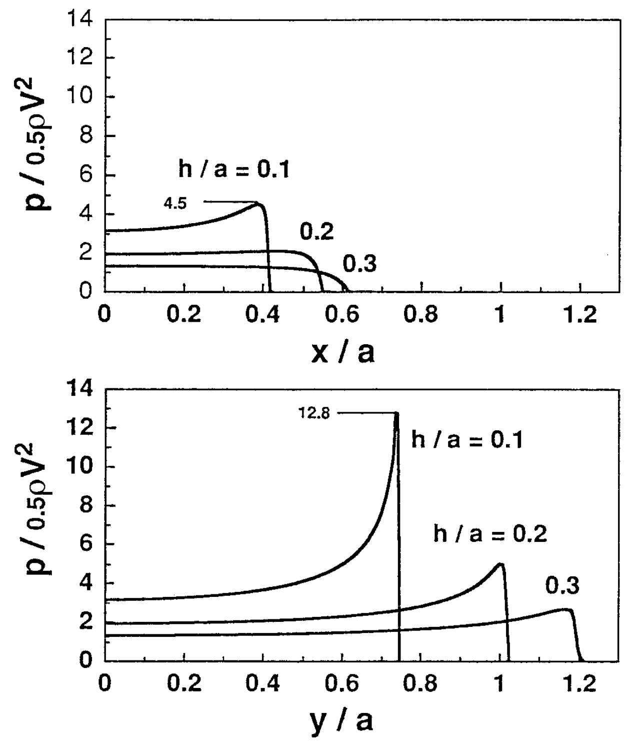

Fig. 12　Non-dimensional pressure distributions along the horizontal axes on the surface of the ellipsoid ($B/a=1.5$, $C/a=0.75$)

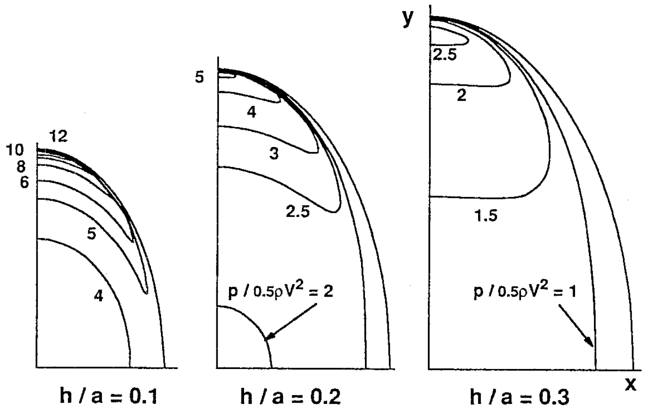

Fig. 13　Non-dimensional pressure contour on the surface of the ellipsoid ($B/a=1.5$, $C/a=0.75$)

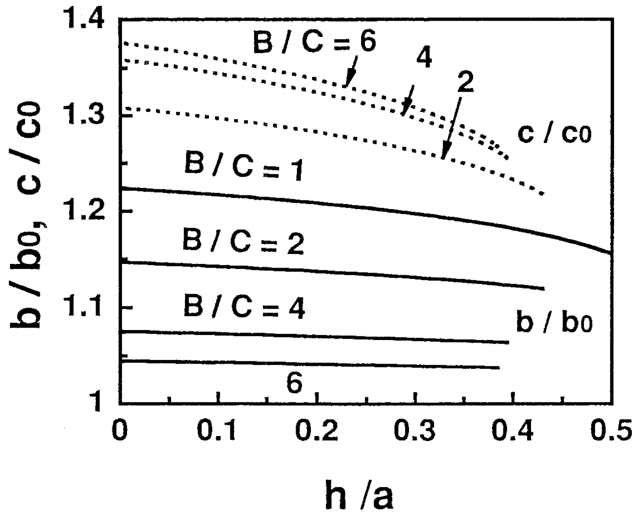

Fig. 14　The ratio of immersion radius b/b_0 and c/c_0 for the penetrating ellipsoids

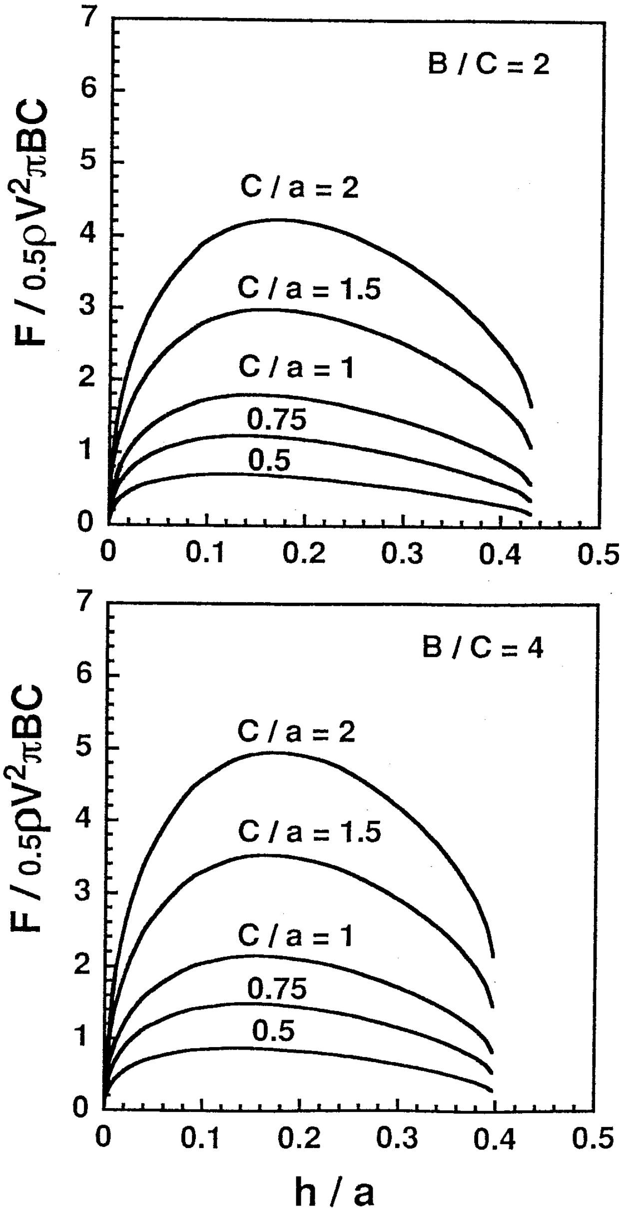

Fig. 15　Slamming coefficitents of ellipsoids

で表されることが確認できる。

次に $B/C=1\sim6$ の楕円体について水面の盛上がりによる接水半径の増加の割合を調べてみると Fig. 14 のようになる。パラメータ b/b_0, c/c_0 の値は深さ方向の半径 a には影響されない。B/C が大きくなる程，長軸側の水面の盛上がりは小さくなり b/b_0 の値は1に近づくことが分かる。最大圧力は長軸側で発生するため，b/b_0 の低下が最大圧力に及ぼす影響は少なくない。$B/C=2$ および4の場合の衝撃力係数の計算結果を Fig. 15 に示す。なお落下速度 V は一定とし，衝撃力は(46)式の正の部分のみ積分して求めた。没水深さ h（すなわち時間に比例）に対する衝撃力の変化は球面の場合の形状（Fig. 5）と類似していることが分かる。

5. 3次元水面衝撃における弾性の影響

弾性変形の影響がクッション効果として衝撃力を緩和させる方向に作用するのかそれとも相対速度の振動的変動のために増大させるかは興味深い問題であり，2次元での解析[11)12)]が行われている。楕円体の衝撃力は球面の衝撃力に基本的に類似しているので，ここでは簡単のため代表的3次元物体として球面を取り上げる。Fig. 16 に示すように半径 a 質量 M の球面が，ばね K に支持され，支持部が水面に対し一定速度 V で移動する問題を時系列領域で解析する。

没水深さ h についての運動方程式は，

$$M\ddot{h}=K(Vt-h)-(F_1+F_2) \tag{49}$$

となる。

ここに，

$F_1=0.5\rho\dot{h}^2\pi a^2\cdot Cs$　（(20)式第1項の積分）

$F_2=(4/3)\rho c^3\cdot\ddot{h}$　（(20)式第2項の積分）

無次元化表示を行うと(49)式は(50)式で表される。

$$\left[\mu+\frac{2}{\pi}\left(\frac{c}{a}\right)^3\right]\cdot\ddot{u}=\frac{4\pi^2\mu}{\lambda^2}(\tau-u)-\frac{3}{4}C_s(u)\cdot\dot{u}^2 \tag{50}$$

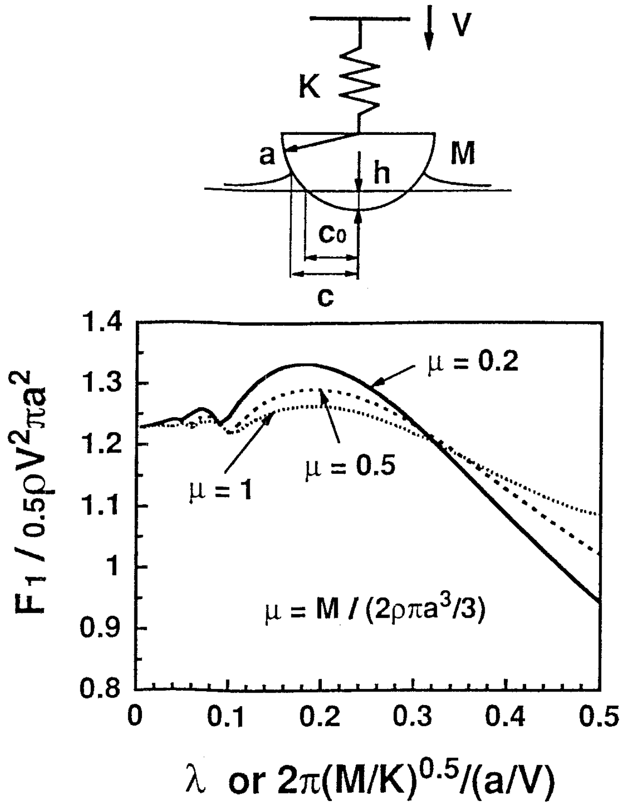

Fig. 16　The effect of natural period of the elastically supported sphere on the peak slamming force

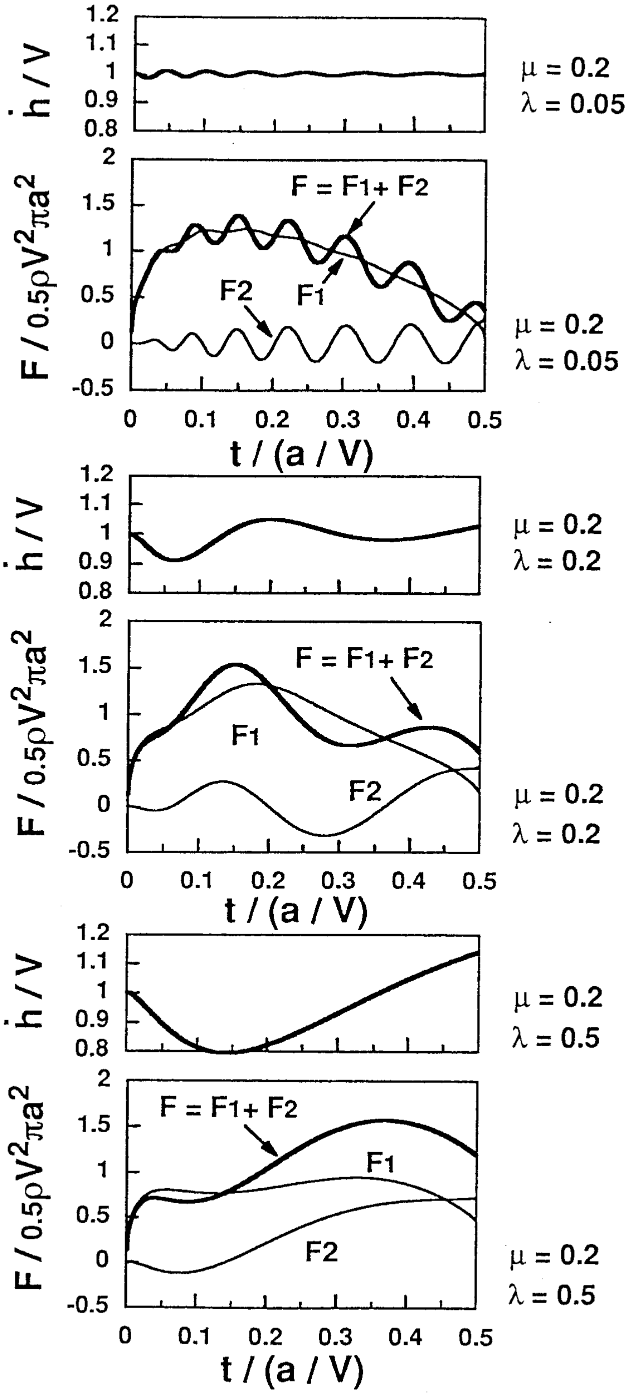

Fig. 17　Time histories of the impact force and velocity of the elastically supported sphere

ただし，

$$u=h/a,\ \dot{u}=du/d\tau=\dot{h}/V,\ \ddot{u}=d^2u/d\tau^2$$

$$\tau=t/t_0,\ t_0=a/V$$

$$\mu=M/(2\rho\pi a^3/3),\ \lambda=2\pi\sqrt{M/K}/t_0$$

μ は物体質量と半球の排除体積に対する流体の質量比を示している。λ は空中固有周期と半径 a の距離を進むに要する時間の比を表している。C_s は Fig. 5 に示す球の衝撃力係数である。1例として μ=0.2, λ=0.05, 0.2, 0.5 とした場合の物体速度および流体力 F_1, F_2 の時系列を Fig. 17 に示す。F_2 すなわち加速度に比例する付加水質量力は時間とともに増大する固有周期でもって変動する。一方，F_1 は速度の2乗に比例する狭義の衝撃力であるが F_2 程の変動は見られない。λ を横軸に取り，F_1 の衝撃持続中の最大値をプロットしたものが Fig. 16 である。

λ=0.2 付近で最大となり，質量 M が小さい程大きくなる傾向を示す。ばね K は衝撃の初期に変形し相対速度の低下をもたらすが，その後スプリングバックにより速度が増加する。λ=0.2 の時にはこの増加時期と衝撃力係数の最大時期とが重なるため，F_1 が大きくなると解釈できる。

6. 結　　　言

2次元の Wagner 理論を3次元に拡張することによって，3次元衝撃の特徴がいくらか明らかになった。2次元の場合，たとえば円柱の場合，初期の段階で接水面積が急激に増大し，大きな衝撃力が発生するのに対し，3次元の場合には接水面積が縦横に拡大して行くため衝撃力の上昇はゆるやかになる傾向を示す。また水面の盛上がりによる接水幅の増大効果も3次元の方が少なく，最大衝撃圧力は小さくなる傾向を示す。最大衝撃圧は3次元の場合であっても近似的に接水境界の移動速度の2乗に比例し，滑走板の岐点圧と類似していることが分かった。本計算法は双胴船の平底状の連結甲板が曲面で表される水面と衝突するときの衝撃荷重の推定等に利用できるものと思われる。

衝撃問題における弾性影響については必ずしも一般的な結論ではないが弾性支持された球面物体に関する数値解析結果から，速度の2乗に比例する狭義の衝撃力項は付加水質量力項程には大きな変動をしないという知見を得た。

参考文献

1) Chuang, S. L.: Theoretical Investigations on Slamming of Cone-shaped Bodies, Journal of Ship Research, No. 4, Vol. 13 (1969)

3) 渡辺巌：平坦な船底に作用する衝撃水圧について，日本造船学会論文集，第159号 (1986)

3) Wagner, V. H.: Über Stoß-und Gleitvorgänge an der Oberfläche von Flüssigkeiten, Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik, Band 12, Heft 4 (1932)

4) Watanabe, I.: Analytical Expression of Hydrodynamic Impact Pressure by Matched-asymptotic Expansion Technique, 西部造船会々報，第71号 (1986)

5) Armand, J. L., Cointe, R.: Hydrodynamic Impact Analysis of a Cylinder, 5th Offshore Mechanics and Arctic Engineering Symposium (1986)

6) Miller, B. L.: Wave Slamming on Offshore Structures, National Maritime Institute, NMI R81 (1980)

7) 谷澤克治：境界要素法による楔の着水問題の相似解，関西造船協会誌，第196号 (1985)

8) 遠山泰美：任意形状物体の2次元水面衝撃計算法について，日本造船学会論文集，第173号 (1993)

9) Arai, M., Cheng, L. Y., Inoue, Y.: A Computing Method for the Analysis of Water Impact of Arbitrary Shaped Bodies, 日本造船学会論文集，第176号 (1994)

10) Lamb, H.: Hydrodynamics, 6th edition, Cambridge University Press (1932)

11) 高木健：水面衝撃問題における弾性の影響，関西造船協会誌，第222号 (1994)

12) Kvålsvold, J., Faltinsen, O. M.: Hydroelastic Modeling of Wet Deck Slamming on Multihull Vessels, Journal of Ship Research, Vol. 39, No. 3 (1995)