

# 大波高時の波浪の統計的性質について

## ——その2 波群——

正員 吉元博文

On Statistical Properties of Wave Amplitudes in Stormy Sea

——2nd Report Wave Groups——

by Hirofumi Yoshimoto, *Member*

### Summary

A method to estimate the statistical properties of the wave groups in non-linear irregular waves is presented which is based on the Auto Regressive Model and the second order random wave theory. It is shown that the statistical problem of wave groups can be reduced to that of finding the Auto Regressive Coefficient and the marginal probability density function of wave amplitudes, from which the joint probability density function of successive wave amplitudes can be estimated. The method is verified based on numerical simulations and a field data measured in stormy sea states. It is shown that that there is good agreement between data and results estimated by the present method.

### 1. はじめに

これまで、著者<sup>1),2)</sup>は、大波高時の波浪の統計的性質として、海洋波の非線形性が極値の統計量に与える影響について検討を行ってきた。本論は、その続報として、海洋波の重要な統計的性質の一つである波群を取り上げ、海洋波の非線形性が波群の統計量に及ぼす影響について検討する。

波群は、高波の連続出現頻度などのような時系列としての海洋波の統計的性質をさすものであり、海洋構造物の長周期運動、Deck Wetnessあるいは船舶の転覆などの問題で重要とされている現象である<sup>3),4)</sup>。こうした、波群の統計的予測理論には、代表的なものとして、合田の理論<sup>5)</sup>、木村の理論<sup>6),7)</sup>、Longuet-Higginsの理論<sup>8)</sup>などがある。

合田の理論<sup>5)</sup>は、個々の波高の出現は全くのランダムであるとして、波群の各種統計量を推定しようとするものである。しかしながら、実際の海洋波の出現は全くのランダムではなく若干の相関が存在するために、合田の理論では、実際に観測される波群の統計量に対して、小さめの予測結

果を与えることが分かっている<sup>9)</sup>。これに対し、木村<sup>6),7)</sup>は、隣り合う波高間の相関を考慮するために、波高の時系列をMarkov連鎖(単純Markov過程)としてモデル化し、その遷移確率を2次元Rayleigh分布で与えると、波群の各種統計量が精度よく推定できることを示している。さらに、Longuet-Higgins<sup>8)</sup>は、Riceによって示されたEnvelope Theory<sup>10)</sup>を用いて、木村と同様な結果を導いている。木村やLonguet-Higginsの理論では、隣り合う波高間の相関係数がキーパラメーターであり、相関係数は不規則波のスペクトルから推定されることになる。

以上の理論は、海洋波を線形不規則波としてモデル化したものであり、海洋波の非線形性が無視できないような状態に対しては、理論的な制約が存在することになる。例えば、大波高の波が発生するような厳しい海象状態では、海洋波の非線形性により、水位変動は正規分布からのずれを示し、山側では大きな振幅の発生確率が高く谷側では小さくなる。これにより、山側では、谷側に比べて、大きな振幅の連続出現頻度が高くなり、結果的に山側と谷側では波群の統計的性質が異なることになる。木村やLonguet-Higginsの波群の予測理論には、こうした非線形影響は考慮されていない。そこで、非線形性を考慮した理論の開発が試みられているが、著者の知る範囲では、Kriebel and Dawson<sup>11),12)</sup>、篠田・安田ら<sup>13),14)</sup>の研究があげられるに過

\* 運輸省船舶技術研究所海洋開発工学部

原稿受理 平成8年7月8日

秋季講演会において講演 平成8年11月14,15日

ぎない。Kriebel and Dawson<sup>11), 12)</sup>の方法は、非線形影響を有する海洋波を2次のStokes波でモデル化し、その包絡波形から波群の統計的性質を求める方法であり、基本的には台田の理論の拡張として位置付けることができる。しかしながら、Kriebel and Dawsonは、波群問題においてキーパラメーターとされる波高間の相関に関しては全く触れておらず、彼らの結果については疑問が残る。これに対し、篠田・安田ら<sup>13), 14)</sup>は、浅海域における波浪を不規則ソリトン列であると仮定し、ソリトン振幅の時系列を自己回帰過程としてモデル化して、隣り合う波高間の結合確率密度関数を求める方法を示している。ただし、結合確率密度関数を決定する際に必要となる振幅の周辺確率密度関数及び相関係数の推定法に問題が残されており、篠田・安田らは観測結果からこれらを求めている。

以上、波群の予測法の現状について述べたが、海洋波の非線形性が無視できない場合については、予測法は確立しているとは言いがたい。そこで、海洋波の非線形影響を考慮した波群の予測法について検討を行うことにする。本論では、理論の拡張性により、篠田・安田らの理論<sup>13), 14)</sup>に着目して検討を行う。まず、非線形性を有する海洋波の振幅を自己回帰過程としてモデル化し、振幅の自己回帰モデル並びに2次の非線形影響を厳密に取り入れた振幅の確率密度関数<sup>11), 12)</sup>を用いて、非線形影響を考慮した結合確率密度関数を求める方法を示す。さらに、実海域で計測された大波高時の波浪データ<sup>15)</sup>を取り上げ、結合密度関数より推定される波群の統計量と観測値を直接比較することにより、本予測法の有効性を示すとともに、海洋波の非線形性が波群の統計量に及ぼす影響について明らかにする。

## 2. 自己回帰モデルに基づく波群の予測理論

波群の予測では、隣り合う振幅間の結合確率密度関数が重要であり、結合確率密度関数より、Fig.1に示すような連長 (High Run: ある振幅レベル (Threshold Level) を連続して超える振幅の個数) あるいはトータルラン (Total Run: ある連長の発生時より、次の連長が発生するまでの振幅の個数) 等の発生確率を予測することができる。

ここでは、海洋波が非線形性を有する場合にも適用可能な方法として、自己回帰モデルに基づく結合確率密度関数の推定法を示す。ただし、前報<sup>13), 14)</sup>と同様、本論においても、非線形性を有する海洋波は2次までの非線形性で記述できるものとする。

### 2.1 自己回帰モデルに基づく隣り合う振幅間の結合確率密度関数

Fig.1に示すような時間間隔  $T$  の非線形性を有する海洋波の山側 (あるいは、谷側) の振幅  $A$  の連なりを考える。こうした振幅  $A$  の連なりを、篠田・安田ら<sup>13), 14)</sup>に従い、確率変数  $X$  を用いて、(1)式のような1次の自己回帰モデルで表現できると仮定する。

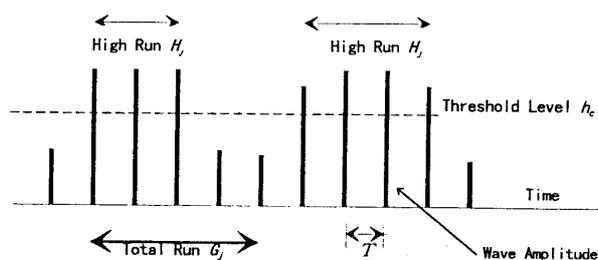


Fig. 1 Definition sketch of high run  $H_j$  and total run  $G_j$

$$X_j = \phi X_{j-1} + Y_j, \quad X_j = A_j - \bar{A} \quad (j=1, \dots, N) \quad (1)$$

ここに、 $\phi$  は自己回帰係数、確率変数  $Y$  はノイズを表しており、確率変数  $X$  とは独立でかつ無相関であるとする。さらに、 $\bar{A}$  および  $N$  は、それぞれ振幅の平均値と個数を表す。

確率過程  $X$  が定常確率過程であるとすれば、

$$E[Y_j^2] = \sqrt{1 - \phi^2} E[(A_j - \bar{A})^2] \quad (2)$$

$$\phi = \frac{E[(A_j - \bar{A})(A_{j-1} - \bar{A})]}{E[(A_j - \bar{A})^2]} \quad (3)$$

と表せる。ここに、 $E[\quad]$  は期待値を表しており、(3)式より、 $\phi$  は、物理的には隣り合う振幅の相関係数を表していることがわかる。

さて、条件付き確率の定義から、隣り合う振幅  $A_1 (= A_{j-1})$ ,  $A_2 (= A_j)$  の結合確率密度関数  $p_A(A_1, A_2)$  は、(4)式のように表記できる<sup>16)</sup>。

$$p_A(A_1, A_2) = p_A(A_1) p_A(A_2 | A_1) \quad (4)$$

ここに、 $p_A(A_1)$  は振幅の周辺確率密度関数、 $p_A(A_2 | A_1)$  は条件付確率密度関数であり、(1)式の関係を用いれば、条件付確率密度関数  $p_A(A_2 | A_1)$  は  $Y$  の確率密度関数  $p_Y(Y)$  を用いて次のように表せる<sup>13)</sup>。

$$p_A(A_2 | A_1) = p_Y[A_2 - \phi A_1 - (1 - \phi)\bar{A}] \quad (5)$$

従って、

$$p_A(A_1, A_2) = p_A(A_1) p_Y[A_2 - \phi A_1 - (1 - \phi)\bar{A}] \quad (6)$$

となり、 $p_Y(Y)$  が決定できれば、隣り合う振幅  $A_1, A_2$  の結合確率密度関数  $p_A(A_1, A_2)$  は推定できることになる。

2.2 確率密度関数  $p_Y(Y)$  と自己回帰係数  $\phi$  の推定法  
ここでは、確率密度関数  $p_Y(Y)$  と自己回帰係数  $\phi$  の導出方法について述べる。

#### (1) 確率密度関数 $p_Y(Y)$

確率密度関数  $p_Y(Y)$  を解析的に求めるのは非常に困難であり、篠田・安田ら<sup>13)</sup>は、確率変数  $Y$  は確率変数  $X$  の確率密度関数  $p_X(X)$  と相似な確率密度関数をもつとして、 $p_Y(Y)$  を求める方法を示している。本論でも、これに従い

$$p_Y(Y) \propto p_X(X) = p_A(X + \bar{A}) \quad (7)$$

として、(2)式の関係を用いれば、確率密度関数  $p_Y(Y)$  は、

$$p_Y(Y) = \frac{1}{\sqrt{1 - \phi^2}} p_A \left[ \frac{A_2 - \phi A_1 - (1 - \phi)\bar{A}}{\sqrt{1 - \phi^2}} + \bar{A} \right] \quad (8)$$

となる。よって、(6), (8)式より、振幅  $A_1, A_2$  の結合確

率密度関数  $p_A(A_1, A_2)$  は

$$p_A(A_1, A_2) = \frac{1}{\sqrt{1-\phi^2}} p_A(A_1) \times p_A\left[\frac{A_2 - \phi A_1 - (1-\phi)\bar{A}}{\sqrt{1-\phi^2}} + \bar{A}\right] \quad (9)$$

となる。(9)式より,  $\phi=0$  の場合は,  $p_A(A_1)p_A(A_2)$  となり, 振幅  $A_1, A_2$  の結合確率密度関数  $p_A(A_1, A_2)$  は, 2つの振幅の確率密度関数の積で与えられることになる。

(2) 自己回帰係数  $\phi$

(1)式より,  $Y$  の分散  $E[Y^2]$  は,

$$E[Y^2] = E[(A_2 - \phi A_1)^2] + (\bar{A} - 2E[A_2])\bar{A}(1-\phi)^2 \quad (10)$$

ただし

$$E[A_2] = \int_0^\infty \int_0^\infty A_2 p_A(A_1, A_2) dA_1 dA_2 \quad (11)$$

と表せる。さらに(2)式より, (10)式は,

$$E[(A_2 - \phi A_1)^2] + (\bar{A} - 2E[A_1])\bar{A}(1-\phi)^2 = E[(A_2 - \bar{A})^2] \sqrt{1-\phi^2} \quad (12)$$

ただし

$$E[(A_2 - \bar{A})^2] = \int_0^\infty \int_0^\infty (A_2 - \bar{A})^2 p_A(A_1, A_2) dA_1 dA_2 \quad (13)$$

となり, 振幅の周辺確率密度関数  $p_A(A_1)$  を与えれば, (9), (11), (13)式をもとに(12)式を解くことにより, 自己回帰係数  $\phi$  を求めることができる。

しかし, (12)式の左辺第1項の扱いが残されており, 本論では次のように扱っている。即ち, 左辺第1項を,

$$E[(A_2 - \phi A_1)^2] \approx E\{[\zeta(t_{\max} + T) - \zeta(t_{\max})]^2\} \quad (14)$$

と表記する。ここに,  $\zeta(t)$  は水位変動,  $t_{\max}$  は水位変動が極値をとる時刻,  $T$  は Fig.1 に示す振幅  $A_1$  が出現し, 引き続き振幅  $A_2$  が出現するまでの間隔である。水位変動  $\zeta(t)$  が定常確率過程であるとすれば, (14)式は, 近似的に

$$E[(A_2 - \phi A_1)^2] \approx 2R_\zeta(0) \left[1 - \frac{R_\zeta(T)}{R_\zeta(0)}\right] \quad (15)$$

で評価できると考えられる。ここに,  $R_\zeta(0)$  と  $R_\zeta(T)$  は水位変動  $\zeta(t)$  の自己相関関数  $R_\zeta(\tau) = E[\zeta(t)\zeta(t+\tau)]$  の  $\tau=0, T$  における値を表す。自己相関関数  $R_\zeta(\tau)$  は, Wiener-Khintchine の関係<sup>16)</sup>

$$R_\zeta(\tau) = \int_0^\infty S(f) e^{i2\pi f\tau} df \quad (16)$$

より, 水位変動のスペクトル  $S(f)$  から推定することができる。本論では, 非線形性を有する海洋波は2次までの非線形形で記述できるとしているから, 水位変動のスペクトル  $S(f)$  は, one-side 定義の線形不規則波のスペクトルを  $S^{(1)}(f)$  とすれば,

$$S(f) = S^{(1)}(f)$$

$$-2 \int_0^\infty S^{(1)}(\mu) S^{(1)}(\mu+f) |G_2^{(-)}(\mu+f, -\mu)|^2 d\mu \times \int_0^\infty S^{(1)}(\mu) S^{(1)}(f-\mu) |G_2^{(+)}(\mu, f-\mu)|^2 d\mu$$

で与えられる<sup>17)</sup>。ここに,  $G_2^{(-)}, G_2^{(+)}$  は2次の非線形周波数応答関数であり, それぞれ差の周波数成分, 和の周波数成分を表す(Appendix-A 参照)。水位変動のスペクトルが狭帯域であるとするならば,  $R_\zeta(T)$  は自己相関関数の2番目のピーク (Fig.2 参照) で近似できるものと考えられる。さらに, 振幅の周辺確率密度関数として, 著者が示した海洋波の2次の非線形性を考慮した振幅の確率密度関数<sup>1), 2)</sup> (Appendix-B) を用いれば, 海洋波が非線形影響を有する場合の  $\phi$  並びに結合確率密度関数を求めることができる。ただし, 実際の計算において, (16), (17)式の無限積分は, スペクトルが十分に減衰した周波数で打ち切るものとする。

なお, 実際の海域で観測される海洋波は方向分散性を有するために, 短波頂不規則波としての扱いが必要であるが, 前報<sup>2)</sup>において, 振幅の統計的性質に関しては, 方向分散性による影響は無視できるという結論を得ている。よって, 本論では, (17)式に示すように海洋波を長波頂不規則波として扱っている。

### 2.3 理論の検証

以上, 自己回帰モデルに基づく隣り合う振幅間の結合確率密度関数の推定方法 (以下, 本手法と称す) について述べた。しかし, 結合確率密度関数  $p_A(A_1, A_2)$  並びに自己回帰係数  $\phi$  を求める過程で, 幾つかの仮定を含んでおり, 本手法の妥当性を検証しておく必要がある。そこで, Envelope Theory に基づく Longuet-Higgins の結果と比較することにより, 線形の範囲における本手法の妥当性について検

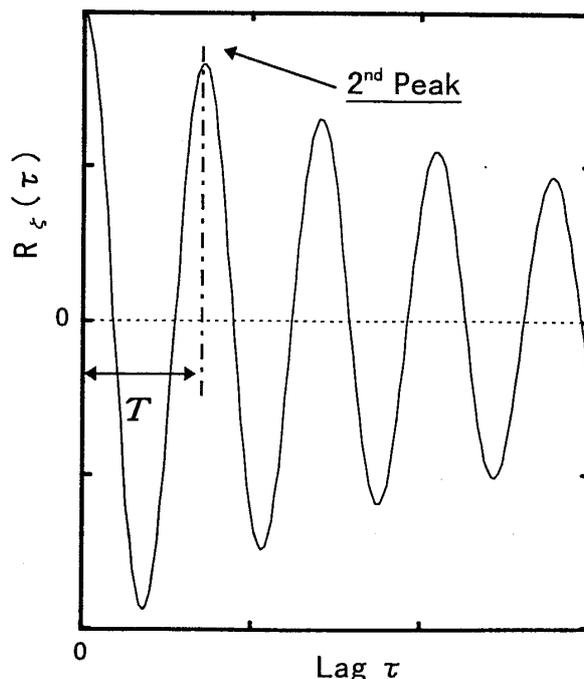


Fig. 2 Explanatory sketch of 2<sup>nd</sup> peak ( $\approx R_\zeta(T)$ ) of the auto-correlation of wave spectrum

証してみる。

計算を行うにあたり、本手法では、線形不規則波のスペクトル並びに振幅の周辺確率密度関数を与える必要がある。Longuet-Higginsの理論でもスペクトルが必要であり、ここでは、線形不規則波のスペクトルとして、次の木村<sup>6)</sup> スペクトルを用いる。

$$S(f) = f^{-n} \exp\left[\frac{n}{4}(1-f^{-4})\right] \quad (18)$$

また、Longuet-Higginsの理論は、線形不規則波の波高を対象としたものであるから、波高  $H_1 (= 2 \times A_1)$  の周辺確率密度関数  $p_H(H_1)$  として、次の Rayleigh 分布を仮定する。

$$p_H(H_1) = \frac{H_1}{4m_0} \exp\left[-\frac{H_1^2}{8m_0}\right], \quad m_0 = \int_0^\infty S(f) df \quad (19)$$

(1) 自己回帰係数  $\phi$

自己回帰係数  $\phi$  は、(3)式で示したように振幅間（ここでは、波高間）の相関係数を表している。Fig.3 は、(18)式で与えられるスペクトルに対して、本手法並びに Envelope Theory に基づく Longuet-Higgins の理論によって、相関係数を推定した結果である。図の横軸には、スペクトルのパラメータ  $n (= 4, 5, 6, 7, 8)$  をとっており、Fig.4 に示すように、 $n$  が大きくなるにつれて狭帯域なスペクトルとなることがわかる。実線が、本手法から推定される結果、破線が Longuet-Higgins による結果である。

図から、Longuet-Higgins の結果は、スペクトルが狭帯域になるにつれて相関係数は大きくなること分かる。本手法による結果も同様の傾向を示し、Longuet-Higgins の結果とよく一致していることが分かる。

(2) 波群の統計量

波群の統計量、即ち、あるレベル (Threshold Level)  $h_c$

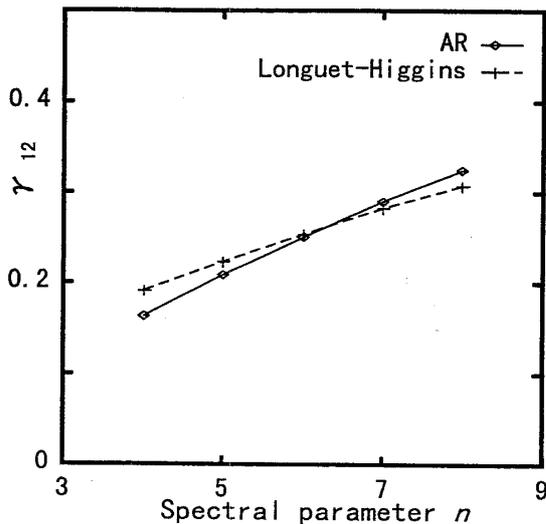


Fig. 3 Correlation coefficient  $\gamma_{12}$  between  $A_1$  and  $A_2$  for the spectral parameter  $n$  in the Equation (18). 'AR': estimated by the present method. 'Longuet-Higgins': estimated by the Longuet-Higgins Method

における連長およびトータルランの発生確率は、隣り合う波高の結合確率密度関数  $p_H(H_1, H_2)$  をもとに、次式により推定できる。

・長さ  $H_j$  の連長の発生確率  $p(H_j)$

$$p(H_j) = p_+^{j-1} \cdot (1 - p_+) \quad (20)$$

ただし

$$p_+ = \int_{h_c}^\infty \int_{h_c}^\infty p_H(H_1, H_2) dH_1 dH_2 / \int_{h_c}^\infty p_H(H_1) dH_1 \quad (21)$$

・長さ  $G_j$  のトータルランの発生確率  $p(G_j)$

$$p(G_j) = (1 - p_+) (1 - p_-) (p_+^{j-1} - p_-^{j-1}) / (p_+ - p_-) \quad (22)$$

ただし

$$p_- = \int_0^{h_c} \int_0^{h_c} p_H(H_1, H_2) dH_1 dH_2 / \int_0^{h_c} p_H(H_1) dH_1 \quad (23)$$

Fig. 5, 6 は、 $n=4$  の場合の木村<sup>6)</sup> のシミュレーション結果に対して、 $h_c = H_m$  (平均波高)、 $H_{1/3}$  (有義波高) とした場合の連長、 $h_c = H_m$  のトータルランの発生確率を示したものである。

図から、 $h_c = H_{1/3}$  の連長に関して、若干差が見うけられるが、両者はよく対応しており、Fig.3 に示した相関係数の結果も含めて、本手法の妥当性が伺える。なお、Fig.3, 5 及び 6 に示す Longuet-Higgins の結果は、Fig.5, 6 に示す木村のシミュレーション結果との対応をよくするために、便宜的にスペクトルの周波数帯を  $0.5 f_p \sim 1.5 f_p$  ( $f_p$  はスペクトルのピーク周波数) に制限して求めた結果である。本手法ではこうした便宜的操作は一切行っていない。

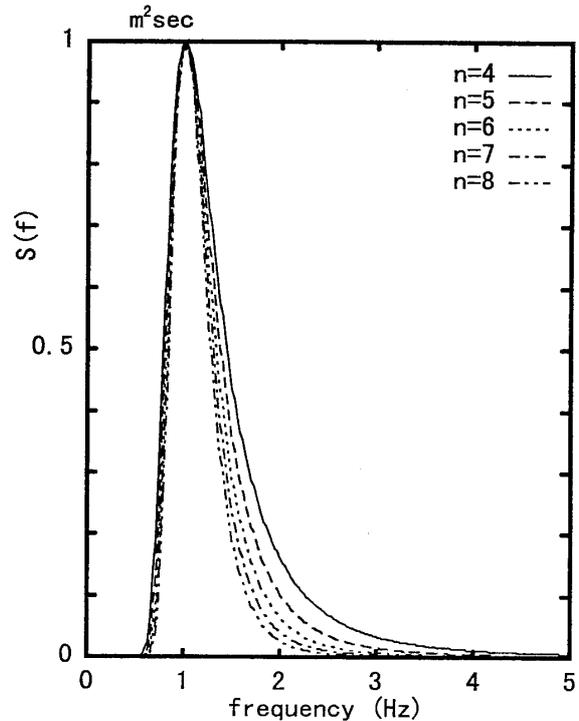


Fig. 4 Input wave spectra.  $n$ : spectral parameter in the Equation (18).

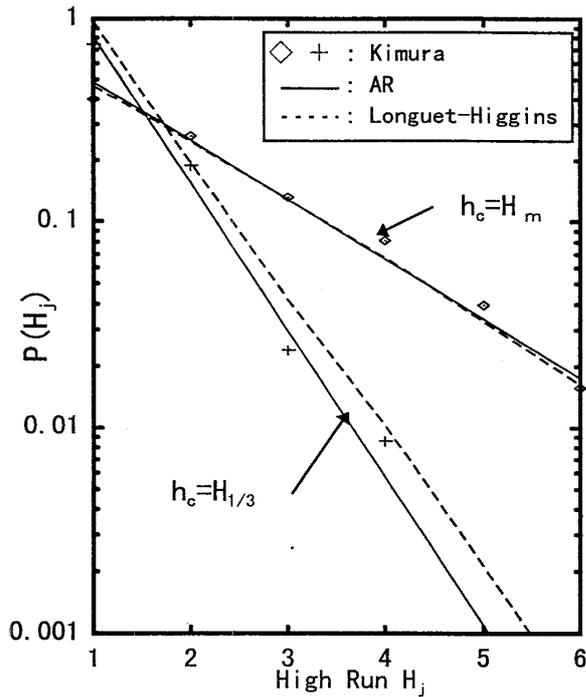


Fig. 5 Probability of high run  $H_j$  for the wave spectrum (18) when  $n=4$ .  $h_c$ : threshold level.  $H_{1/3}$ : significant wave height.  $H_m$ : mean wave height. 'Kimura': numerical simulation by Kimura. 'AR': estimated by the present method. 'Longuet-Higgins': estimated by the Longuet-Higgins Method

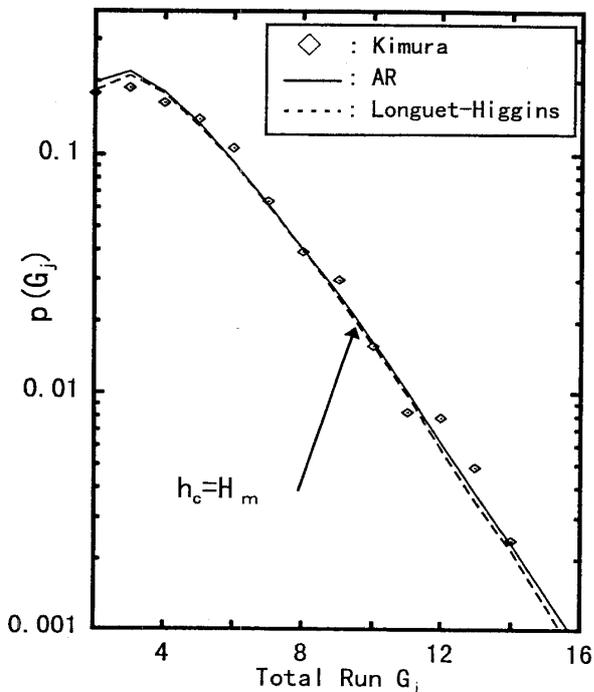


Fig. 6 Probability of total run  $G_j$  for the wave spectrum (18) when  $n=4$  ( $h_c=H_m$ ). 'Kimura': numerical simulation by Kimura. 'AR': estimated by the present method. 'Longuet-Higgins': estimated by the Longuet-Higgins Method

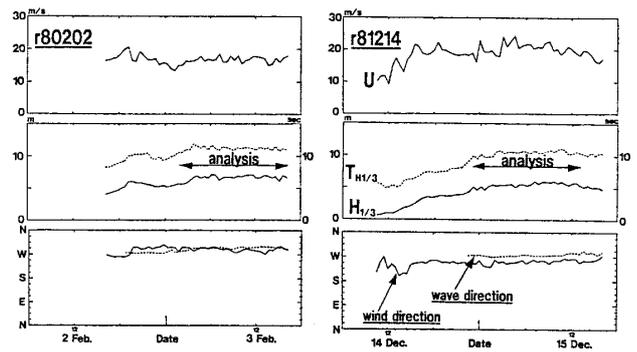


Fig. 7 Change of mean wind speed  $U$ , significant wave height  $H_{1/3}$ , and significant wave period  $T_{H_{1/3}}$ , wind direction and wave direction

### 3. 実海域データに基づく検討

以上、Longuet-Higgins の理論と比較することにより、線形の範囲における本手法の妥当性を示した。さらに、本手法を、実海域で計測された大波高時の波浪データに適用することにより、大波高時の波浪データへの本手法の適用性並びに海洋波の非線形性が波群統計量に与える影響について考察してみる。

#### 3.1 解析データ並びに解析方法

解析に使用するデータは、前報<sup>1),2)</sup>と同様、1986年から1990年にかけて、山形県由良港沖の海域で実施された『POSEIDON号による実海域実験』<sup>16)</sup>で取得された連続データである。波浪観測地点は、由良港沖合約3 kmの海域であり水深は43 mである。本実海域実験の波浪観測システム等については、既に詳細な報告<sup>19)</sup>があるので、ここでは省略する。

データの風ならびに波浪の各種統計量の30分ごとの経時変化を Fig.7 に示す。データのサンプリング間隔は1秒、図の r 80202, r 81214 は連続データの区別するためにつけた名称であり、それぞれ1988年2月2日、1988年12月14日に収録されたデータであることを意味する。いずれも、冬季節風によって風波が発達した際の波浪データであり、r 80202 では最大有義波高7.1 mを記録している。

解析は、Fig.7の風、波の各種統計量の経時変化から、定常と思われる区間 (Fig.7で↔で示す区間であり、いずれも13.5時間) について行った。実際には、Fig.7に示した区間の時系列をゼロクロス法で解析して振幅を求め、波群の各種統計量を算出した。

#### 3.2 解析結果

Fig.8, 9に、入力として与えたスペクトル並びに振幅の確率密度関数を示すが、Fig.9の振幅の確率密度関数については代表例として r 80202 のケースを示した。Fig.8に示すスペクトルは、解析対象区間のデータを2048秒ごとに分割し、それぞれ総計23ケースについてスペクトル解析を行い、各周波数成分の平均値として与えている。

Fig.9の振幅の確率密度関数は、Fig.8に示すスペクトルを入力として前報<sup>1),2)</sup>の手法(Appendix-B)で求めた結果であり、海洋波の2次の非線形を厳密に考慮した結果となっている。

(1) 振幅間の相関係数

$m$ 個離れた振幅間の相関係数は(1)式より

$$\frac{E[(A_j - \bar{A})(A_{j-m} - \bar{A})]}{E[(A_j - \bar{A})^2]} = \phi^m \quad (24)$$

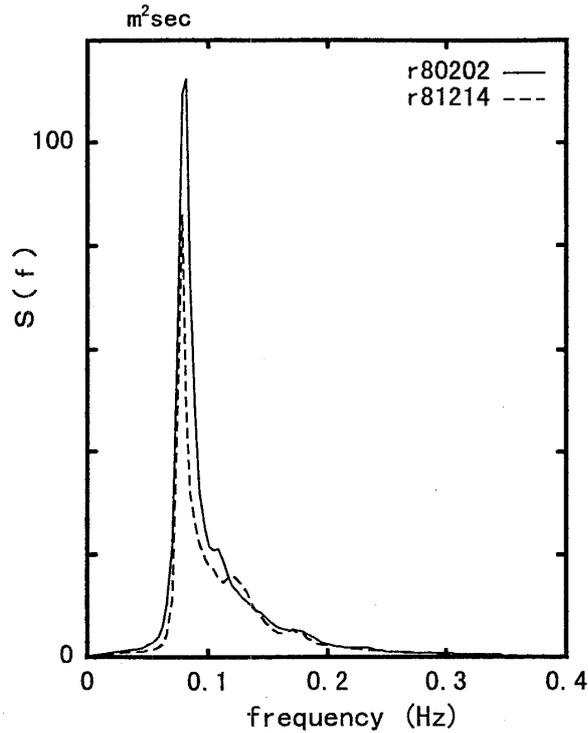


Fig. 8 Input wave spectra

で与えられることになる。

Fig.10は、観測値から求めた山側の振幅と谷側の振幅相関係数と(24)式から推定される相関係数を比較した結果である。図の横軸にはラグ数をとっている。

図から、本手法による推定値は、観測値(ラグ数1)に対しては、やや大きな値を与えているが、観測値とほぼ一致

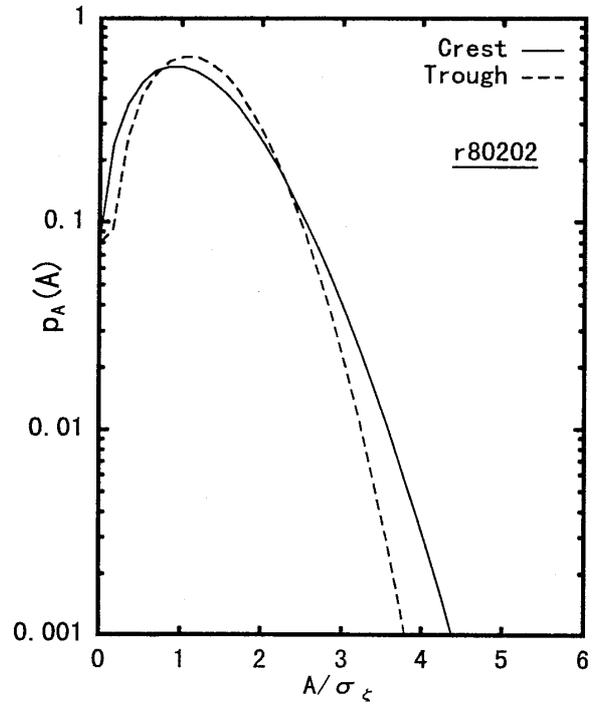


Fig. 9 Example of Probability density function for crest and trough amplitudes with 2<sup>nd</sup> order effect (r80202).  $\sigma_z$ : standard deviation of the surface elevation.

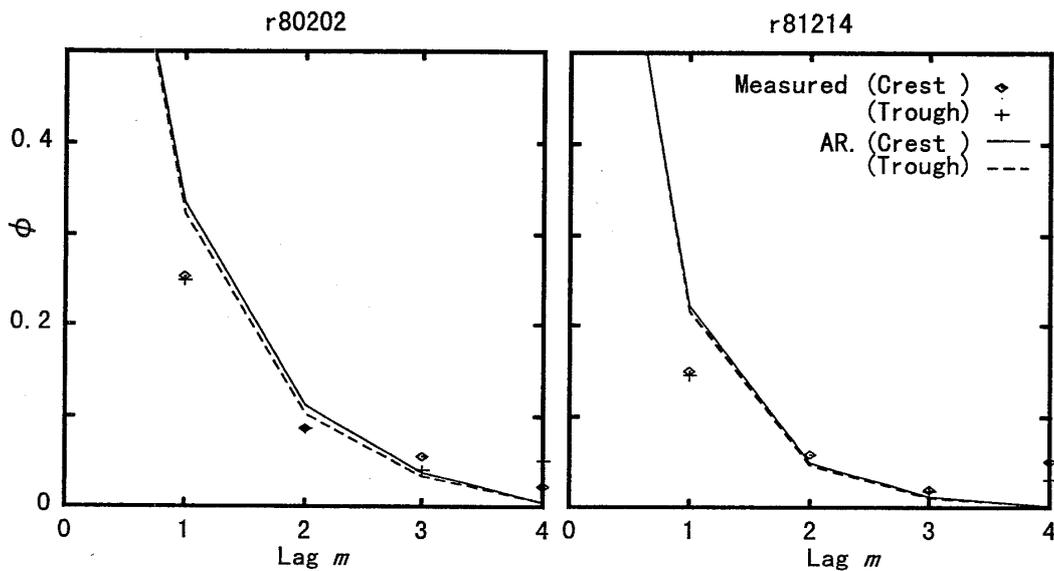


Fig. 10 Correlation coefficient  $\gamma_{1m}$  between  $A_1$  and  $A_m$ . 'Measured': the full scale data. 'AR': estimated by the present method.  $m$ : the number of lag

しており、振幅に対する1次の自己回帰モデルによるモデリングも含めて、本手法の妥当性が評価できよう。

### (2) 連長及びトータルランの発生確率

Fig.11, 12 及び 13 は、Threshold Level を、 $h_c=2.0 \times \sigma_\zeta$ 、 $2.5 \times \sigma_\zeta$  ( $\sigma_\zeta$  は水位変動の標準偏差) とした時の山側 (Crest) と谷側 (Trough) の振幅の連長、 $h_c=\sigma_\zeta$  とした時のトータルランの発生確率を求めた結果である。図には、理論計算結果として、本手法による結果並びに Kriebel and Dawson<sup>11), 12)</sup> による結果を示している。

Kriebel and Dawson の方法は、海洋波を2次の Stokes 波でモデル化し、個々の振幅が無相関であるとして、その包絡波形から予測を行う方法であり、(20), (22) 式及び次の(25)式を用いて求めることができる。

$$p_+ = e^{-\frac{h_c^2}{2m_0}} e^{\pm \frac{1}{g} [2\pi \frac{m_1}{m_0}]^2 \frac{h_c^3}{2m_0}}, \quad m_i = \int_0^\infty f^i S(f) df \quad (i=0,1)$$

$$p_- = 1 - p_+ \quad (25)$$

ここに、 $g$  は重力加速度であり、 $p_+$  の右辺の '±' は、山側の振幅では '+', 谷側の振幅では '-' を用いる。なお、Fig. 11, 12 に示している『AR (Linear)』は、本手法において、線形 (振幅の周辺確率密度関数として Rayleigh 分布を仮定) とした結果である。

図より、以下のことがわかる。

・ Kriebel and Dawson による予測結果は、山側と谷側の振幅のいずれも、観測値に対して過小評価を与えている。特に、連長の発生確率に対して、山側と谷側の振幅の

発生確率に大きな差が見られるが、観測値にはさほど大きな差は見うけられない。

・ また、Kriebel and Dawson による予測結果は、AR (Linear) の結果との対比から分かるように、線形とした予測結果よりも過小評価を与えていることがわかる。これは、Kriebel and Dawson の予測理論において、振幅間の相関が考慮されていないことに起因すると考えられる。

・ これに対し、本手法による結果は観測値とほぼ一致していることが分かる。例えば、連長の発生確率について見れば、非線形影響を考慮した結果は、Threshold Level が小さい場合 ( $h_c=2.0 \times \sigma_\zeta$ ) には、線形とした結果とさほど変わらないが、Threshold Level が大きくなる ( $h_c=2.5 \times \sigma_\zeta$ ) につれて、山側の連長の発生確率は線形より大きく、逆に、谷側の振幅では小さくなる。即ち、非線形影響により、山側において、大きな振幅が連続して発生する確率が高くなる事が分かる。

以上、自己回帰モデルに基づく本手法により、大波高時における波群の統計量の予測が可能であることを示した。しかし、波浪の統計予測理論という大きな枠組みのなかで考える時、明らかにしておくべき課題が残されている。即ち、振幅間の相関に関する問題である。波群の予測では、振幅間の相関が極めて重要であることは、既に述べた。これに対し、振幅の予測、例えば、工学的に重要である振幅の  $N$  波中の最大期待値は、通常、個々の振幅が独立であるという仮定のもとで予測される<sup>9)</sup>。前報<sup>11), 12)</sup> においても、独

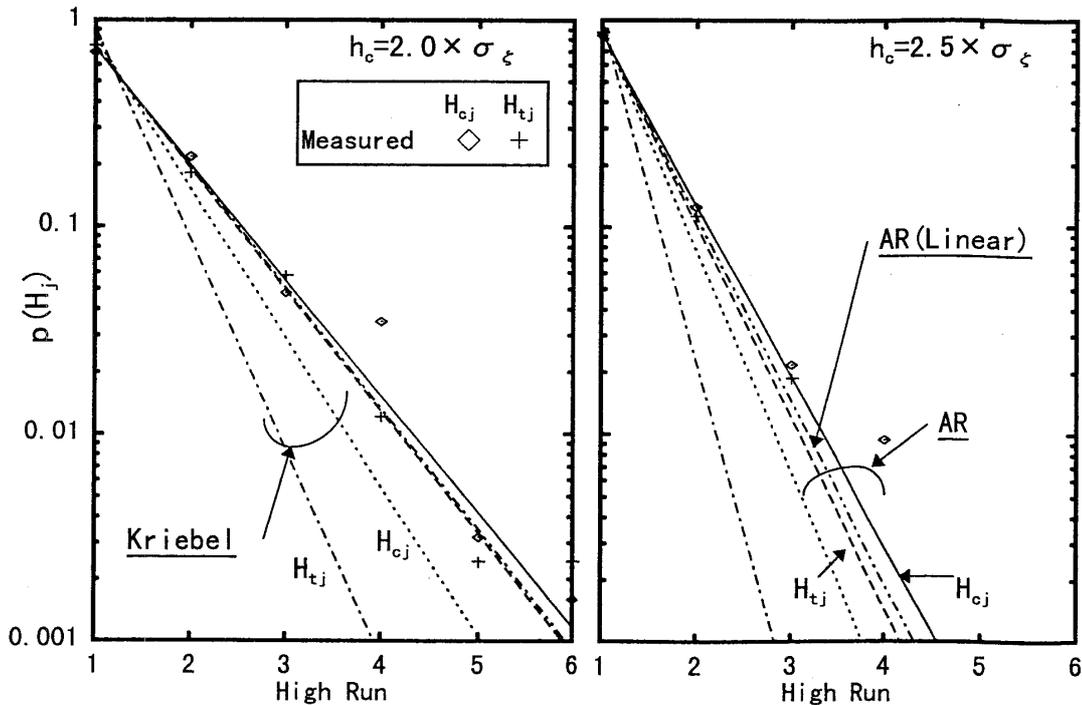


Fig. 11 Probability of high run (r80202,  $h_c=2.0 \times \sigma_\zeta, 2.5 \times \sigma_\zeta$ ).  $H_{cj}$ : high run of crest amplitudes.  $H_{tj}$ : high run of trough amplitudes. 'Measured': the full scale data. 'AR': estimated the by present method. 'Kriebel': estimated by the Kriebel and Dawson method

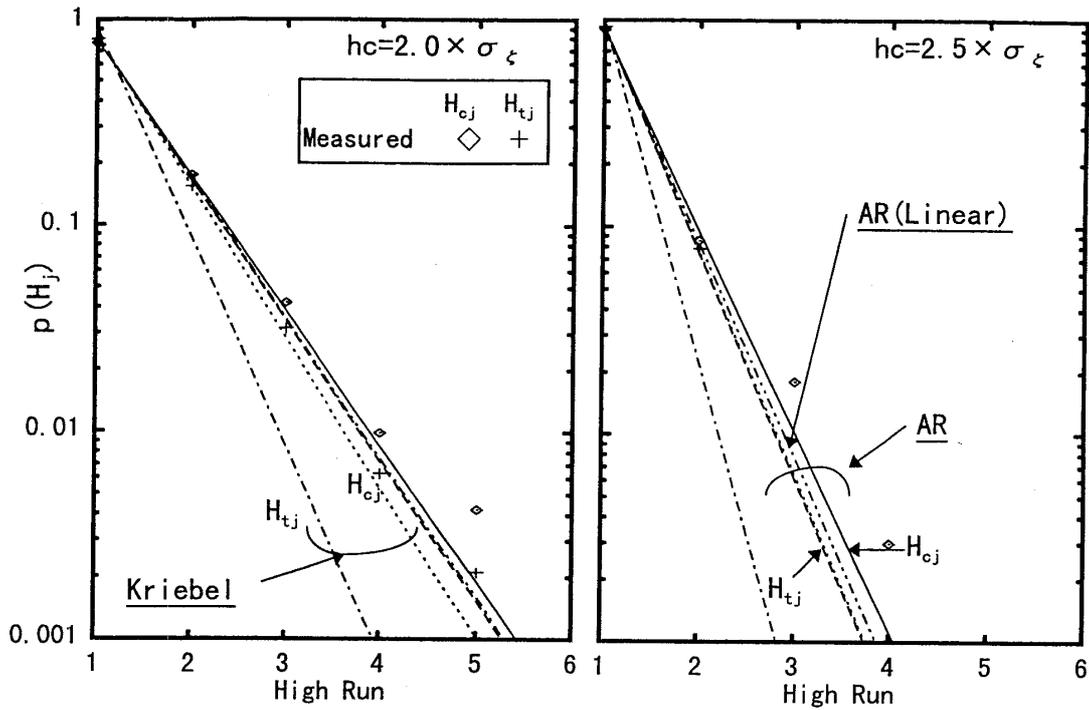


Fig. 12 Probability of high run ( $r81214, h_c=2.0 \times \sigma_z, 2.5 \times \sigma_z$ ).  $H_{cj}$ : high run of crest amplitudes.  $H_{tj}$ : high run of trough amplitudes. 'Measured': the full scale data. 'AR': estimated the by present method. 'Kriebel': estimated by the Kriebel and Dawson method

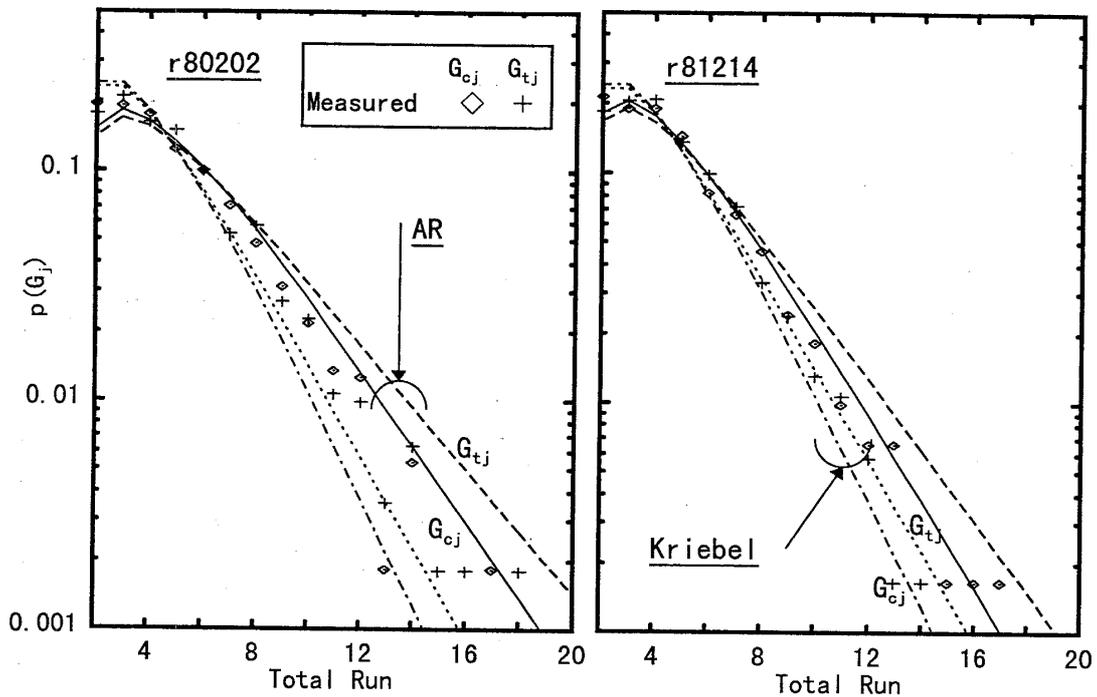


Fig. 13 Probability of total run ( $h_c=\sigma_z$ ).  $G_{cj}$ : total run of crest amplitudes.  $G_{tj}$ : total run of trough amplitudes. 'Measured': the full scale data. 'AR': estimated the by present method. 'Kriebel': estimated by the Kriebel and Dawson method

立の仮定に従って、 $N$  波中の最大期待値を求めており、理論展開において、波群と振幅の予測理論では整合性を欠くことになる。

そこで、振幅間の相関が、振幅の  $N$  波中の最大期待値に与える影響を具体的に明らかにすることにより、波群と振幅の予測理論の整合性について考察してみる。

#### 4. 振幅間の相関が振幅の $N$ 波中の最大期待値に及ぼす影響

$N$  波の振幅が、振幅の最大値  $A_{\max}$  より全て小さい確率は、(9)式より、

$$f(N, A_{\max}) = \int_0^{A_{\max}} p_A(A_1) dA_1 \times \left[ \frac{\int_0^{A_{\max}} \int_0^{A_{\max}} p_A(A_1, A_2) dA_1 dA_2}{\int_0^{A_{\max}} p_A(A_1) dA_1} \right]^{N-1} \quad (26)$$

で与えられる。よって、振幅の最大値  $A_{\max}$  が、 $(A_{\max}, A_{\max} + \delta A_{\max})$  の間にある確率は

$$p_{A_{\max}}(A_{\max}) \delta A_{\max} = f(A_{\max} + \delta A_{\max}, N) - f(A_{\max}, N) \quad (27)$$

であるから、振幅の最大値  $A_{\max}$  の確率密度関数は次式で与えられる。

$$p_{A_{\max}}(A_{\max}, N) = \frac{df(A_{\max}, N)}{dA_{\max}} \quad (28)$$

(28)式より、振幅の  $N$  波中の最大期待値は、

$$E[A_N] = \int_0^{\infty} A_{\max} p_{A_{\max}}(A_{\max}, N) dA_{\max} \quad (29)$$

で与えられることになる。なお、自己回帰係数  $\phi$  を 0 とすれば、(29)式は、前報<sup>1),2)</sup>の結果に一致する。Fig.14 は、r 80202 のデータについて、山側の振幅の  $N$  波中の最大平均値を求め、(29)式から予測される結果 ('with correlation') を示したものである。合わせて、図には、個々の振幅は独立であるとした結果 ('without correlation': 前報<sup>1),2)</sup>までの結果に相当する) 及び線形理論である Longuet-Higgins による結果も示している。図から、相関を考慮した結果は、独立とした結果に比べ 3% 程小さな期待値を与えていることがわかる。従って、最大期待値は、振幅間の相関を考慮することにより小さくなるといえるが、その影響はわずかであり、振幅の予測に関しては、振幅が独立であるとしても差し支えないであろう。

#### 5. おわりに

以上、波群の予測法、実海域データへの適用性、さらに振幅と波群の予測理論の整合性について検討を行った。検討結果をまとめれば、次のようになる。

- 海洋波の非線形影響を取り入れることが可能な方法として、自己回帰モデルに基づく波群の予測理論を示した。

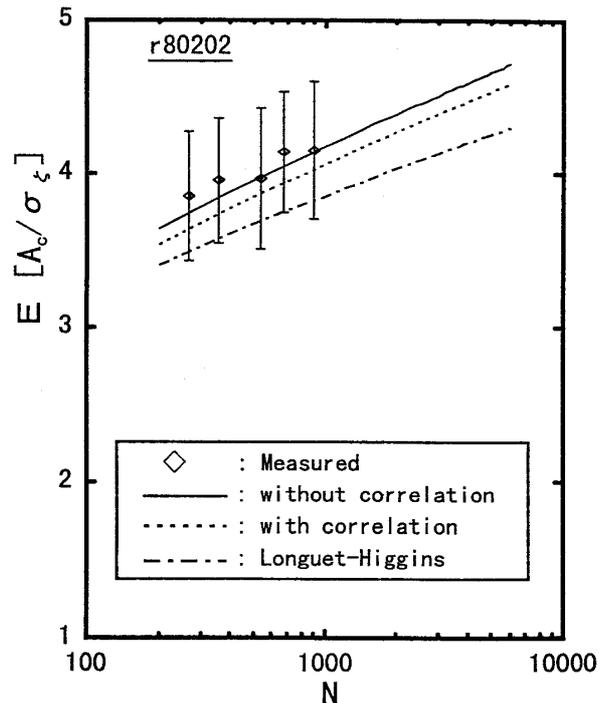


Fig. 14 Effect of the correlation of wave amplitudes on the expected values of the largest wave amplitudes in  $N$  observation.  $A_c$ : crest amplitudes

- その予測法を、実海域で観測された大波高時の波浪データに適用し、海洋波の非線形性が波群の統計的性質に与える影響を明らかにした。即ち、海洋波の非線形性により、連長の発生確率は、Threshold Level が小さい場合には線形理論とさほど変わらないが、Threshold Level が大きくなるにつれて、山側の連長の発生確率は線形理論より大きく、逆に、谷側の振幅では小さくなる。
- 波群の予測では、振幅間の相関は極めて重要なパラメーターであるが、振幅の予測に関しては、振幅の相関が与える影響は小さく、個々の振幅が独立であるとして予測しても差し支えない。

本論をまとめるにあたり、貴重なご意見及びご指導を頂いた九州大学船舶海洋システム工学科貴島勝郎教授ならび船舶技術研究所海洋開発工学部菅信部長、大松重雄運動性研究室長に厚く御礼申し上げます。

最後に、本論で使用した波浪データは、運輸技術開発調査費による「海洋構造物の沖合展開のための開発研究」の一環として、海洋科学技術センターをはじめ、日本海事協会、民間企業 8 社との共同研究として実施された浮遊式海洋構造物「POSEIDON」号による実海域実験で取得されたものであることを付記する。

#### 参考文献

- 1) 吉元博文：大波高時の波浪の統計的性質について、

- 第13回海洋工学シンポジウム, 日本造船学会, pp. 425-432, 1995.
- 2) 吉元博文: 大波高時の波浪の統計的性質について—方向分散性の影響—, 日本造船学会論文集, 第179号, pp. 67-76, 1996.
  - 3) 影本 浩, 藤野正隆, 岡部拓: WAVE GROUP 中における浮体の挙動と安全性, 西部造船会会報, 第89号, pp. 91-102, 1995.
  - 4) 高石敬史: 斜め追波中の危険出会い群波現象に関する一考察, 日本航海学会論文集, 第86号, pp. 161-167, 1992.
  - 5) 合田良実: 波の連なりの統計的性質について, 港湾技術研究所報告, 第31巻, 第3号, pp. 3-19, 1976.
  - 6) Kimura, A.: Statistical properties random wave groups, Proc. 17th. Int. Conf. Coastal Engg., pp. 2955-2973, 1980.
  - 7) 木村 晃: 不規則波浪の隣合う波高の相関性について, 第34回海岸工学講演会論文集, pp. 136-140, 1987.
  - 8) Longuet-Higgins, M. S.: Statistical properties of wave groups in a random sea state, Phil. Trans. R. Soc. Lond., Vol. 312, pp. 219-250, 1984.
  - 9) 合田良実: 港湾構造物の耐波設計 波浪工学への序説, 鹿島出版会, 1984.
  - 10) Rice, S. O.: Distribution of the duration of fades in radio transmission-Gaussian Noise Model, Bell Syst. Tech. J. 37, pp. 518-635, 1958.
  - 11) Kriebel, D. L. and T. H. Dawson: Nonlinear effect on wave groups in random sea, Proceedings of 9th O. M. A. E., ASME, Vol.1, Part A, pp. 1-7, 1990.
  - 12) Dawson, T. H., D. L. Kriebel and L. A. Wallendorf: Experimental study of wave groups in deep water random waves, Applied Ocean Research, Vol. 13, No. 3, pp. 116-131, 1991.
  - 13) 篠田成郎, 安田孝志, 川口智也, 石原貴司, 土屋義人: 浅海における不規則波浪の時系列モデルについて, 第35回海岸工学講演会論文集, pp. 103-107, 1988.
  - 14) 篠田成郎, 安田孝志, 川口智也, 石原貴司, 土屋義人: 浅海における不規則波浪の隣合う波高の結合確率分布について, 海岸工学論文集第36巻, pp. 129-133, 1989.
  - 15) Ochi, M. K.: Applied Probability & Stochastic Processes in Engineering & Physical Science, John Wiley & Sons, 1990.
  - 16) 井上令作他: 浮遊式海洋構造物の実海域実験その1 実験の概要, 船舶技術研究所報告, 別冊13号, 1992.
  - 17) 山内保文監修: 船舶・海洋技術者のための不規則現象論, 海文堂, 1986.
  - 18) Hamada, T.: The secondary interactions of surface waves, Report of the Port and Harbour Technical Research Institute, Report No. 10, pp. 1-28, 1965.
  - 19) 吉元博文, 安藤定雄, 小林顕太郎: 浮遊式海洋構造物の実海域実験 その3 実験海域の波方向スペクトルについて, 日本造船学会論文集第168号, pp.

255-262, 1990.

### Appendix-A 2次の非線形周波数応答関数

長波頂不規則波の場合の2次の非線形周波数応答関数は次式で与えられる<sup>18)</sup>.

- 周波数の和の成分  $G_2^{(+)}(\omega_n, \omega_m)$

$$G_2^{(+)}(\omega_n, \omega_m) = \frac{g_{nm}(\omega_n + \omega_m) \cosh(\kappa_n + \kappa_m)d}{gd_{nm}} - \frac{\kappa_n \kappa_m g^2 - \omega_n^2 \omega_m^2 + \frac{\omega_n^2 + \omega_m^2}{2g}}{2g\omega_n \omega_m} \quad (A-1)$$

ただし

$$g_{nm} = \frac{2(\omega_n + \omega_m)(\omega_n^2 \omega_m^2 - \kappa_n \kappa_m g^2) + \omega_n(\omega_m^4 - \kappa_m^2 g^2) + \omega_m(\omega_n^4 - \kappa_n^2 g^2)}{2\omega_n \omega_m}$$

$$d_{nm} = (\omega_n + \omega_m)^2 \cos h(\kappa_n + \kappa_m)d - g(\kappa_n + \kappa_m) \sin h(\kappa_n + \kappa_m)d$$

- 周波数の差の成分

$$G_2^{(-)}(\omega_n, -\omega_m) = -\frac{f_{nm}(\omega_n - \omega_m) \cos h|\kappa_n - \kappa_m|d}{gS_{nm}} - \frac{\kappa_n \kappa_m g^2 + \omega_n^2 \omega_m^2 + \frac{\omega_n^2 + \omega_m^2}{2g}}{2g\omega_n \omega_m} \quad (A-2)$$

ただし

$$f_{nm} = \frac{2(\omega_n - \omega_m)(\omega_n^2 \omega_m^2 + \kappa_n \kappa_m g^2) - \omega_n(\omega_m^4 - \kappa_m^2 g^2) + \omega_m(\omega_n^4 - \kappa_n^2 g^2)}{2\omega_n \omega_m}$$

$$S_{nm} = (\omega_n - \omega_m)^2 \cos h|\kappa_n - \kappa_m|d - g|\kappa_n - \kappa_m| \sin h|\kappa_n - \kappa_m|d$$

ここに,  $\omega_n$  は角周波数 ( $=2\pi f_n$ ),  $g$  は重力加速度,  $d$  は水深,  $\kappa_n$  は波数であり, 次の分散関係式を満足する。

$$\omega_n = \kappa_n g \tan h(\kappa_n d) \quad (A-3)$$

### Appendix-B 振幅の確率密度関数

計算法については, 既に詳しい報告<sup>1), 2)</sup>があるので, ここではその概要を述べる。

海洋波が2次までの非線形形で記述できるとすると, 海洋波の水位変動  $\zeta$  は, 正規確率変数  $Z_j$  をもとに次のような2次形式で表せる。

$$\zeta = \sum_{j=1}^{2L} \zeta_j = \sum_{j=1}^{2L} \beta_j Z_j + \lambda_j Z_j^2 \quad (B-1)$$

ただし

$$\beta_j = (P_i^t s)_j (j=1, \dots, L), \quad \beta_j = 0 (j=L+1, \dots, 2L)$$

ここに,  $L$  は線形不規則波の成分波の個数,  $P_i$  は,  $\mathbf{H}^{(-)} + \mathbf{H}^{(+)}$  ( $\mathbf{H}^{(+)}$ : 2次の非線形成分の和の成分から構成される行列,  $\mathbf{H}^{(-)}$ : 差の成分から構成される行列)の固有ベクトルを列ベクトルとする直交行列,  $P_i^t$  は  $P_i$  の転置行列,  $\mathbf{s}$  は線形不規則波の成分波の振幅より構成される列ベクトル,  $\lambda_i$  は,  $\mathbf{H}^{(-)} + \mathbf{H}^{(+)}$ ,  $\mathbf{H}^{(-)} - \mathbf{H}^{(+)}$  の固有値である。

(B-1) で与えられた  $\zeta$  の特性関数  $M(\theta)$  は,

$$M(\theta) = \prod_{j=1}^{2L} \frac{1}{\sqrt{1 - i\lambda_j \theta}} e^{-\frac{\beta_j^2 \theta^2}{4(1 - i\lambda_j \theta)}} \quad (B-2)$$

となり、(B-2)式の Fourier 変換を行うことにより、 $\zeta$  の確率密度関数  $p(\zeta)$  は求めることができる。

$$p(\zeta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\vartheta\zeta} M(\vartheta) d\vartheta \quad (\text{B-3})$$

水位変動の確率密度関数が求めれば、山側の振幅について、 $\zeta$  が狭帯域スペクトルであり、 $\zeta$  とその速度  $\dot{\zeta}$  が独立であるとする、振幅  $A$  の確率密度関数は、

$$p_A(A) = -\frac{d}{d\zeta} \left\{ \frac{p(\zeta)}{p(\bar{\zeta})} \right\}, \quad \zeta \geq \bar{\zeta} \quad (\text{B-4})$$

で与えられる。ここに、 $\bar{\zeta}$  は水位変動の平均値である。谷側の振幅については、 $\zeta \rightarrow -\zeta$  として扱えば、山側の振幅と同様にして求めることができる。