連続性を考慮した矩形パネルの

剪断座屈崩壊について

正員 正 岡 孝 治* 正員 岡 田 博 雄* 正員 上 田 幸 雄**

On the Shear Buckling Collapse of Continuous Rectangular Panels

by Koji Masaoka, Member Hiroo Okada, Member Yukio Ueda, Member

Summary

It is important that ships are prevented from fatal failures such as the hull girder collapse under severe sea conditions. On the other hand it is also important to know the reduction of the strength of a ship with lightening caused by the constant demand for lighter ship hulls. Severe shear force acts in the side shell near the bow of the ship during slamming conditions. Thus it becomes important to investigate not only compressive behavior of the deck panels but also shear collapse behavior of the side shell panels to determine the collapse behavior of the ship's hull girder.

Simply supported and uniform shear load boundary conditions are suitable to examine the plate behaviour until the shear collapse load. But strength evaluation considering the continuity between side shell panels is needed to analyze the load carrying capacity accurately during the post shear collapse.

In this paper it is intended to solve only one panel considering the inplane and rotational continuity between panels as the boundary condition instead of solving many panels to investigate the panel behavior of the post ultimate strength region, such as the load carrying capacity under shear.

1 緒言

船舶が安全に運航するためには苛酷な気象状況のもとに おいても折損などのような致命的な損傷をおこさないこ とは絶対的な条件である.一方で船体の軽量化の要求も大 きく,軽量化に伴って船体の強度がどのように変化するか を十分に知ることは重要である.船体が大きな波をうけた 場合スラミングを起こすことがあるが,この場合,船首付 近の船側外板には大きな剪断力が作用する.スラミングを 起こした後,船が折損までいたる挙動を調べるさいには, 甲板パネルの圧壊挙動とともに船側パネルの剪断崩壊挙 動も重要である.

パネルの剪断崩壊挙動を簡単にまとめると,まず,座屈 あるいは局部降伏をおこし,次に最終強度に達し,その後 パネルの荷重保持能力はだんだん減少する.船のハルガー ダとしての崩壊挙動を調べるときに船体を構成する構造 要素の局部強度も重要ではあるが,一つの構造要素が最終 強度に達した後も,構造の高い不静定度のゆえに構造全体

* 大阪府立大学工学部

** 近畿大学生物理工学部

原稿受理 平成9年1月10日 春季講演会において講演 平成9年5月15日 の崩壊にはいたらない.よって、こわれた構造要素の最終 強度後の挙動もハルガーダの崩壊のメカニズムを知る上 で重要になってくる.

上田ら¹⁾, 矢尾ら²⁾は船体のハルガーダの最終強度を正 確に求めるために, ハルガーダを構成するパネルの局部強 度における最終強度後の挙動を明確にした. これらの研究 は局部強度として軸圧縮をうけるパネルの後最終強度を 考えているが, スラミングの際の船側のパネルの最終強度 後の挙動を考えるならばパネルの剪断崩壊後の挙動を明 確にする必要がある.

剪断座屈に関する研究は多くの研究者によってなされ ている³⁾⁴⁾⁵⁾. 剪断座屈による塑性崩壊を調べるさいにパ ネルの境界条件を明確に規定する必要がある. 剪断座屈後 の挙動を求めるための解析解の導出の際には通常, 周縁単 純支持で一様剪断力が作用し, 各辺は直線を保つ手法が使 われる. この方法に従って, 藤田ら⁶⁾⁷⁾は弾性大撓み解析 と塑性解析を併用してパネルの剪断崩壊挙動を調べてい る. 大坪ら⁸⁾もこの境界条件にしたがって, パネルの剪断 崩壊荷重を有限要素法により求めている.

剪断崩壊荷重までを調べるならば周縁単純支持の一様 剪断荷重の解析も合理的であるが,剪断崩壊後,つまり最

NII-Electronic Library Service

終強度後の荷重保持能力まで合理的に調べようとすると、 船側を構成するパネルの連続性を十分考慮にいれた上で 強度評価をしないといけない。

本報告は数値解析による手法であるが,パネル間の連続 性を考慮する際に,パネル間の面内変形の連続性と回転角 の連続性を考えながらパネルー枚のみを切り出して,剪断 崩壊による最終強度後の挙動を有限要素法によって解析 する方法について説明する.特に剪断崩壊による最終強度 後の荷重保持能力について述べる.

2 矩形パネルの境界条件に関する検討

パネル間の連続性を考慮しながら剪断崩壊挙動を調べる ならばなるべく多くのパネルをつなぎあわせて対象とな る構造を解析したほうが精度のよい解析ができる.しか し、有限要素法で弾塑性大撓み解析を多数の骨が通った防 撓板に適用するのは困難である.

そこで、本研究では解析するパネルは1枚とし、隣接するパネルやスティフナやガーダとの連続性を考慮しなが らパネルー枚の境界条件を選ぶことにする.



Fig.1 Load control model subjected to uniform shear force (UF Model)

2.1 荷重制御による方法 (UF Model)

Fig. 1は荷重制御によって矩形板の純剪断問題を解析 する場合の図である. 周縁に一様剪断力を作用させてい て, 周縁の面内方向は, 剛体回転を止めるための拘束以外 は拘束していない. 矩形板が座屈するまでは周縁は直線を 保つ. 矩形板が座屈をしはじめると矩形板の各辺は中央の 撓みにひきずられて中に入り込んでいく. このモデルを UF Model (Uniform Force boundary Model) とする. Fig. 1 (b) は Fig. 1 (a) のように変形したパネルを縦横 に9枚しきつめてみた図である. 図からわかるように斜線 で示した部分は穴が空いた状態になっており, パネル間の 連続性を満足していないので, 一般には, このモデルで解 析した結果で船側構造の強度を議論することはできない.



Fig.2 Displacement control model with rigid edge bars (RB Model)

2.2 変位制御による方法 (RB Model)

Fig. 2は変位制御型のモデルである. 周縁の面内変位は すべて幾何学的境界条件とし各辺はあたかも剛体棒があ るようにその長さを保ち, しかも直線を保つモデルであ る. このモデルを RB Model (Rigid Bar Model) とする.

Fig. 2 (b) はFig. 2 (a) を縦横に9枚しきつめた図であ る. Fig. 1 (b) のモデルとはちがって, すき間なくパネル をしきつめることができている. したがって, パネル間の 面内の連続性は満足しているが, 通常は, これほどの防撓 材の剛性を期待するのは危険側評価になる.

2.3 パネルの周縁部の面内変位の連続性

ここで、パネルの周縁部の面内変位の連続性を考えるために Fig. 3の防撓板を考える.図に示すような座標系を設定し、x 方向への変位を u、y方向への変位を v、z方向への変位を wとする.

パネル A, B とスティフナが溶接されている部分にお けるパネル A の周辺条件について考える.まず, スティフ ナは z方向に大きな剛性をもっているので, パネル A の周 緑は z方向に撓むことができないと考えてよい. 連続性を考慮した矩形パネルの剪断座屈崩壊について







Fig.4 Displacement control model with inplane-continuous edges (IC Model)

スティフナのウェブはy方向には曲げ剛性しか持たない のでパネル A の y方向の変位はスティフナからは干渉を うけない. ただし, パネル A とパネル B は面内の連続性 をたもつ必要があるので, パネル A の周縁の変位 vを考え る際はパネル B との相互作用を考える必要がある.

スティフナのパネルとの溶接部の x 方向への伸縮に関 する剛性については、スティフナの方の剛性を無視し、パ ネルAの周縁部の x 方向への伸縮はパネル B との相互作 用を考えるだけでよいと考える.

このようなモデルを満足するために Fig. 4を考える. Fig. 4 (a) は面内変形の連続性を満足するためのモデル で, 左右辺が同じ変形, 上下辺が同じ変形をしている. こ のモデルを縦横に9枚しきつめたものが Fig. 4 (b) であ る. このモデルを使うとパネル間にすきまはなく, 面内の 連続性は満足していることがわかる. しかも, スティフナ



Stiffeners

- Fig.5 Rotational boundary conditions of the panel edges
- Table 1
 Inplane and rotational boundary conditions

Inplane Boundary Condition		
UF	Uniform Forced	Weak
RB	Rigid Bar	Strong
IC	Inplane continuous	Moderate
Rotational Boundary Condition		
SS	Simply Supported	Weak
CL	Clamped	Strong
\mathbf{RC}	Rotationally Continuous	Moderate

はパネルの撓み以外の変形を拘束していない.

以上の考察よりこの Fig. 4の変形をパネル間の面内の 連続性を確保する上で合理的な境界条件であると結論し、 そのモデルを IC Model (In-plane Continuous Model) と する.

2.4 パネルの周縁部の回転角の連続性

次に、パネルの周縁部の回転角の連続性について Fig. 5を参考に考える. パネルの強度を安全側に考えるなら ば周縁を単純支持と考えればよい (SS Model; Simply Supported). また、スティフナが非常に強くて溶接部での 回転変形を全く許さない場合は周縁固定となる (CL Model; CLamped). しかし、通常はスティフナの溶接部は回転に 関してそれほど大きな剛性を持っているとは考えられな いので、周縁回転連続を考える RC Model(Rotationally Continuous) が合理的であると考えられる.

2.5 船側パネルへの本理論の適用

以上の境界条件をまとめて Fable 1に示し, 船側パネル への適用性について説明する.

まず、面内変位に関しては、UF Model は連続性を満足 していないので、弱すぎる評価となる. SE Model は連続 性は満足するもののスティフナが強くて全く変形しない と仮定しているので、強すぎる評価となり、したがって危 険側評価になってしまう. IC Model はスティフナの溶接 部の伸縮の剛性を無視したモデルとなってはいるが、船側 パネルの面内連続性を考える上では妥当なモデルと考え ることができる.

次にパネルの周縁の回転角に関する境界条件について 考える.単純支持である SS Model は複雑な座屈波形を有 する剪断座屈においては弱すぎる評価となる. CL Model はスティフナが強くてパネルの回転を全く許さないモデ ルでありスティフナの剛性を過大評価してしまい危険側 となってしまう.スティフナの溶接部の回転剛性を無視し た RC Model は回転角の連続性を考える上で妥当なモデ ルと結論することができる.

以上の考察により, 船側パネルの後最終強度挙動を解 析する際には RC-IC Model (Rotationally and In-plane Continuous Model) を使うのが妥当である.

船側全体にわたってパネルの荷重条件は一様ではない. しかし、荷重の変化はそれほど大きくはないので、隣接す るパネルの荷重状態はそれほど違わない.よって、その付 近のパネルの変形はすべて一様であると仮定して、船側の ある一枚のパネルを取り出して連続性を考慮した座屈崩壊 解析を RC-IC Modelを使うことにより行うことができる.

3 有限要素法

以上,船側構造パネルの境界条件の妥当性について述べた が,それらの境界条件を満たしながら有限要素法で解析を する手法について本節では述べる.

今回, 有限要素にはアイソパラメトリック要素の一つであ る4節点 MITC 要素 (Mixed Interpolation of Tensorial Components Element) を使った⁹⁾. 要素内の数値積分に はガウスルジャンドル積分を用い, 一要素の積分点の数は 面内に2×2点、板厚方向に6点とっている.

3.1 非線形問題の取扱い

座屈問題を解析するために変位関数には大たわみ項を考慮している.降伏条件にはミーゼスの降伏条件式を適用しており,弾塑性判定は各積分点毎におこなっている.降伏後も完全弾塑性挙動を示すものとして解析を行っている.

解析は増分的に行っており,各増分ステップ毎に Newton-Raphson法を適用し,十分収束するまで計算を くりかえしている.また,弧長増分法を適用することによ り,複雑な非線形問題も解析を可能としている.

荷重制御型の解析,変位制御型の解析,また境界条件が 単純支持辺,固定辺を解析する場合は従来の有限要素法の 方法で解析できる.しかし,本論文で取り扱う面内連続性 や回転角連続性を満足するためには,有限要素法解析をお こなう際に境界条件に注意をはらう必要がある.



Fig.6 Fundamental in-plane displacements
(a) ~ (e) and the combined displacement (f) of the panel (9 nodal points model).

3.2 パネル間の面内の連続性を保つ手法

パネル間面内連続条件やパネル間回転角連続条件を満 足するために本研究では、全体剛性における変位自由度の とり方に工夫をした。その方法を簡単に説明するために9 節点の場合を面内変位についてのみ考える。

Fig. 6には各変形モードとそれを合成した変形を示す. Fig. 6 (a) は x 方向への伸びモードを U_1 であらわし, (b) は y方向への伸びモードを U_2 で, (c) は剪断変形モー ドを U_3 であらわす. さらに, (d) は左右辺同一変形モード を $U_4 \ge U_5$ で, (e) は上下辺同一変形モードを $U_6 \ge U_7$ で あらわしている. これらの変形モードをすべて合成した変 形図が Fig. 6 (f) である.

以上,図で示したことを式で表示すると式(1)になる.

 $u_1 = 0, v_1 = 0, u_2 = U_4, v_2 = U_5.$

 $u_3 = U_3, v_3 = U_2, u_4 = U_6, v_4 = U_7,$

 $u_5 = u_5, v_5 = v_5, u_6 = U_3 + U_6, v_6 = U_2 + U_7,$

連続性を考慮した矩形パネルの剪断座屈崩壊について

(1)

$$u_7 = U_1, v_7 = 0, u_8 = U_1 + U_4, v_8 = U_5,$$

 $u_9 = U_1 + U_3, v_9 = U_2.$

式(1)をマトリックス表示すると式(2)になる.

 $\{u\} = [T]\{U\}$ (2) $\{u\} = \{u_1 \ v_1 \ \cdots \ u_9 \ v_9\}^T$ $\{U\} = \{u_5 \ v_5 \ U_1 \ \cdots \ U_7\}^T$

[T] は式(1) からえられる.

式(2)を使って,節点力 {f}, {F} の変換も行う.

$$\{F\} = [T]^{T} \{f\}$$
(3)
$$\{f\} = \{f_{x1} \ f_{y1} \ \cdots \ f_{x9} \ f_{y9}\}^{T}$$
$$\{F\} = \{f_{x5} \ f_{y5} \ F_{1} \ \cdots \ F_{7}\}^{T}$$

変位,荷重とともに例えば剛性行列も次の式で変換する ことができる.

$$[K'] = [T]^T [K][T]$$
(4)

計算プログラムにおいては全体剛性に対してこのよう な変換マトリックスを前後からかけているとたくさんの 計算時間と計算容量が必要となってしまうので,要素剛性 行列を全体剛性行列に足しこむ際にこの処理をする.

以上は2×2要素分割の場合を例とした説明であるが、 この手法にならって他の問題も解析を行うことができる.

3.3 複合荷重をうけるパネルを解析するための可 能性

実際の船体構造においては軸力と剪断力が複合してパ ネルが崩壊する箇所も多数ある.本論文においては純剪断 荷重が作用する場合の変形の連続性についてしか示して いないが,本論文での考え方を全く変更することなしに,2 軸圧縮と剪断力が複合する場合の問題に適用することが できる.もし,2軸圧縮のみ作用して剪断力が作用しない 場合は,後座屈,あるいは後最終強度において,パネル間の 変形の連続性を考慮しても,パネルの周縁は面内には直 線,回転角は周縁単純支持と同じになる.

4 解析結果

ここまで、連続性を考慮したパネルを有限要素法でどのように数値解析をするかについて述べた.また、実際の船体の船側構造においてはどのようなパネルの変形の連続性 を考えるが合理的であるかについて述べた.それらの、考 察と理論をもとに、実際に有限要素法で純剪断をうけるパ ネルの弾塑性大撓み解析を行う.

解析する上で重要なパラメータを定義する.

$$\alpha = a/b$$
 (縦横比), $\beta = \frac{b}{t} \sqrt{\frac{\sigma_Y}{E}}$ (細長比)

ここで, a はパネルの長さ, b は幅, t は板厚, Eはヤング 率, σ_Yは降伏応力である.本研究ではパネルの残留応力は 考慮に入れていない.また,パネルの初期撓みの形状を式 (5)のように与える¹⁰⁾.

$$w(x, y) = \begin{cases} w_0 \sin(\pi x/b) \sin(\pi y/b), \\ (0 < x < b/2), \\ w_0 \sin(\pi y/b), \\ (b/2 < x < a - b/2), \\ w_0 \sin(\pi (a - x)/b) \sin(\pi y/b), \\ (a - b/2 < x < a). \end{cases}$$
(5)



Fig.7 Average stress-strain curves and stress-deflection curves of the square plates subjected to shear, $\beta = 4$, $w_0/t = 0.1$



ig.8 Average stress-strain curves and stress-deflection curves of the square plates subjected to shear, $w_0/t = 0.1$, (a) $\beta = 3$, (b) $\beta = 2$

4.1 正方形板の解析

Fig 7は純剪断をうける正方形板の荷重変位曲線と荷重 撓み曲線である.1枚のパネルを16×16要素分割し細長 比 $\beta = 4$ の薄板について解析した.図の縦軸は(a),(b)と もに平均剪断応力を剪断降伏応力で無次元化したもので ある.横軸は(a)は平均剪断歪を剪断降伏歪で無次元化し たものであり,(b)は中央部撓みを板厚で無次元化してい る.図の中の RB は周縁が面内に直線を保ったモデル,UF は一様剪断応力が作用するモデル,IC は面内の連続性を 満足するモデルを表している.また,周縁部回転剛性に関 しては CL は全辺固定を,SS は全辺単純支持,RC は回転 角連続を表している.

はじめに荷重変位曲線から剪断変形の挙動の特性を考

察する.まず,周縁が直線をたもつモデル(RB)は最終強 度後もほとんど剛性が低下しないことがわかる.一方,面 内の連続性を満足しないUFモデルでは最終強度後に急 激に強度が低下することがわかる.面内の連続性を考慮し たICモデルはその中間的な値を示すことがわかる.この 図からわかるように後最終強度挙動を調べる際には面内 の連続性に十分注意をすることが必要である.また,周縁 の回転角の境界条件のちがいによって強度にバラツキが 生じるが,船側構造においては面内連続,回転角連続の IC-RC Modelをもって評価することが妥当である.

荷重撓み曲線をみると, 拘束のきつい境界条件において は座屈後もそれほど撓みが増えておらず, それが, 荷重を 保持する要因になっていることがわかる.

Fig. 8は (a) が $\beta = 3$ の場合の荷重変位曲線であり, (b) が $\beta = 2$ の場合の荷重変位曲線である. (a)の場合は, Fig. 7のときほどは薄い板ではないが, 船側構造としては比較 的薄い板であると考えられる. この場合はFig. 7のときほ どは最終強度後の強度低下はみられないが, 同じような傾 向を示すことはわかる. $\beta = 3$ の場合は最終強度はどの ケースにおいても全断面塑性荷重まで到達しており差は ないが, その後の挙動に顕著な差がみられる. (b)の $\beta = 2$ の場合には最も回転拘束の弱い周縁単純支持のモデルに おいても最終強度後剛性が低下していないことがわかる. このケースの場合, パネルは塑性崩壊後も撓むことなく面 内変形のみによって塑性化が進展している.





4.2 面内変形に関する考察

Fig. 9は β = 4 の正方形板が純剪断をうけ γ = 5 γ_Y だけ 剪断変形をしたときのパネルの面内変形の図である.境界 条件は,周縁単純支持の面内連続モデルである.左右の変 形形状と上下の変形形状が同じになっていることがわか る. 要素毎の変形をみると, 図中の A, B, C, D の部分が かなり変形していることがわかる. これらの要素の変形が パネル内部の撓みを許し, 最終強度後の強度の低下につな がっていると考えられる.



Fig.10 Deflection shapes and their contours of the inplane-continuous square plate, $\beta = 4$, $\gamma = 5\gamma_Y$, Rotational boundary condition: (a) simply supported (SS Model), (b) clamped (CL Model), (c) rotational continuous (RC Model)

4.3 撓みに関する考察

Fig. 10は撓みの図である. 境界条件は面内に対しては 面内連続の条件である. 回転角に対する境界条件は(a) は 周縁単純支持のモデル, (b) は周縁固定のモデル, (c) は周 縁回転連続のモデルである. 細長比 $\beta = 4$ の薄い板につい て, 平均剪断歪みが剪断降伏歪みの5倍になったときの図 を示している. 各図にA, Bの印をつけて, 各図のA, B付 近の撓みを比較する. (a) においては, Bの回転角が非常 に大きい. (b) においては, 周縁が固定であるので. A, B の付近はともにそれほど撓んでいない. (c) はA, B での 回転の連続性を保つために B の付近がうきあがっている 分, A の付近はしずみこんでいることがわかる.



Fig.11 Principal sectional forces and nodal forces of the rotationally continuous square plates, $\beta = 4$, $\gamma = 5\gamma_Y$, $w_0/t = 0.1$, IC-RC Model

4.4 断面力図に関する考察

Fig. 11には回転連続かつ面内連続のモデルの主断面力 と節点力を示す. ACを結ぶ対角線の付近に張力場が発生 していることがわかる. 周縁の節点力はかなり乱れてい る. A, B, C, D 付近では剪断力以外にパネル内部に強く 押し込む力が作用していることがわかる.

4.5 矩形パネルの場合

ここまでは、正方形板について解析を行い剪断崩壊をし たパネルの基本的な性質をつかんだ.つぎに、実際の船側 構造の外板パネルを想定して剪断力をうける矩形板パネ ルの崩壊挙動について調べる.

ここでは、縦横比が 2,3 のパネルに対して、純剪断問題 を境界条件を面内連続として解析した。回転角の境界条件 は提案した、回転角連続モデルと、安全側の周辺単純支持 モデルを解析した。解析に際しては初期撓みの大きさは $w_0 = t/10$ を考えている。縦横比が 2 のモデルは 32×16 分割、縦横比が 3 のモデルは 48×16 分割とした。



Fig.12 Stress-strain curves of the rectangular plate subjected to shear, (a) $\beta = 3$, (b) $\beta = 2$

解析結果を Fig. 12に示す. (a) は $\beta = 3$ の場合の計算 結果であるが、最終強度はどの境界条件のモデルにおいて もそれほど差がない.しかし、最終強度後の挙動において は座屈条件の考察のときと同じように細長い板のほうが 弱いことがわかる. $\beta = 2$ の解析結果を(b)に示す.この 場合も、長方形板のほうが荷重の低下があることがわかる が、どのケースにおいてもそれほど強度低下をおこさない ことがわかる. $\beta = 2$ はb/t = 50くらいであり船体構造 においてよく使われる寸法であるが、この寸法を使う限り 剪断による最終強度後の荷重低下はそれほど心配しなく てもよいことがわかる.

5 結論

以上, 純剪断をうける矩形板の崩壊挙動を連続性を検討し ながら解析した.その結果次の結論がえられた.

1. 連続するパネル間とスティフナとの相互干渉を考え

た上で,合理的な境界条件について検討した.その結 果,船側パネルにおいてはパネル間の面内連続,回転 角連続モデルが妥当なモデルであることを説明した.

- 従来の有限要素法プログラムを少し改造するだけで 複雑な境界条件の制御を可能にする方法を導いた.
- 3. 実際に有限要素法でパネルの剪断崩壊挙動を解析した.その結果、仮定した境界条件により特に後最終強度挙動に差が出ることがわかった.また、挙動の違いを変形や、力の流れから検討を加えた.矩形板の場合は正方形板よりも荷重低下の割合が大きいこともわかった.
- 本研究では考察のためにいろいろな境界条件のモデ ルにより解析を行ったが、船側バネルの後最終強度 挙動を推定する際にはバネル間の面内連続、回転角 連続モデルを使うのがよい。

参考文献

- Y. Ueda, S.M.H. Rashed, Y. Abdel-Nasser: An improved ISUM rectangular plate element: taking account of post-ultimate strength behavior, J. of SNAJ, Vol. 171, (1992).
- T. Yao and P.I. Nikolov: Progressive collapse analysis of a ship's hull under longitudinal bending, J. of SNAJ, (1st report) Vol. 170, (1991), pp.449-461, (2nd report) Vol 172, (1992), pp.437-446.
- K. Basler: Strength of Plate Girders in Shear, J. of the Structure Div. Proc. of the ASCE, (1961), pp.151.
- 4) 秋田,藤井:座屈と塑性を考慮した最小重量設計 ―第
 1報ガーダーの剪断座屈をともなう塑性崩壊荷重―, 日本造船学会論文集,第119号,(1966),pp.200-208.
- P.C. Davidson, J.C. Chapman, C.S. Smith, P.J. Dowling: The design of plate panels subject to inplane shear and biaxial compression, Trans. RINA, (1989), pp.267-286.
- 藤田,野本,仁保:組み合わせ荷重を受ける平板の最終 強度(第1報)---圧縮と剪断を受ける正方形板---,日 本造船学会論文集,第145号,(1979),pp.194-202.
- 7)藤田,野本,仁保:組み合わせ荷重を受ける平板の最終強度(第3報)—圧縮と剪断を受ける矩形板—,日本造船学会論文集,第149号,(1981), pp.111-119.
- 8) 大坪,吉田:組み合わせ応力下での長方形板の最終強度(その2)—圧縮とせん断一,日本造船学会論文集,第158号,(1985),pp.368-375.
- 9) 久田, 野口: 非線形有限要素法の基礎と応用, 丸善, (1995).
- 10) 眞能,河辺,正岡:甲板パネルの圧壊強度に関する統計 的性質について,関西造船協会誌,第214号,(1990), pp.145-156.