

仮想粒子モデルによる CFD における 限界流線の可視化法

正員 白 山 晋* 正員 大 和 裕 幸**

A Visualization Technique of Limiting Streamlines for CFD data
Using Pseudo Particle Model

by Susumu Shirayama, *Member* Hiroyuki Yamato, *Member*

Summary

It has been considered that patterns of limiting streamlines are deeply related to a formulation of longitudinal vortex around a hull. Several approaches visualize the patterns on the surface have been proposed in experiments and CFD computations. It is not easy to efficiently obtain limiting streamlines owing to several issues on the conventional visualization techniques. In additions, considering the quantitative feature of the visualized results, a certain type of visualization error will be produced in the case of the hull that its shape is long in the streamwise direction. In practical cases, it has been reported that the patterns of limiting streamlines depend on the visualization software to be utilized. In this paper, firstly, we develop a visualization technique of limiting streamlines using PEM (Pixel Exposure Method) to overcome the drawbacks of the conventional methods. Secondly, numerical errors in such visualization are pointed out, and propose a way to reduce the visualization errors. We will visualize several results obtained from the Direct Numerical Simulation (DNS) by proposed method. It will be shown that our procedure of the visualization which the whole region of the surface is visualized by PEM and the detail is explored by a highly accurate particle tracking is suitable for inquiring a structure of the flow fields.

1. 緒 言

限界流線は船尾縦渦の形成と深く関連していると考えられている。その形状を視覚化するための様々な方法が、実験や CFD 計算において提案されている。実験の場合は油膜法による可視化が一般的であるが、トレーサの追従性の問題で詳細な構造を調べることは難しいとされる¹⁾。一方、CFD の場合は、船体まわりの流れ場の詳細な空間情報が獲得できることから可視化手法に対する問題点が指摘されることは少ない。

CFD の限界流線表示に用いられる手法は、物体表面に近い速度場、あるいは壁面摩擦応力場の中で質量のない仮想的な粒子を追跡するものがほとんどである。前者

は限界流線の定義に相当するものかどうか問題となる。つまり、極限の意味での表面近傍の速度場を扱っているかどうか問題となる。後者は限界流線に相当するものとして壁面摩擦応力線を計算するわけだが、応力場の構成にともなう数値誤差、および実験との対応が指摘されることが多い²⁾。ただし、CFD の場合は、実験や他の計算との比較による数値解の検証プロセスで用いられることが多いために、他の結果とある程度一致すると、それ以上の考察が加えられることは少ない。しかしながら、CFD の信頼性の向上によって可視化プロセスからの情報取得に関してこれまで以上に注意が払われるようになり、検証プロセスのみの可視化利用を見直す動きが生じている³⁾。この中で可視化の最適化（必要十分な情報を得るための可視化手法の選択と可視化パラメータの絞り込みの方法）と誤情報の発生が問題となっている。

可視化の最適化論は、生データから意味のある情報を正確かつ効率的に得るための方法論である。CFD における限界流線表示手法の最適化のためには、はじめに表

* 東京大学大学院工学系研究科

** 東京大学大学院新領域創成科学研究科

原稿受理 平成 13 年 7 月 10 日

秋季講演会において講演 平成 13 年 11 月 15, 16 日

示の問題を解決しなければならない。例えば、Fig.1 に示すような回転楕円体を過ぎる流れ場（長短比 3 : 1, レイノルズ数 10000, 迎角 11° ）の可視化プロセスを考えてみる。剥離線の位置が前もってわからないために前縁から粒子を発生し表面近傍の流れパターンを調べ (Fig.1a), その後, 剥離領域を可視化する (Fig.1b) という方法は, この流れ場に対してある程度の知識をもった解析者が行うものである。はじめて流れ場を可視化する場合, 出発点に対する試行錯誤が要求される。一方, 最近の多くの事例を見ると, Fig.1c のように表面全体で多数の仮想粒子を用いた可視化が行われることがある。この場合は, 煩雑な表示となることが問題となる。また, 粒子の軌跡が存在しない部分で何が起きているのかを見逃す可能性が指摘されている。

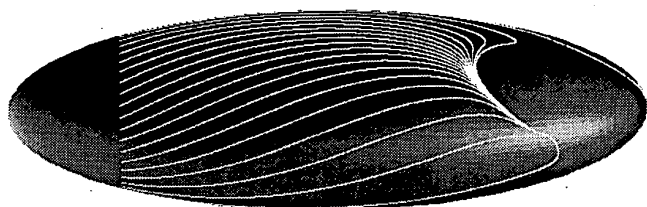


Fig.1a Limiting streamlines on a spheroid in a flow with the angle of attack 10 degrees at $Re=10^4$. Particles are released from a nose region.



Fig.1b Particles are released around the first separation line.



Fig.1c Particles are released from a whole region of the surface.

次に可視化誤差が問題となる。船体のような流れ方向に長い物体の場合, 可視化パラメータの選択によって同一の出発点からの粒子が同じ経路で流れていかないということがある。実際, 汎用可視化ソフトウェアの違いによる限界流線パターンの差異が報告されている⁴⁾。さらに可視属性の問題から限界流線表示は船体まわりの流れ場の可視化とは別に行われることが多く, 境界層の構造と後流との関連性を明確に示すことが難しい。

また, 現状では, 直接数値計算(DNS)や乱流モデルを用いた計算において, 瞬間場, あるいは定常場を対象として限界流線の可視化が行われている。非定常数値解の信頼性の向上を考えると非定常性や乱流モデルを加味した表示手法も必要になる。これは実験との比較という観点からも重要である。

CFDにおける限界流線表示における問題点と課題をまとめると以下ようになる。

(i) 表示の問題

- ・仮想粒子の出発点の最適化
- ・重複表示
- ・過不足のない情報抽出

(ii) 可視化誤差の問題

- ・粒子追跡の時間精度
- ・空間精度 (補間の問題)
- ・流れ場の計算法との整合性

(iii) 実粒子モデル導入の必要性

- ・壁面摩擦応力場の数値精度
- ・物体境界条件との整合性
- ・粒子属性のモデル化
- ・非定常性
- ・乱流場の扱い
- ・実験結果との比較

(iv) 後流との関連性

- ・可視化手法の組み合わせ
- ・可視化システムの問題

(v) 計算効率の問題

- ・高速な探索アルゴリズムの開発
- ・並列化, ベクトル化

本稿では, 実粒子モデルを除く各項目に対して考察を行う。はじめに可視化手法について述べ, 表示の問題を扱う。次に可視化誤差の発生原因について調べ, 誤差の小さな限界流線表示手法を提案する。さらに直接数値計算(DNS)結果に対して本手法を適用し, 後流との関連性を調べるための方法について検討する。

2. 流線追跡法

格子生成法がある程度確立したことから, 物体適合格子による船体を過ぎる流れの計算が多くなっている^{5),6)}。非構造格子を用いた計算コードの開発も進められているが, 物体を過ぎる流れに対してはプリズム格子が用いられることが多く物体表面から外側領域に延びる格子線は構造的である⁷⁾。このため, 物体表面を包む形で格

子面が存在する場合がほとんどである(Fig.2)。CFD における限界流線は、この格子面上での速度場、あるいは壁面摩擦応力場に従って仮想粒子を追跡することによって求められる。

仮想粒子は物理空間において、あるベクトル場 $\mathbf{b}$ に従って運動するものとする。

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{b}, \quad (1)$$

$$\mathbf{b} = \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}, \quad \text{or} \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} \tau_{11}n_1 + \tau_{12}n_2 + \tau_{13}n_3 \\ \tau_{21}n_1 + \tau_{22}n_2 + \tau_{23}n_3 \\ \tau_{31}n_1 + \tau_{32}n_2 + \tau_{33}n_3 \end{pmatrix}$$

ここで、 (u, v, w) は表面近傍流速場、 τ_{ij} は応力テンソル、 n_j は法線ベクトルである。また、 t は時間、あるいは擬似時間を表す。

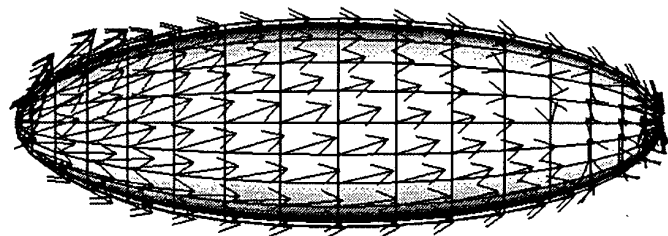


Fig.2 Vectors on a grid near the surface. Grid lines are thinned out due to explanation.

CFD 計算からのデータを用いて、式(1)を積分する場合に問題となるのは、

- (a) 仮想粒子がどの計算セルの中にあるか
- (b) 計算セルの中の粒子位置でのベクトル $\mathbf{b}$ をどのように補間するか

である。(a)は多角形内の点探索問題として知られ、アルゴリズムは計算空間を利用するものと、三角形分割と近傍探索法の利用に大別される^{8),9)}。ここでは、前者を例に説明する。式(1)を一般曲線座標系に変換すると

$$\begin{aligned} \frac{d\xi}{dt} &= a^1 b, \\ \frac{d\eta}{dt} &= a^2 b, \\ \frac{d\zeta}{dt} &= a^3 b, \end{aligned} \quad (2)$$

となる⁸⁾。ここで、 (ξ, η, ζ) が曲線座標系での粒子の位置、 $\mathbf{a}^i$ が基底ベクトルである。例えば、 ξ が一定の面が物体近傍の格子面とすれば、 $\mathbf{a}^1 \mathbf{b} = 0$ として、粒子を追跡することで限界流線を求めることになる。物理空間と計算空間の対応を Fig.3 に示す。Fig.3 の下図の矢印は $(a^2 \mathbf{b}, a^3 \mathbf{b})$ を示している。図からわかるように粒子は直

交等間隔格子空間で追跡されるために粒子の存在する計算セルは容易に算出できる。

(b)の補間法に関しては第4節で述べる。

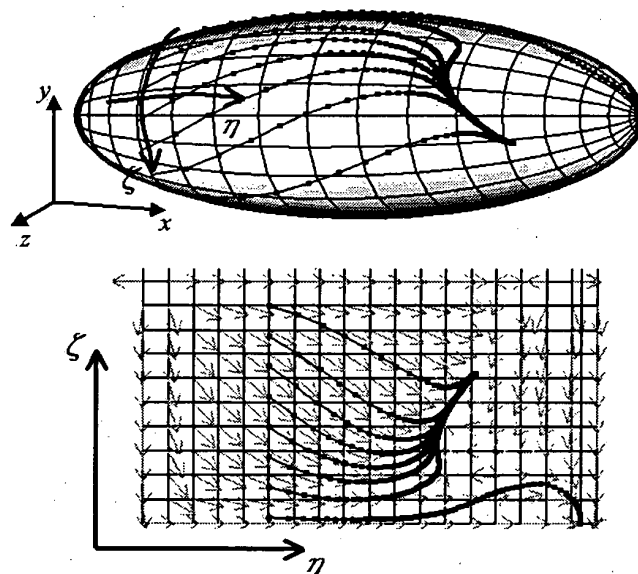


Fig.3 Particle tracking in a computational space.

3. 表示の問題

3.1 出発点依存性

Fig.1 は前節で示した方法によって求められた可視化結果である。後方の剥離線、付着線や特異点などが捉えられているが、表示されている特異線、特異点が表示解像度の範囲ですべて現れているかどうか分からない。このため、粒子の発生点を変えて可視化画像を検討しながら、試行錯誤を繰り返して可視化作業が進められる。計算規模が大きくなると粒子追跡に要する計算時間が増し、この可視化を繰り返して行うことが困難になる。これを解決するために最適な出発点を効率よく見つけ出す手法が必要になる。

3.2 重複表示の問題

第2節で示した方法のもう一つの問題は、密接する流線の場合、粒子の軌跡を上書きしながら最後に通過したもののみが残る、あるいは最初に描かれたものが残るという形で表現されるというものである (Fig.1c)。例えば、実験で同様の可視化を行う場合を考えてみる。照光しながら可視化すると、一定の露光時間の中での可視化画像の中にマーカー粒子が重なっていく効果が輝度情報として現れる。また、油膜法では、重複は油膜密度の差として現れるので、マーカー粒子の動きに依存した視覚情報が得られることになる。そのような情報は、速度の大きさ、あるいは応力の大きさを知る上で重要であるが、第2節で述べた従来の方法で得ることは難しい。

3.3 全体可視化法

表面流線の可視化では、特異点、特異線から構成される流線の存在により、可視の部分と不可視の部分が混在することが多い。このため、'見えない部分と見えている部分の関係'という問題が生じる。この問題を解決するために、全体可視化法と呼ばれる表示解像度の範疇で着目領域全体の情報を提示する方法が提案されている。その一つがピクセル露光法¹⁰⁾(Pixel Exposure Method: PEM)である。この方法は、表示解像度の範疇で着目領域の情報を精度良く表現するものであり、出発点依存性と重複表示の問題をも解決することができる。

ピクセル露光法は、着目領域全体に均質に分布した発生点を用いて粒子追跡を行う方法である。Fig.4a に示すように計算セルの面積に応じた粒子の発生点を求めればよい。2次元の場合と同様に発生点をラスタースAMPLINGによって求めることで、これを実現する(ラスタースAMPLINGについては文献10を参照のこと)。

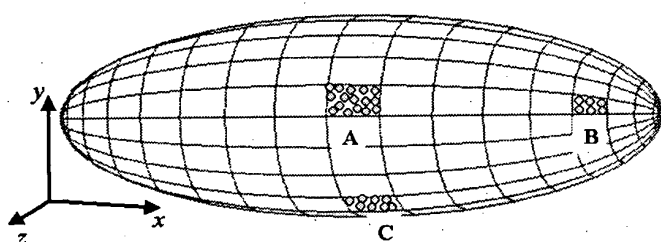


Fig.4a Released particles are uniformly distributed on the surface.

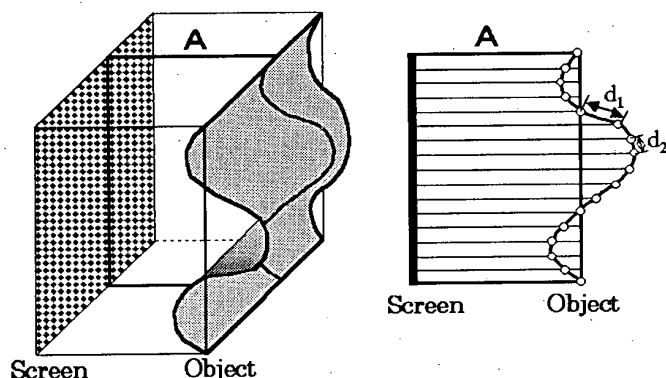


Fig.4b Sampling Error.

ラスタースAMPLINGによる粒子発生点の計算法を物体表面に適用する場合の問題点は、Fig.4b に示すように物理面上で異なる大きさの区間 d_1 と d_2 がスクリーン上では同じ数の画素として扱われることである。スクリーン面では一様であるが、物体面では非一様な分布になる。表示解像度との整合性を考慮した均質な発生点を曲面上で求めるためにいくつかの方法^{11),12)}が提案されているが、多くのものは物理空間を基準にしており、曲面

が複雑になると均質な分布を得ることが困難になる。さらに多大な計算時間を要するものが多い。そこで、ラスタースAMPLINGの拡張を考える。計算セルを三角形要素に分割し、その要素と同一の法線ベクトルをもつ平面上に三角形要素を写像し、写像された要素に対して2次元の場合と同様に、表示解像度をもつ画素空間を用いてサンプリングを行うものである(Fig.4c)。

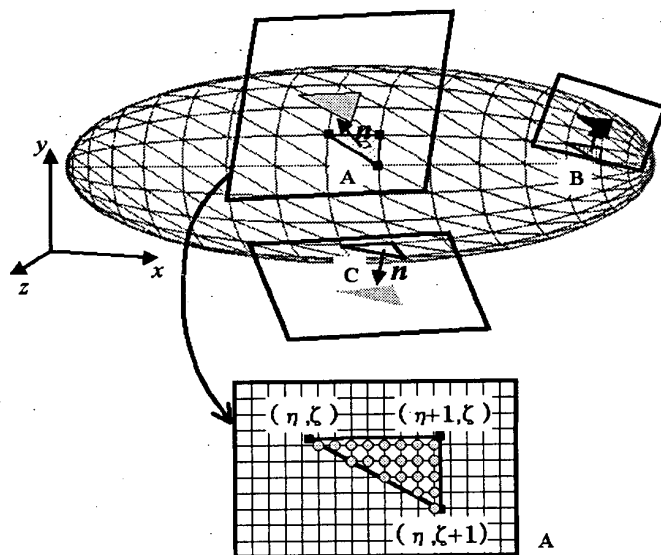


Fig.4c Raster sampling on a surface.

Fig.4c の A という三角形に着目すると、3頂点の発生位置(計算空間上の値 (η, ζ) , $(\eta+1, \zeta)$, $(\eta, \zeta+1)$) から内部の発生点の位置が線形補間によって求められる。この方法は各計算セルを基準にするために表面全体において厳密には発生位置を均質にすることはできない。但し、以下に示す発生点決定後のプロセスを考えると、この不均質性の影響は小さいと考えられる。

粒子の発生点が求められると、それぞれの粒子は式(1)、あるいは、式(2)に従って動く。多数の粒子を追跡することになるために重複表示の問題が生じる。この問題を解決するために、2次元の場合と同様に浮遊粒子を用いた可視化法に相当させて適当な照光モデルを考える。浮遊粒子を用いた可視化法では、粒径の異なる粒子が混在することが多く、各粒子が散乱する光量は一定ではない。このため、可視化画像において一様な輝度の流跡が現れることは少ない。逆にこの不均一性がベクトル場の識別に役立っている。ピクセル露光法では発生粒子にエネルギーを与えることで、この原理を導入する。エネルギーの大きさは一様乱数で与える。このようにして仮想的なエネルギーを与えられた粒子の軌跡を仮想的なフィルム(Virtual film)を露光させることによって捉える(Fig.5)。結果として、多数の粒子によって露光されるフィルムの部分の輝度が大きくなる。

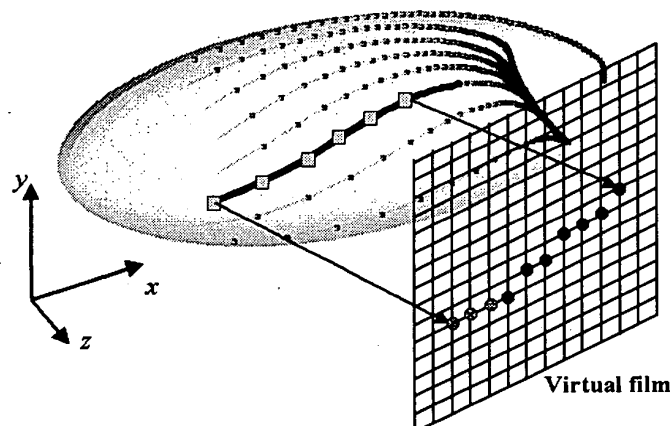
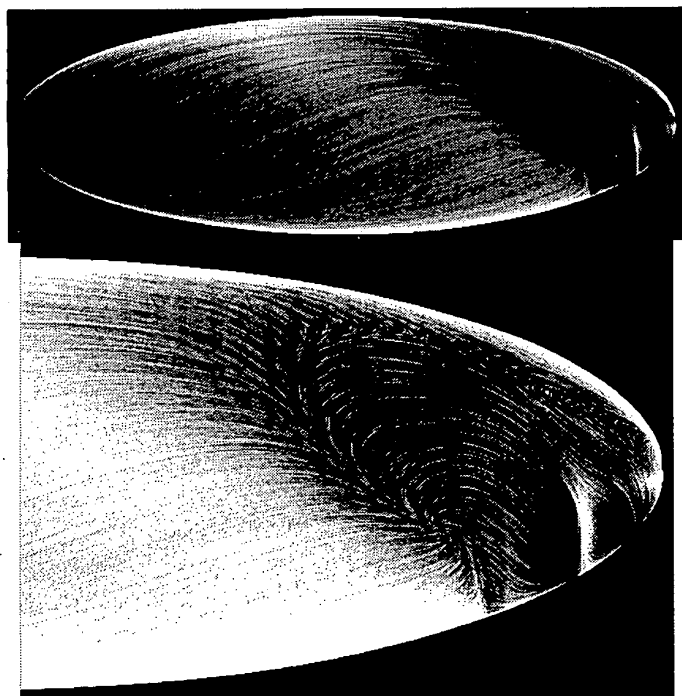


Fig.5 Rendering process in PEM.

Fig.6 はピクセル露光法による可視化例である。この方法によって、表示解像度の範囲で全体のパターンを把握できることがわかる。また、離れた2点の対応を明確に表現できないという欠点をもつことが明らかになる（例えば、Fig.1a のように前縁からの粒子の軌跡を追うことが難しい）。また、計算格子解像度以上の情報が計算誤差を隠蔽する危険性も指摘できる¹³⁾。

これらの欠点は従来の限界流線表示法を併用することで解決することができる。可視化手順として、ピクセル露光法によって全体像を把握した後詳細な流れ場を調べるという段階的な可視化を行えばよい。ところが、詳細解析において、粒子追跡の積分範囲が長くなると可視化誤差によって正確な軌跡を求めることが難しくなる。この点について次節で考察を加える。

Fig.6 Limiting streamlines visualized by PEM.
A whole view (upper) and enlarged (lower).

4. 可視化誤差

可視化プロセスにおいて誤情報を導くような誤差が常に発生する可能性があること¹⁴⁾は、可視化の研究者には知られている。しかしながら、計算後の数値解の検討に比べると考察の対象になることは少ない。流体計算プログラムに関しては、開発に関する学術情報を調べることでその特徴を知ることができる。一方、普及している可視化ソフトウェアの中味についての情報は多いとはいえず、このため、可視化誤差に注意が払われることは少ないと考えられる。幾種類かの可視化ソフトウェアを利用して、はじめて可視化誤差を認識したといったケースは珍しくない。

限界流線表示に用いられる粒子追跡のアルゴリズムにおいては、時間積分の誤差が研究対象になることが多い^{15),16)}。計算セル内部の空間補間に関する議論は少ないがいくつかのモデル場に対して補間による差異が報告されている¹⁷⁾。しかしながら、元となる計算との整合性についての検討はほとんどなされていない。

本節では、モデル場を用いることによって粒子追跡法で生じる誤差について考察する。具体的には、Fig.7 に示した9個の計算セルの節点にモデル場から計算されるベクトルを与え、計算セル内部のベクトル場を何種類かの補間によって求め、その中で粒子を追跡する。

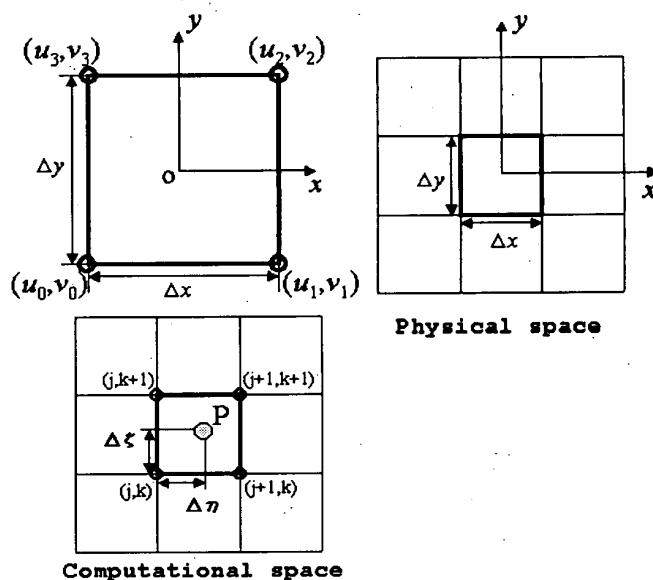


Fig.7 Computational cells to inquire the error.

時間積分は1次オイラー法、あるいは2次精度の予測子・修正子法を用いる。空間補間は線形補間、双1次補間、3次補間の三種類のものを用いる。

計算空間のP点上のある物理量 q は、線形補間の場合、

$$q = (1 - \Delta\eta - \Delta\xi)q_{j,k} + \Delta\eta q_{j+1,k} + \Delta\xi q_{j,k+1} \quad (3)$$

というようにまわりの計算点から補間される。可視化ソフトウェアでは様々な計算要素に対応するために、計算要素を三角形分割後、粒子追跡を行うものがある。このような場合に線形補間が用いられる¹⁸⁾。

構造型格子の場合、次の双1次補間が用いられることが多い。

$$q = (1 - \Delta\eta - \Delta\zeta + \Delta\eta\Delta\zeta)q_{j,k} + \Delta\eta q_{j+1,k} + \Delta\zeta q_{j,k+1} + \Delta\eta\Delta\zeta q_{j+1,k+1} \quad (4)$$

3次補間は、

$$q = e_2 g_2 q_{j,k} + e_3 g_2 q_{j+1,k} + e_3 g_3 q_{j+1,k+1} + e_2 g_3 q_{j,k+1} + e_1 g_1 q_{j-1,k-1} + e_2 g_1 q_{j,k-1} + e_3 g_1 q_{j+1,k-1} + e_4 g_1 q_{j+2,k-1} + e_4 g_2 q_{j+2,k} + e_4 g_3 q_{j+2,k+1} + e_4 g_4 q_{j+2,k+2} + e_3 g_4 q_{j+1,k+2} + e_2 g_4 q_{j,k+2} + e_1 g_4 q_{j,k+1} + e_1 g_3 q_{j-1,k+1} + e_1 g_2 q_{j-1,k} \quad (5)$$

である。ここで、

$$e_1 = -\frac{1}{6}\Delta\eta(\Delta\eta-1)(\Delta\eta-2),$$

$$e_2 = \frac{1}{2}(\Delta\eta+1)(\Delta\eta-1)(\Delta\eta-2),$$

$$e_3 = -\frac{1}{2}(\Delta\eta+1)\Delta\eta(\Delta\eta-2),$$

$$e_4 = \frac{1}{6}(\Delta\eta+1)\Delta\eta(\Delta\eta-1),$$

$$g_1 = -\frac{1}{6}\Delta\zeta(\Delta\zeta-1)(\Delta\zeta-2),$$

$$g_2 = \frac{1}{2}(\Delta\zeta+1)(\Delta\zeta-1)(\Delta\zeta-2),$$

$$g_3 = -\frac{1}{2}(\Delta\zeta+1)\Delta\zeta(\Delta\zeta-2),$$

$$g_4 = \frac{1}{6}(\Delta\zeta+1)\Delta\zeta(\Delta\zeta-1),$$

とする。

4.1 時間精度

時間精度は、特異点 $((x, y) = (0, 0))$ が中心点となるベクトル場を用いて調べられることが多い。

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad (6)$$

1次精度の場合は、Fig.8に示すように厳密解（同心円）に対して進行方向の右側へずれていく。2次精度でも時間刻み幅を大きくするとこの現象が生じる。しかしながら、短時間の積分では1次精度であっても厳密解との一致は良いので、多数の粒子を短時間で追うような場合、計算効率を考えると1次精度の選択が必ずしも悪いものではないと考えられる。

最近の可視化ソフトウェアでは時間精度を選択でき

らなっているが、可視化対象の流れ場と処理時間を考慮して適当な方法が自動的に選択されるようにはなっていない。この点は今後の課題となるだろう。

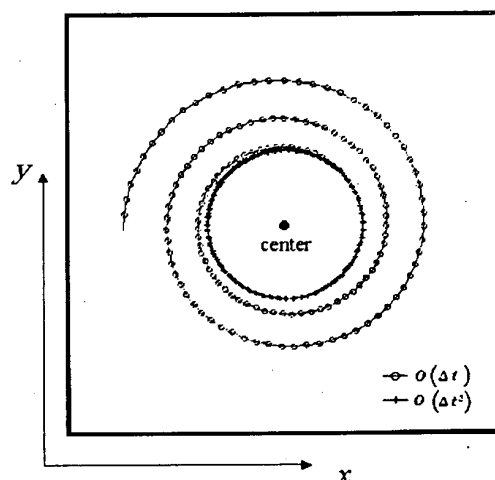


Fig.8 Computed trajectories for the different time-integration methods.

4.2 空間精度

空間精度の影響を調べるために以下のモデル場を用いる。流体中に発生する波をモデル化したものである。

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x - x_0)\right) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (7)$$

ここで λ は波長を示す。時間精度を2次とし、線形補間と3次補間の差異を調べた。Fig.9に示すように波長が長い場合は空間補間の影響は小さいが、波長が小さくなると粒子の軌跡は空間補間法によって大きく異なることがわかる。

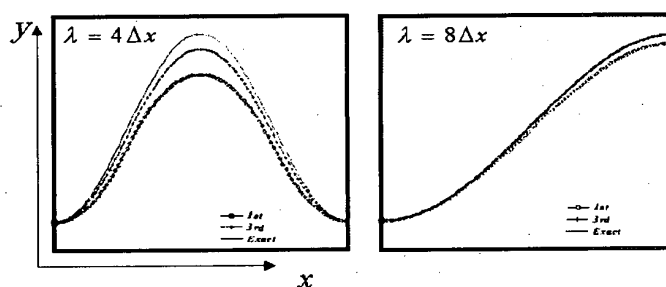


Fig.9 Computed and exact trajectories for $\lambda = 4\Delta x$ (left) and $\lambda = 8\Delta x$ (right).

次に非線形のモデル場を扱う。

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & \alpha x^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad (8)$$

この式は外に向かう流れのある表面上の特異点（限界流線では剥離線や再付着線上に現れる特異点など）まわりのベクトル場をモデル化したものである。このベクトル場に対して、数値積分を行うと線形補間と双1次補間で差が生じる。Fig.9との違いは、非線形性のためにその

差が急激に広がっていくことである。このような場合には、短時間の積分であっても空間補間法の選択に留意する必要がある。但し、実際に計算された流れ場に対して、このような誤差が生じるかどうかを検討しなければならない。また、高次の補間が必ずしも有効であるとは限らない。次節で述べる計算データとの整合性のとれた補間法の選択が望ましい。

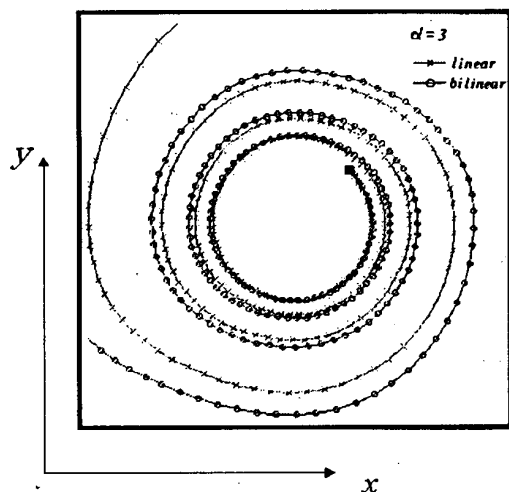


Fig.10 Computed trajectories for linear and bilinear interpolation.

4.3 流れ場の計算法との整合性

2次元非圧縮性流体の計算結果において、可視化プロセスの中で焦点が生じる場合がある。これが計算誤差から生じるのか可視化誤差からのものか考えてみる。

計算セル内であっても元となる支配方程式を満足することが望ましい。焦点は、計算セル内で連続の式をどの程度満たすかによって現れる。双1次補間を用いれば、連続の式は、セル内で

$$\left. \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right|_h \approx \left(\frac{1}{2} - \frac{y}{\Delta y} \right) \frac{u_1 - u_0}{\Delta x} + \left(\frac{1}{2} + \frac{y}{\Delta y} \right) \frac{u_2 - u_3}{\Delta x} + \left(\frac{1}{2} - \frac{x}{\Delta x} \right) \frac{v_3 - v_0}{\Delta y} + \left(\frac{1}{2} + \frac{x}{\Delta x} \right) \frac{v_2 - v_1}{\Delta y}, \quad (9)$$

と近似される。一方、線形補間では

$$\left. \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right|_h \approx \frac{u_1 - u_0}{\Delta x} + \frac{v_3 - v_0}{\Delta y}, \quad (10)$$

である。計算過程でスターガード的に連続の式が満たされているとすると、

$$\frac{\frac{1}{2}(u_1 + u_2) - \frac{1}{2}(u_0 + u_3)}{\Delta x} + \frac{\frac{1}{2}(v_2 + v_3) - \frac{1}{2}(v_0 + v_1)}{\Delta y} \approx 0,$$

であるから、空間補間として双1次補間(式(9))を用いる必要がある。一方、計算過程で式(10)の形で連続の式が成り立っていれば、線形補間にする必要がある。連続の式を十分に満足する計算データに対して焦点が生じた場合は補間法の選択にともなう可視化誤差を疑う必要がある。

次に粒子追跡を物理空間で行うか、計算空間がよいのかを考えてみる。格子の歪みのため、原則として物理空間での粒子追跡を推奨し、計算時間を短縮したい場合に計算空間を利用するという指針がある¹⁹⁾。この指針に従うかどうかは、流れ場の計算法との整合性によって判断する必要がある。式(1)と式(2)を時間ステップ n の速度場として書き換えると、それぞれ、

$$\frac{dx}{dt} = u^n, \quad (11)$$

$$\frac{d\xi}{dt} = a^1 u^n,$$

$$\frac{d\eta}{dt} = a^2 u^n,$$

$$\frac{d\zeta}{dt} = a^3 u^n, \quad (12)$$

となる。これらの式は、

$$\frac{\partial q}{\partial t} + u^n \nabla q = 0, \quad (13)$$

$$\frac{\partial q}{\partial t} + U^n \nabla_{\xi} q = 0, \quad (14)$$

というパッシブスカラー q の移流方程式に対応している。ここで、 ∇_{ξ} は計算空間での勾配オペレータを示す。

もし、移流項が反変速度 U を用いて離散化されている場合には、物理空間よりも計算空間を利用した粒子追跡の方が計算精度を反映した可視化となる。また、セミラグランジェ法を計算空間で適用する計算法において、移流効果が卓越した流れ場であれば、セル内部の補間もセミラグランジェ法に一致させることが望ましい。

5. 計算効率の改善

前節で述べたように粒子追跡はあるスカラー量の移流に対応しているので、点探索を除く粒子追跡の計算に要する時間は、セミラグランジェ法を採用した解析コードの移流項の計算時間と同程度になる。このため、追跡粒子数が増すと可視化のための計算負荷が非常に大きいものとなる。可視化誤差を考慮すると粒子追跡部のアルゴリズムの改善による計算の高速化は難しい。また、先述したように点探索の効率化手法はほとんど確立さ

れており^{8),16)}, この部分の高速化も難しい。このため、粒子追跡の独立性に着目した並列処理による高速化が注目されている。

流れ場のすべての情報を各計算ノードで共有している場合には、粒子単位での並列化によって効率的な可視化が可能となる。しかしながら、PC クラスターのような分散並列型の計算環境において領域分割法によって計算されているものには、以下の問題が生じる。これを、2次元構造格子を用いて説明する。

全計算領域は Fig.11 に示すように9個のノードに分割されて存在するものとする(ノード番号0~8)。粒子追跡における初期値を左図中の点で示す。粒子自身もまたいくつかのノードに存在していることに着目されたい。図中の粒子を時間積分によって追跡すれば、いくつかの粒子はノードの境界に達する。最終的に右図に示す流線を得ようとする、ノード間を移動する時点(中央の図)で通信が発生するので、計算ノードに対する粒子の独立性を確保することが困難となる。少数の粒子を長時間追跡する場合には有効な並列化手法は提案されていない。

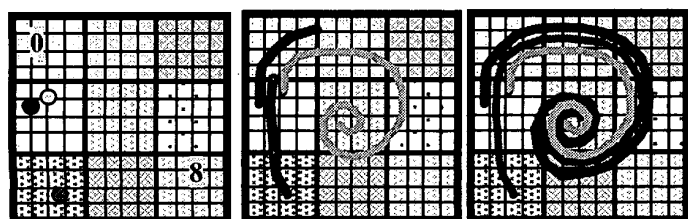


Fig.11 Issue in parallelization of particle tracking.

一方、第3.3節で述べたピクセル露光法による可視化をノード内の計算要素ベースで行えば、対象となる計算要素は他のノードに関して独立に存在しているので計算独立性を確保することができる。よって、上述した問題を回避することが可能である。計算ノード間の粒子の移動を制限することになるので粒子の重複による輝度情報の解釈には注意を要するが、計算効率の面でも、全体可視化から詳細可視化という階層的な可視化が有効であるといえる。

6. 可視化実験

6.1 ピクセル露光法による可視化

本稿では限界流線の可視化手順として、全体の情報を提示し、詳細な可視化に移行するという階層的な可視化を提案している。例えば、Fig.6 は表示解像度の範囲ではあるが、試行錯誤による出発点選択は不要である。また、Fig.6 は時間2次精度、双1次補間を用いた可視化

図であるが、時間1次精度、線形補間にしても結果は変わらなかった。流れ場の計算手法との整合性に注意すれば、短時間の流跡線の集まりを可視化することになるので可視化誤差の影響によって限界流線に現れる包絡線などの特異線、特異点近傍のパターンが変化しないものと考えられる。

6.2 時間精度、空間精度の影響

全体可視化の後に、近傍の2点から出発した二つの流線がどのように特異線や特異点に吸収されるのか、あるいは離れていくのかを調べる。この段階で、粒子追跡の時間精度、空間補間の影響が問題となる。

双1次補間に固定した場合の時間1次精度と2次精度の違いを Fig.12a に示す。図中の黒線が時間1次精度の結果である。前縁から下側に膨らむ軌跡、一旦、後縁側に流れて剥離線に吸収される軌跡に関しては、1次精度の場合、オーバーシュートとなる。これはモデル場での数値実験の結果を反映している。1次精度と2次精度の差は格子点数で数点の違いである。有意な差であるかどうかは計算の目的に依存する。

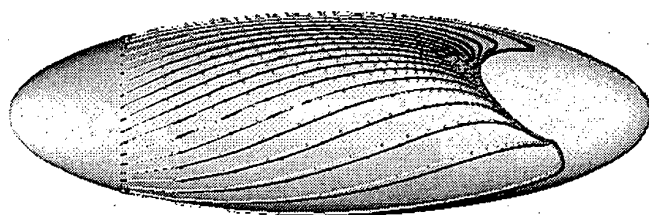


Fig.12a Limiting streamlines by 1st order (black lines) and 2nd order (gray lines) time-integration.

次に時間精度を2次精度に固定して、線形補間と3次補間を用いて後縁の剥離線まわりのパターンを調べてみる(Fig.12b)。

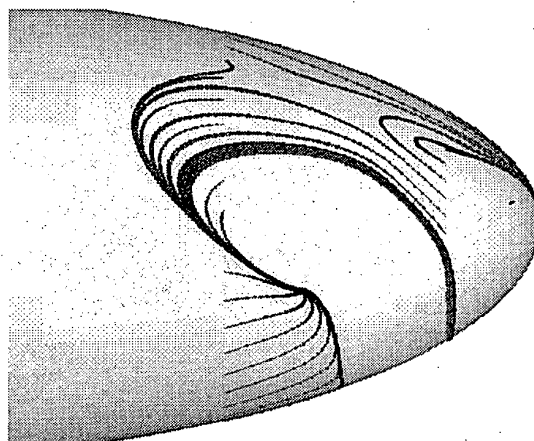


Fig.12b Limiting streamlines by linear (black lines) and 3rd order (gray lines) space interpolation.

図からわかるように両者の差はほとんどない。いくつかの粒子に着目して、

$$\sum_n |x^{n+1} - x^n|$$

を計算してみても、最大が約 0.01 であった。短径が 0.33 であることを考えると、その差は計算の丸め誤差程度であることがわかる。第 4.2 節の非線形のモデル場との対応を考えると、面外から、あるいは面外への流れが小さく、強い非線形性が現れていないものと思われる。よって、格子面が十分に物体表面に近い場合には空間補間の影響は小さいものと考えられる。

6.3 後流との関連性

限界流線パターンを調べる一つの目的は後流構造との関連性を明確にすることにある。従来の方法では、同じ流線表示手法で表面と後流域を扱うので重複表示が原因で全体のパターンを捉えることが難しい。

そこで、物体表面に関してはピクセル露光法によって表示解像度の範囲ですべての情報を提示し、外部領域で流線表示を行ってみる。

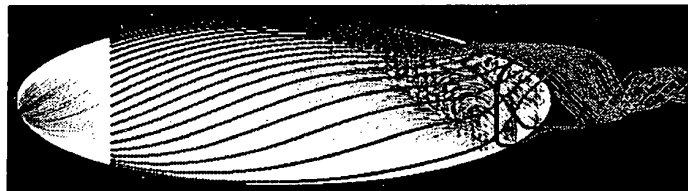


Fig.13a Limiting streamlines visualized by PEM and instantaneous streamlines (in a whole region).

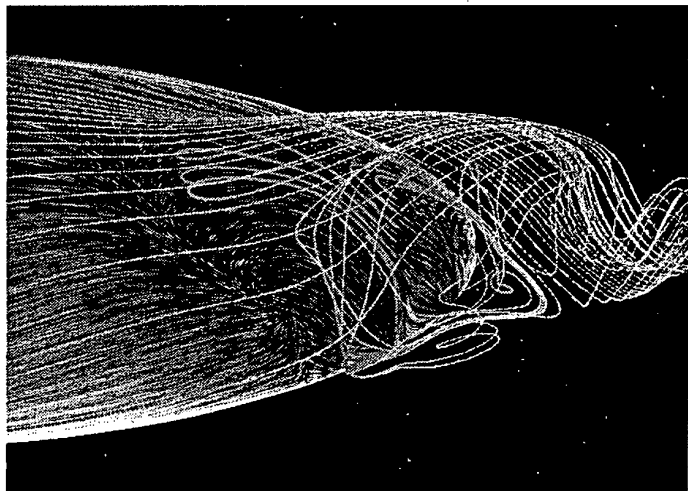


Fig.13b Limiting streamlines visualized by PEM and instantaneous streamlines (around a first separation line).

Fig.13 に可視化図を示す。物体表面での全情報が提示されているために外側の流線との関連性が明確になっている。例えば、Fig.13b を見ると、剥離域の逆流領域がいくつかの領域にわかれており、それぞれが剥離線と付着線、あるいは焦点型の特異点に対応していることがわかる。後流領域を可視化するための粒子の出発点選択には多くの試行錯誤が必要であるが、表面上のすべての

情報に基づることができるので、開いた剥離と渦輪型の閉じた剥離が混在していることも従来の方法に比べると効率的に知り得ることができた。

ピクセル露光法による限界流線表示のもう一つの特徴は、色分布によってスカラー場を重ねることで、ベクトル場とスカラー場の同時表現が可能になることである。Fig.14 では、圧力分布と限界流線を重ねている。図中の黒い部分が加速域に対応する低圧部を示している。このように何かしらのスカラー場を同時に表示することで限界流線パターンの解釈を支援することが可能になる。

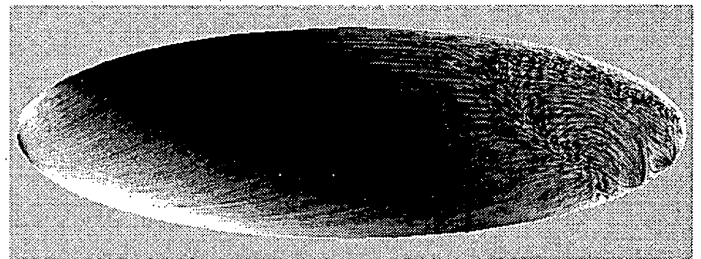


Fig.14 Limiting streamlines colored by a pressure distribution.

7. 結論

従来の限界流線表示法の問題点を分析し、効率的、かつ高精度な可視化プロセスを提案した。

限界流線表示における出発点依存性と重複選択の問題が 3 次元曲面に拡張したピクセル露光法によって回避できることを示した。この方法では短時間の流跡線の集まりを可視化することになるので、可視化誤差の影響によって限界流線に現れる包絡線などの特異線、特異点近傍のパターンが変化しないことがわかった。

ピクセル露光法における離れた 2 点の対応を明確に表現できないという欠点を、全体可視化の結果を用いて、詳細な可視化に移行するという階層的な可視化法によって解決した。この際、時間精度と空間精度の影響を具体例によって示し、計算精度を考慮した時間積分法、空間補間法の選択が重要であることを明らかにした。本稿のような実際の流体計算における差異についての報告は CFD を用いた解析において有益な情報となるはずである。

さらにピクセル露光法による限界流線パターンを起点とした可視化の組み合わせによって流れの構造を効率的に把握できることを示した。組み合わせる可視化手法は目的に依存するが、ベクトル場と表面圧力分布のようなスカラー場の同時表示は現象を理解する上で重要である。

謝辞

本研究は科学研究費(基盤B)(課題番号13450401)の援助を受けた。記して謝意を表する。

参考文献

- 1) 奥野武俊, 西尾茂, 堀内宏史: 油膜を用いた限界流線と壁面摩擦応力の計測, 日本造船学会論文集, 第176号, 1994, pp.59-65.
- 2) Hung, C-M. and Buning, P.G.: Simulation of blunt-fin-induced shock-wave and turbulent boundary-layer interaction, *J. Fluid Mech.* vol.154, 1985, pp.163-185
- 3) 白山 晋: 流体計算とビジュアライゼーション, 日本造船学会誌, 第856号, 2000, pp. 38-43.
- 4) Organized session 「本音で語る CFD 後処理」, 第4回日本造船学会試験水槽委員会推進性能部会, 2000年6月
- 5) Watanabe, O., Zhu, M. and Miyata, H.: Numerical simulation of a viscous flow with free surface wave about a ship by a finite volume method, 日本造船学会論文集, 第171号, 1992, pp.27-39.
- 6) Kodama, Y.: A cell-centered finite-volume upwind scheme with global conservation, 日本造船学会論文集, 第168号, 1990, pp.21-30.
- 7) Rhee, S.H. and Hino, T.: Computational investigation of 3D turbulent flow separation around a spheroid using an unstructured grid method, 日本造船学会論文集, 第188号, 2000, pp.1-9.
- 8) Shirayama, S.: Processing of computed vector fields for visualization, *J. of Comp. Physics*, vol.106, no.1, 1993, pp.30-41.
- 9) Ueng, S.K., Sikorski, K. and Ma, K.L.: Fast algorithms for visualizing fluid motion in steady flow on unstructured grids, in *Proceedings of IEEE Visualization '95*, 1995, pp.313-320
- 10) 白山 晋, 太田高志: ピクセル露光法によるベクトル場の可視化, 日本計算工学会論文集第1巻, 19990018, May, 1999, pp.141-147.
- 11) Witkin, A.P. and Heckbert, P.S.: Using particles to sample and control implicit surfaces, In *Proceedings of SIGGRAPH'94*, 1994, pp.269-277.
- 12) Dovey, D.: Vector plots for irregular grids, in *Proceedings of IEEE Visualization '95*, 1995, pp.248-253
- 13) 姫野洋司, 私信(第6回日本造船学会試験水槽委員会推進性能部会において, 2001年6月)
- 14) Buning, P.G.: Sources of error in the graphical analysis of CFD results, *Journal of Scientific Computing*, vol.3, no.2, 1988, pp.149-164.
- 15) Murman, E., Powell, K.: Trajectory integration in vortical flows, *AIAA Journal*, vol. 27, no. 7, 1988, pp 982-986.
- 16) Darmofal, D. and Haimes, R.: An analysis of 3D particle path integration algorithms, in *Proceedings of AIAA 12th CFD meeting*, 1995, pp.298-305.
- 17) Yeung, P.K. and Pope, S.B.: An algorithm for tracking fluid particles in numerical simulations of homogeneous turbulence, *J. of Comp. Physics*, vol.79, 1988, pp.373-380.
- 18) Kenwright, D. and Lane, D.: Interactive time-dependent particle tracing using tetrahedral decomposition, *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, vol.2, no.2, 1996, pp.120-129.
- 19) Lane, D.: Visualization of time-dependent flow fields, in *Proceedings of IEEE Visualization '91*, 1991, pp.32-38.