

バウスラストを備えた2軸2舵船の離岸性能

正員 安川 宏 紀* 正員 宮 沢 多**

Crabbing Performance of a Twin Screw Vessel with Bow Thruster

by Hironori Yasukawa, *Member* Masaru Miyazawa *Member*

Summary

Twin screw ferry with bow thruster can crab actually to leave/approach the bank by suitable operation of 2 propellers, 2 rudders and bow thruster without assistance of tugs. Then, it is known that the effect of propeller rotational direction such as inward/outward on the crabbing performance is considerably large. To grasp the flow mechanism with respect to the effect of the propeller rotational direction on the crabbing, we carried out free-running and captive model tests using a ship model with 7.10m in the length. The bow thruster model, propeller and rudder models are installed to the ship model together with the equipment for measurements of the horizontal motions and the hydrodynamic forces. As a result, we found that outward-FPP/inward-CPP in the usual operation is the best combination and additional lateral force acting on the hull induced by slip stream flow from a propeller with reverse direction exerts considerable influence on the crabbing performance. The model test results were confirmed by the calculation using a 2D hydrodynamic model.

1. 緒 言

バウスラストを装備した2軸2舵形式のフェリーでは、2つの舵と2つのプロペラそしてバウスラストをうまく操作することにより、タグのアシストなしに離接岸作業を行っている。フェリーは決められた時間内に人や貨物を運搬しなくてはならないため、通常航行時の性能に加えて、離接岸性能に優れた船舶の開発、効率良い離接岸方法の検討は重要な課題と言えよう。

この種の船の横移動操船性能については、操船に関する教科書¹⁾や Manoeuvring Technical Manual²⁾での記述や、Martinussen による研究³⁾がある。これらによると、プロペラと舵の操作の組み合わせや内回り、外回りというプロペラ回転方向等によって、横移動操船のための横力特性が大きく変化することが示されている。しかし、そのような現象が発生する理由や物理的なメカニズムについては、推測が述べられているだけであり、不明な点が多い。また、実際の離岸操船を考える上で重要な、岸壁の影響に関する検討は行われていない模様である。

本研究では、バウスラスト模型を装備した船長 7.10m の2軸2舵の模型船を用いて自由航走試験ならびに拘束模型試験を実施し、上記課題の解明に取り組んだ。その結果、船体側方に吐き出される逆転側のプロペラスリッ

* 三菱重工業長崎研究所 船舶・海洋研究推進室

** 三菱重工業本社船舶技術部

Table 1 Principal dimensions of ship and propeller

		Model	Ship
Ship length	L_{pp}	7.100m	156.0m
Breadth	B	1.003m	22.0m
draft	d	0.274m	6.0m
Propeller diameter	D_p	0.199m	4.37m
Propeller pitch	P	0.213m	4.68m

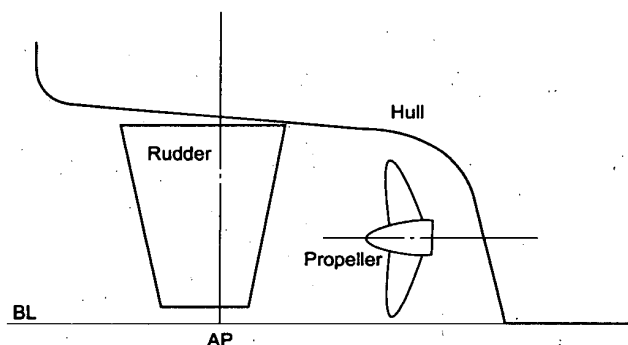


Fig. 1 Rudder and stern arrangement

プストリームによって誘起される船体付加横力特性がプロペラの回転方向によって反対に作用し、固定ピッチプロペラ (FPP) 装着船の場合には外回りプロペラのほうが離岸性能に優れていることが分かった。

2. 模型船による離岸試験

実際の離岸運動に及ぼす諸影響を調査するため、自由航走模型試験を実施した。試験は、三菱重工業長崎研究所浅水域試験水槽で実施された。水底は水平面とし、水深・喫水比で $h/d = 1.42$ とした。模型岸壁は木製の垂直壁とした。

2.1 模型船

Table 1 に供試船ならびにプロペラの主要目を示す。本船は、2軸2舵のセンターステグ型の船型である。試験では5翼のコンベンショナルプロペラ模型を用いた。プロペラピッチを変更した水槽試験は困難なため、固定ピッチ型プロペラ (FPP) を想定した。副部としてビルジキール、ブラケット、ボッシングが付く。

Fig.1にプロペラ・舵の側面図を示す。舵は可動部の舵面積比が $1/67.45$ のマリナー舵であり、舵高さは模型で 0.250m (実船で 5.50m) である。舵はプロペラ軸よりもプロペラ直径の約20%内側に配置される。

船首部には模型のバウスラスタが付く。模型バウスラスタのインペラ直径は 0.085m であり、実船で 2.0m に

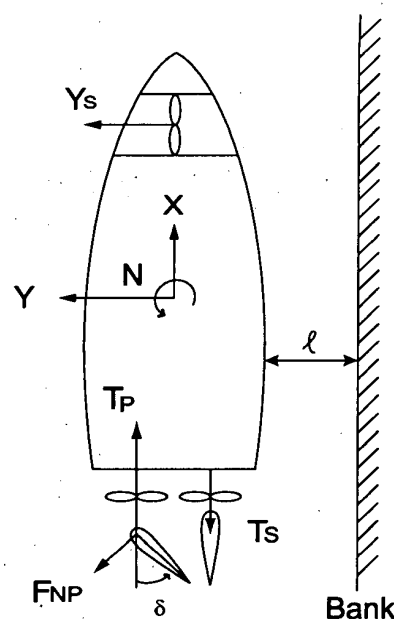


Fig. 2 Definition of force direction and notations

相当する。インペラ中心は、F.P. から $0.077L_{pp}$ 、船底から $0.017L_{pp}$ の位置にある。

2.2 操船要領

Fig.2に示すように、船の右舷側に存在する岸壁に接舷している状態から離岸し、左舷側へ移動するため、次のような操船を行うこととした。

1. 左舷側プロペラは推力を、右舷側プロペラは逆推力を発生させて、船の前進行き足を止める。
2. 左舷側の舵を $+35\text{deg}$ とし、舵力を発生させる。そのとき、右舷側の舵は 0 (通常型), $+35\text{deg}$ (平行型), -35deg (V型) 等の選択がある (Fig.3 参照)。
3. 舵力によって船尾が離れたところで、バウスラスタを作動させ離岸する。

舵によって発生する力が、バウスラスタの発生する推力に比べて著しく小さいときには、離岸 (横移動) が困難になると予想される。

模型船におけるプロペラ回転数は、Table 2 に示す組み合わせとした。表中、 5.6rps を dead slow (DS), 6.5rps を slow (S), 7.0rps を half (H) と称す。この回転数は、実際のオペレーションに即するように、船の前後移動が小さくかつ発生するプロペラトルクが過大とならないように留意して選択されたものである。

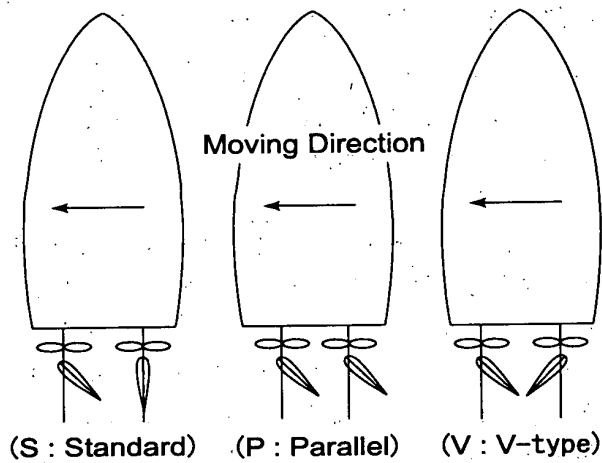


Fig. 3 3 patterns of rudder operation

Table 2 Combination of propeller revolution in model and ship

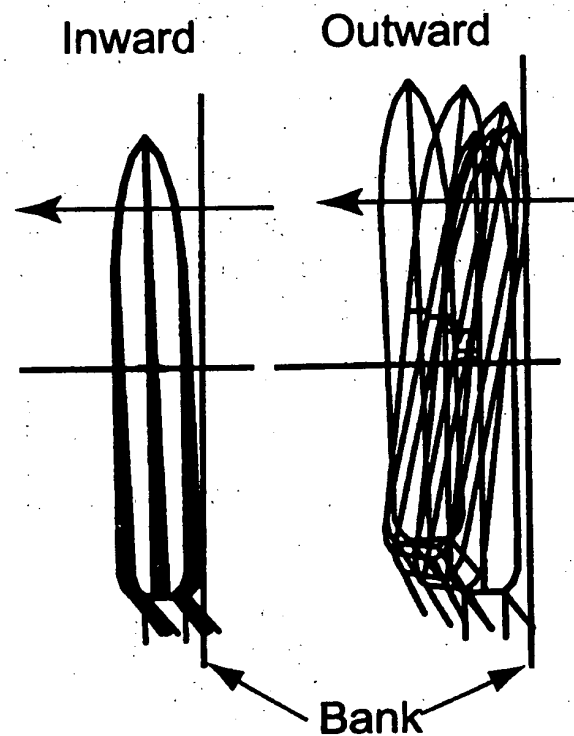
	port: ahead	starboard: astern
DS/S	5.6rps(72rpm)	6.5rps(83rpm)
S/H	6.5rps(83rpm)	7.0rps(90rpm)

2.3 試験結果のまとめ

試験は、プロペラの回転方向として、内回りと外回りの2つについて実施し比較した。試験結果をまとめると次の通りである。

1. 内回りプロペラにおいては、船尾が岸壁から離れ難く、横移動が不能となる場合もある。外回りプロペラにおいては、横力が明らかに大きいようであり、船尾が岸壁から離れ易い。横移動が不能となることはない。
2. プロペラ回転数の組み合わせを DS/S, S/H と変化させても、内回りプロペラ装備船の離岸性能の改善効果はほとんど見られない。同様に、右舷舵角を $0, \pm 35\text{deg}$ と3種類変更させても、離岸性能改善に大きな効果はない。
3. 船の初期位置を岸壁からは離れたところに持ってくると、横移動は容易となる。

Fig.4に横移動試験結果の1例を示す。船影は10sec毎の右から左に動く模型船の位置を表している。内回りプロペラ(Inward)においては船がほとんど横に移動していないこと、外回りプロペラ(Outward)においては所期の通り船尾が岸壁から離れた後で横方向へ移動していることが分かる。

Fig. 4 Comparison of ship trajectories for inward/outward rotational propeller (DS/S, $h/d = 1.42, \ell/B = 0$)

3. 拘束模型試験による流体力特性の把握

次に、内回り、外回りといったプロペラ回転方向によって、離岸性能が大きく異なる理由を明らかにするため、船体を拘束し、バウスラスト、舵、プロペラ等を作動させたときの船に作用する流体力を計測した。なお表記の便を考え、外回りプロペラが装着された船を O 船(ship with Outward propeller)、内回りプロペラが装着された船を I 船(ship with Inward propeller)と呼ぶこととする。

3.1 計測項目

流体力の計測項目は以下の通りである。流体力の方向は、Fig.2に示す方向を正と定義する。

- 船体に作用する前後力、横力、重心回り回頭モーメント (X, Y, N)
- 左舷側の舵直圧力 (F_{NP})
- プロペラ推力 (2基) (T_P, T_S)
- バウスラスト推力 (Y_S)

岸壁は船の右舷側に存在するとしているため、 Y が正のとき岸壁を離れる方向にあり、また N が正のとき船首

が岸壁を離れる方向にある。バウスラスト推力 Y_S として、インペラとインペラを囲む筒全体が発生する力をブロックゲージタイプの動力計で計測した。

船体停止時において、バウスラスト、舵、プロペラ等を作動させると、船体に干渉流体力が作用すると考えられる。この船体に作用する流体力成分を (X_H, Y_H, N_H) とすると、これらは、上記計測値を用いて、次の釣り合い式から求めることができる。

$$\left. \begin{aligned} X &= X_H - X_R + T_P - T_S \\ Y &= Y_H + Y_R + Y_S \\ N &= N_H + N_R + x_S Y_S - 2(T_P - T_S)y_P \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} X_R &= F_{NP} \sin \delta \\ Y_R &= F_{NP} \cos \delta \\ N_R &= x_R Y_R + y_R X_R \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中、 (x_R, y_R) は左舷側舵力の作用点、 x_S はバウスラスト推力の作用点、 y_P はセンターラインからプロペラ軸までの距離である。なお、座標系として、Fig.2における X, Y の向きに x 軸、 y 軸をとり、鉛直上方に z 軸をとるものとする。

模型試験によると、右舷側の舵直圧力は左舷側の舵直圧力と比較して無視できるオーダであったため、上式において考慮しないこととした。

3.2 試験状態

停止状態において、岸壁と模型船側との距離 l を変更して計測を行った。その場合、船体中心線は岸壁に平行となるように設定した。なお、岸壁が船から十分に遠く離れた場合には、離岸と接岸との区別は失われる。水深は、自由航走模型試験と同じく水深・喫水比で $h/d = 1.42$ とした。

操船は、前述の自由航走試験での離岸操船要領を想定し、プロペラ回転数は Table 2 に示した組み合わせとした。バウスラストの回転数は、実船でのバウスラスト推力が深水域の open water で 10ton 発生するように決定し、水深やオペレーションに関わらず同じ回転数とした。

3.3 拘束模型試験結果

計測された流体力のうち、力は $\rho n_p^2 D_p^4$ 、モーメントは $\rho n_p^2 D_p^4 L_{pp}$ で無次元表示する。 ρ は水の密度、 n_p は正転側プロペラ回転数、 D_p はプロペラ直径、 L_{pp} は船長である。

(1) 一般的傾向：プロペラの内/外回りの違い

Fig.5に、 $l/B = 0$ (すなわち、船が接舷している状態) におけるバウスラスト、舵、プロペラ作動時の流体力係数の比較を示す。左舵舵角は 35deg、右舵舵角は 0 である。

O 船の Y' は I 船のそれよりも 2~3 倍大きく、O 船の方に大きな横力が発生していることが分かる。O 船のバウスラスト推力 Y'_S は I 船のそれとほぼ同じ大きさであり、また O 船の舵横力 Y'_R は I 船よりわずかに大きい程度である。これらは、O 船の Y' が 2~3 倍大きい理由を説明するものではない。O 船と I 船の違いは、船体自身に作用する横力 Y'_H が大きく異なるためであり、O 船の Y'_H は離岸のための横力を増加させる方向にあるのに対し、I 船のそれは減少させる方向にある。O 船の方が離岸 (横移動操船) 性能に優れていること明白である。

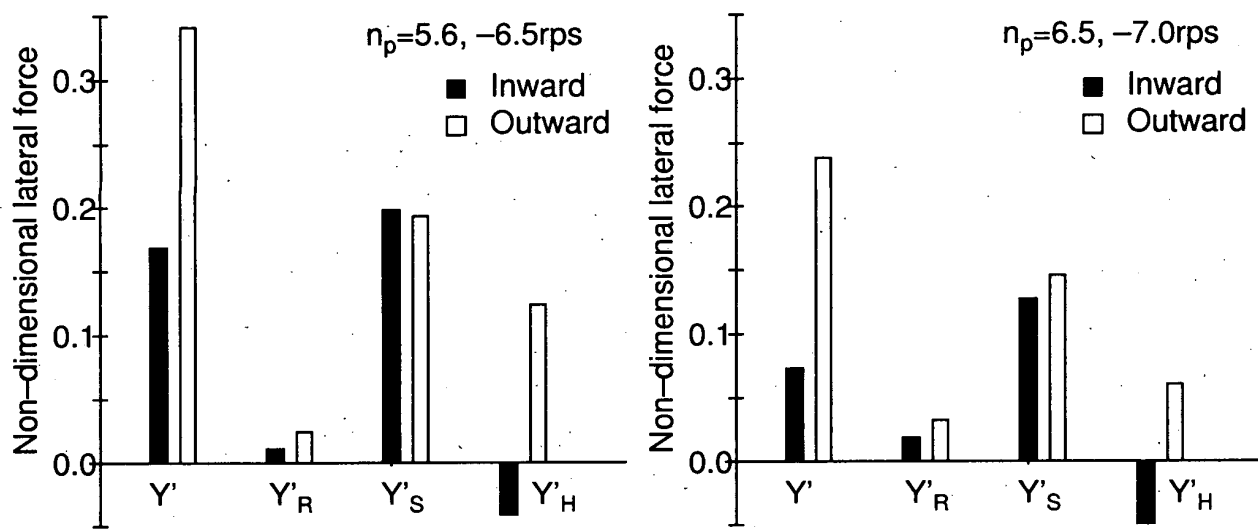
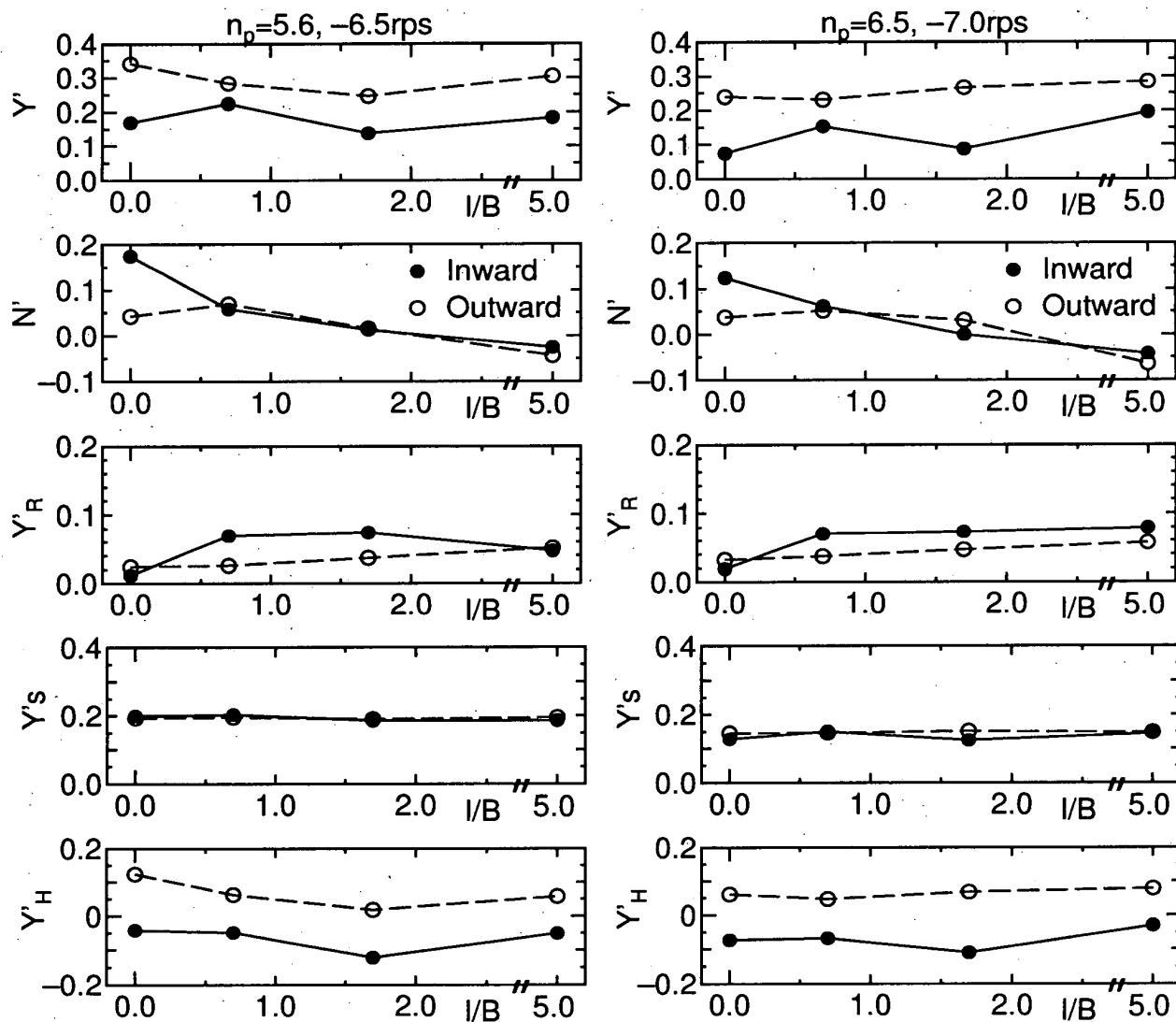
(2) 岸壁の影響

Fig.6にバウスラスト、舵、プロペラ作動時の流体力係数の比較を示す。左舵舵角は 35deg、右舵舵角は 0 である。横軸は、船側から岸壁までの距離 l を船幅 B で無次元化したものである。O 船 I 船とも、 l/B の増加に対し、 Y' はほぼ一定、 N' は小さくなるという傾向がある。 N' が小さくなると船尾が岸壁から離れ易くなるので、船が岸壁から離れるにつれて横移動は容易になることが分かる。これは、離岸に比べると接岸の方が横移動操船は容易であることも意味する。

次に O 船と I 船の結果を比較する。 l/B の増大とともに、O 船と I 船における N' の差異は小さくなるものの、 Y' については O 船の方が常に大きい。岸壁からの距離に関わらず、O 船の方が横移動容易なことに変わりはない。バウスラスト推力 Y'_S は l/B にかかわらず両者ともほぼ一定値である。舵横力 Y'_R は、 l/B が 0.5 を超えるところから、O 船よりも I 船のほうが大きくなり、この成分だけに着目すれば I 船のほうが離岸は有利のように見える。しかし、船体に作用する流体力 Y'_H を見ると、 l/B にかかわらず O 船の Y'_H は離岸のための横力を増加させる方向にあるのに対し、I 船のそれは減少させる方向にあり、その結果 O 船の方が横移動は容易となる。

(3) バウスラスト作動の影響

次に、離岸操船時の流体力特性に及ぼすバウスラスト作動の影響について考える。Fig.7にバウスラストを停止させた場合の流体力係数の比較を示す。Fig.6に示した試験結果は、バウスラストを作動している状態での結果であるので、Fig.6と Fig.7を比較することにより、バウスラストの影響が把握できる。

Fig. 5 Comparison of hydrodynamic force components ($\ell/B = 0$)Fig. 6 Hydrodynamic force components of lateral force acting on the ship Y' , yawing moment N' , rudder lateral force Y'_R , bow thruster force Y'_S and hull lateral force Y'_H versus ℓ/B

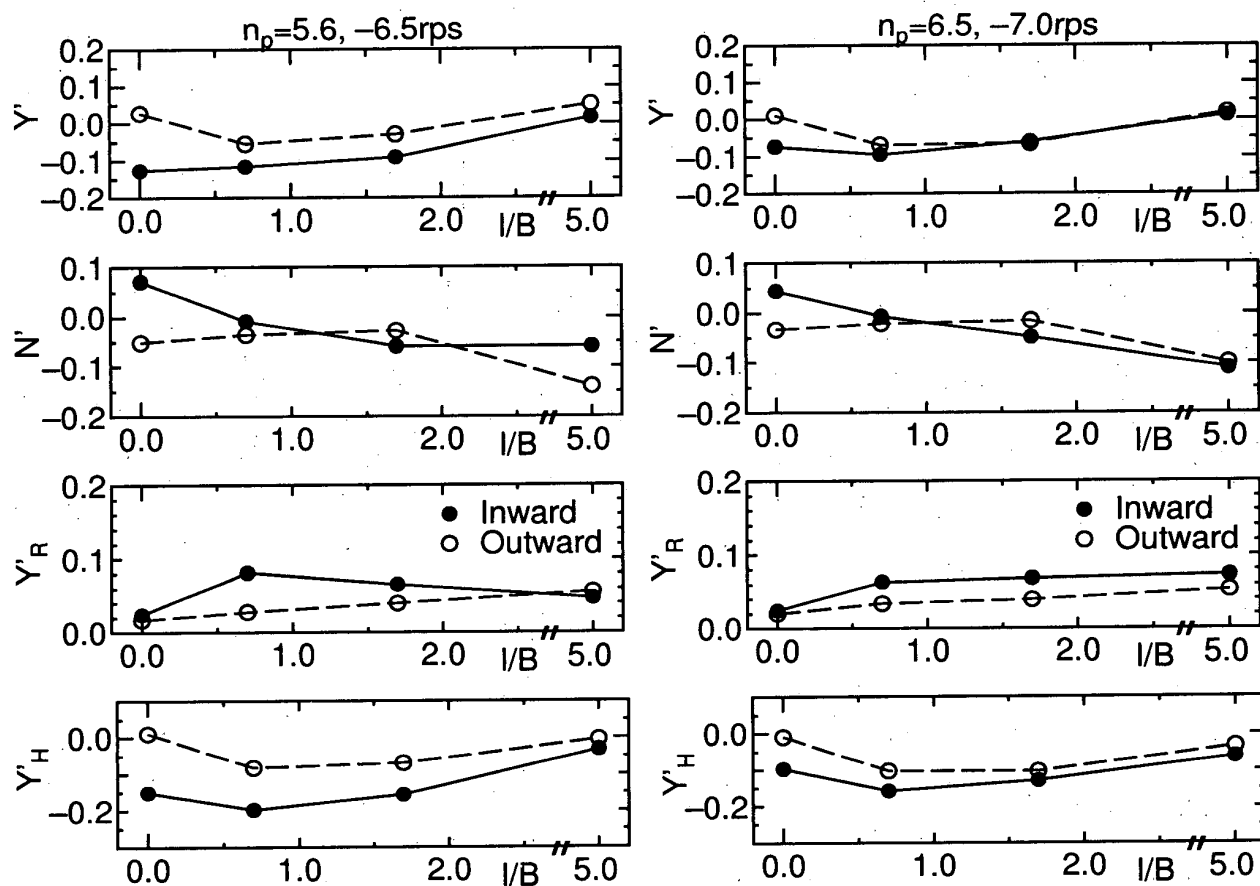


Fig. 7 Hydrodynamic force components of lateral force acting on the ship Y' , yawing moment N' and rudder lateral force Y_R' versus l/B , without bow thruster operation

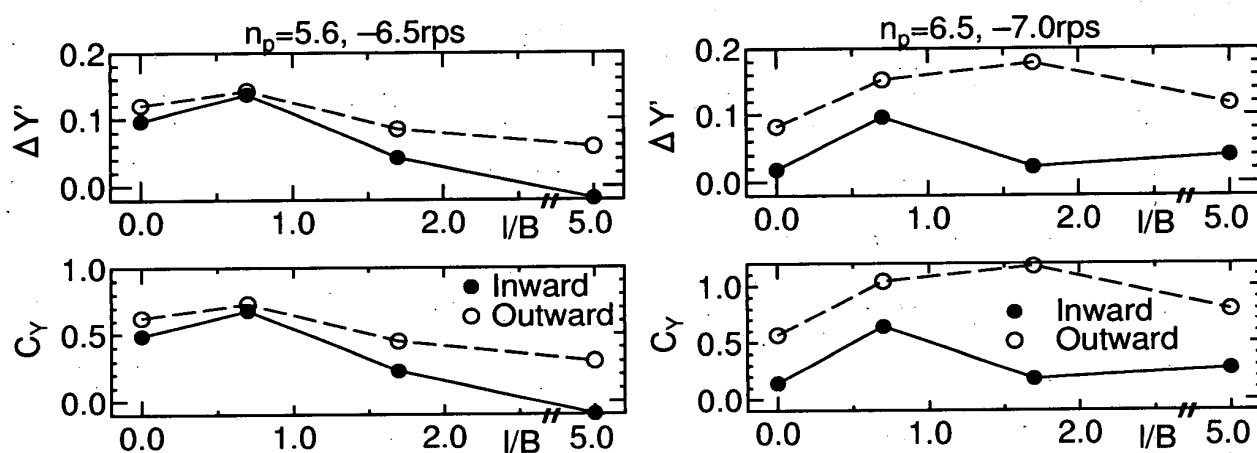


Fig. 8 Additional lateral force component due to bow thruster operation $\Delta Y'$ and the coefficient C_Y

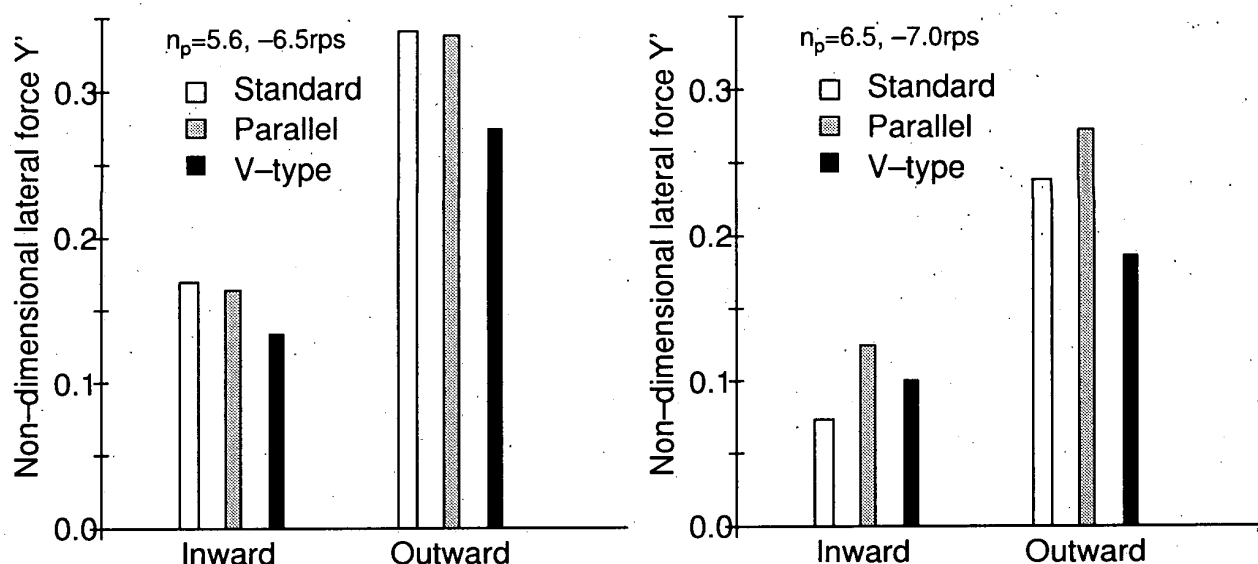


Fig. 9 Comparison of lateral force acting on the ship for 3 different rudder operations ($\ell/B = 0.0$)

Fig.7での横力 Y' 、回頭モーメント N' は、バウスラスト推力による成分が含まれないため、Fig.6における Y' 、 N' と比べると値が小さくなる。I 船の結果を見ると、舵力が発生しているにもかかわらず、 $\ell/B = 5.0$ のときを除いて Y' は負であり、船体重心位置を離岸させようとする力が発生していないことが分かる。 Y' は ℓ の増大（すなわち、岸壁から離れる）とともに絶対値が小さくなることから、次のような説明が考えられる。逆転側プロペラによるプロペラスリップストリームという速い流れが、岸壁と船体側方との間を通過、翼揚力の原理から「船体を岸壁に押しつける横力」が作用し、その結果離岸が困難となる。

船に作用する横力 Y に及ぼすバウスラストの影響を把握するため、バウスラストが停止のときの Y を Y_{off} と表し、バウスラストが作動中の Y を Y_{on} と表す。 Y_{on} は次のように表される。

$$\begin{aligned} Y_{on} &= Y_{off} + Y_S + \Delta Y \\ &= Y_{off} + (1 + C_Y)Y_S \end{aligned} \quad (3)$$

式中、 ΔY はバウスラスト作動によって船体に作用する干渉流体力成分、 C_Y はバウスラスト作動による横力の増加率である。実験結果を用いて、この C_Y を求めてみる。Fig.8に ΔY と C_Y の解析結果を示す。値がややばらついているものの、次のことが分かる。

- I 船の場合 $C_Y = 0.0 \sim 0.6$ 、O 船の場合 $C_Y = 0.3 \sim 1.0$ の正值を示す。これは、バウスラストの作動によって、バウスラスト自身が発生する力を上回る横力が船に作用することを意味する。
- このバウスラスト作動による干渉影響は、離岸

には有利な方向に働き、O 船により有利に作用する。

この現象は、バウスラストから吐き出される噴流が、岸壁と船体側方との間を通過する逆転側プロペラによってつくられるプロペラストリームによる流れを妨げるため、上述の「船体を岸壁に押しつける横力」が減少するためと考えられる。

(4) 操舵パターンによる違い

2 軸 2 舵船における横移動操船時の操舵パターンとして、V 型とか平行型等が操船上有利と言われることがある。ここでは、下記の 3 つの操舵パターン (Fig.3 参照) について試験を行い、操船上有利な操舵パターンを探ることにした。

- 左舵の舵角 35deg、右舵の舵角 0 (標準型)
- 左舵の舵角 35deg、右舵の舵角 35deg (平行型)
- 左舵の舵角 35deg、右舵の舵角 -35deg (V 型)

Fig.9に $\ell/B = 0.0$ のときのバウスラスト、舵、プロペラ作動時の横力 Y' の比較を示す。 Y' の値が大きいほど、離岸は容易であることに注意すると、DS/S($n_p = 5.6, -6.5 \text{ rps}$) というプロペラ回転数の組み合わせでは、標準型と平行型が同程度に優れており、V 型がやや劣る。この傾向は、I 船、O 船ともに同じである。S/H($n_p = 6.5, -7.0 \text{ rps}$) というプロペラ回転数の組み合わせでは、平行型が最も優れており、標準型と V 型がやや劣る。本船の場合、平行型の操舵が横移動操船法として最も優れていると考えられる。

4. 考察：2次元理論計算モデルによる検討

拘束模型試験より、O船とI船に関する離岸性能の違いは、舵やバウスラスト自身に発生する力ではなく、船体に作用する付加横力特性の違いによることが明らかになった。この船体自身に発生する付加横力の原因として、船体側方に吐き出される逆転側のプロペラスリップストリームの影響が考えられる。これについては、Martinussenらも同様な見解を述べている³⁾。ここでは、理論計算モデルを構築し、船体側方に吐き出される逆転側のプロペラスリップストリームの影響について検討を行うこととした。モデル化の概要は次の通りである (Fig.10参照)。

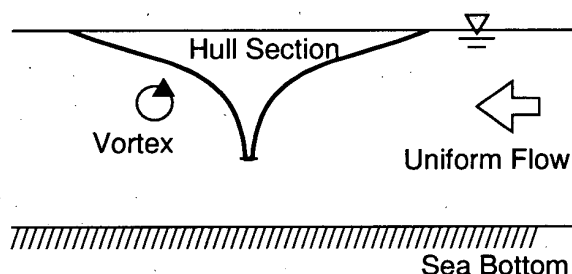


Fig. 10 2D flow model

1. 船体横断面に関する2次元な流れ場を考え、船はゆっくりと横方向へ移動しているものとする。(なお、本モデルでは Fig.10に示すように右から左へ流れる一様流れ中において船が固定されているとしている。)
2. 船体側方に存在する逆転側プロペラによるスリップストリームは単一の渦として、また船体はソース分布として取り扱う。なお、O船の逆転側のプロペラは内回り、I船の逆転側プロペラは外回りとなることに注意が必要である。
3. 自由表面は剛壁とし、さらに水底の影響を考慮する。岸壁の影響は考慮しない。

理論計算法の詳細は、Appendix として末尾にとりまとめた。

計算では本船の S.S.1 における断面形状を取り扱った。計算は模型船ベースに行い、有次元値で結果を表示する。渦の位置は逆転側プロペラの中心位置 ($x/B = -0.136$, $y/B = -0.164$) とした。渦の強さは、計算結果が水槽試験による船体に働く横力に近い結果が得られる $\Gamma = 0.005 \text{ m}^2/\text{sec}$ という値を採用した。

Fig.11に水深 $h/d = 1.42$ における船体表面圧力分布の計算結果を示す。渦が存在する舷においてのみ ($x/B < 0$)、顕著な圧力変化が見られ、 $U = 0$ の場合には、渦が存在する側の流速が早くなり圧力が下がる。 U が増加すると、O船では渦が存在する側の圧力が大きくなるのに対し、I船では渦が存在する側の圧力が小さくなり、O船とI船とで圧力分布に対する船速の影響が逆の傾向となる。その理由は次のように説明できる。船体表面位置における流速を考えると、循環が外回りの場合 (I船の場合)、船体表面での流速は流入する流れの分だけ増加する方向にあるため、圧力は小さくなる。一方、循環が内回りの場合 (O船の場合)、船体表面での流速は流入する流れと打ち消し合うため、圧力は高くなる。なお、 $U \neq 0$ の場合には、船底位置において急激な圧力変化が現れているが、これは船尾スケグ下部を流れる流速が水底の影響によって増速されるためである。

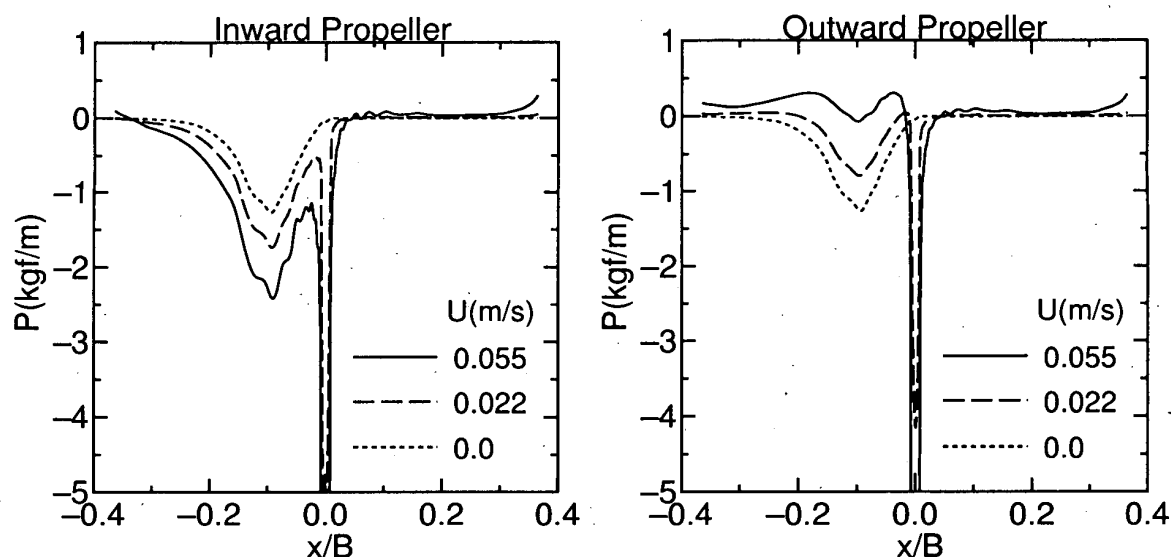
Fig.12に横移動速度に対する船体横断面に作用する付加横力 F_y の計算結果を示す。 $U = 0$ のとき、プロペラの回転方向に関わらず F_y は負の値となっている。この結果を、計算の条件に最も近いと考えられる Fig.7に示したバウスラスト停止かつ $\ell/B = 5$ におけるの水槽試験結果と比較する。結果を見ると、I船、O船ともに Y'_H の値は負であり、本計算結果と定性的に一致していることを確認できる。

O船では、横移動速度とともに付加横力は大きくなり、ある速度以上になると横移動を助ける方向に作用し始める。一方I船では、横移動を妨げる方向にしか付加横力は作用せず、その絶対値は横移動速度に比例する形で大きくなる。このように、本理論計算モデルによって、O船における付加横力は離岸を助ける方向に作用し、I船においては離岸を妨げる方向に作用するという水槽試験での現象を説明できる。横移動操船によって船体に誘起される付加横力は、船体側方に吐き出される逆転側プロペラのスリップストリームの影響が主であると考えられる。

5. 結 言

バウスラストを備えた2軸2舵船の離岸性能を把握すべく、船長 7.10m の模型船を用いて自由航走試験ならびに拘束模型試験を実施した。本研究で得られた知見をまとめると次の通りである。

- (1) バウスラスト付き2軸2舵船の離岸性能は、プロペラ回転方向によって大きく変化し、FPP船の場合には外回りプロペラのほうが優れている。これは、横移動操船によって船体に誘起される付加横力が、内回りプロペラの場合には離岸を妨げる

Fig. 11 Comparison of pressure distribution on the hull surface ($h/d = 1.42$)

方向に作用するのに対し、外回りプロペラの場合には離岸を助ける方向に作用するためである。

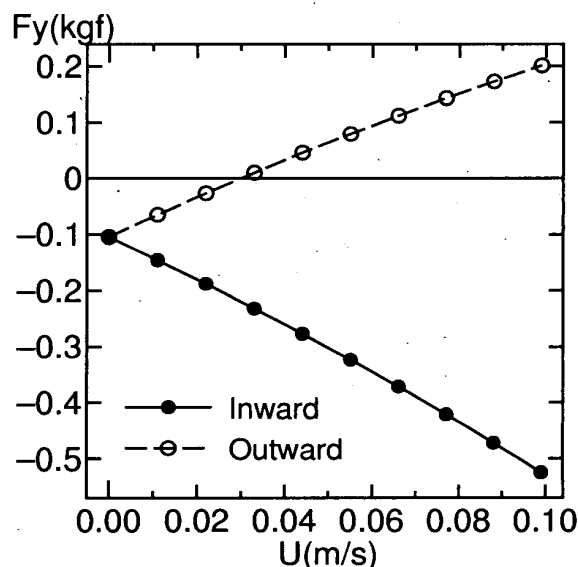
- (2) 岸壁の存在は、船尾を岸壁に押しつける力(回頭モーメント)を増大させ、離岸を困難にする。バウスラストの作動は、船体を岸壁に押しつける力を弱め、離岸を容易にする効果を持つ。
- (3) 平行型やV型等舵の操舵パターンによって、離岸性能に大きな違いはない。本船の場合、平行型の操舵パターンがわずかに優れている。
- (4) 横移動操船によって船体に誘起される付加横力は、船体側方に吐き出される逆転側プロペラのスリップストリームの影響によると考えられる。この付加横力特性は、逆転側プロペラのスリップストリームを渦とみなし、横移動に伴い船体に沿って流入してくる流れとの干渉を表す2次元理論モデルによって定性的に説明できる。

なお、以上の知見から類推すると、可変ピッチプロペラ装着船(CPP船)の場合には、内回りプロペラのほうが離岸性能に優れていると考えられる。

第4章で述べた付加横力に関する理論計算モデルは2次元であるため、岸壁の影響、付加回頭モーメント特性に関する議論ができていない。そのような議論を行うためには本格的な3次元計算が必要であり、併せてプロペラスリップストリームの精密なモデル化が必要である。これらについては今後の課題としたい。

謝 辞

本研究の実施にあたり、三菱重工業(株)長崎研究所三浦正美主任、小段洋一郎社員に水槽試験を担当頂きま

Fig. 12 Calculated lateral forces ($h/d = 1.42$)

した。また実験の準備、データ解析等で耐航性能水槽ならびに船型試験場の方々に多大な御助力を頂きました。ここに記して感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) 本田啓之輔：操船通論(1986), pp.46-52.
- 2) Manoeuvring Technical Manual, edited by J. Brix, Seehafen Verlag, Hamburg (1993), pp.55-56.
- 3) Martinussen, K.: Shiphandling at Low Speed and Shallow Water, Marine Simulation and Ship Manoeuvrability(MARSIM'96), Copenhagen, Denmark(1996), pp.321-332.

- 4) 貴島勝郎, 安川宏紀: 狭水路中を航行する船の操縦性能, 日本造船学会論文集第156号(1985), pp.171-179.

Appendix

Fig.13に示すように, 一様流速 U 中にある2次元船体断面を考える。座標系は, 船体に固定された座標系 $o-xy$ と海底に固定された座標系 $O-XY$ の2つを考える。水底は $y = -h$ に位置し, 船体の近くにプロペラから吐き出された回転流を表す単独の渦があるものとする。

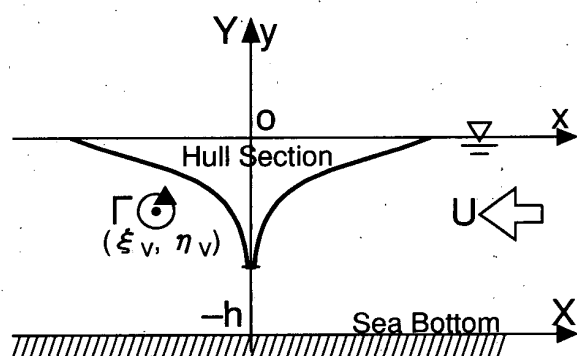


Fig. 13 Coordinate systems

流れ場はポテンシャル理論で取り扱えるものとし, 総速度ポテンシャル $\Phi(x, y)$ を

$$\Phi(x, y) = \phi(x, y) - Ux \quad (4)$$

と表す。攪乱速度ポテンシャル $\phi(x, y)$ の満たすべき境界条件は次のようになる。

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = Un_x \quad \text{on } S_H \quad (5)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = 0 \quad \text{on } y = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = 0 \quad \text{on } y = -h \quad (7)$$

(5) 式は船体表面条件であり, S_H は船体表面, n は船体表面の外向き法線方向を表す。 n_x はその x 方向成分である。(6) 式は剛壁と仮定された自由表面条件, (7) 式は水底の条件である。

$\phi(x, y)$ は次のように表すことができる。

$$\phi(x, y) = \int_{S_H} \sigma(\xi, \eta) G_S(x, y; \xi, \eta) dC + \Gamma G_V(x, y; \xi_v, \eta_v) \quad (8)$$

右辺第1項が船体を表すソース分布であり, 第2項はプロペラから吐き出された回転流を表す渦である。 (ξ, η) はソース分布の特異点位置を表し, (ξ_v, η_v) は渦の中心位置を表す。

(6)(7) 式の境界条件を満たすグリーン関数 G_S, G_V は次のように表される。

$$G_S(Z; Z_0) = \text{Re}[f_S(Z; Z_0)] + \text{Re}[f_{S1}(Z; Z_{01})] \quad (9)$$

$$G_V(Z; Z_0) = \text{Re}[f_V(Z; Z_0)] - \text{Re}[f_{V1}(Z; Z_{01})] \quad (10)$$

f_S, f_V は船体表面に分布されたソースと渦による複素ポテンシャル, f_{S1}, f_{V1} は静水面について正鏡像をとったソースと渦による複素ポテンシャルである。 Re は実部をとることを意味する。ここで,

$$Z = X + iY, \quad Z_0 = \xi + i\eta, \quad Z_{01} = \xi + i(2h - \eta)$$

を意味し, 空間固定系で定義される。幅 $2h$ の X 軸方向に延びる水路を, 上半面に等角写像する次の座標変換式

$$Z' = \exp\left(Z \frac{\pi}{2h}\right) \quad (11)$$

を用いると, f_S, f_V, f_{S1}, f_{V1} は次のように表される⁴⁾。

$$f_S = \log(Z' - Z'_0) + \log(Z' - Z'^*_0) \quad (12)$$

$$f_{S1} = \log(Z' - Z'_{01}) + \log(Z' - Z'^*_{01}) \quad (13)$$

$$f_V = -i \log(Z' - Z'_0) + i \log(Z' - Z'^*_0) \quad (14)$$

$$f_{V1} = -i \log(Z' - Z'_{01}) + i \log(Z' - Z'^*_{01}) \quad (15)$$

肩字'は(11)式による座標変換を, *は共役をとることを意味する。上式の右辺第2項は, 等角写像された上半面における正鏡像を意味し, それにより水底の境界条件が満たされる。

船体表面条件(5)式に(8)式を代入すると, ソース強さ σ を未知数とする積分方程式が得られる。

$$\int_{S_H} \sigma(\xi, \eta) \frac{\partial G_S}{\partial n} dC = -\Gamma \frac{\partial G_V}{\partial n} + Un_x \quad (16)$$

この式解くことにより σ が求まり, (8)式より速度ポテンシャルが求まる。ベルヌーイの式を用いて船体表面圧力 p を求め, それを積分することにより, 船体に作用する横力 F_y が求まる。

$$F_y = - \int_{S_H} p n_x dC \quad (17)$$