

面内圧縮荷重を受ける有孔矩形板の 座屈・最終強度に関する研究

正員 矢尾 哲也* 正員 林 茂 弘*
正員 村上 睦 尚* 学生員 桑 原 隆 彦*

Buckling/Ultimate Strength of Perforated Rectangular Plate under Thrust

by Tetsuya Yao, *Member* Shigehiro Hayashi, *Member*
Chikahisa Murakami, *Member* Takahiko Kuwahara, *Student*

Summary

A series of elastoplastic large deflection analyses was performed to investigate into the influence of perforation on the buckling and ultimate strength of rectangular plate under uni-axial thrust. It has been found that:

(1) When the plate is subjected to longitudinal thrust, collapse mode varies depending on the aspect ratio of the plate and sometimes differs from the elastic buckling mode.

(2) When the plate is subjected to transverse thrust, collapse mode is fundamentally the same regardless of the aspect ratio and is almost the same as the elastic buckling mode.

(3) Simple formulas are proposed to evaluate the ultimate strength of a perforated plate under uni-axial thrust both in longitudinal and transverse directions. The evaluated values of the ultimate strength showed good correlations with the FEM results.

1. はじめに

船体構造を構成するパネルには、配管や交通のために多数の開孔が設けられている。これらの開孔は、一般にパネルの座屈強度を低下させると考えられる。そのため、開孔を有するパネルの弾性座屈強度に関して、従来数多くの研究が実施されており、その結果に基づいて、船級協会規則などに弾性座屈強度に対する開孔影響係数が規定されている。

* 大阪大学大学院工学研究科

原稿受理 平成 13 年 7 月 10 日
秋季講演会において講演 平成 13 年 11 月 15, 16 日

しかしながら、開孔による応力集中の影響で、実構造物では弾性座屈荷重に達する前に降伏が始まる場合も多く、この場合には、いわゆる弾塑性座屈が発生する。降伏領域があまり広がっていない状態で弾塑性座屈が発生する場合には、座屈強度は弾性計算された座屈強度とあまり異ならないと予想される。一方、降伏領域が広がってから座屈する場合には、弾性座屈が生じる場合とは異なった応力分布で座屈することになり、座屈強度も弾性計算された結果とは当然異なって来る。この場合には、弾性座屈に対して求められている開孔影響係数を適用することはできない。

有孔板の弾塑性座屈および最終強度を明らかにするためには、弾塑性固有値解析および弾塑性大たわみ解析を実施する必要がある。従来、有孔板の弾塑性座屈および

最終強度に関しては、例えば吉識ら¹⁾、藤田ら^{2),3)} および西原ら^{4),5)} の試験結果がある。また、有孔板の弾塑性座屈解析に関しては藤田ら^{2),3)} および西原ら⁵⁾ の研究が、さらに、有孔板の最終強度解析に関しては、西原ら⁵⁾ と荒井⁶⁾ の研究がある。しかしながら、著者らの知る範囲では、この問題に対する系統的な研究ははまだ実施されていないとは言えず、実設計の場でどのように取り扱うべきか十分明らかにされているとは言えない。

著者らの研究グループでは先に、組み合わせ荷重を受ける有孔板の弾性座屈強度に関する研究成果⁷⁾ を報告したが、本研究では、有孔板に長辺方向および短辺方向圧縮荷重がそれぞれ単独に作用する場合を対象として有限要素法による弾塑性大たわみ解析を実施し、有孔板の座屈と降伏を伴う崩壊挙動および最終強度について明らかにする。同時に、弾性座屈に対して規定された従来の開孔影響係数の有効性についても検討する。さらに、これらの成果に基づいて、有孔板の最終強度算定のための簡易計算法を導く。

2. 解析対象および解析手法

2.1 解析対象

中央に円孔を有する矩形板を対象として、弾塑性大たわみ解析を実施した。板幅を $b = 1,000$ mm と一定にし、長さ a と板厚 t をつぎのように変化させた。

$$a = 2,000, 3,000 \text{ mm}$$

$$t = 8, 10, 12, 15, 20, 25 \text{ mm}$$

また、孔の直径 d と板幅の比をつぎのように変化させた。

$$d/b = 0.0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8$$

材料のヤング率を $E = 205.8$ GPa, 降伏応力を $\sigma_Y = 313.6$ MPa とし、材料は完全弾塑性体であるとした。

2.2 解析方法と計算条件

解析には、弾塑性超大変形解析コード ULSAS を使用した。本解析コードは、著者らの一人が文献⁸⁾ の定式化に従って開発したもので、その適用性はこれまでに、数多くベンチマーク計算や試験結果の解析を実施して確認されている。有孔板の解析を実施するに当っては、要素自動分割のためのプログラムを作成した。

板の4辺は直線を保ち、単純支持されているとした。荷重は強制変位で与え、反力から平均応力を計算した。長辺方向圧縮および短辺方向圧縮の両方を対象とした。前者は、縦曲げが支配的な場合の船底桁ウェブ、あるいは満載時の船側水圧による荷重を受けるフロア材に相当する。一方、後者は二重底の桁ウェブあるいはフロア材が、上から貨物重量、下から船底水圧を受けている状態に相当する。

初期たわみとして、次式を仮定した。

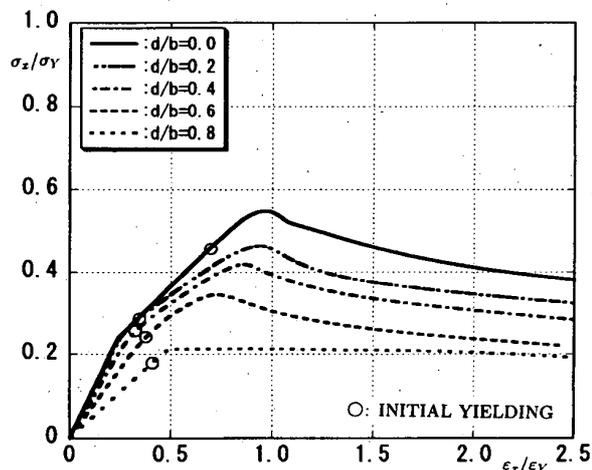
$$w_0 = \sum_{i=1}^5 A_{0i} \sin \frac{i\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} \quad (1)$$

5つの初期たわみ成分はいずれも板厚の1/100の大きさとし、長辺方向1~5半波の座屈発生に対応できるようにした。溶接残留応力は考慮していない。

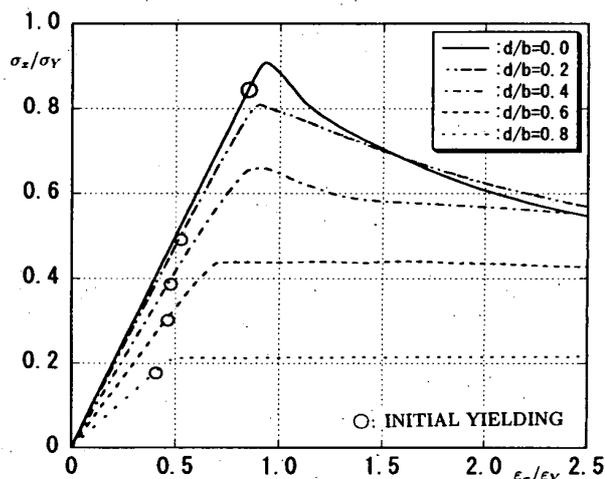
3. 長辺方向圧縮を受ける有孔板

3.1 開孔が座屈・塑性崩壊挙動に及ぼす影響

アスペクト比 $a/b = 2.0$ の場合の平均応力~平均ひずみ関係を、Fig. 1 (a) および (b) に示す。図 (a) は板厚 $t = 10$ mm の薄板の場合、(b) は板厚 $t = 20$ mm の厚板の場合の結果を表わしている。



(a) Thin plate ($t = 10.0$ mm)



(b) Thick plate ($t = 20.0$ mm)

Fig. 1 Average stress-average strain relationships of perforated plate under longitudinal thrust ($a/b = 2.0$)

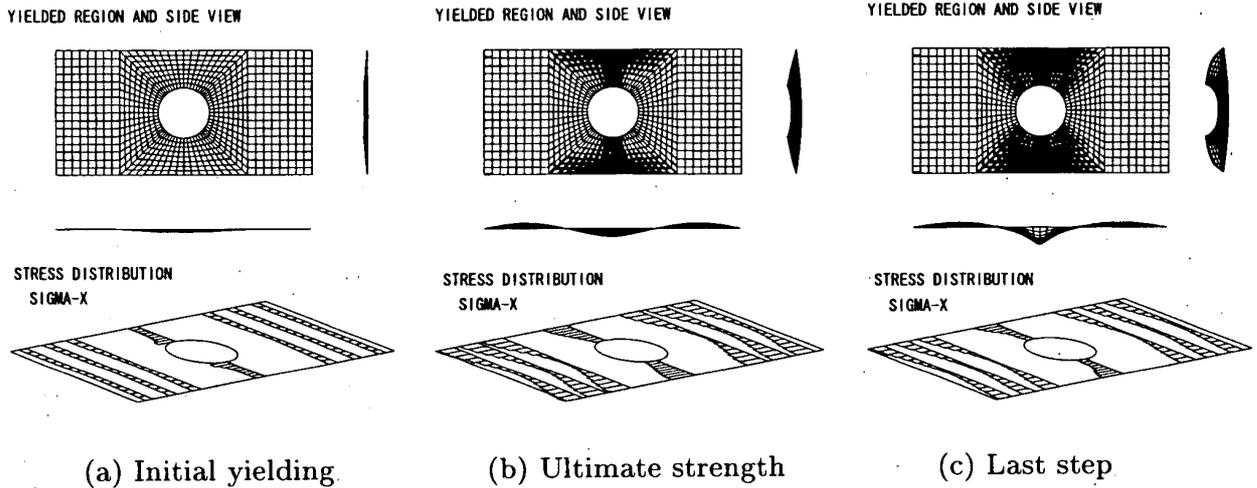


Fig. 2 Collapse behaviour of thin plate under longitudinal thrust ($a/b = 2.0$; $d/b = 0.4$)

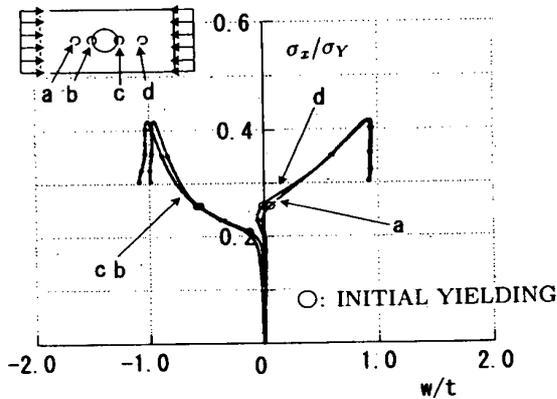


Fig. 3 Average stress-deflection relationship of perforated thin plate under longitudinal thrust ($a/b = 2.0$; $d/b = 0.4$)

図中の○印の時点で、初期降伏が発生している。薄板で開孔率 d/b が 0.6 以下の場合、平均応力～平均ひずみ線図上のナックル点は座屈の発生に対応している。原点からの立ち上がり部の傾きは座屈発生前の面内剛性を表わしている。開孔率が大きいほど剛性が低下するのは、同じ圧縮荷重に対して開孔部に大きな圧縮ひずみが発生するためである。

$d/b = 0.4$ の開孔がある場合を例にとり、弾性座屈が発生する薄板の崩壊挙動について説明する。初期降伏時、最終強度時および最終ステップでのたわみ波形、降伏領域および荷重方向の面内応力分布を、Fig. 2 (a), (b) および (c) にそれぞれ示す。また、この場合の平均応力と横たわみの関係を Fig. 3 に示す。

一様面内荷重を受ける有孔板の円孔周辺での応力集中係数は、無限板では 3.0 となることが知られている。一方、一様圧縮を受ける矩形板に座屈が発生すると、たわみ

が生じる板幅中央部分の面内応力は、大たわみの影響で生じる膜応力の効果で、たわみ量に応じて低下してくる。

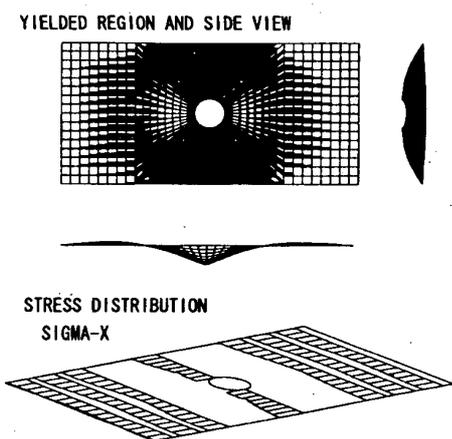
ここで対象としている有孔板の場合、初期降伏時 (Fig. 1 の○印) にはすでにたわみが発生しており、孔周辺での応力集中はこのたわみによる膜応力の影響で、Fig. 2 (a) に示されているように緩和されている。同図 (b) および (c) を見ると、たわみの増加と共に膜応力の効果が大きくなり、円孔に向かって応力が低くなる分布となっている。ただし、円孔周辺では大きな曲げ変形が生じているため、面内応力が低くても広い領域で降伏している。

Fig. 3 を見ると、座屈強度近傍で 4 点のたわみは、初め同じ方向に生じ始める。このモードは、文献 7) に示されている座屈モードと一致している。しかしながら、点 a と点 d のたわみはやがて逆方向へ成長して行き、たわみ波形は Fig. 2 (b) に示されているように、荷重方向 3 半波モードとなる。さらに変形が進むと、円孔を含む中央部の波の中央に、同図 (c) に示すように塑性関節線が形成される。

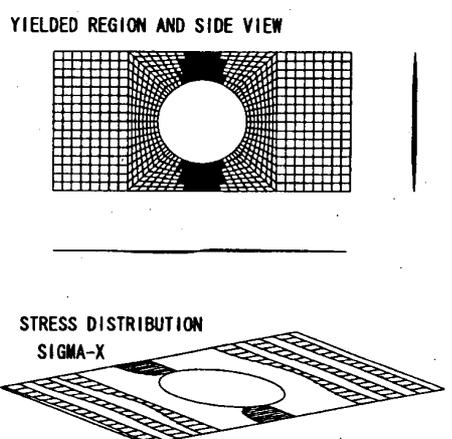
開孔率が $d/b = 0.2$ および 0.6 の場合も、基本的には $d/b = 0.4$ の場合と同様の崩壊挙動となる。すなわち、まず弾性座屈が発生し、その後最終強度を迎えている。ただし、 $d/b = 0.2$ の場合には座屈モードである 2 半波モードのままで崩壊している。

一方、開孔率が $d/b = 0.8$ の場合には、横たわみが発生する前に降伏が始まり、やがて最小断面が全断面降伏して最終強度に達する。この状態で生じているたわみは小さい。最終強度後、解析を行った範囲内では、耐荷力はほとんど低下しないが、たわみは漸増して行く。この場合の崩壊モードは、荷重方向 2 半波モードとなっている。

つぎに、板厚が 20 mm の厚板の場合は、どの板厚の



(a) $d/b = 0.2$ at last step



(b) $d/b = 0.8$ at last step

Fig. 4 Collapse behaviour of perforated plate under longitudinal thrust ($a/b = 2.0$; $t = 20.0$ mm)

場合も降伏してから弾塑性座屈が発生している。開孔率が $d/b = 0.2$ および 0.6 の場合の最終ステップでのたわみ波形と降伏領域の広がりを、Fig. 4 (a) および (b) にそれぞれ示す。前者では荷重方向 3 半波モードのたわみが生じている。後者では 2 半波モードのたわみが生じている。また、 $d/b \geq 0.6$ の場合には、円孔部の最小断面が全断面降伏してから弾塑性座屈が生じている。さらに、 $d/b = 0.8$ の場合には、ここで解析を行った範囲では座屈は発生していない。

アスペクト比 $a/b = 3.0$ の場合も、崩壊時の波数などはアスペクト比が 2.0 の場合と異なるが、基本的には同じ崩壊挙動を示している。

3.2 長辺方向圧縮に対する最終強度

アスペクト比が $a/b = 2.0$ および 3.0 の場合の座屈強度および最終強度に対する開孔影響係数を、開孔率 d/b に対してプロットして Fig. 5 に示す。いずれも、孔がある場合の強度を孔がない場合の強度で除して、影

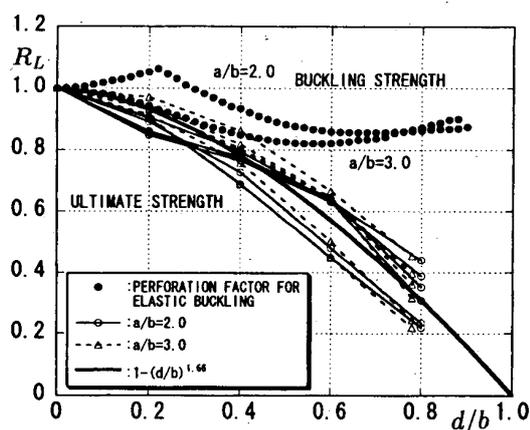
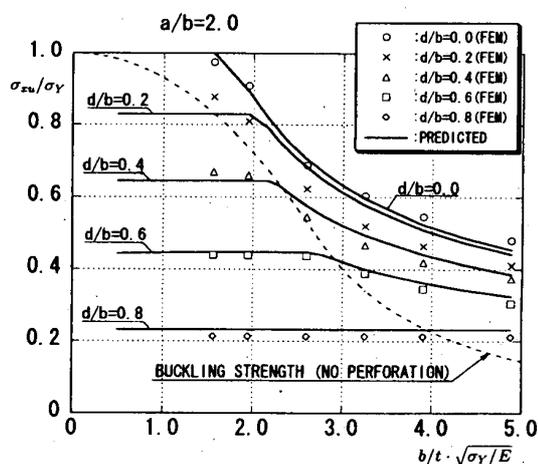
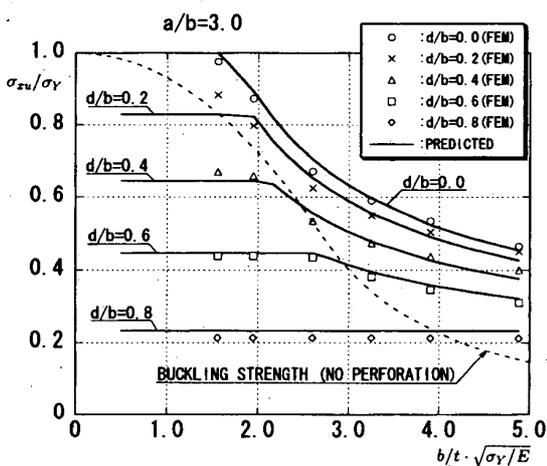


Fig. 5 Perforation factors for elastic buckling strength and ultimate strength (longitudinal thrust)



(a) $a/b = 2.0$



(b) $a/b = 3.0$

Fig. 6 Ultimate strength of perforated plate under longitudinal thrust

響係数としている。明らかに、座屈強度に対する影響係数と最終強度に対する影響係数は、異なった傾向を示している。

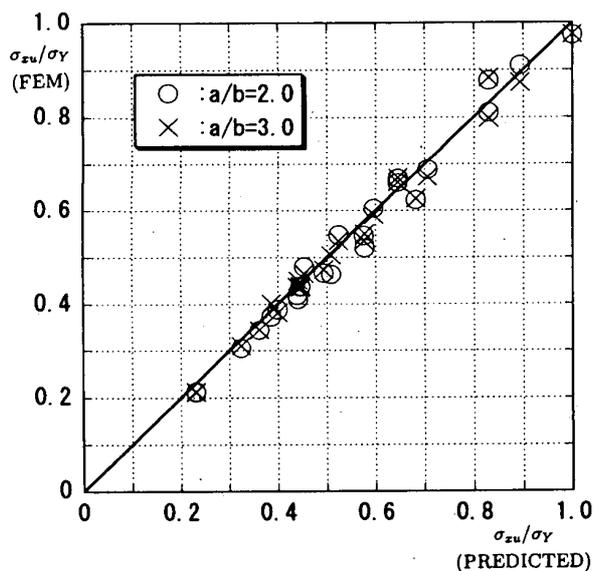


Fig. 7 Comparison of evaluated and predicted ultimate strength (longitudinal thrust)

一方、最終強度の開孔影響係数の方はばらつきが見られるものの、基本的には同一傾向を示している。そこで、最終強度の開孔影響係数として、次式を導いた。

$$F(d/b) = 1 - (d/b)^{1.66} \quad (2)$$

上式は、差の二乗和が最小となるよう冪乗値を決めたもので、この式により計算される影響係数を太実線で Fig. 5 中に示す。

つぎに、アスペクト比 $a/b = 2.0$ および 3.0 の場合の最終強度をまとめて、Fig. 6 (a) および (b) に○印、△印などで示す。これに対して、図中の点線は孔がない場合の座屈強度 (Johnson の塑性修正を実施)、実線は次式で計算される最終強度を表わす。

$$\frac{\sigma_u}{\sigma_Y} = \begin{cases} 0.18 + \frac{1.3F(d/b)}{\beta/\sqrt{R_L} - 0.13} \\ 1.2^{d/b} \left(1 - \frac{d}{b}\right) \end{cases} \quad (3)$$

上式の小さい方を最終強度とする。ここに、 $\beta = (b/t) \cdot \sqrt{\sigma_Y/E}$ は板の細長比であり、物理的には、降伏強度と座屈強度の比の平方根 $\sqrt{\sigma_Y/\sigma_E}$ を表わしている。一方、 R_L は有孔板の弾性座屈強度に関係した開孔影響係数であり、式 (3) の形で用いることは、 β に含まれている弾性座屈強度として、開孔の影響を考慮した座屈強度を用いていることになる。

Fig. 6 中の実線は、式 (3) で計算される最終強度を表わしている。弾性座屈に対する開孔影響係数 R_L としては、Fig. 5 に示されているものを用いた。開孔率が $0.2 \sim 0.4$ の場合、細長比によっては計算値と推定値に少し差が見られるケースもあるが、基本的には良い相関

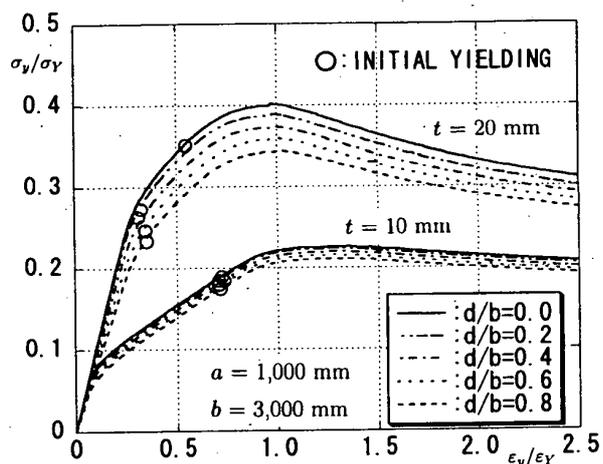


Fig. 8 Average stress-average strain relationships of perforated plate under transverse thrust ($a/b = 3.0; t = 10$ mm)

が見られる。すべてのケースについて、有限要素法解析の結果と推定値を比較して、Fig. 7 に示す。この図からも、推定値は比較的高精度であることが分かる。

4. 短辺方向圧縮を受ける有孔板

4.1 開孔が座屈・塑性崩壊挙動に及ぼす影響

アスペクト比が $a/b = 3.0$ 、板厚 $t = 10$ mm および 20 mm の場合の平均応力～平均ひずみ関係を、Fig. 8 に示す。図中の○印の時点で、初期降伏が発生している。短辺方向の圧縮の場合も開孔率の増加に伴って、面内剛性が低下する。これは、開孔の分だけ力を受け持つ部分の面積が減少するため、同じ圧縮ひずみに対して受け持つ圧縮荷重が少ないためである。いずれの板厚の場合も、弾性座屈している。

開孔率 $d/b = 0.6$ の場合のたわみ波形、降伏領域および応力分布の変化を、Fig. 9 に示す。短辺方向圧縮の場合には、いずれのアスペクト比、細長比の場合も、1 半波モードで座屈して 1 半波モードで崩壊する。ただし、幅方向に関しては座屈発生後、1 半波成分だけでなく他の成分も成長して来るので、次第に中央部が平坦化した波形となる。これが、Fig. 8 に示す平均応力～平均ひずみ線図上に、座屈発生に対応するナックル点が、長辺方向圧縮の場合のように明確には見られない理由である。

降伏領域の拡がりおよび応力分布を見ると、板の端部と開孔部を除いた部分は、基本的には帯板の挙動を示していることがわかる。次節では、このことを考慮して短辺方向圧縮を受ける有孔板の最終強度の簡易算定法を導く。

なお、開孔率が異なる場合、また、アスペクト比が異なる場合も、同様の座屈崩壊挙動が見られた。

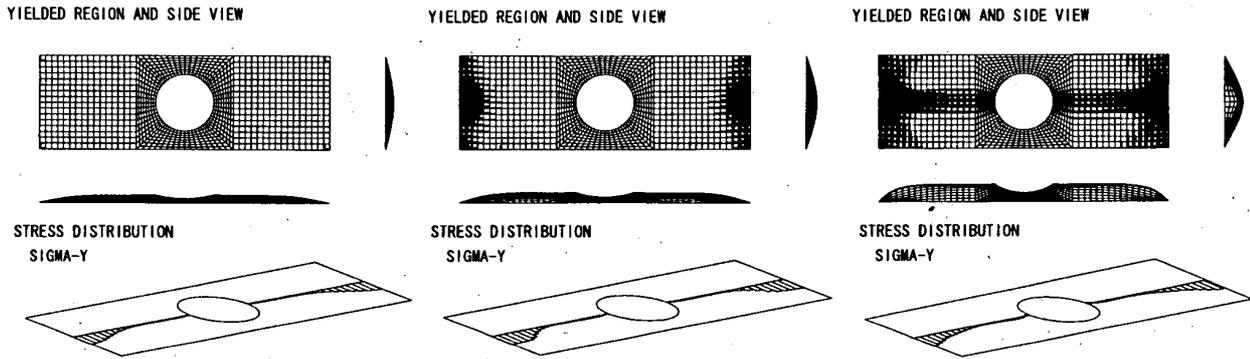


Fig. 9 Collapse behaviour of thin plate under transverse thrust ($a/b = 3.0$; $d/b = 0.6$)

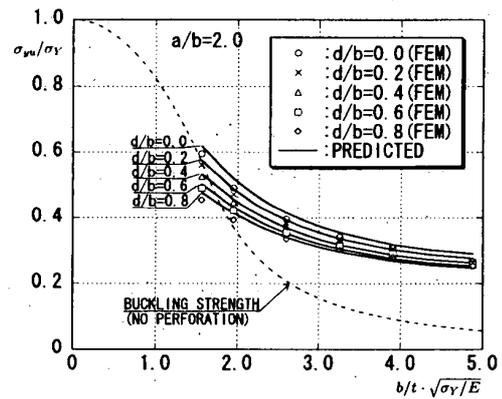
4.2 短辺方向圧縮に対する最終強度

アスペクト比が $a/b = 2.0$ および 3.0 の場合の弾性座屈強度および最終強度に対する開孔影響係数をまとめて、Fig. 10 に示す。アスペクト比 2.0 の弾性座屈に対するものを除き、いずれの影響係数も、開孔率の増加と共に単調に低下して行く。また、アスペクト比が大きい方が、荷重を受け持つ板幅に対する開孔直径の割合が小さくなるため、開孔影響係数はより 1.0 に近い値となっている。さらに、厚板になるほど影響係数が低下している。

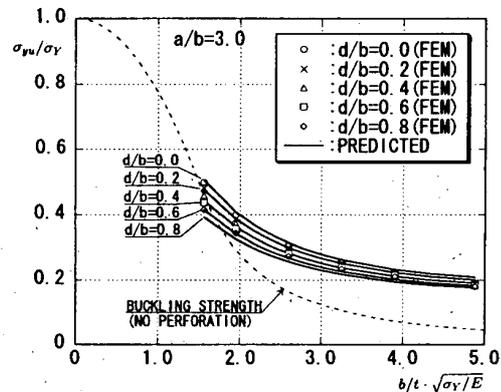
有限要素法解析で得られた最終強度をまとめて、Fig. 11 (a) および (b) に示す。図中の点線は孔なしの場合の座屈強度 (Johnson の塑性修正を実施)、また、○印、△印などは最終強度を表わす。一方、実線は以下に示す簡易計算法による最終強度を表す。

文献 9) に従うと、幅広板の圧壊強度は Fig. 12 に示すように、両側部分 I を合わせた正方形板の最終強度と、中央の帯板部分の最終強度の面積平均で精度良く推定できる。有孔板の場合には、中央の開孔部 III は短辺方向荷重を受け持てないので、結局、荷重を受け持つ帯板部分は II だけとなる。

従って、短辺方向圧縮を受ける有孔板の最終強度は、板の細長比 $\beta = (b/t) \cdot \sqrt{\sigma_Y/E}$ を用いて次式で表せる。



(a) $a/b = 2.0$



(b) $a/b = 3.0$

Fig. 11 Ultimate strength of perforated plate under transverse thrust

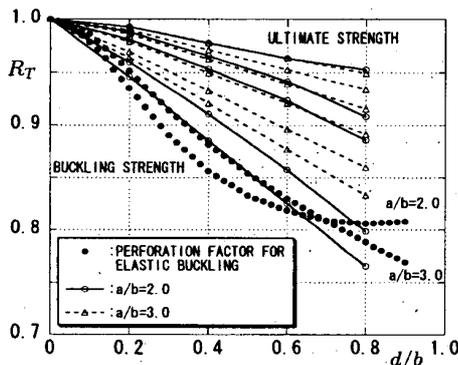


Fig. 10 Perforation factors for elastic buckling and ultimate strength (transverse thrust)

$$\frac{\sigma_u}{\sigma_Y} = \left(\frac{b}{a} \frac{\sigma_u^P}{\sigma_Y} + \frac{a-b-d}{a} \frac{\sigma_u^C}{\sigma_Y} \right) g(\beta) \quad (4)$$

ここに、

$$\frac{\sigma_u^P}{\sigma_Y} = \frac{2.4}{\beta_R} - \frac{1.4}{\beta_R^2} \leq 1.0 \quad (5)$$

$$\frac{\sigma_u^C}{\sigma_Y} = \frac{0.06}{\beta_R} + \frac{0.6}{\beta_R^2} \quad (6)$$

$$g(\beta) = 0.026\beta^2 - 0.094\beta + 1.074 \quad (7)$$

$$\beta_R = \beta / \sqrt{R_T} \quad (8)$$

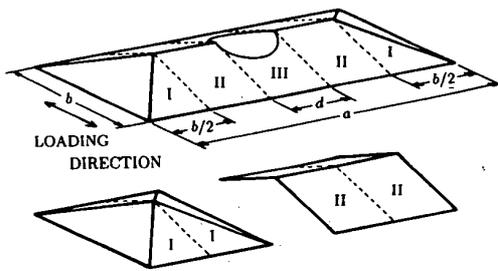


Fig. 12 Collapse model of perforated plate under transverse thrust

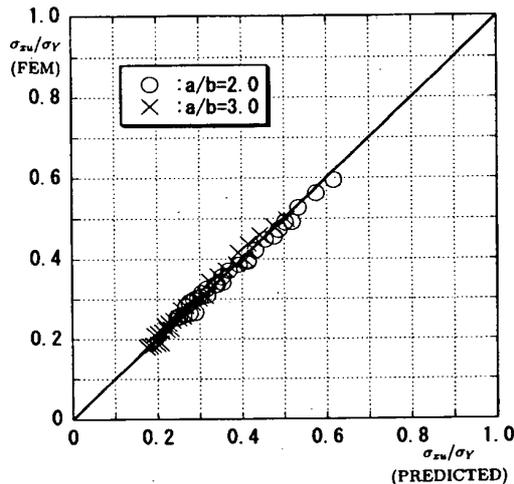


Fig. 13 Comparison of evaluated and predicted ultimate strength (transverse thrust)

式 (5) は正方形部分 I の最終強度, 式 (6) は II の帯板部分の最終強度を表わす。また, $g(\beta)$ は有限要素法解に合わせるための修正係数である。一方, 式 (8) 中の R_T は, 短辺方向圧縮を受ける場合の弾性座屈強度に対する開孔影響係数を表わす。

式 (5) および式 (7) に関する制約条件から, 式 (4) の適用範囲は

$$1.4 \leq \beta (= b/t \cdot \sqrt{\sigma_Y/E}) \leq 5.0$$

であることに注意されたい。

Fig. 11 中の実線は, R_T として Fig. 10 に示す弾性座屈に対する開孔影響係数を用い, 上記の方法で求めた最終強度を表わすが, 有限要素法の結果と良い相関を示している。さらに, すべてのケースについて, 有限要素法解析の結果と推定値を比較して, Fig. 13 に示す。この図からも, 推定値は非常に高精度であることがわかる。

5. まとめ

本論文では, 開孔を有する矩形板が長辺方向圧縮および短辺方向圧縮の荷重をそれぞれ単独に受ける場合を対象として, 有限要素法による弾塑性大たわみ解析をまず

実施し, 開孔が矩形板の座屈・塑性崩壊挙動に及ぼす影響について明らかにした。すなわち,

- (1) 長辺方向圧縮を受ける場合, 開孔率が大きくなると開孔部の全断面降伏で最終強度が決まる。
- (2) 短辺方向圧縮を受ける場合, 開孔率やアスペクト比によらず, 座屈・塑性崩壊挙動は基本的に同一となる。
- (3) 弾性座屈強度に対する開孔影響係数と最終強度に対する開孔影響係数の値は異なり, 場合によっては傾向も異なる。

つぎに, 長辺方向および短辺方向の圧縮荷重が作用するそれぞれの場合に対して, 最終強度算定のための簡易計算法を提案した。そして, 本計算法による推定値が, 有限要素法解析の結果と良い相関を有することを確認した。

参考文献

- 1) 吉識雅夫, 藤田 譲, 川村昭宣, 荒井宏範: "有孔板の座屈強度について (その1)," 日本造船協会論文集, 第 122 号 (1967), pp.137-145.
- 2) 藤田 譲, 吉田宏一郎, 荒井宏範: "有孔板の座屈強度について (その2)," 日本造船学会論文集, 第 126 号 (1969), pp.285-294.
- 3) 藤田 譲, 吉田宏一郎, 荒井宏範: "有孔板の座屈強度について (その3)," 日本造船学会論文集, 第 127 号 (1970), pp.161-169.
- 4) 西原誠一郎, 今北明彦, 沢柳政弘: "有孔板の剪断強度と補強について," 日本造船学会論文集, 第 143 号 (1978), pp.301-307.
- 5) 西原誠一郎, 今北明彦, 沢柳政弘: "有孔板の剪断強度と補強について (続報)," 日本造船学会論文集, 第 147 号 (1980), pp.276-282.
- 6) 荒井宏範: "板構造物の大変形解析 (その1)," 日本造船学会論文集, 第 134 号 (1973), pp.269-278.
- 7) 矢尾哲也, 藤久保昌彦, 村上陸尚, 森口 健: "組み合わせ荷重下の有孔板の座屈強度に関する研究," 関西造船協会誌, 第 233 号 (2000), pp.99-106.
- 8) 都井 裕, 弓削康平, 川井忠彦: "構造要素の衝突破壊強度に関する基礎的研究 (その1) - 有限要素法による超大変形解析 -, " 日本造船学会論文集, 第 159 号 (1986), pp.248-257.
- 9) Fujikubo, M., Yao, T. and Khedmati, M.R.: "Estimation of Ultimate Strength of Ship Bottom Plating under Combined Transverse Thrust and Lateral Pressure," 日本造船学会論文集, 第 186 号 (1999), pp.621-630.