

面内圧縮荷重を受ける有孔矩形板の 座屈・最終強度に関する研究 (その 2)

正員 矢尾 哲也* 正員 林 茂弘*
正員 村上 睦尚* 学生員 桑原 隆彦*

Buckling/Ultimate Strength of Perforated Rectangular Plate under Thrust
(2nd Report)

by Tetsuya Yao, *Member* Shigehiro Hayashi, *Member*
Chikahisa Murakami, *Member* Takahiko Kuwahara, *Student*

Summary

Series of elastic eigenvalue analyses and elastoplastic large deflection analyses were performed to investigate into the influence of perforation on the buckling/ultimate strength of rectangular plate subjected to uni-axial and bi-axial thrust. It has been found that:

(1) Beyond the ultimate strength, plastic deformation is concentrated around the opening, and elastic unloading takes place in the remaining part in case of long plate subjected to longitudinal thrust.

(2) Beyond the ultimate strength, plastic mechanism of a roof mode develops in case of long plate subjected to transverse thrust.

(3) Ultimate strength interaction relationship is derived for bi-axial compression, and it was found that general yielding at the perforated cross-section affects the shape of the interaction curve.

Simple formulas are proposed to evaluate the elastic buckling strength of a perforated plate under uni-axial thrust. These formulas are used to evaluate the ultimate strength, which showed good correlations with the FEM results.

1. はじめに

船体構造を構成するパネルには多数の開孔が設けられているが、開孔の影響で一般に、パネルの座屈強度は低下

* 大阪大学大学院工学研究科

原稿受理 平成 14 年 1 月 10 日

春季講演会において講演 平成 14 年 5 月 15, 16 日

すると考えられる。そのため、開孔を有するパネルの弾性座屈強度に関して、従来数多くの研究が実施されており、その結果に基づいて、船級協会規則などに弾性座屈強度に対する開孔影響係数が規定されている。

著者らの研究グループでも、組み合わせ荷重を受ける有孔板の弾性座屈強度に関する一連の研究を実施している^{1),2)}。さらに、本論文の第 1 報³⁾では、アスペクト比 2.0 と 3.0 の有孔板に長辺方向および短辺方向圧縮荷重がそれぞれ単独に作用する場合を対象として、有限

要素法による一連の弾塑性大たわみ解析を実施し、座屈と降伏を伴う有孔板の崩壊挙動および最終強度について明らかにした。また、1方向圧縮を受ける有孔板の最終強度算定のための簡易計算法を導き、その精度を有限要素法解析の結果と比較して確認した。

本論文(その2)では、対象とする矩形板のアスペクト比 a/b を 5.0 まで拡張して、有限要素法による一連の弾性固有値解析と弾塑性大たわみ解析を実施した。まず始めに、長辺方向および短辺方向に面内圧縮荷重をうけるそれぞれの場合を対象として、前報³⁾と比較するとはるかに適用範囲の広い弾性座屈強度と最終強度の簡易計算式を導いた。続いて、2方向の圧縮荷重を受ける有孔矩形板を対象として、座屈・塑性崩壊挙動について明らかにすると共に、最終強度の相関関係について考察した。

2. 解析対象および解析手法

2.1 解析対象

中央に円孔を有する矩形板を対象として、弾塑性大たわみ解析を実施した。板幅を $b = 1,000$ mm と一定にし、長さ a と板厚 t をつぎのように変化させた。

$$a = 2,000, 3,000, 4,000, 5,000 \text{ mm}$$

$$t = 8, 10, 12, 15, 20, 25 \text{ mm}$$

$a = 2,000$ mm および $3,000$ mm の矩形板に対しては2方向圧縮荷重のみを、 $a = 4,000$ mm および $5,000$ mm の矩形板に対しては1方向圧縮荷重と2方向圧縮荷重の両者を作用させた。

また、孔の直径 d と板幅の比をつぎのように変化させた。

$$d/b = 0.0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8$$

材料のヤング率を $E = 205.8$ GPa, 降伏応力を $\sigma_Y = 313.6$ MPa とし、材料は完全弾塑性体であるとした。

さらに、1方向圧縮を受ける場合を対象として、文献1)と2)でカバーされていないアスペクト比の範囲の有孔矩形板に対して、弾性座屈強度を求めるための固有値解析を実施した。

2.2 解析方法と計算条件

最終強度解析には、前報³⁾の場合と同様に、弾塑性超大変形解析コード ULSAS を使用した。本解析コードは、著者らの一人が文献4)の定式化に従って開発したもので、その適用性はこれまでに、数多くベンチマーク計算や試験結果の解析を実施して確認されている。一方、固有値解析には、汎用コード NASTRAN を用いた。

板の4辺は直線を保ち、単純支持されているとした。荷重は長辺方向、短辺方向共に強制変位で与え、反力からそれぞれの方向の平均応力を計算した。

長辺方向1~5半波の座屈発生に対応できるように、各成分を板厚の1/100づつ有する初期たわみを与えた。すなわち、

$$w_0 = \sum_{i=1}^5 A_{0i} \sin \frac{i\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} \quad (1)$$

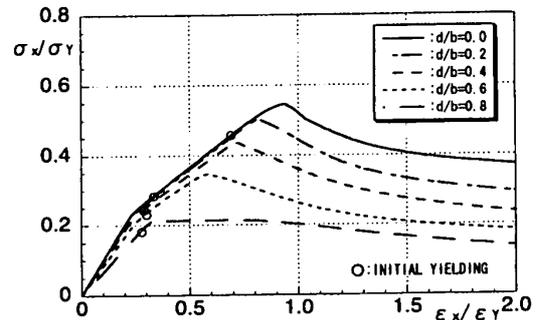
溶接残留応力は考慮していない。

3. 長辺方向圧縮を受ける有孔矩形板

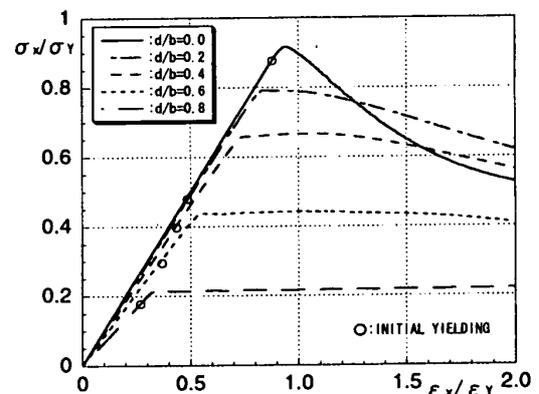
3.1 開孔が座屈・塑性崩壊挙動に及ぼす影響

アスペクト比 $a/b = 5.0$ の場合の平均応力~平均ひずみ関係を、Fig. 1 (a) および (b) に示す。図 (a) は板厚 $t = 10$ mm の薄板の場合、(b) は板厚 $t = 20$ mm の厚板の場合の結果を表わしている。

図中の○印の時点で、初期降伏が発生している。薄板で開孔率 d/b が 0.6 以下の場合、平均応力~平均ひずみ線図上のナックル点は座屈の発生に対応している。開孔率が 0.8 の場合、降伏が発生した後、応力はほぼ一定値を保ち、ひずみだけが增加している。これは、開孔断面が全断面降伏し、面内の塑性変形だけが增加して行くためである。この応力レベルでは、非開孔部は応力もひずみ



(a) Thin plate ($t = 10.0$ mm)



(b) Thick plate ($t = 20.0$ mm)

Fig. 1 Average stress-average strain relationships of perforated plate under longitudinal thrust ($a/b = 5.0$)

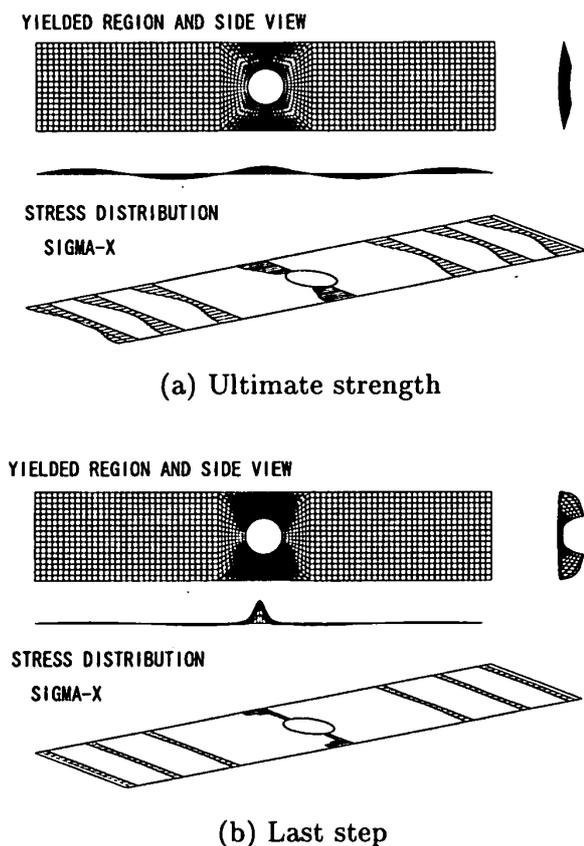


Fig. 2 Collapse behaviour of thin plate under longitudinal thrust ($a/b = 5.0$; $d/b = 0.4$)

も一定の状態であり、板の端部で与えた強制変位は、開孔断面でのみ吸収されていることになる。

この現象は、開孔断面と非開孔断面の座屈強度あるいは降伏強度が大きく異なる場合に生じると考えられる。 $d/b = 0.4$ の開孔がある場合を例にとり、弾性座屈が発生する薄板の崩壊挙動を説明する。最終強度時および最終ステップでのたわみ波形、降伏領域および荷重方向の面内応力分布を、それぞれ Fig. 2 (a) および (b) に示す。

最終強度時には板の全長に渡って、座屈モードのたわみが生じているが、降伏領域は孔の周辺に限られている。最終強度後の耐荷力低下の過程では、開孔部周辺でのみ塑性変形が進み、非開孔部では弾性的な除荷が生じている。そのため、耐荷力が低下するに従って、座屈たわみも小さくなって行く。Fig. 1 (a) に示した平均応力～平均ひずみ関係を前報³⁾ に示したアスペクト比 $a/b = 2.0$ の場合と比較すると、最終強度後の耐荷力低下が急激である。これは、アスペクト比が大きくなるほど、最終強度後弾性的に除荷する部分（圧縮ひずみが減る領域）が板の長さに占める割合が大きくなるためである。

Fig. 1 (b) に示す厚板でも、基本的には前報³⁾ に対

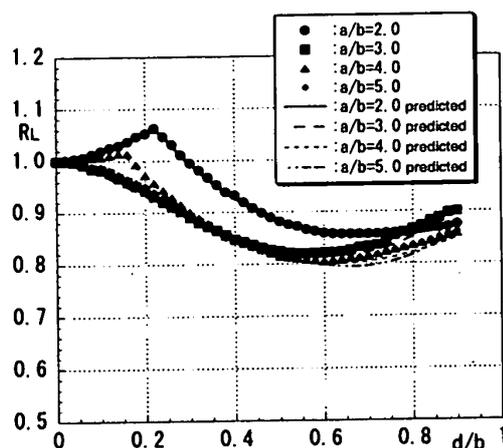


Fig. 3 Perforation factor for elastic buckling strength under longitudinal thrust

象としたアスペクト比 2.0 および 3.0 の場合と同じ挙動を示している。すなわち、厚板になると座屈が発生し難くなり、座屈発生前に開孔断面が全断面降伏する割合が増える。

3.2 弾性座屈強度に対する開孔影響係数

前報³⁾ では、弾性座屈強度に対する開孔影響係数が分かっていたら、比較的精度良く最終強度が算定できる簡易計算式を提案した。前報³⁾ の計算では、この開孔影響係数として固有値解析の結果をそのまま用いたが、本論文では固有値解析の手間を省けるように、弾性座屈に対する開孔影響係数を計算する簡易式を導いた。長辺方向圧縮を受ける場合の開孔影響係数 R_L は、板のアスペクト比 $\alpha = a/b$ と開孔率 $\delta = d/b$ を用いて、次式のように表せる。

$$R_L = \begin{cases} 1.0 + (0.17 - 0.034\alpha)\delta + (1.26 - 0.214\alpha)\delta^2 \\ a_1 + a_2\delta + a_3\delta^2 + a_4\delta^3 \end{cases} \quad (2)$$

ここに、

$$\begin{aligned} a_1 &= 7.3059 - 5.6033\alpha + 1.6184\alpha^2 - 0.14988\alpha^3 \\ a_2 &= -30.124 + 27.219\alpha - 8.0399\alpha^2 + 0.75777\alpha^3 \\ a_3 &= 50.521 - 46.921\alpha + 13.95\alpha^2 - 1.322\alpha^3 \\ a_4 &= -29.215 + 27.616\alpha - 8.2115\alpha^2 + 0.77793\alpha^3 \end{aligned} \quad (3)$$

所定のアスペクト比および開孔率に対して、式 (2) を適用すると 2 つの値が計算されるが、低い方が求める開孔影響係数となる。

上式を用いて計算された開孔影響係数を、有限要素法による固有値解析の結果と比較して Fig. 3 に示す。板のアスペクト比が 2.0, 3.0, 4.0 および 5.0 の場合の結果をまとめて示している。図より、式 (2) を用いると弾性座屈強度に対する開孔影響係数が、比較的精度良く計

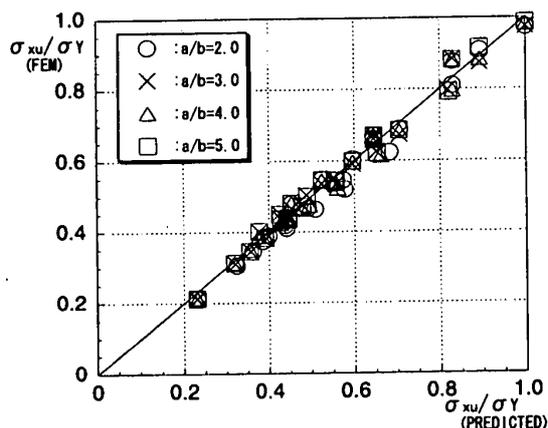


Fig. 4 Comparison of calculated and estimated ultimate strength under longitudinal thrust

算できることが分かる。

3.3 最終強度の推定

前報³⁾では、長辺方向圧縮を受ける有孔矩形板の最終強度の算定式として、次式を提案した。

$$\frac{\sigma_{xu}}{\sigma_Y} = \begin{cases} 0.18 + \frac{1.3F(d/b)}{\beta/\sqrt{R_L} - 0.13} \\ 1.2^{d/b} \left(1 - \frac{d}{b}\right) \end{cases} \quad (4)$$

ここに、

$$F(d/b) = 1 - (d/b)^{1.66} \quad (5)$$

は、最終強度に対する開孔影響係数である。式(4)の第1式は、開孔がない矩形板の最終強度算式に、式(5)で表わせる最終強度に対する開孔影響係数を導入したものである。一方、式(4)の第2式は、開孔断面の全断面降伏強度に基づいている。

開孔影響係数 R_L として式(2)を用い、式(4)を適用してアスペクト比 2.0, 3.0, 4.0 および 5.0 の有孔矩形板の最終強度を計算した。計算結果を有限要素法解析の結果と比較して、Fig. 4 に示す。基本的には、良い精度で最終強度が算定されていると言える。

4. 短辺方向圧縮を受ける有孔矩形板

4.1 開孔が座屈・塑性崩壊挙動に及ぼす影響

アスペクト比が $a/b = 5.0$ 、板厚 $t = 10 \text{ mm}$ および 20 mm の場合の平均応力～平均ひずみ関係を、Fig. 5 に示す。図中の○印の時点で、初期降伏が発生している。基本的な崩壊挙動は、前報³⁾に示したアスペクト比 2.0 と 3.0 の場合と同じである。短辺方向圧縮の場合は、いずれの板厚の場合も弾性座屈している。

開孔率 $d/b = 0.4$ の場合のたわみ波形、降伏領域および応力分布の変化を、Fig. 6 に示す。最終強度に達した

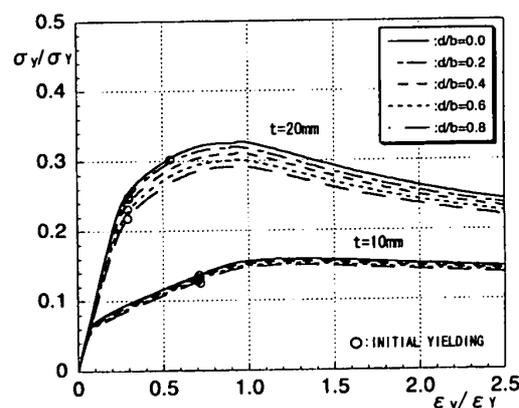
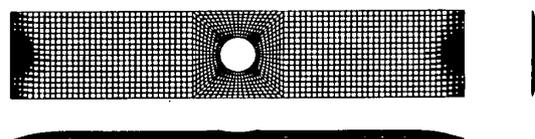
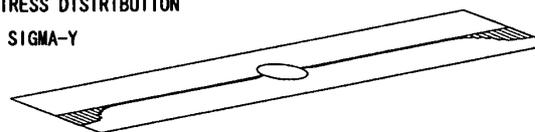


Fig. 5 Average stress-average strain relationships of perforated plates under transverse thrust ($a/b = 5.0$)

YIELDED REGION AND SIDE VIEW

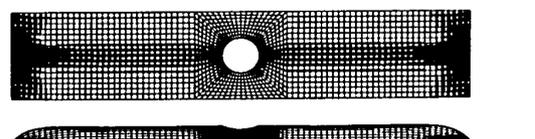


STRESS DISTRIBUTION SIGMA-Y

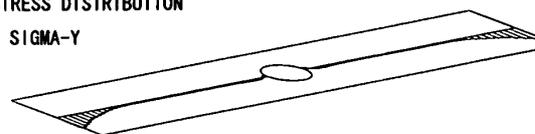


(a) Ultimate strength

YIELDED REGION AND SIDE VIEW



STRESS DISTRIBUTION SIGMA-Y



(b) Last step

Fig. 6 Collapse behaviour of thin plate under transverse thrust ($a/b = 5.0$; $d/b = 0.4$)

時点では、降伏領域は孔の周辺に僅かと板幅両端部に広がっている。その後、長辺方向の中心線上の曲げ変形が大きくなり、やがて降伏が始まる。最終的には、このラインに沿って降伏領域が広がって塑性関節線が形成され、屋根型の塑性崩壊機構が形成される。開孔率が異なる場合、また、アスペクト比が異なる場合も、同様の座屈・塑性崩壊挙動が見られた。

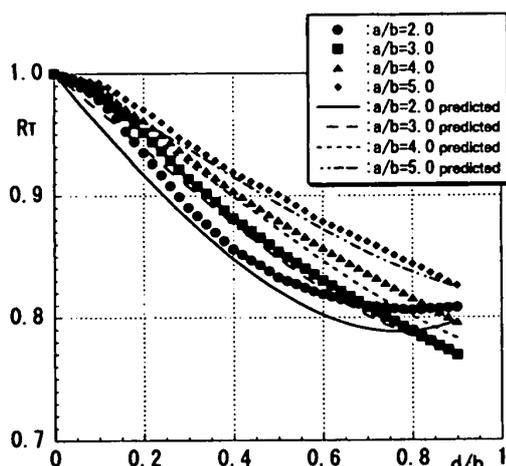


Fig. 7 Perforation factors for elastic buckling and ultimate strength under transverse thrust

4.2 弾性座屈強度に対する開孔影響係数

短辺方向圧縮荷重が作用する場合に対しても、弾性座屈強度に対する開孔影響係数を用いて比較的精度良く最終強度が算定できる簡易計算法を、前報³⁾で提案した。本論文では、短辺方向圧縮の場合に対しても、弾性座屈に対する開孔影響係数を計算するための簡易式を導いた。短辺方向圧縮の開孔影響係数 R_T は、板のアスペクト比 $\alpha = a/b$ と開孔率 $\delta = d/b$ を用いて、次式のように表せる。

$$R_T = 1.0 + b_1\delta + b_2\delta^2 + b_3\delta^3 \quad (6)$$

ここに、

$$\begin{aligned} b_1 &= -0.8717 + 0.274\alpha - 0.027\alpha^2 \\ b_2 &= 0.631 - 0.3805\alpha + 0.0453\alpha^2 \\ b_3 &= 0.2945 - 0.059\alpha + 0.0053\alpha^2 \end{aligned} \quad (7)$$

上式を用いて計算された開孔影響係数を有限要素法による固有値解析の結果と比較して、Fig. 7 に示す。アスペクト比が 2.0 の時の精度が少し落ちるが、基本的に両者は良い相関を示している。

4.3 最終強度の推定

前報³⁾では、Fig. 6 (b) に示したような機構が生じて崩壊することを考慮して、短辺方向圧縮を受ける有孔矩形板の最終強度を求めるための簡易計算式として、次式を導いている。

$$\frac{\sigma_{yu}}{\sigma_Y} = \left(\frac{b}{a} \frac{\sigma_u^p}{\sigma_Y} + \frac{a-b-d}{a} \frac{\sigma_u^c}{\sigma_Y} \right) g(\beta) \quad (8)$$

ここに、

$$\frac{\sigma_u^p}{\sigma_Y} = \frac{2.4}{\beta_R} - \frac{1.4}{\beta_R^2} \leq 1.0 \quad (9)$$

$$\frac{\sigma_u^c}{\sigma_Y} = \frac{0.06}{\beta_R} + \frac{0.6}{\beta_R^2} \quad (10)$$

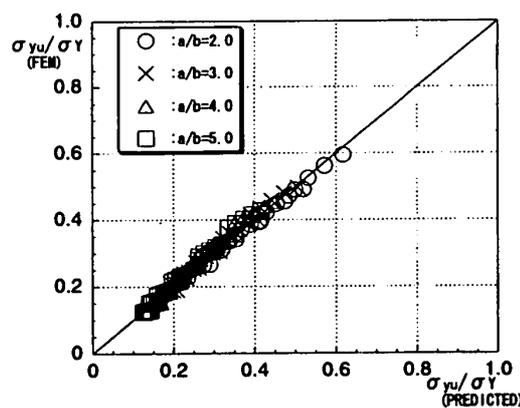


Fig. 8 Comparison of calculated and predicted ultimate strength under transverse thrust

$$g(\beta) = 0.026\beta^2 - 0.094\beta + 1.074 \quad (11)$$

$$\beta_R = \beta / \sqrt{R_T} \quad (12)$$

式 (8) は、板幅端部の板としての最終強度 (式 (9)) と、孔を除く板幅中央部の帯板としての最終強度 (式 (10)) の面積平均として導かれたものである。

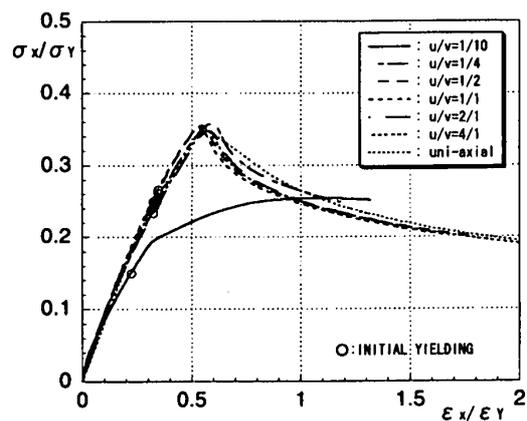
開孔影響係数として式 (6) の表示を用い、式 (8) によって計算された最終強度を有限要素法解析による最終強度と比較して、Fig. 8 に示す。短辺方向の圧縮荷重を受ける場合も有孔矩形板の最終強度が、提案されている式で非常に精度良く計算できることが分かる。

5. 2 方向圧縮を受ける有孔矩形板

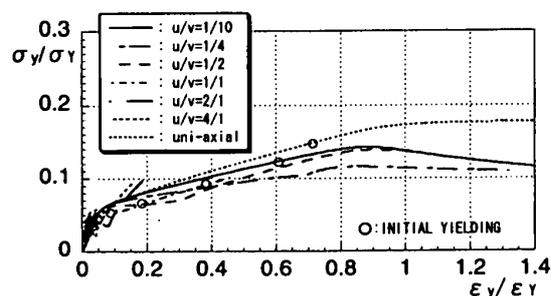
5.1 2 方向圧縮荷重下での崩壊挙動

まず初めに、アスペクト比 4.0、板厚 10 mm の薄板を例にとり、有孔矩形板が 2 方向面内圧縮荷重のもとで示す座屈崩壊挙動について、有限要素法による弾塑性大たわみ解析の結果に基づいて説明する。長辺方向 (x 方向) と短辺方向 (y 方向) の平均応力～平均ひずみの関係を Fig. 9 (a) と (b) に、また、長辺方向と短辺方向の平均応力の関係 (応力経路) を Fig. 10 (a) に示す。解析では、一定比の強制変位を両方向に与え、反力から両方向の平均応力を求めている。図中に示す組み合わせの強制変位比で負荷した。

まず、平均応力～平均ひずみ関係を見ると、 $u/v = 1/10$ の場合を除き、長辺方向も短辺方向も、応力～ひずみ線図は同じ傾向を示している。 $u/v = 4/1$ の場合、 $\sigma_x/\sigma_Y = 0.15$ 近傍で長辺方向 3 半波の座屈が発生している。この座屈によるたわみ発生のため、短辺方向には与えられた圧縮強制変位増分以上の引張膜ひずみ増分が発生し、結果的に以後、短辺方向の平均応力は減少を続ける。



(a) Longitudinal direction



(b) Transverse direction

Fig. 9 Average stress-average strain relationship under bi-axial thrust ($a/b = 4.0$; $d/b = 0.6$)

さらに荷重が増加すると、開孔と長辺との間で降伏が始まり、やがてこの部分が全断面降伏状態となる。長辺方向の応力はこの時点で極大値を示し、以後低下して行く。この低下の過程で、全断面降伏した断面では降伏条件が満足されるよう短辺方向の応力が増加して行く。

ここに示した解析例では、 $u/v = 4/1 \sim 1/4$ の範囲で、上記の場合と同様の崩壊挙動が見られる。ただし、短辺方向の強制変位の比率が増加すると、強制変位増分が座屈発生により短辺方向に生じる引張の膜ひずみ増分を上回るため、座屈発生後の短辺方向応力の低下は見られなくなる。

一方、 $u/v = 1/10$ の場合、長辺方向 1 半波の座屈が発生し、基本的にはこのモードが成長して最終強度に達している。この場合、短辺方向圧縮荷重だけを受ける場合と同様に、屋根型崩壊モードが形成されている。

板厚 20 mm の厚板の場合も、座屈発生の前に降伏が始まるケースは増えるが、基本的には上記の薄板の場合と同様の崩壊挙動を示す。この場合の応力経路を、Fig. 10 (b) に示す。開孔と長辺との間の全断面降伏荷重は、弾性座屈した薄板の場合と異なっていたわみが発生しない状態で生じているので、高くなっている。

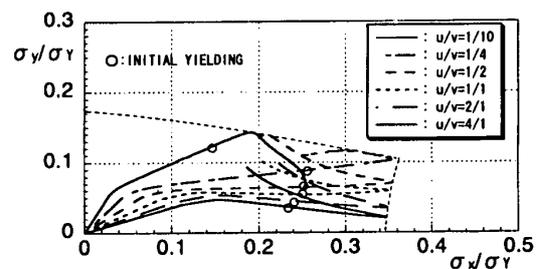
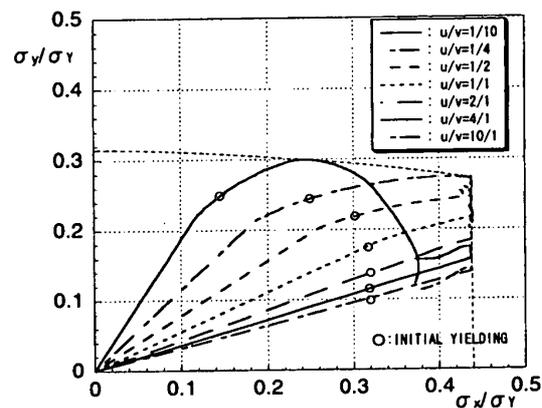
(a) Thin plate ($t = 10$ mm)(b) Thick plate ($t = 20$ mm)

Fig. 10 Stress paths and ultimate strength interaction curves under bi-axial thrust ($a/b = 4.0$; $d/b = 0.6$)

応力経路の包絡線として、2 軸圧縮を受ける有孔矩形板の最終強度相関関係が得られる。これを、Fig. 10 に点線で示す。

5.2 最終強度相関関係

アスペクト比 $a/b = 2.0$ および 4.0 の場合の最終強度相関関係を、Fig. 11 (a) および (b) に示す。図中の実線は板厚 20 mm の場合、点線は 10 mm の場合の結果を表わす。

開孔がない場合の相関関係は、いずれの場合も滑らかな曲線となっている。これに対して、開孔がある場合には、横軸に近い部分の相関曲線が切り欠かれたようになっている。これは、前節でも述べたように、孔と長辺との間が全断面降伏状態になり、この時点での応力が長辺方向応力の最大値となるためである。

最終強度相関曲線の座標軸上の値は、前出の式 (4) および式 (8) を用いて求めることができる。今後、さらにデータを増やし、これらの式を利用しながら相関関係の簡易算式を導く予定である。

6. まとめ

本論文では、開孔を有するアスペクト比 2.0 ~ 5.0 の

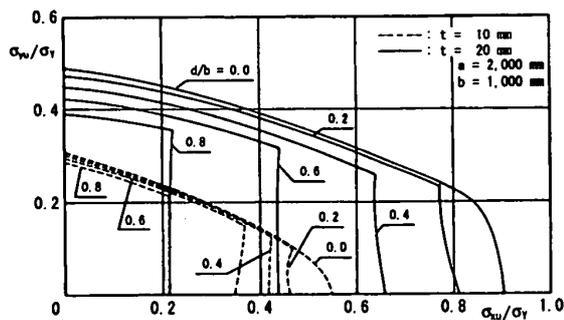
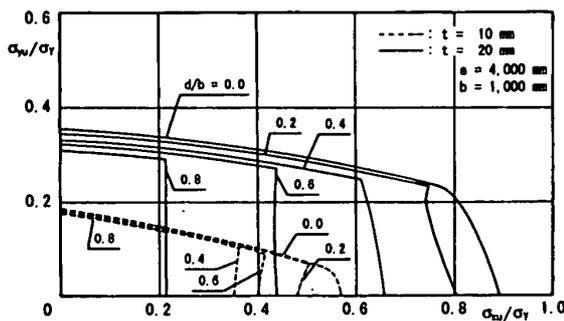
(a) $a/b = 2.0$ (b) $a/b = 4.0$

Fig. 11 Ultimate strength interaction relationships under bi-axial thrust

矩形板が、長辺方向、短辺方向および2方向圧縮の荷重をそれぞれ受ける場合を対象として、有限要素法による弾塑性大たわみ解析を実施し、開孔が矩形板の座屈・塑性崩壊挙動に及ぼす影響について明らかにした。すなわち、

(1) 長辺方向圧縮を受ける場合、最終強度後の耐荷力低下過程で、開孔近傍に塑性変形が集中し、他の部分は弾性的に除荷する。その結果、強制変位荷重のもとで、アスペクト比が大きくなるほど最終強度後の耐荷力の低下が急激になる。

(2) 短辺方向圧縮を受ける場合、降伏領域は初め開孔周辺と板幅端部に形成される。その後、最終強度後の耐荷力低下過程で、次第に屋根型の塑性崩壊モードが形成されて行く。この座屈・塑性崩壊挙動は、開孔率やアスペクト比によらず基本的に同じである。

(3) 2方向圧縮荷重のもとで長辺方向の荷重が支配的な場合、開孔と長辺の間で全断面降伏が生じる。その影響で、最終強度相関関係は、長辺方向応力軸の近傍で切り欠かれたような形状を示す。

(4) 2方向圧縮荷重のもとで短辺方向の荷重が支配的な場合は、基本的には短辺方向に1方向圧縮荷重が作用する場合と同じ崩壊挙動を示す。ただし、長辺方向圧縮の影響で、最終強度は荷重比に応じて低下する。

また、アスペクト比2.0～5.0の有孔矩形板が長辺方向圧縮および短辺方向圧縮をそれぞれ受ける場合を対象として、その弾性座屈強度に対する開孔影響係数を求める簡易算式を提案した。この簡易式を用い、前報³⁾で提案した最終強度算式を適用して最終強度を計算し、上記のアスペクト比の範囲で、有孔板の最終強度が十分な精度で算定できることを確認した。

参考文献

- 1) 矢尾哲也, 藤久保昌彦, 村上睦尚, 森口 健: "組み合わせ荷重下の有孔板の座屈強度に関する研究," 関西造船協会誌, 第233号(2000), pp.99-106.
- 2) Murakami, C., Fujikubo, M. and Yao, T.: "Influence of Opening on Elastic Buckling Strength of Rectangular Plates under Single/Combined Loads," Proc. 15th Asian TEAM on Marine Structures, Jochiwon, Korea (2001), pp.114-123.
- 3) 矢尾哲也, 林 茂弘, 村上睦尚, 桑原隆彦: "面内圧縮荷重を受ける有孔矩形板の座屈・最終強度に関する研究," 日本造船学会論文集, 第190号(2001), pp.731-737.
- 4) 都井 裕, 弓削康平, 川井忠彦: "構造要素の衝突圧壊強度に関する基礎的研究(その1) - 有限要素法による超大変形解析 -, " 日本造船学会論文集, 第159号(1986), pp.248-257.