

船体ビルジ部の座屈・最終強度と 縦曲げ最終強度に対する寄与に関する研究

正員 前 野 嘉 孝* 正員 山 口 弘 志**
正員 藤 井 康 成*** 正員 矢 尾 哲 也*

Study on Buckling/Ultimate Strength of Bilge Circle Part
and Its Contribution to Ultimate Hull Girder Strength

by Yoshitaka Maeno, *Member* Hiroshi Yamaguchi, *Member*
Yasunari Fujii, *Member* Tetsuya Yao, *Member*

Summary

There are several methods to estimate the ultimate strength of hull girder, among which the method developed by Smith is widely used as a simple and practical method. In this method, the round corners such as a bilge shell part are usually considered as hard corner elements which do not undergo buckling. A series of elastoplastic large deflection analyses were performed to investigate buckling/plastic collapse behaviour of the bilge circle part subjected to uni-axial thrust. Based on the calculated results, simple formulas were derived to simulate buckling/plastic collapse behaviour of the bilge shell. The ultimate strength analyses of hull girder by Smith's method were carried out taking the buckling/plastic collapse behaviour of the bilge shell into account. Through these studies, it has been found that:

- (1) A bilge structure with a conventional shape and size reaches the ultimate strength by yielding before buckling takes place. After the ultimate strength has been attained, plastic buckling takes place and the capacity decreases with the increase in deflection.
- (2) The buckling/ultimate strength of the bilge circle part is dominated by design parameters such as radius/thickness ratio, yield stress and length/radius ratio of the bilge circle part.
- (3) Hard corner elements could be used for bilge circle part to calculate the ultimate hull girder strength applying the Smith's method.
- (4) However, the influence of buckling of the bilge circle part has to be taken into account for the accurate estimation of the load carrying capacity beyond the ultimate strength when the Smith's method is applied.

1. 結 言

船体の縦曲げに対する最終強度評価の重要性について

では、改めて述べるまでもなく、今日においても縦強度の不足に起因すると思われる事故や折損に至るような事故の報告も皆無ではない。このような場合、縦曲げに対する船体最終強度の解析方法や得られた結果の評価が重要な課題となる。

船体の縦曲げ最終強度を求める方法として、いくつかの方法が挙げられるが、有限要素法を用いる方法、理想化構造要素法、Smithによって提案された方法が一般的に有用な手段と思われる¹⁾。そのなかで Smith の方法²⁾

* 大阪大学大学院

** 大阪大学大学院/現・三井造船(株)

*** (株)サノヤス・ヒシノ明昌

原稿受理 平成 15 年 9 月 26 日

は簡便な手法として広く使われており、解析例も多く報告されている。Smithの方法では、船体横断面を構成する防撓パネル要素の座屈・塑性崩壊挙動をあらかじめ軸荷重のもとでの平均応力と平均ひずみの関係として表し、各要素がこの応力～ひずみ関係に従って挙動すると仮定のもと、断面の曲率増加に応じて、船体横断面の逐次崩壊挙動を追跡する。しかしながら、現在までに行われた解析例では、ビルジ部などの円弧部は、いわゆるハードコーナー要素として、座屈が発生せず、完全弾塑性体として挙動する要素として取り扱われている。このため、多くの解析では、過大な強度評価となっていることも考えられる。

本研究ではビルジ部を対象として、有限要素法による一連の弾塑性大たわみ解析を行い、船体を構成する円弧部の座屈・塑性崩壊挙動を明らかにする。さらに、有限要素法解析で得られた結果に基づいて、軸圧縮荷重のもとでビルジ部が示す平均応力～平均ひずみ関係を構築する。続いて、この平均応力～平均ひずみ関係を、Smithの方法に基づく逐次崩壊解析コード HULLST³⁾に組み込む。このコードを適用して船体縦曲げ最終強度解析を実施し、ビルジ部の座屈・塑性崩壊挙動の精密化を図ると共に、その縦曲げ崩壊挙動に対する影響を明らかにする。

2. 船体ビルジ部の座屈・塑性崩壊挙動

2.1 弾塑性大たわみ解析

船体ビルジ部の座屈・塑性崩壊挙動を確認するために、種々の設計因子を変化させて、一連の弾塑性大たわみ解析を行った。解析に使用したコードは、著者の1人によって開発された有限要素法解析コード ULSAS である。

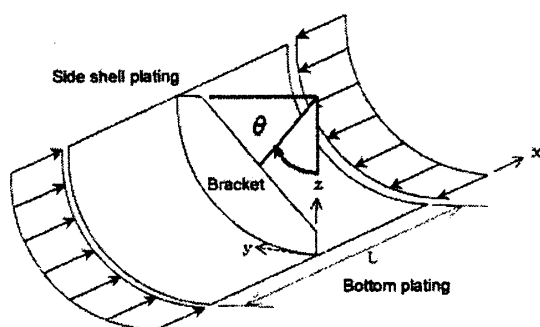


Fig.1 Model of bilge structure for analysis

船体のビルジ外板は、フロア材およびビルジブラケットなどのトランス材で、面外たわみの発生が拘束されている。ここでは、Fig. 1 に示されているように、隣接する2つのトランス間の中央線、および船底板と船側外板

との接合線でビルジ外板を切り出した。前者の境界には周期連続条件（両辺の対応する位置でたわみもたわみ角も同じ）を課した。一方、後者の境界辺は直線を保って移動するとし、辺に直角方向の回転は拘束した。船長方向の中央のたわみ拘束位置には、拘束材として Fig.1 に示すビルジブラケットを配した。ブラケットの水平辺および垂直辺はローラー支持とした。ビルジ外板には(1)式で表される初期たわみを与えた。

$$w_0 = \sum_m \sum_n A_{0mn} \sin \frac{m\pi x}{L} \sin \frac{n\pi \theta}{\beta} \quad (1)$$

$$\beta = 90^\circ$$

初期たわみ波形の選択にあたっては、同一の有限要素法解析モデルを用いて、あらかじめ弾性座屈解析を行い、支配的な座屈モードに相当する半波数 m, n を複数個設定した。また、初期たわみ成分の大きさはすべて板厚の 1/100 とした。

2.2 ビルジ部の座屈・塑性崩壊挙動

はじめに、ビルジ部の構造寸法として Table 1 に示す諸量を与えて弾塑性大たわみ解析を行い、基本的な崩壊挙動を調査した。

Table 1 Principal dimensions of bilge part

Shell plate thickness(t)	19.5 mm , 10.0 mm
Radius of bilge circle(R)	1,800 mm
Yield stress(σ_y)	32 kgf/mm ²
Young's modulus(E)	21,000 kgf/mm ²
Space between trans. members (2L)	4,500 mm
Bilge keel	400x100x11.5/16 IA

ここで、ビルジ外板の板厚は、いわゆる厚板的に挙動するものとして 19.5mm（ビルジ半径との比：92.3），薄板としての挙動が期待できるものとして 10.0mm（半径比：180）の2種類に設定した。

はじめに、厚板モデルの結果を示す。Fig.2 は、解析で得られた平均応力と平均ひずみの関係を示している。図中の応力とひずみは、降伏応力と降伏ひずみでそれぞれ無次元化して表示した。また、Fig.3 には、初期降伏発生時等の各段階における降伏領域の拡大の様子を示す。図中の黒塗りの部分が、降伏領域を表している。

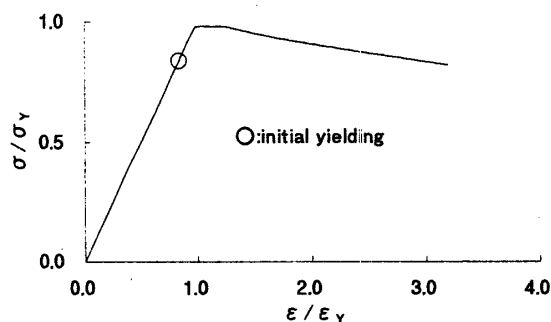
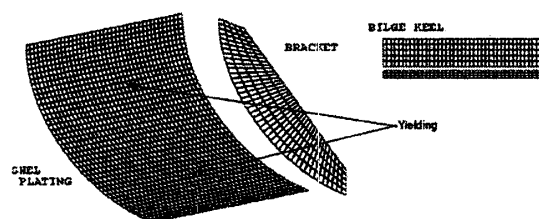
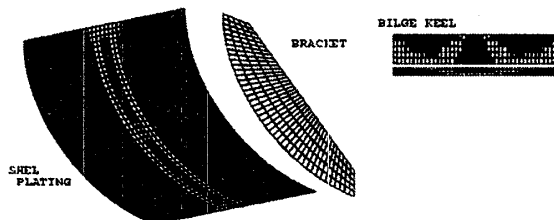


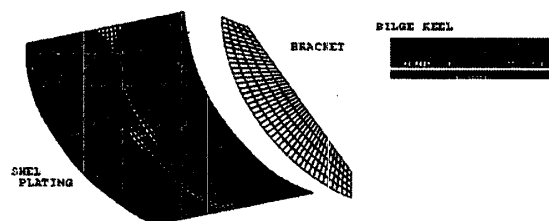
Fig.2 Average stress-average strain relationship
($R/t=92.3$)



(a) Initial yielding



(b) Ultimate strength



(c) $\epsilon/\epsilon_y=2.0$

Fig.3 Yielded region of bilge plate ($R/t=92.3$)

Fig.2 の結果から、弾性座屈は発生せず、平均応力はほぼ降伏応力まで達していることが分かる。ただし、初期降伏は初期たわみの影響で、平均応力の降伏応力に対する比が 0.85 付近となる時点で発生し、Fig.3(a)に示

すように中央のブラケットとの接合点付近に生じている。初期降伏後は、降伏領域の拡大と共に最終強度に達し、このときはビルジキールにも部分的な降伏が発生している。最終強度後、降伏領域の拡大と共に応力がほぼ一定のままでひずみが増加していき、やがて座屈ひずみに達する。その後、横たわみが生じ始めて耐力の低下が見られるが、弾性的な除荷は発生せず塑性変形もまだ続くため、耐力の低下は比較的緩やかである。

つぎに薄板モデルの結果を Fig.4 および Fig.5 に示す。本解析例では、ビルジ半径 1,800mm に対して板厚が 10mm と、実船の設計では考えにくい寸法となっているが、腐食が進行した船体ではあり得るかも知れない。Fig.4 に見られるように、この場合は弾塑性座屈が発生して、最終強度に到達する。最終強度時の降伏域は、Fig.5 に示されるように、中央部のブラケットとの接合線付近に限られる。また、モデル端部の広い領域で、最終強度後に弾性的な除荷が始まる。このため、最終強度は厚板より低く、最終強度後すぐに耐力の低下が始まり、その度合いも厚板に比べて大きくなっている。

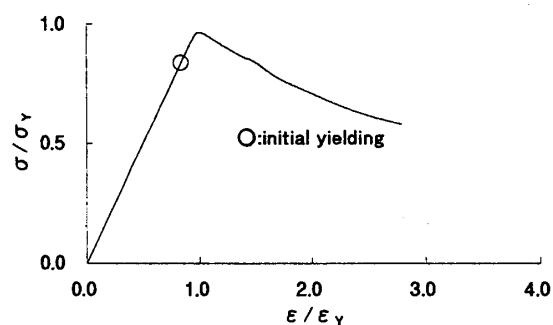
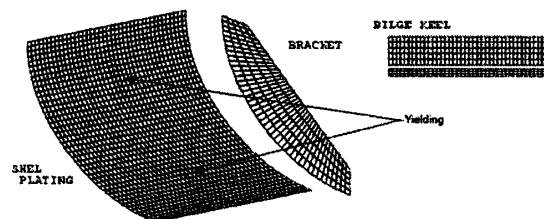
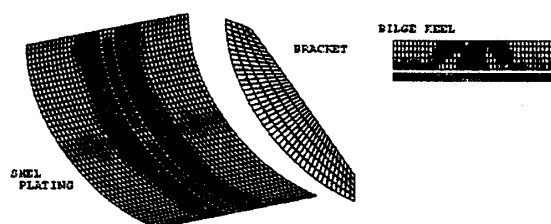


Fig.4 Average stress-average strain relationship
($R/t=180.0$)

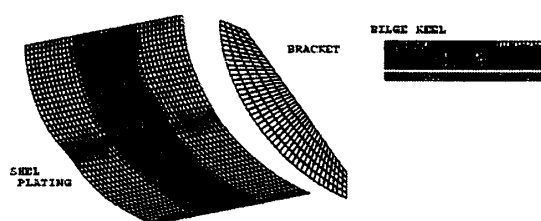


(a) Initial yielding

Fig.5 Yielded region of bilge plate ($R/t=180.0$)



(b) Ultimate strength

(c) $\epsilon / \epsilon_Y = 2.0$ Fig.5 Yielded region of bilge plate
($R/t=180.0$; continued)

2.3 設計諸因子の影響

ここでは、ビルジ部の座屈・塑性崩壊挙動に影響を与えると思われる3つの設計因子、半径/板厚比、降伏応力、長さ/半径比を取り上げ、これらを変化させて解析を行った。

2.3.1 半径/板厚比

ビルジ半径は一定 ($R=1,800\text{mm}$) とし、先の2例を加えて、板厚 (t) をつぎのように変化させて解析を行った。

$$t = 9, 10, 12, 14, 16, 18, 19.5, 24, 30 \text{ mm}$$

なお、この他の条件は Table 1 に同じである。

各ケースの解析から得られた平均応力～平均ひずみの関係を Fig.6 にまとめて示す。図中の曲線群は上に行くほど厚板 (R/t が小) の結果となっており、多少の近接は見られるものの、互いに交錯することはなかった。この結果から、半径/板厚比が大きくなるにつれて、すなわち薄板になるにしたがって、最終強度が低下すると同時に座屈の発生が早まり、さらに、最終強度後の耐力の低下も大きくなることがわかる。

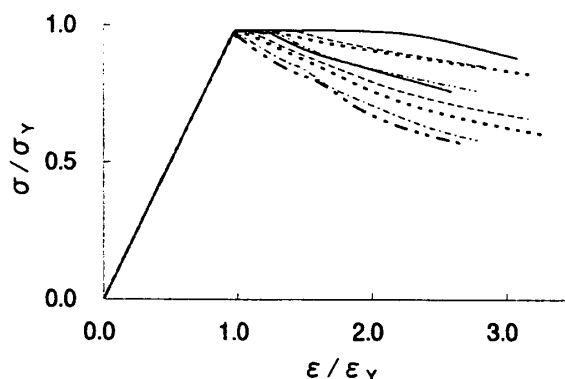


Fig.6 Average stress-average strain relationship

2.3.2 降伏応力

ここでは、降伏応力 (σ_Y) の影響を調査した。変化した降伏応力値を以下に示す。この他の条件は Table 1 に倣うが、板厚は 19.5mm としている。

$$\sigma_Y = 24, 28, 32, 36 \text{ kgf/mm}^2$$

解析結果を Fig.7 に示す。差は小さいが、降伏応力の高い材料を使用した場合のほうが、各降伏応力で無次元化して表示した最終強度は低下する傾向が見られる。一般に、降伏応力で無次元化した最終強度を整理するパラメータとして、 σ_E / σ_Y がある。ここで、 σ_E は弾性計算して求められる座屈応力で、 $(R/t)^2$ に反比例する。一方、 σ_Y は降伏応力を表す。従って、降伏応力が高くなることは、 σ_E / σ_Y の形で見ると R/t が大きくなることと等価であり、最終強度は低下することになる。

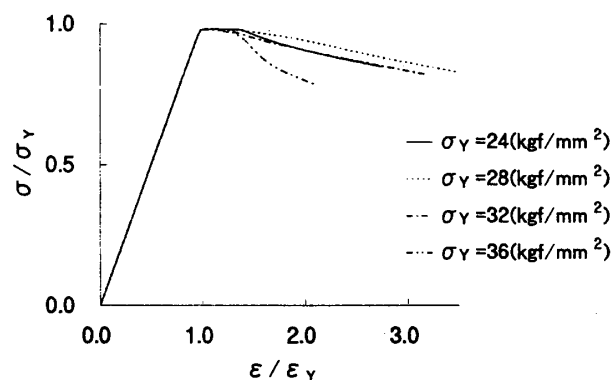


Fig.7 Average stress-average strain relationship

2.3.3 長さ/半径比

ビルジ部の長さ (L) をつぎの5種類に変化させて解析を行った。なお、 $2L=10,000 \text{ mm}$ のケースは、大型船などで見られる、ビルジブラケットを設置しない構造を念頭に置いたものである。

$$2L = 4000, 4500, 5000, 5500, 10000 \text{ mm}$$

平均応力と平均ひずみの関係を Fig.8 に示すが、この図から明らかなように、ビルジの長さ/半径比は最終強

度や座屈ひずみにはほとんど影響しないことがわかる。一方、座屈発生後の耐力低下には影響を及ぼしていることがわかる。すなわち、ビルジ部の長さ／半径比が大きくなるほど耐力低下が大きくなる。これは、長さが長くなると弾性的に除荷する領域が広がるためである。

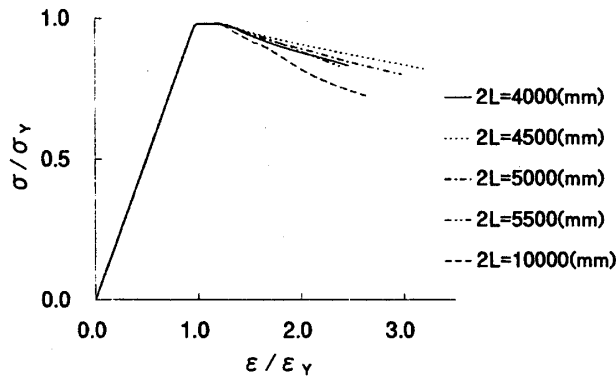


Fig.8 Average stress-average strain relationship

3. 船体ビルジ部の塑性・崩壊挙動の推定

前章にて、弾塑性大たわみ解析から船体ビルジ部の座屈・塑性崩壊挙動を明らかにした。さらに、座屈・塑性崩壊挙動に影響を与える諸因子についても調査した。船体ビルジ部の圧壊挙動は、有限要素法を直接適用することにより十分追跡することができるが、船体構造全体に対する有限要素法による解析は、一般には困難であり、そういった観点から Smith の方法に代表される簡易計算法が開発され、解析が行われている。そこで、このような簡易計算法に組み込むことを目的とし、一連の解析で得られた結果を基にして、船体ビルジ部の座屈・塑性崩壊挙動を平均応力～平均ひずみ関係によって再現する推定式を導いた。

3.1 平均応力～平均ひずみ関係を表す簡易算式

有限要素法による弾塑性大たわみ解析により得られた結果を見ると、軸圧縮荷重を受ける船体ビルジ部の平均応力～平均ひずみ関係は Fig.9 のような形で模式的に表すことができると思われる。

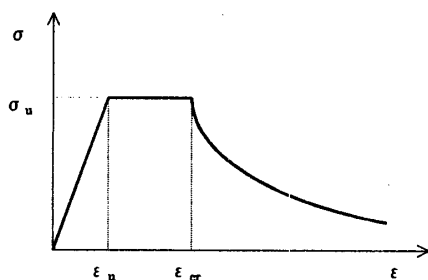


Fig.9 Schematic representation of average stress-average strain relationship

平均応力～平均ひずみ関係を、この形で表現するためには、最終強度の値 σ_u 、座屈ひずみの値 ε_{cr} および座屈後の耐力低下を表す曲線を、設計因子をパラメータとして用いて精度よく表す必要がある。以下にその詳細をそれぞれ述べる。

3.1.1 最終強度の推定

一連の有限要素法解析により得られた結果を見たとき、各設計因子の大小に関わらず、最終強度に達するまでは弾性として挙動すると仮定することが可能である。また、前章の結果から、最終強度 σ_u については、半径／板厚比および降伏応力の影響があると考えられる。種々試行錯誤的に簡易算式の導出を試み、最終的に式(2)で表される推定式を導いた。

$$\frac{\sigma_u}{\sigma_Y} = a \cdot \left(\frac{R}{t} - 40 \right)^2 + 0.983 \quad (2)$$

ただし、

$$a = -0.60 \left(\frac{\sigma_Y}{E} \right)^2 + 0.00046 \left(\frac{\sigma_Y}{E} \right) - 0.24 \times 10^{-6} \quad (3)$$

本推定式の精度を確認するために、式(2)を用いて計算される最終強度を、前章の弾塑性大たわみ解析で得られた最終強度の値と比較した。Fig.10 において、実線が式(2)による推定値、○印が有限要素法解析の結果である。両者は極めてよい一致を見せており、式(2)は精度のよい最終強度を与えることがわかる。

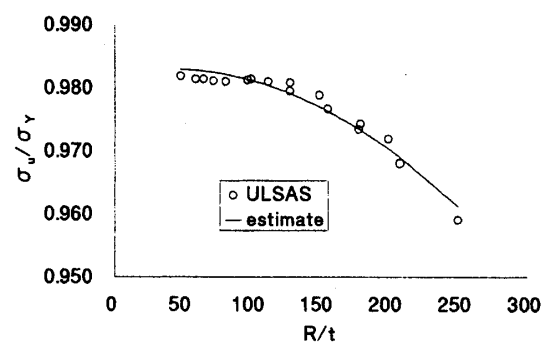


Fig.10 Ultimate strength ($\sigma_Y=24$)

3.1.2 座屈ひずみの推定

最終強度後は、その応力 σ_u を保ちつつ座屈ひずみに達すると見なせる。解析結果から考察すると、座屈ひずみの決定に関与する設計因子は、半径／板厚比が支配的で、このパラメータを含んだ式(4)の形で表すと、座屈ひずみ ε_{cr} を比較的精度よく求めることができる。

$$\frac{\varepsilon_{cr}}{\varepsilon_Y} = 45 \cdot \frac{t}{R} + 0.803 \quad (4)$$

3.1.3 座屈後の挙動の推定

座屈発生後の耐力低下については、半径／板厚比、降伏応力および長さ／半径比の影響を考慮しなければならない。そこで、それらの影響を考慮できるよう、面内圧縮荷重を受ける矩形板に対する剛塑性機構解析解⁴⁾を参考にして、次式を導いた。

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + B \cdot \frac{R}{L} \cdot \frac{t}{R} \cdot \frac{\sqrt{12(1-\nu^2)}}{\pi^2} \cdot \frac{16(1-\sigma^2)^2}{\sigma^2(1+15(1-\sigma^2))} \quad (5)$$

ただし、

$$\bar{\sigma} = \sigma / \sigma_Y$$

$$B = 21 \sqrt{\frac{t}{R}} - 0.615$$

3.2 有限要素法との比較・考察

前述のように最終強度、座屈ひずみ、耐力低下を推定する式を導いたが、精度については最終強度についてのみ示した。これは、最終的には3つの簡易算式で得られる平均応力～平均ひずみ関係が、有限要素法から得られた結果と総合的に一致するほうが、個々の精度よりも重要と思われたからである。3つの算式で推定した結果と有限要素法で得た結果とを比較した例を Fig.11 に示す。ここでは、実線が有限要素法の結果、点線が簡易算式による推定結果である。構築した本簡易推定式による最終強度後の耐力低下は、少し低めの評価となるが、比較的精度良く推定できていることが分かる。比較は有限要素法解析の結果のあるすべてケースについて行ったが、Fig.11 と同様の傾向が得られた。

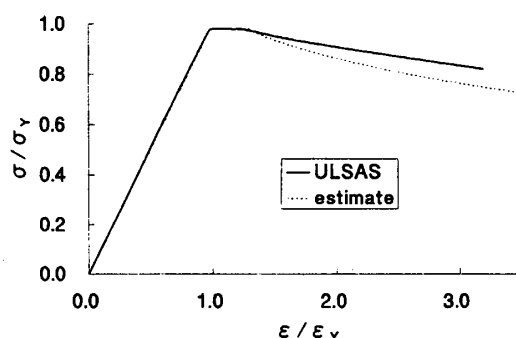


Fig.11 Average stress-average strain relationships

4. 船体縦曲げ最終強度

4.1 解析方法

解析には、縦曲げ逐次崩壊解析コード HULLST を使用した。本解析コードは、Smith の方法に従うが、各防撓材要素の平均応力～平均ひずみ関係は、Smith 自身は有限要素法による弾塑性大たわみ解析を実施してこれを求めたのに対し、解析解に基づく方法により導かれている³⁾。

本解析法では、まず、船体横断面を防撓材と板から成る小さな要素に分割する。つぎに、各要素の軸圧縮・引張荷重下での平均応力～平均ひずみ関係を求める。そして、各要素はこの応力～ひずみ関係に従って挙動するものと仮定して、横断面に曲率を増分的に与えて逐次崩壊解析を行う。

緒言で述べたように、Smith の方法を用いた逐次崩壊挙動では、ビルジ部などの円弧部は、座屈が発生しないハードコーナー要素として取り扱われている。ここでは、前章で構築されたビルジ部の挙動を表す簡易推定式を既存の船体縦曲げ崩壊解析コード HULLST に新たに導入して、船体ビルジ部の座屈・塑性崩壊挙動の精密化を図り、これが船体横断面の縦曲げ崩壊挙動に及ぼす影響について調べた。

4.2 解析の結果と考察

解析は、シングルハルタンカー、ダブルハルタンカー、バルクキャリアーおよびプロダクトキャリアーのそれぞれ数隻づつに対して行った。加える荷重は、ビルジ部の座屈が問題となるホギング荷重のみとした。ビルジ部については、今回新しく構築した平均応力～平均ひずみ関係を用いて解析したが、併せて従来通りハードコーナー要素として取り扱った解析も実施し、両者を比較した。なお、逐次崩壊解析の結果は、ダブルハルタンカーとバルクキャリアーについてのみ詳述する。

4.2.1 ダブルハルタンカー

Fig.12 と Fig.13 に、ダブルハルタンカーの横断面の逐次崩壊解析を行った結果を示す。Fig.12 のモーメント～曲率線図においては、実線がビルジ部をハードコーナー要素とした結果、点線は今回導いた平均応力～平均ひずみ関係を取り入れ、座屈の発生を考慮に入れた解析結果を示している。断面の応力分布および崩壊要素を示した Fig.13 は、最終強度到達時および最終強度後の耐力低下時（ $\phi=0.0006$ の時点）での結果を表している。図中の○印は部材が座屈崩壊した要素、△印は圧縮・引張側で降伏により崩壊した要素を示す。また Table 2 に最終強度の比較を示す。

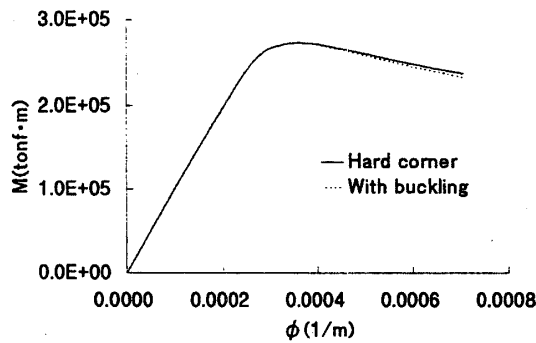


Fig.12 Bending moment-curvature relationship

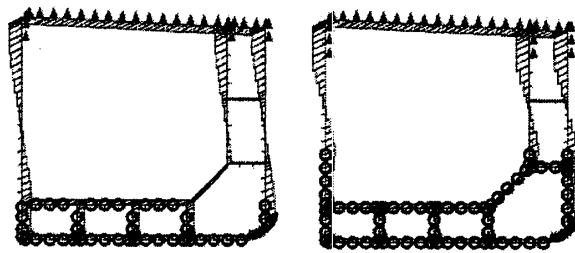
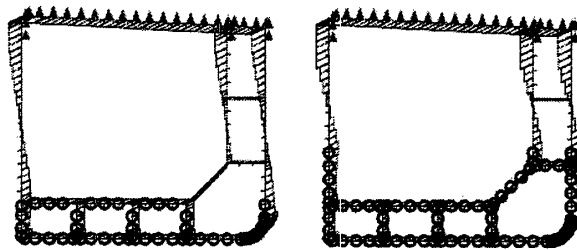

Ultimate strength $\phi=0.0006(1/m)$
(a) With hard corner elements

Ultimate strength $\phi=0.0006(1/m)$
(b) With proposed elements

Fig.13 Change in stress distribution during progressive collapse (Hogging condition)

Table 2 Ultimate hogging load (tonf · m)

Hard corner	273,237
With buckling	272,951

船体ビルジ部の座屈を考慮に入れて解析した結果を、ビルジ部をハードコーナー要素として扱う従来の方法による結果と比較すると、最終強度にはほとんど差はなかった。これは、断面が最終強度に達した時点ではビルジ部にまだ座屈が発生しておらず、結果的にはこの時点でハードコーナー要素と同じ耐力を有しているためである。しかしながら、最終強度に到達した後には、ビルジ部の座屈・塑性を厳密に考慮した場合には座屈が発生し、ハードコーナー要素を用いた従来の解析と比較すると

最終強度後の耐力の低下が少し大きくなっている。

4.2.2 バルクキャリアー

つぎに、バルクキャリアーの横断面に対して逐次崩壊解析を行った結果を、Fig.14 と Fig.15 に示す。前項と同様に、ビルジ部の座屈・塑性崩壊挙動が船体横断面の縦曲げ崩壊挙動に及ぼす影響を調べた。Table 3 に最終強度の比較を示す。

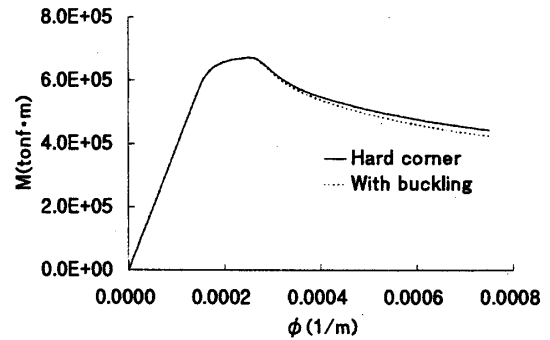


Fig.14 Bending moment-curvature relationship

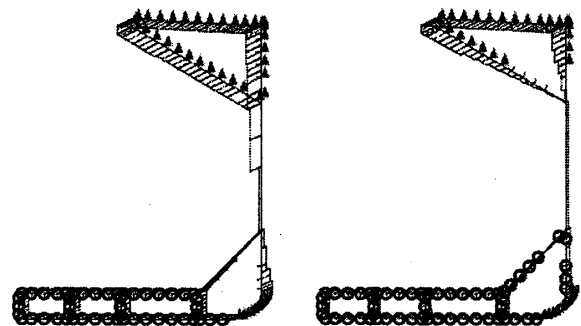
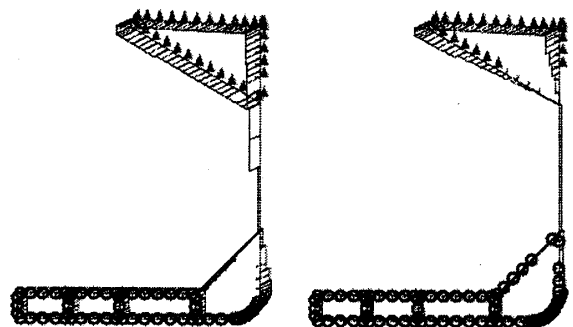

Ultimate strength $\phi=0.0006(1/m)$
(a) With hard corner elements

Ultimate strength $\phi=0.0006(1/m)$
(b) With proposed elements

Fig.15 Change in stress distribution during progressive collapse (Hogging condition)

Table 3 Ultimate hogging load (tonf · m)

Hard corner	671,104
With buckling	670,778

前項のダブルハルタンカーの場合と同様に、最終強度については、ハードコーナー要素を用いる場合との差はほとんどなく、最終強度後の耐力の低下については少し大きくなる。断面の応力分布および崩壊要素を示した図をみると、いずれの場合も船底部に座屈が発生した後は、船底部の剛性低下が著しいため、曲率の増加に伴い、中立軸が上方へ移動し、その結果、トップサイドタンク下部では除荷が発生し、一旦降伏していた要素が弾性に戻っている。

4.2.3 座屈を考慮した要素使用の効果

前述の2船種に加えて、シングルハルタンカー、プロダクトキャリアーについて同様の解析を実施して得られた最終強度を、Table 4 にまとめて示す。ここでは各船種それぞれ数隻について解析を行った結果の中で、ハードコーナー要素使用の場合と比べ、最終強度に最も差が見られた例を示している。

Table 4 Ultimate hogging load (tonf・m)

Ship type	Hard corner	With buckling	Differ. (%)
Single hull tanker	707,235	704,944	0.32
Double hull tanker	2,804,796	2,800,284	0.16
Bulk carrier	592,029	591,553	0.08
Product carrier	403,839	403,836	0.00

いずれの船種についても、最終強度については、ハードコーナー要素を用いる場合とビルジ部の座屈を厳密に考慮した場合の差はほとんど見られない。しかしながら、最終強度に達した後の耐力には、他の船種でも前2項の解析例で示した結果と同様に差が見られた。

5. 結 言

船体横断面の縦曲げに対する最終強度解析の精密化を目的として、従来座屈が発生しないとするハードコーナー要素として取り扱われてきたビルジ部の座屈・塑性崩壊挙動に着目し、弾塑性大たわみ解析によって、その挙動を明らかにした。また、一連の解析で得られた各設計因子の影響を整理し、ビルジ部の座屈・塑性崩壊挙動を軸荷重下での平均応力～平均ひずみの関係で表す簡易推定式を導いた。さらに、この関係を既存の船体逐次崩壊解析コード HULLST に組み込み、船体横断面の最

終強度解析を行った。本研究で得られた知見をまとめるとつぎのようになる。

- (1) 一般的な形状、寸法を有するビルジ部の構造では、弾性域での座屈は発生せず、最終強度に到達する。その後、塑性座屈が発生し、たわみの増加と共に耐力が低下していく。
- (2) ビルジ部の崩壊挙動には、ビルジ部の半径/板厚比、降伏応力、長さ/半径比が影響する。
- (3) 上記のようなビルジ部の挙動を考慮した逐次崩壊解析を実施したが、最終強度に関しては、従来のハードコーナー要素を用いた場合とほとんど差が見られず、通常の断面形状で最終強度を求めるだけであれば、ハードコーナー要素を用いた解析で十分である。
- (4) しかしながら、最終強度後の耐力低下にはビルジ部の座屈の影響が認められ、最終強度後の挙動を正確に再現するためには、本研究で示したようなビルジ部の座屈を考慮した解析が必要となる。

今回の研究では、ビルジ部に作用する水圧の影響を考慮しなかった。しかしながら、ビルジ部のような円弧状の外板に外面から水圧が作用したとき、面内の圧縮応力を生じ、これがビルジ部の座屈・塑性崩壊挙動に影響を与えることも考えられる。したがって、今後の課題として、その影響の度合いを検証する必要があるものと思われる。

なお、本研究の一部は著者の一人の修士論文⁹⁾として実施されたものである。

参 考 文 献

- 1) Yao, T. *et al.* : Report of Special Task Committee VI.2 Ultimate Hull Girder Strength, Proc. 14th ISSC, Vol.2, Nagasaki, Japan (2000), pp.321-391.
- 2) Smith, C.S. : Influence of Local Compressive Failure on Ultimate Longitudinal Strength of a Ship's Hull, Proc. Int. Symp. on PRADS, A-10, Tokyo, Japan (1977), pp.72-79.
- 3) Yao, T. and Nikolov, P.I.: Progressive Collapse Analysis of a Ship's Hull under Longitudinal Bending (2nd Report), 日本造船学会論文集, 第172号 (1992), pp.437-446.
- 4) 藤田 譲, 野本敏治, 仁保 治, 吉江淳彦: 組合せ荷重を受ける平板の最終強度 (第2報) - 圧縮と水圧荷重を受ける矩形板 -, 日本造船学会論文集, 第146号 (1979), pp.289-297.
- 5) 山口弘志: 縦曲げ崩壊解析法に関する研究 - 船体ビルジ部要素の開発 -, 大阪大学大学院工学研究科, 博士前期課程修了論文 (2001).