日本造船技術センターにおける具体的なCFD計算例（その1）

○　理論的背景

SRC News No.66号では、現在使用しているCFD関連のプログラムについて解説したが、本稿ではその理論的背景について簡単に述べる。

CFDでは、コンピュータで船体周りの流体現象をシミュレートするが、流体現象を記述する方程式を（パソコンで計算するために）離散化する必要がある。なお、乱流が発達する船体周りの流体現象はReynolds-averaged（レイノルズ平均）方程式で記述する事が多い。

○　NS方程式

NS方程式は式1のように記述される。この方程式をパソコンで解く、という事について簡単に説明する。

式1　NS方程式

$$\frac{\partial U_i}{\partial t}+U_j\frac{\partial U_i}{\partial x_j}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x_i}+\frac{\partial}{\partial x_j}\nu\frac{V_i}{\partial x_j}$$

(i=1,2,3で、それぞれ1がx、2がy、3がz方向である)

Uiは流速ベクトルの各成分、xiは位置ベクトルの各成分である。

NS方程式は、変数として流速U、圧力p、時間t、空間x、定数として密度ρ、動粘性係数νにより構成されていて、ある瞬間t_0の船体周りにおける流速や圧力が与えられていれば、ある時間t_0からdtだけ時間が経過した次の時刻t_0+dtにおける流速や圧力を計算する事ができる。この場合の船体周りにおける流速や圧力は、空間内の全ての点で定義されている必要がある。この計算を行う空間の範囲や点の数（格子分割数）は要求する計算精度とパソコンの能力を勘案して決定される。図－1に日本造船技術センターにおいて一般的にCFD計算を行う格子の様子を示す。なお、分かりやすくするために空間領域の端の格子のみ図に示したが、実際はこの境界に囲まれる範囲の空間上全てに計算点は分布している。

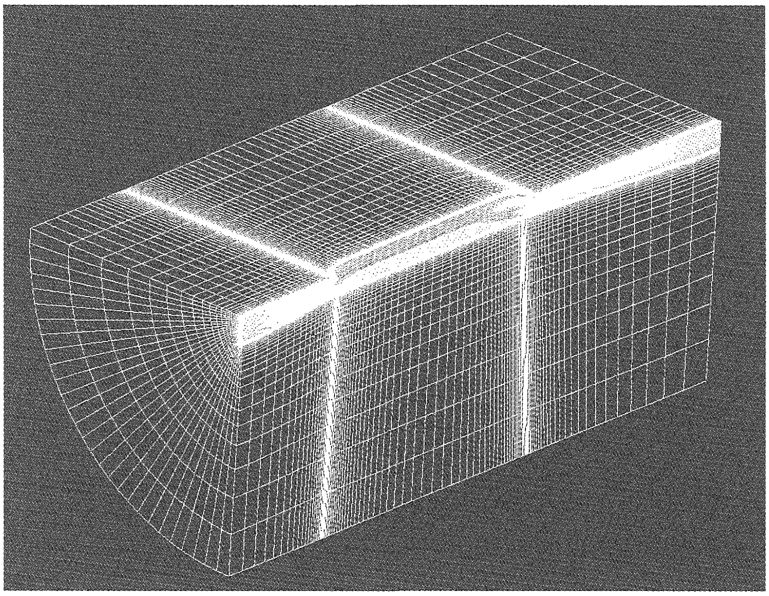


図1　計算格子

計算はある時刻t_0における流速、圧力を全ての格子点で与えて（初期流場を与えて）開始される。初期流場は例えば直進状態の場合は全ての格子点でU_1=U, U_2=0, U_3=0（Uは前進速度）を与える事が一般的である。初期流場から時々刻々と計算が進んで行くと流場の状態が徐々に収束してくるので十分に収束したと判断した段階で計算を止める事となる。

○　レイノルズ方程式

式2にレイノルズ方程式を示す。レイノルズ方程式は乱流、つまり乱れた流れの速度を平均的な成分と変動成分に分けてNS方程式に代入して平均をとった場合（レイノルズ平均化）、変動成分の二次の項がレイノルズ応力項として残り、NS方程式に付加される形式となっている。

$Ui=\overline{Ui}+ui$, $P=\overline{P}+P'$,

ただし、ui、P'は変動成分

とし、式1に代入して時間平均をとると変動成分の一次項は消えて二次項が残り、式2が得られる。

レイノルズ応力項は9つ（流れの等方性を仮定すれば6つ）の成分があるが、ブシネの渦動粘性の仮説を採用する事で渦動粘性係数ν_tとして1つの成分を表現する事が出来る。この場合のレイノルズ方程式は式3にように記述される。NS方程式との違いはν_tが新たに変数（定数ではないので注意）として組み込まれている。このν_tは乱流モデルにより計算される事となる。

式2　レイノルズ方程式

$$\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial t}+\overline{U}_j\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_i}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i}+\left[\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\nu\frac{\overline{U}_i}{\partial x_i}-\overline{u_i u_j}\right)\right]$$

式3　レイノルズ方程式（渦動粘性係数）

$$\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial t}+\overline{U}_j\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i}+\frac{\partial}{\partial x_j}(\nu+\nu t)\frac{\overline{U}_i}{\partial x_j}$$

なお、乱流現象を精度よく式1から直接計算するにはパソコンの能力が不足しているので、ブシネの仮説によりν_tの形で乱流の影響を評価するレイノルズ方程式を計算しているのが現状である。

日本造船技術センターで使用しているCFDプログラムであるNICE, NEPTUNE, SURFはいずれも式3のレイノルズ方程式を数値的に解いて船体周囲流場のシミュレーションを行っている。

○　乱流モデル

各CFDプログラムで使われている乱流モデルは次の通り。

NICE・・・
- Baldwin-Lomax（BL）モデル、
- SR222修正BLモデル

NEPTUNE・・
- BLモデル、SR222修正BLモデル、
- Spalart-Allmaras(SA)モデル、
- 修正SAモデル

SURF・・・
- SAモデル、修正SAモデル

これらの内、BLモデル、SR222修正BLモデルは0（ゼロ）方程式モデルに、SAモデルと修正SAモデルは1方程式モデルに分類される。それぞれのモデルについて簡単に述べると、

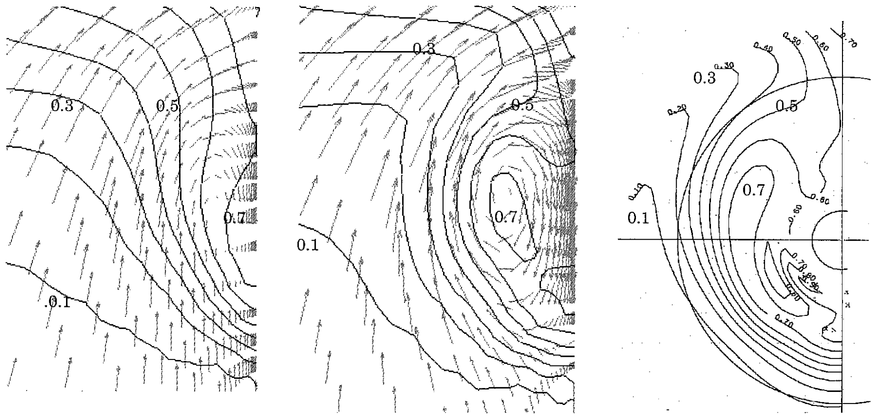
1）ゼロ方程式モデル

ゼロ方程式モデルは、物体（船体表面）からの距離の関数で、乱流の速度スケールと距離スケールを与えてνtを計算する方法である。補助微分方程式を解く必要がないので、ゼロ方程式モデルと呼ばれている。このモデルは航空業界を中心に造船業界のみならず幅広く使われているが平板や翼面上の流れはよく計算できても、船尾流れのように肥った物体の後方の流れはうまく計算出来ない。そこで日本造船研究協会（現日本船舶技術研究協会）の第222研究部会により肥大船の船尾流れを上手く計算できるような修正を人為的に加えるSR222修正乱流モデルが提案された。このモデルはBLモデルに圧力勾配と縦渦の影響を組み込み肥大船の船尾伴流をある程度計算できるモデルとなっている。BLモデルによるν_tの計算式を式4に示す。図－2に計算と計測結果の1例を示す、

式4　BLモデル

（境界層内層）$\nu t = l^2 \cdot |w|$

（境界層外層）$\nu t = K \cdot Cpp \cdot F_{WAKE} \cdot F_{KLEB}(n)$



BLモデル　　SR222修正BLモデル　　水槽試験

図－2　伴流の比較

2）1方程式モデル

1方程式モデルは、乱流の距離スケールは物体からの距離で与え、速度スケールは乱流のエネルギ方程式を解いて与える方法である。その為、補助微分方程式を1つ解く必要があるので1方程式モデルと呼ばれている。従ってSAモデルはBLモデルより物理的にはより厳密であるが、肥大船の船尾流れを上手く計算できず、BLモデルと同様に修正SAモデルが提案されている。

SAモデルによるν_tの計算式を式5に示す。

式5　SAモデル

$\nu t = \tilde{\nu} f_{v1}(\tilde{\nu})$ であり、$\tilde{\nu}$ は以下の方程式により計算される。

$$\frac{D\tilde{\nu}}{Dt} = C_{b1}(1-f_{t2})\tilde{S}\tilde{\nu} - \left[C_{w1fw} - \frac{C_{b1}}{k^2} f_{t2}\right]\left[\frac{\nu}{d}\right]^2 + \frac{1}{\rho}\left[\nabla\cdot((\nu+\tilde{\nu})\nabla\tilde{\nu}) + C_{b2}(\nabla\tilde{\nu})^2\right] + f_{t1},\Delta U$$

3）2方程式モデル

2方程式モデルは、乱流の速度スケールと距離スケール両方を微分法定式により計算する方法である。k-εモデルやk-ωモデルが良く知られており、造船分野に限らず広く一般に利用されている。kやεの輸送方程式を解き、ν_tを計算する。この計算式を式6に示す。

式6　k-εモデル

$$\frac{\partial k}{\partial t} + U_i \frac{\partial k}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\frac{\nu_t}{\sigma_k}\frac{\partial k}{\partial x_j}\right) + \nu_t\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_i}{\partial x_i}\right)\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \beta g_i \frac{\nu_t}{\sigma_t}\frac{\partial \phi}{\partial x_i} - c_D \frac{k^{3/2}}{L}$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + U_i \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\frac{\nu_t}{\rho_\varepsilon}\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i}\right) + c_{1\varepsilon}\frac{\varepsilon}{k}(P + c_{3\varepsilon}G) - c_{2\varepsilon}\frac{\varepsilon^2}{k}$$

4）レイノルズ応力モデル

レイノルズ応力モデルはブシネの渦動粘性係数の仮定を用いずに6つのレイノルズ応力成分をそれぞれ移流拡散方程式でモデル化するが、方程式中にモデル化が必要な項が非常に多いのが特徴である。この計算式を式7に示す。

式7

$$D\overline{u_i u_j}/Dt = D_{ij} + P_{ij} + \phi_{ij} - \varepsilon_{ij}$$

ここで右辺の各成分は次のように書かれる

$$D_{ij} = -\partial\left[\overline{u_i u_j u_k} - \nu\partial\overline{u_i u_j}/\partial x_k + \overline{p(u_j\delta_{ik} + u_i\delta_{jk})}/\rho\right]/\partial x_k$$

$$P_{ij} = -\left[\overline{u_j u_k}(\partial u_i/\partial x_k) + \overline{u_i u_k}(\partial u_j/\partial x_k)\right]$$

$$\phi_{ij} = \overline{p(\partial u_i/\partial x_j + \partial u_j/\partial x_i)}/\rho$$

$$\varepsilon_{ij} = 2\nu\overline{(\partial u_i/\partial x_j)(\partial u_j/\partial x_i)}$$