地形　第24巻第4号
379-396頁　(2003)

JGU Transactions, Japanese Geomorphological Union
24-4, p. 379-396 (2003)

土砂移動の確率モデルと地形変化のグリーン関数

平野昌繁*

Probability Model of Mass Transport and Green's Function of Landform Change

Masashige HIRANO *

Abstract

Any kind of down-slope movement of earth material brings landform change, and transportation from the source and diffusion (scattering) of the debris are essential features of the movement. Debris thickness is often approximated by a normal distribution with σ and μ . It is possible to introduce Green's function with the transport distance $\mu = bt$ and with the degree of scattering given by $\sigma = \sqrt{2at}$ for unit mass from the point source at $x = \xi$. The function is a singular solution of the landform equation with subduing coefficient a and recessional coefficient b.

Normal distribution is an approximation by continuous function to binomial distribution resulted from n-trials with the probability p to move over unit distance Δx of dislocation. Binomial distribution as a probability model shows accumulation range over finite distance unlike the normal distribution extending infinitely. The parameters included in the probability model were determined for debris distributions by the gigantic landslides at Mt. Ontake in 1984 and Mt. St. Helens in 1980 where debris thicknesses are known, assuming reasonably that $p = 0.5$. Unit dislocation Δx is larger at Mt. St. Helens than in Mt. Ontake presumably affected by the length of straight channel segment in which debris flowed down.

Statistical point of view on frequency and magnitude of landslides is necessary to evaluate the coefficients in geologic time scale. Dependence of the coefficient of equivalent friction on debris volume concerns the parameters contained in the probability model. It is possible to explain the dependence under the assumption that terminal point of debris is situated at $\mu + k\sigma$, and that the angle referring the head from the center of debris is constant.

Investigation on more cases is appreciated to overcome some problems which are still open in the present investigation.

Key words: *mass transport, probability model, Green's function, gigantic landslide, coefficient of equivalent friction*

2003年3月24日受付，2003年6月16日再投稿，2003年6月16日受理

* 大阪市立大学文学部地理学教室（現：大阪市立大学　大学院理学研究科客員教授）558-8585；大阪市住吉区杉本
* Geogr. Dept., Osaka City Univ., Sugimoto, Sumiyosi-ku, Osaka 558-8585, Japan

1. はじめに

地形変化は，地表物質の移動によっておこる．とくに地滑りや斜面崩壊に代表される急速なマスムーブメントを例として考えると，土砂は供給源から物質が一定距離移動し，一定程度分散（拡散）しつつ堆積して地形変化をもたらす．従って崩土の厚さ分布を，平均移動距離が平均値μであり，分散の程度が標準偏差σであるような，正規分布で近似することができる．とくに大規模なものでは，崩土の堆積分布状況にもとづいてこれらのパラメータの値を知ることができる．

このような特徴をもつ土砂移動現象に対して，土砂移動のグリーン関数（Hirano, 2001）という数学的な視点から考察を試みることが可能である．グリーン関数はポテンシャル論において重要で，本来はラプラス（楕円型）方程式に対して一定の境界条件のもとで単位荷重がもたらす効果を定義する．しかしそれは，ラプラス方程式以外の偏微分方程式にも適用できる（Carslaw and Jaeger, 1959）．したがって，地表のある一点に存在する単位土砂について，それの移動現象に対応して生じる地形変化のグリーン関数を考えることができる．いいかえれば，土砂移動による地形変化の問題は，標高ポテンシャル場における単元となる基本的な土砂移動の特性の解明であり，それが特定の条件下における種々のプロセスごとに異なるということである．

このような考えにもとづいて地形変化をもたらす土砂移動現象を対象とし，そのグリーン関数について考察を加え，それに対応する地形変化を記述する偏微分方程式について考える．この問題は，土砂移動の確率モデルに関連し，それはマスムーブメントにおける等価摩擦係数にも関係する．特に大規模な崩壊現象に対しては，これらのモデルにおけるパラメータの決定が可能である．この点について，セントヘレンズ火山と御岳崩れの場合を事例として考察する．

本稿の内容は，2001年8月の東京（中央大学）におけるIGUおよび2002年3月の東京（法政大学）におけるJGUにおいて発表した．

2. 土砂移動のグリーン関数

土砂移動現象は，ある一点に存在する単位量の土砂に注目した場合，それが一定距離だけ移動しつつ一定量だけ拡散（分散）する現象である．したがって崩壊源（$x=0$）における移動土砂量（荷重）をD_*とし，移動距離をμで，拡散の程度をσで，それぞれあらわすと，崩土の厚さ分布は正規分布，

$$N(\mu,\sigma)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\}, \tag{1}$$

に重みD_*を掛けて，

$$D(x)=\frac{D_*}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\} \tag{1'}$$

で近似できるであろう（Fig. 1）．ここで，移動に要した時間tを導入して

$$\sqrt{2at}=\sigma,\quad bt=\mu \tag{2a, b}$$

とすると，（1'）は

$$D(x)=\frac{D_*}{2\sqrt{a\pi t}}\exp\{-\frac{(x-bt)^2}{4at}\} \tag{3}$$

となる．ここでbは移動速度，aは拡散速度で，それぞれはL^1T^{-1}とL^2T^{-1}の次元を持つ．いうまでもなくこれは単純化された1次元断面モデルで，移動方向であるx軸と直交するy方向にも拡散がおこるときは，（3）の中の$(x-bt)^2$を例えば$(x-bt)^2+y^2$で置き換える必要がある．

任意地点ξにある単位点源（$D_*=1$）に対しては，関数

$$u_*=\frac{1}{2\sqrt{a\pi t}}\exp\{-\frac{(x-bt-\xi)^2}{4at}\} \tag{4}$$

を考えることにより，土砂移動現象の本質的特徴をあらわすことができる．ここでは1次元の場合に$x=\xi$にある単位量の物質が時間tののちに示す分布が（4）で表現されていて，$\xi=0$とすれば重みD_*が1であることを考慮することで，これは（3）に一致する．この（4）は無限遠方での境界条件がゼロである広義のグリーン関数である．ただし，極めて短い時間でおこる現在の土砂移動現象と長期的な地形変化では，同じグリーン関数を

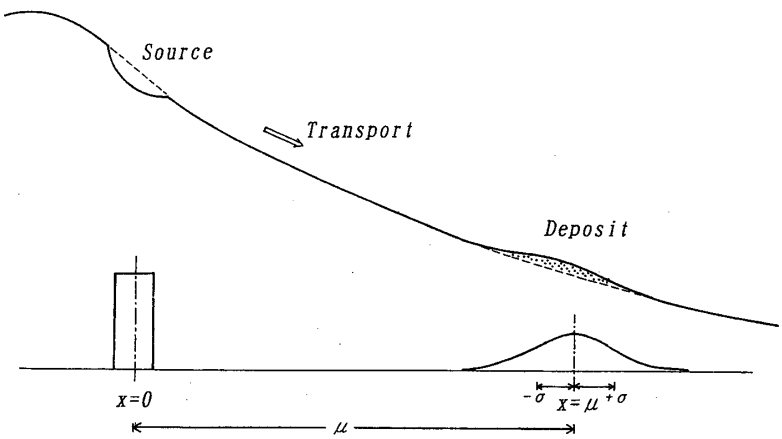

Fig. 1. Schematic presentation of essential feature of mass transport. Debris thickness distribution is approximated by a normal distribution, where the transport distance is given by $\mu = bt$, and the degree of scattering (diffusion) by $\sigma = \sqrt{2at}$.

もつとしても係数aおよびbで示される移動および拡散の速度が全く異なると考えられる．このことは，のちに改めてふれる係数の評価の問題に関わる．

3．地形方程式との関係

このような本質的特長をもつグリーン関数に対応する偏微分方程式について考える．熱伝導方程式または拡散方程式との比較で考えると，関数

$$v_*=\frac{1}{2\sqrt{a\pi t}}\exp\{-\frac{(x-\xi)^2}{4at}\} \tag{5}$$

は熱伝導方程式または拡散方程式

$$\frac{\partial v}{\partial t}=a\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \tag{6}$$

に対する広義のグリーン関数であり，それは無限媒体に対する1次元の場合の点源（point source）の効果を与える．式（6）はCulling（1960）によって地形変化の説明に用いられた．

この式に対して

$$v=u\exp\{\alpha t+\beta x\};\quad \alpha=\frac{b^2}{4a},\quad \beta=\frac{-b}{2a}, \tag{7a, b, c}$$

として変数変換すれば，（6）は

$$\frac{\partial u}{\partial t}=a\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-b\frac{\partial u}{\partial x}, \tag{8}$$

となる．一方，（5）においてxを$x-bt$で置き換えるとただちに（4）が得られる．あるいは逆に，（4）において$b=0$としたものが（5）である．すなわち，式（4）は（8）に対応する広義のグリーン関数であり，（8）は地形方程式（Hirano，1968）そのものである．地形方程式の立場からは，式（8）は単元となる土砂移動現象の総合的な効果による地形変化（スカラー・ポテンシャルである高度uの変化）の速さが曲率と勾配に比例することを表わす．

実際の地形においては，x軸上において$x=-\infty$から$x=+\infty$まで質量が連続的に分布し，その分布が$t=0$において初期条件$f(x)$によって与えられる．したがって，その場合の標高uの変化は，積分

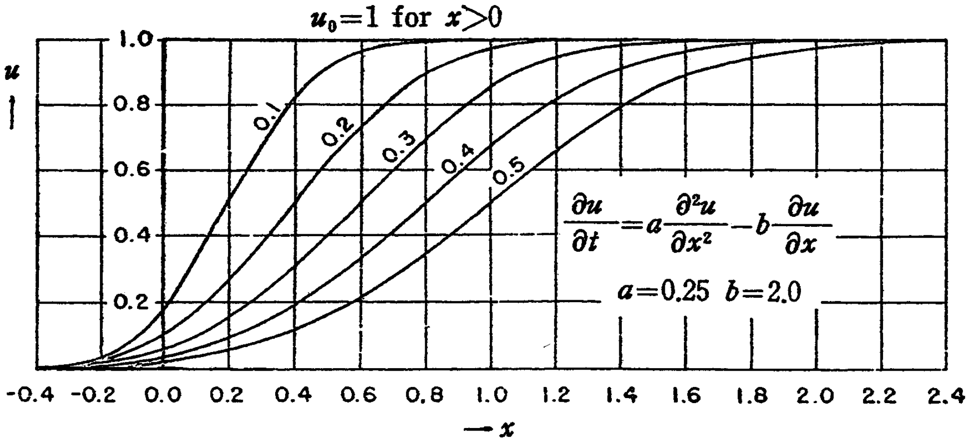

Fig. 2. Fundamental solution of the landform equation, where the successive retreat and subduing of a vertical cliff with time have been shown. Numerals by the curves give time after the initial instantaneous uplift.

$$u(x,t)=\frac{1}{2\sqrt{a\pi t}}\int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi)\exp\{-\frac{(x-bt-\xi)^2}{4at}\}d\xi. \qquad (9)$$

で与えられ，これが任意の時間における標高uの分布を与える解となる．すなわち（8）の一般解が（9）である．あるいは（8）に対しては，それを有限区間にあてはめて境界条件を導入することができるし（Hirano，1975），次元の拡張や定常解を求めることもできる（Hirano，1976）．

とくに$x=0$に存在する比高u_0の垂直な崖に対して（9）は

$$u(x,t)=\frac{u_0}{2\sqrt{a\pi t}}\int_{0}^{+\infty} \exp\{-\frac{(x-bt-\xi)^2}{4at}\}d\xi. \qquad (9')$$

となるが，この解は垂直な崖の後退と従順化を示す（Fig. 2）．誤差関数を用いて（9'）は

$$\frac{u(x,t)}{u_0}=\frac{1}{2}\{1+\mathrm{erf}\frac{x-bt}{2\sqrt{at}}\} \qquad (9'')$$

となるが，確率方眼紙上では比高u/u_0がFig. 3に示すように直線で示され，$\mu=bt$と$\sigma=\sqrt{2at}$を求めることができる．

4．二項分布モデルとの対応

ここで分布状態に関して生じるひとつの問題は，崩土の厚さ分布を正規分布（1）あるいは（1'），またはこれらと同等の（3）で近似した場合，土砂の分布が$-\infty$から$+\infty$に亘るという点である．現実に発生した土砂移動現象による崩土は，崩壊源から常に下方に

有限の範囲にわたって分布するので，これはひとつの矛盾点となる．もう一つの注目すべき点は，(2a，b）に示されるように，移動量および拡散量と（8）に含まれる係数a，bの間に一定の対応関係があることである．すなわち，(2a，b）から時間tを消去すると，

$$\frac{\sigma^2}{\mu}=\frac{2a}{b} \tag{10}$$

となる．

とくに移動後の土砂の分布範囲が$-\infty$から$+\infty$に亘るという問題は，正規分布が二項分布の連続関数による近似であると考えることで克服できる．Hirano（2003）が議論しているように，点$x=0$に存在する単位荷重が，移動確率pでnステップだけ移動するとき，単位ステップに対応する移動距離をΔxとして，それが地点$x=r\ \Delta x$に存在する確率は，二項分布

$$P(n,r)={}_nC_r p^r(1-p)^{n-r}, \tag{11}$$

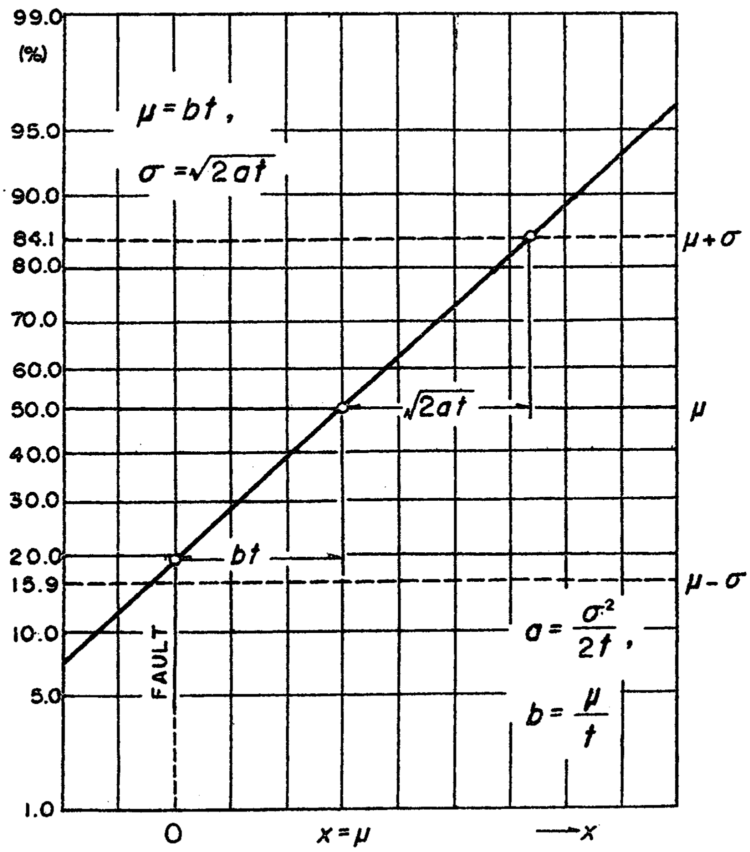

Fig. 3. Fundamental solution of landform equation shown on probability paper. It is possible here to obtain $\mu = bt$ and $\sigma = \sqrt{2at}$ based on the distances from the original position of such vertical cliff as fault scarp.

で与えられる．ここで $\Sigma P(n,r)=1.0$ である．崩壊源における崩土の体積（断面では比高）を D_* とすれば，崩土の厚さは

$$D(x)=D_*P(n,r)=D_{*n}C_r p^r(1-p)^{n-r}, \qquad x=r\Delta x \tag{3'}$$

で与えられる．

とくに $p=0.5$ であるとき，

$$P_*(n,r)={}_nC_r p^n, \tag{11'}$$

で分布は対称的となる．移動確率 p の値が0.5と著しく異なって小さいときには，崩土の分布は非対称となるが，それをポアソン分布

$$P_p(n,r)=\frac{e^{-np}(np)^r}{r!} \tag{11''}$$

で近似することが可能である．また p の大きな値に対しては，式（11"）の P_p (n,r) に対して p を q （$=1-p$） で，r を $n-r$ で，それぞれ置き換えて p を評価すればよい．崩土の厚さ分布が著しく対称性を欠く場合には p の評価にこの手法が必要となる．さらに極端な場合として $p\fallingdotseq 0$ であれば，崩土はほとんど動かず元位置にとどまり，恐らく斜面に割れ目が生じる程度の地形変化にとどまるであろう．また $p\fallingdotseq 1$ の場合としては，例えば落石において落下したブロックがほとんど壊れることなく遠方に達する状況を考えればよい．このように確率モデルにもとづけば，土砂移動現象の特性を p，n，Δx という従来と異なるパラメータで定量的に記述できる。

正規分布における平均値 μ と標準偏差 σ にあたる量は，二項分布においては（11）に対する単位移動距離 Δx を考慮に入れて，

$$\mu=np\Delta x, \quad \sigma=\sqrt{np(1-p)}\Delta x \tag{12 a, b}$$

となる．np と $\sqrt{np(1-p)}$ の関係はFig. 4に示す通りで，μ が大きくなると σ も大きくなる．

二項分布モデルにおいて μ と σ の関係は，(12 a，b) から導かれる

$$\frac{\sigma^2}{\mu}=(1-p)\Delta x \tag{12 c}$$

で与えられ，これは（10）に対応している．正規分布で近似出来る崩土分布が本来は二項分布に従うものであるならば，このような μ と σ の関係が現実に生じるであろう．一般に，遠くまで運搬されるほど崩土は拡散する．現実の土砂移動現象においてこの関係が成り立っているかどうかは，二項分布モデルの妥当性を検証するためのひとつの重要点となる．

崩壊源に連続的に分布する土塊については，地点 $x=\xi$ において重み $f(\xi)$ が与えられていると考えれば良い．それの効果をたしあわせると，崩土の分布は

$$Q(n,x)=\sum_{\xi} f(\xi)\ {}_nC_r p^r(1-p)^{n-r}, \quad r=(x-\xi)/\Delta x \tag{13 a, b}$$

で与えられる．したがって，二項分布を正規分布で近似してそれを積分形であらわすと，（9）に相当する

$$Q(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi)\exp\{-\frac{(x-\xi-\mu)^2}{2\sigma^2}\}d\xi, \tag{14}$$

が成り立つ．ただしここで，総ステップ数nが崩壊源の位置ξのわずかな差に依存する可能性については，それが崩土の分布から検出できる程度のものであるかどうかを含め，今後の課題として残る．また，連続的分布を示す崩壊源の非対称性が崩土分布に与える影響についても若干の配慮は必要となる．

解析的なモデルと確率的なモデルに関するまとめとして，崩壊源から下方の有限区間にわたる実際の崩土の分布に対しては確率モデルとしての二項分布がより現実的となり得ることが指摘できる．それを解析的にとらえ，地形変化を記述する偏微分方程式と対応づけるためには，変域が$-\infty$から$+\infty$にわたる特異点を持たない近似的な分布関数として正規分布を考え，それと同等のものを土砂移動に対応する広義のグリーン関数として導入すればよいことになる．

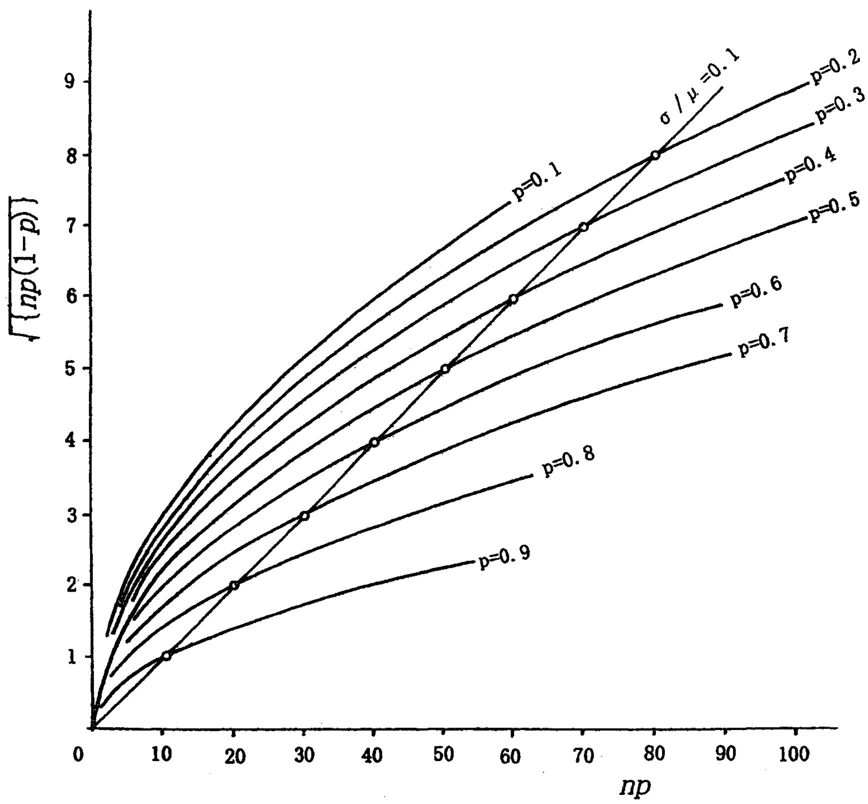

Fig. 4. Relationship between $np=\mu/\Delta x$ and $\sqrt{np(1-p)}=\sigma/\Delta x$ in binomial distribution. Numerals beside curves give the probability p.

5．巨大崩壊への適用

このようなグリーン関数の考えは，現在において発生する個別的な土砂移動現象に適用することができる．ここでは二項分布モデルとの比較という観点から，移動土砂の堆積状態がよく知られているセントヘレンズ火山の岩屑なだれ（1980年発生）と御岳崩れ（1984年発生）という2つの事例にあてはめる．いずれの場合にも崩土は主に谷の中を流下し，1次元の場合でほぼ近似できると考えられ，正規分布で近似できるピークが複数認められる．またいずれにおいても，流路の地形の3次元性や屈曲など運動あるいはエネルギーに関して問題点があるが，それらについては今後の課題としここでは近似的な議論を行う．

5.1. 御岳崩れ

御岳崩れに伴う土砂移動による河床の変動について，Fig. 5のAに上流部（奥田ほか，1985）を，Bに下流部（Hirano, 2003）を，それぞれ示す．ただし，上流部は空中写真測量により，下流部は1/25,000地形図からの図上計測による．これにもとづいて崩土の堆積状況を検討すると，正規分布で近似できる2つのピークがある．Fig. 5Aの上流部の伝上川については $\sigma = 0.5$ km，$\mu = 7$ km，$D_* = 65$ m で，下流部（王滝川）については $\sigma = 1.0$ km，$\mu = 10$ km，$D_* = 100$ m で，それぞれを近似できる（Table 1）．崩土の移動に要した時間は $t = 266.2 \sim 355.3$ sec であるので（奥田ほか，1985），$a = \sigma^2/2t = 469.9 \sim 351.8\ \mathrm{m^2/sec} = 1.48 \sim 1.11 \times 10^{10}\ \mathrm{m^2/year}$，$b = \mu/t = 26.3 \sim 19.7\ \mathrm{m/sec} = 8.3 \sim 6.22 \times 10^8\ \mathrm{m/year}$ となる．ただし流下経路には柳ケ瀬の合流点のやや上流など流路の狭窄部があって，下流部のピークについては崩土が松越の本川合流点で流下方向を変えたのち王滝川に沿って分布し，この合流点をまたぐかたちで分布の中心は王滝川の流路中にある．

5.2. セントヘレンズ

もう一つの例として，セントヘレンズ火山の噴火に伴う岩屑なだれについて，Voight *et al.*（1981）にもとづいて崩落物質の厚さ分布を求めるとFig. 6となる．崩土の厚さ分布は

Table 1. Estimated parameters for Ontake and St. Helens in relation to probability model with $p = 0.5$.

Case		μ	σ	D_*	σ/μ	r_* ($= np$)	Δx
Ontake	U	7 km	0.5 km	65 m	0.071	98	0.071 km
	D	10 km	1.0 km	100 m	0.10	50	0.20 km
St. Helens	1	(7.4 km)	(1.0 km)	(140 km)	(0.14)	(28)	(1.13 km)
	2	13.4 km	2.2 km	500 m	0.164	19	0.35 km
	3	19.7 km	2.8 km	560 m	0.142	25	0.39 km

3つのピークを示すが，下流部および中流部の正規分布で近似できる2つのピークに対して，$\mu_3 = 19.7$ km，$\sigma_3 = 2.8$ km，$D_{*3} = 0.56$ km および $\mu_2 = 13.4$ km，$\sigma_2 = 2.2$ km，$D_{*2} = 0.50$ km となる（Table 1）．

最上流部の崩壊源に近い崩土の分布に対しては，単一の正規分布による近似は不可能で，連続的に分布する質量から導かれる分布を考える必要がある．とくに $\mu = 0$ の場合（$b = 0$ とした場合），$-x_0 < x < x_0$ に分布する深さ D_0 の崩壊源に対応する相対的な拡散の程度は

$$D(x) = \frac{D_0}{2}\left(\operatorname{erf}\frac{x + x_0}{\sigma\sqrt{2}} - \operatorname{erf}\frac{x - x_0}{\sigma\sqrt{2}}\right) \tag{15}$$

で与えられる（Fig. 7）．したがって D_0, x_0, σ をこれから決め，μ は分布の中心から別途

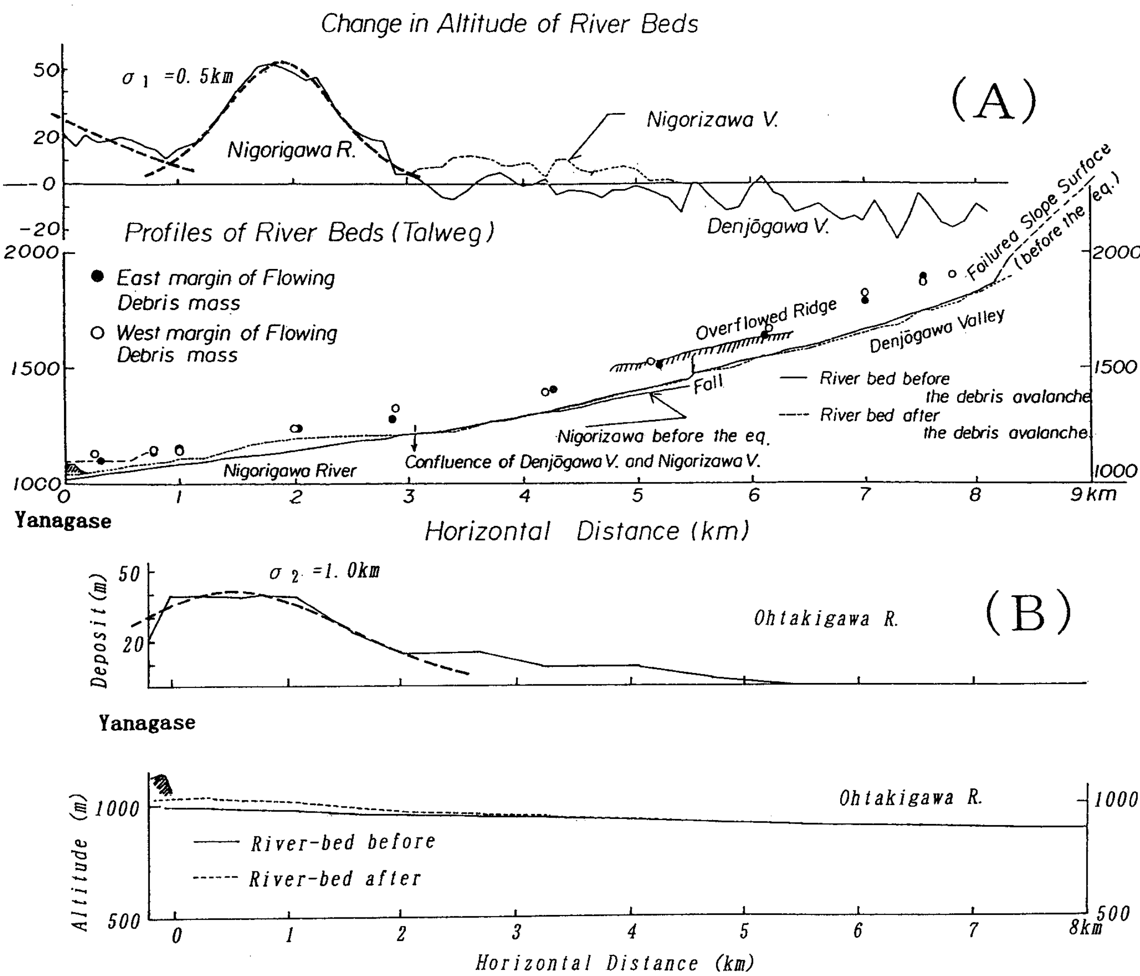

Fig. 5. Distribution of the debris thickness by the 1984 Ontake landslide, where A for upstream portion was simplified after Okuda *et al.* (1985), and B for downstream portion by morphometry from 1/25000 topographic maps. Debris thickness is approximated by normal distributions shown by broken lines.

定めると，$x_0 = 3.2$ km，$D_0 = 140$ m で，$\mu_1 = 7.4$ km，$\sigma_1 = 1.0$ km となる．崩壊源の長さに相当する $2x_0 = 6.4$ km は少し大きすぎるし，崩土は火山体直下の尾根にぶつかって流下経路はこの部分で大きく屈曲しているという問題がある．

5.3. パラメータの評価

二項分布モデルにおいては，パラメータは p，Δx，n である．その結果として生じる崩土の分布から σ と μ が定まるが，モデルを定義する3つのパラメータは σ と μ だけからは決まらない．しかし，崩土の分布に対する σ と μ の比

$$\frac{\sigma}{\mu} = \frac{\sqrt{np(1-p)}}{np} \tag{16}$$

は Δx に関係なく定まる．したがって，$\sqrt{np(1-p)}$ と np の関係を示す図の上に μ と σ の比に対応した傾きを示す直線をプロットすることにより，p が与えられていればそれに対応する曲線との交点から np の値を決めることができる（Fig. 4）．ここで p は崩土の最大到達距離 L と平均値 μ から $p = \mu/L$ として原理的には定まる．とくに御岳崩れの場合，空中写

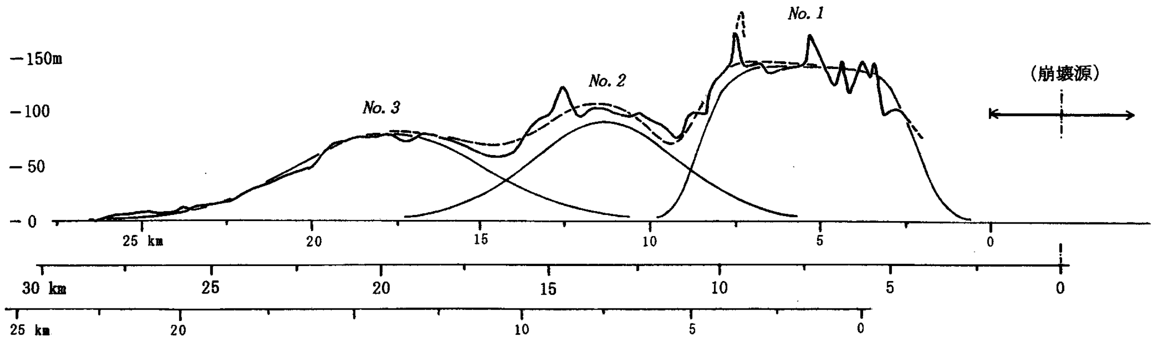

Fig. 6. Distribution of the debris thickness by the 1980 Mt. St. Helens rock avalanche composed after Voight *et al.* (1981). Debris thickness is approximated by normal distributions and analogous distribution.

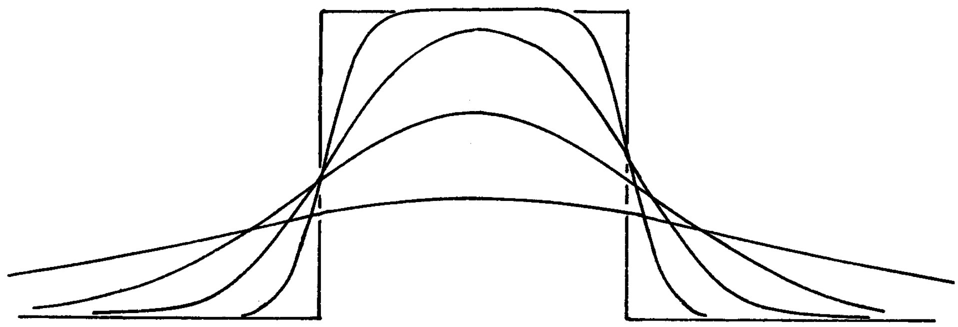

Fig. 7. Debris distribution supplied from simple continuous source. Rectangular shape gives the continuous source, and the distribution patterns change with σ values. The case of $\mu = 0$ has been shown for simplicity.

真でみても崩土の先端は合流点から約 9 km 下流の王滝湖に達している．この地点は崩壊源から約 18 km 下流にあるので，特に下流側の正規分布に対しては $p=0.56$ とすることも不可能ではないが，個別的な分布すべてに対してそれぞれ L を決めるのは難しい．

一般に正規分布で近似できる対称的な崩土の分布に対して近似的に $p=0.5$ と考えるならば，σ/μ を与える直線と $p=0.5$ に対応する曲線の交点から np を求めることができて，$p=0.5$ に対する総ステップ数 n，したがって単位移動距離 Δx が求まる．さきほどの 4 つの事例においては，分布はほぼ対称的で正規分布で近似できるから，p は 0.5 に近いと推定される．このとき，Fig. 4にもとづいてこれらのパラメータは Table 1のように決まる．

この結果において，セントヘレンズ火山の場合にくらべて御岳崩れの場合には，単位移動距離 Δx が小さい．伝上川の谷は屈曲が激しくタートル川は氷河地形起源で直線的であるから，このような流下経路の差が反映している可能性もあるが，セントヘレンズでは氷河氷の融解により流動性の大きい物質となったという事実もある．さらに 2 つに共通して上流部に堆積した崩土塊ほど Δx が小さいが，流下する土塊が相互に衝突する機会が多いため Δx が小さくなっている可能性もある．ただしいずれの事例においても，崩土は流下過程において方向が転換するし，3 次元的に取り扱う必要のある地形特性も局部的に認められ，これらについてエネルギー収支や運動学的問題など，今後の検討課題が残っている．

6．侵食係数の評価

前記の事例においては，とくに御岳崩れにおいて崩土の移動速度が計測されていて，それから求めた（8）の侵食係数の a や b がすでに述べたように極めて大きい．セントヘレンズにおいても，それらはほぼ同程度の値を持つものと推定される．これらの値は，例えば断層崖に対して（8）を適用し地形計測で得られた値に比べて，共に桁はずれに大きな値である．すなわち，日本の断層崖の計測で得られた μ と σ は，Table 2に示すようにそれぞれ $10^2\sim10^3$m のオーダーであり（平野，1967；Hirano，1972 など），断層崖の形成年代については地殻変動のタイプなど考慮すべき点が多くオーダーの推定以上の精度は無理であろうが，それがごく短期間におこった場合であれ継続的あるいは指数関数的におこった場合（平野，1969）であれ，10^6年のオーダーと考えて大過ないと思われる．このとき $b=0.1\sim1$ mm/year，$a=0.005\sim0.5\,\mathrm{m^2}$/year 程度となる

ここでの最大の問題は，現在において発生する土砂移動現象と，それを積分してえられる長期にわたる地形変化から求められる係数の値が，大きく異なることである．この点に関しては，分子のブラウン運動とそれを記述する拡散方程式の係数の関係を用いて解釈が可能であって，個別的な土砂移動に対応する卓越方向をもつブラウン運動における個々の分子の運動速度と，それの総合された結果に対して決まるマクロな拡散あるいは移動速度は同一ではない．御岳崩れについて求められている値は崩土の運動中のもので，崩土は停

止後やがて安定し，あるいは全く別の機会に再び侵食されるであろう．したがって個別的な運動に対して求めた値を長期的に平均化する必要があるわけで，これらの値の評価に関しては Hirano（2001）が指摘しているような確率的な考えが必要となる．

現在において発生した土砂移動の事例に基づいて長期的な地形変化の速度を議論する場合には，これらを単元となるひとつの土砂移動イベントと考え，それに要した時間あるいはその過程における速度そのものではなく，このような事例が長い時間のあいだにどの範囲で何回発生するかを考えて，確率的平均を求める必要があるであろう．この点に関して，土砂供給源としての地すべりあるいは崩壊はある特定の時刻に特定の場所に出現するので，それにもとづいて長期にわたる平均値を広域的に求める必要がある．したがって，空間的な発生頻度あるいは再現周期が問題となる．

日本列島において最近の約 130 年間を考えると，御岳崩れの規模のものは，1888 年の磐梯山の崩壊と 1911 年の稗田山の崩壊に，大規模崩壊が多発している 1889 年の十津川災害を加えて 4 回程度となろう．また，御岳崩れの崩壊部分の面積は $\Delta A = 0.65\ \mathrm{km}^2$で，日本列島の面積 $A = 37 \times 10^4\ \mathrm{km}^2$にくらべて面積比率は$1/(1.4 \times 10^5)$ で，体積 $3400 \times 10^4\ \mathrm{m}^3$（長岡，1984）に対する単位面積 ΔA 当たりの平均崩壊深は $D = 52\ \mathrm{m}$ となる．それを日本列島全域で毎年起こる平均低下量に換算すると，$\delta u = 1.7 \times 10^{-6}\mathrm{m/year}$ である．これに対して斜面勾配の平均値を考慮し，（8）において $a = 0$ として得られる関係

$$b = \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right) / \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right) \qquad (17)$$

から b を近似的に求めることができる．特に平均勾配 0.3（平均傾斜角 16.3 度）として求めた b の値は $5.6 \times 10^{-2}\mathrm{mm/year}$ で，断層崖から求めた長期的な値に較べてかなり小さくなる．平均勾配を大きく取ると，値はさらに若干小さくなる．

また，上記の事例において御岳崩れが面積的にも体積的にも決して最大級のものではないから，その点も考えると，面積比率および平均崩壊深はこれより大きくなる可能性があ

Table 2. Parameters for some fault scarps and the Ontake landslide.

Loc.	μ (km)	σ (km)	t	a $(=\sigma^2/2t)$	b $(=\mu/t)$
Rokko (1)	0.22 ~ 0.21	0.36 ~ 0.27	(10^6years)	0.065 ~ 0.036	0.22
Rokko (2)	0.37 ~ 0.38	0.64 ~ 0.48	(10^6years)	0.21 ~ 0.12	0.38
Hira	1.09 ~ 1.14	0.55 ~ 0.64	(10^6years)	0.15 ~ 0.21	1.09 ~ 1.14
Ontake-1	7	0.5	266 ~ 355 sec	$1.48 \sim 1.11\times10^{10}$	$8.3 \sim 6.2\times10^{11}$
Ontake-2	10	1	(308 ~ 380 sec)	$4.15 \sim 3.11\times10^{10}$	$(8.3 \sim 6.2\times10^{11})$

(a in m^2/year, b in mm/year)

る．また，土砂移動の規模頻度分布（平野・大森，1989）をも考えるなら，このような大規模あるいは巨大崩壊のほかに，より多数が頻繁に発生している小規模なものによる移動土砂についても考える必要がある．その場合にはbの値がさらに大きくなるが，いずれにせよこのような確率的評価が必要であることを示している．したがって，長い時間にわたる（8）の積分による地形変化というときには，個々の事例におけるaやbの値ではなく，対象地域における発生回数と頻度規模分布にもとづく平均化が必要であると判断される．

7．確率モデルと等価摩擦係数

確率（二項分布）モデルは，等価摩擦係数に関する体積効果に直接関係する．等価摩擦係数は，崩土の落下高度Hと最大到達距離Lを用いて$\mu_e = H/L$で与えられるが，崩土の体積が大きくなるほどそれは小さくなる（Hsü，1975など）ことが知られている．その理由として諏訪（2002）が簡潔にまとめているようにいくつかの考えがあるが，その説明のひとつはDavies（1982）による崩土の分散（拡散）である．

Davies（1982）は，分散した崩土の中心L_cから崩落部の頂点を見込む仰角

$$\phi' = \tan^{-1}(H/L_c) \tag{18}$$

が常に一定であると仮定した（Fig. 8）．さらに，過去における大規模な土砂移動について，崩土の広がりL_*と体積Vのあいだには関係

$$L_* = 9.98\,V^{0.32} \quad \text{あるいは近似的に} \quad L_* = 10\,V^{1/3} \tag{19}$$

が成り立つので（Davies，1982），崩土の分散が体積に比例することによって体積効果が説明できる．

さらにFig. 8において崩土の分布範囲の距離L_*に対して最大到達距離L_tは

$$L_t = L_0 + L_*$$

で与えられる．したがって，一定値をとる

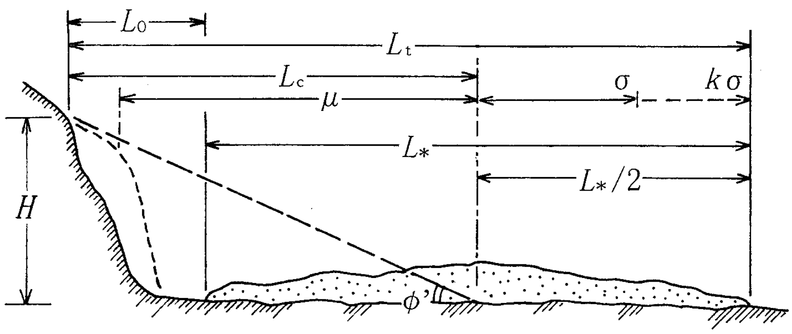

Fig. 8. Geometry of debris transportation and scattering by landslide. Modified after Davies (1982).

$$\tan\phi' = \frac{H}{L_c} = \frac{H}{L_0 + 0.5L_*}$$

に対して最大到達距離は,

$$L_t = \frac{H}{\tan\phi'} + 0.5L_* \qquad (20)$$

で与えられる．確率モデルでは一般に $L_0 = 0$ と考えられる．

等価摩擦係数の体積効果に関係して，最大到達距離 L_t について確率モデルでは２つの評価基準が可能である．そのひとつは

$$L_t = n\ \Delta x \qquad (21\,a)$$

とするもので，これは確率的に可能な最大距離を最大到達距離と考えることを意味する．もうひとつは

$$L_t = \mu + k\,\sigma \qquad (21\,b)$$

とするもので，崩土の確認が可能な最遠地点が標準偏差の一定倍の地点であると考えるものである．

第１の場合には，最も厚く堆積した部分を崩土の中心と考えると $L_c = \mu = np\,\Delta x$ であるので，

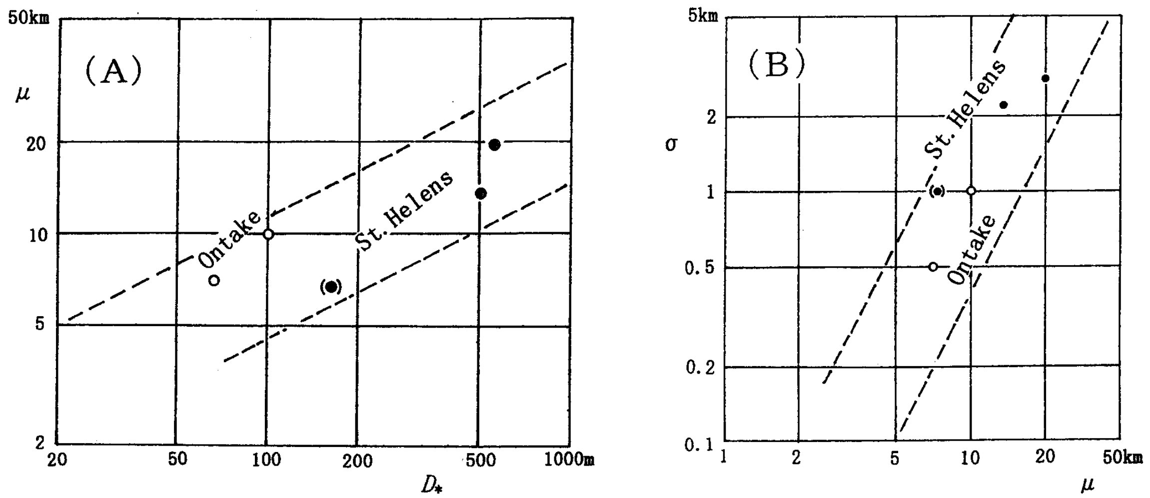

Fig. 9. Relationship between source magnitude D_* and transport distance μ in A, and scattering (diffusion) and transport distance in B, both for Mt. Ontake and Mt. St. Helens.

$$\frac{H}{L_t}=p\tan\phi' \tag{22 a}$$

となる．これは等価摩擦係数が確率pに比例することを意味する．現実には，摩擦係数の小さい土石流においてはその先端部に大きい石が集中して舌状の地形を作りpが大きい状況を示すこと，等価摩擦係数の大きい地すべりの場合は崩壊源に大量の土砂が残っていてpが小さい場合の分布パターンを示すこと，を考えると，異なるプロセスにおけるΔxの値の問題が残るものの，第1の評価基準は必ずしも妥当ではないのかもしれない．

第2の場合には

$$\frac{H}{L_t}=\frac{\tan\phi'}{1+k\sigma/\mu} \tag{22 b}$$

となる．この場合に比σ/μが規模とともに増大するなら，体積効果を説明できる．土砂移動の体積は1次元の場合はD_*で与えられる．セントヘレンズと御岳崩れにおけるD_*とμの関係はFig. 9のAに示されているが，μはD_*の1/2乗にほぼ比例して増加している．さらにFig. 9のBに示すように，σはμのほぼ2乗に比例している．したがって，比σ/μはμに比例して増加することになるので，σ/μは体積の1/2乗に比例して増加する．この結果は，D_*の増加と共にμが増加するがそれ以上にσが増加し，kがほぼ一定であれば確率モデルにおいても等価摩擦係数が体積規模とともに減少することを示す．このことはL_*すなわち$2k\sigma$が体積に比例することを意味し，関係（19）に対応する．ただしμとσの関係は（10）あるいは（12 c）とは微妙にことなるが，確率モデルに含まれるΔxなどの他のパラメータの規模依存性の問題もこの点には関連する．

このようにDavies（1982）のいう仰角一定という関係（18）を前提にしてここでは検討したが，この条件は土砂移動現象における力学的あるいは運動学的な側面とここでいう標高ポテンシャル場における土砂移動のグリーン関数をつなぐ重要点である．いいかえればこの条件は，崩土の移動と拡散に関与するポテンシャル場の特性（特に傾き）について，力学的・運動学的説明がいかに与えられるかという根本問題につながる．

8．まとめと問題点

地表物質の斜面下方への運動が地形変化をもたらすが，供給源からの崩土の移動と拡散がその運動の基本的特徴である．崩土の厚さ分布は，移動量が平均値μ，拡散度が標準偏差σである正規分布でしばしば近似できる．

このような崩土分布の特徴に対応させて，崩壊源が$x=\xi$にあるとしたときの，$\mu=bt$，$\sigma=\sqrt{2at}$である広義のグリーン関数を導入することが可能である．この関数は無限遠方で境界条件ゼロをみたし，従順化係数aと後退係数bをもつ地形方程式の素解である．

したがって，標高ポテンシャル場における単元となる土砂移動現象の積分効果が，長期にわたる総合的な地形変化をもたらすことを示し合理的である．

正規分布は，単位移動距離がΔx，移動確率がpであるとき，n回の試行の結果に対する二項分布の連続関数近似である．この場合に，崩土の平均移動距離μが大きくなると崩土の分散度を与えるσも大きくなるという，σとμの一定の対応関係が生じるが，土砂移動現象でそれは一般に期待される．

確率モデルにおけるパラメータは，崩土の分布の詳細がわかっている1980年のセントヘレンズと1984年の御岳の大規模崩壊に対して，崩土の厚さ分布の対称性にもとづいて$p=0.5$とすれば決定可能である．求めた単位移動距離Δxはセントヘレンズより御岳の方が小さく，さらに崩壊源に近い場合にも小さいが，それは流下コースの谷における単元となる直線部の長さ，あるいは崩落土塊の相互衝突の頻度，を恐らく反映していると推定される．

地質的タイムスケールにおける係数aとbの評価には，崩壊の規模と発生頻度についての統計的観点が必要である．ここでとりあげた事例だけから推定すると，御岳崩れにおける値は断層崖の長期的侵食に対して推定された値とは全く異なりかなりの矛盾が生じるが，個別的事例における移動速度とマクロな地形変化速度は異なっていてもおかしくないし，土砂移動現象における規模頻度分布を考慮しつつさらに多くの事例を検討すれば改良される可能性がある．

崩壊現象について指摘されている等価摩擦係数の体積依存性は，崩土の端末が$\mu+k\sigma$の地点にあることおよび崩土の中心から崩壊の頭部までの迎角が一定であることを仮定すれば，確率モデルに含まれるパラメータに関連づけて説明できる．ただしこの点についても，ここで用いた2つの事例だけなく，さらに多くの事例について検討することがのぞまれる．

引用文献

Carslaw, H. S. and Jaeger, J. C. (1959) *Conduction of Heat in Solid* (2nd ed.): Oxford Univ. Press, 510 p.

Culling, W. E. H (1960) Analytical theory of erosion: Jour. Geol., **68**, 336–344.

Davies, T. R. (1982) Spreading of rock avalanche debris by mechanical fluidization: Rock Mechanics, **15**, 9–24.

平野昌繁（1967）断層崖の地形計測とその結果の解釈－六甲山地を例として－：地球科学，**21**-3，11-21.

Hirano, M. (1968): A mathematical model of slope development: Jour. Geosci. Osaka City Univ., **11**, 13–52.

平野昌繁（1969）養老山地の斜面形と地盤運動：地質学雑誌，**75**（第12号），615-627.

Hirano, M. (1972) Quantitative morphometry of fault scarp with reference to the Hira Mountains, Central Japan: Japan. Jour. Geol. Geogr., **XLII** (Nos. 1–4), 85–100.

Hirano, M. (1975) Simulation of developmental process of interfluvial slopes with reference to graded form: Jour. Geol., **83**, 113–123.

Hirano, M. (1976) Mathematical model and the concept of equilibrium in connection with slope shear ratio: Z. Geomorph., Suppl. Bd. **25**, 50–71.

Hirano, M. (2001) Green's function of mass transport and the landform equation: Spec. Publ. Geogr. Inform. Sys. Assoc., 1 (*DEM's and Geomorphology*), 10–11.

Hirano, M. (2003) Probability model of the landmass transport and deposition with application to gigantic debris flow: 大阪市立大学大学院文学研究科紀要（人文研究），**54**-3，13-29.

平野昌繁・大森博雄（1989）土砂移動現象における規模・頻度分布特性とその地形学的意義：地形，**10**，95-111.

Hsü, K. J. (1975) Catastrophic debris streams generated by rockfall: Bull. Geol. Soc. Amer., **86**, 129–140.

長岡正利（1984）長野県西部地震による災害状況：測量，405 号，22-28.

奥田節夫・奥西一夫・諏訪 浩・横山康二・吉岡竜馬（1985）1984 年御岳山岩屑なだれの流動状況の復元と流動形態に関する考察：京大防災研年報，**28**（B-1），491-504.

諏訪 浩（2002）地すべり移動体の運動像とその特性：地すべりと地質学（藤田 崇編著，古今書院，p. 238 + iv.），78-92.

Voight, B., Glicken,H., Janda, R. J. and Douglass, P. M. (1981) Catastrophic rockslide avalanche of May 18 : US. Geol. Survey, Prof. Paper 1250 (*The Eruption of Mount St. Helens, Washington*, P. W. Lipman and D. R. Mullineaux; Eds., 844 p), 347–377.