

動的個人モデルによる消費者来店行動の解析

佐藤 忠彦*, 樋口 知之**

An analysis of shopping trip behavior using dynamic individual model

Tadahiko Sato* and Tomoyuki Higuchi**

現在, マーケティング分野では CRM や One to One マーケティングと呼ばれる活動が, その有効性から注目を浴びている. それらの活動は, 顧客1人1人の好みや価値観, 状況の違いを把握・認識し, それぞれのニーズに合わせて異なったアプローチを行おうというマーケティング・コンセプトに基づいている. 統計的モデリングの観点からこれらの現象を的確に捉えるためには, “消費者異質性” や “消費者の動的変化” を評価しうるモデルの開発が必要になる. 本研究でモデル化するマーケティングの現象は消費者の来店行動である. 消費者の来店は, トレンドや週周期などの時系列成分及び天気やチラシ等の回帰成分などが作用して規定されると考えられる. 本研究ではそれらを動的かつ個人単位で解析するためのモデルの提案及び解析事例を提示した. モデル化は一般状態空間モデルの枠組みで行い, そのモデルの推定は粒子フィルタ/平滑化のアルゴリズムで行った. モデルに基づく解析の結果, 個人毎の来店の有無を高い精度で判別できることが示された.

In the marketing field, activities such as One-to-One Marketing and Customer Relationship Management (CRM) have gotten a lot of attention for its effectiveness. The concept of those activities is based on the notion of consumer heterogeneity in the marketing. It is necessary to incorporate consumer heterogeneity and dynamic trait into a statistical model for evaluating the activities adequately. In this paper, we propose dynamic individual models for analyzing the shopping trip behavior individually. We formulate the model with framework of a general state space model. We realize an estimation of the model by using particle filter/fixed lag smoother. We show that the proposed model allow us to discriminate an individual's shopping trip behavior correctly using frequent shoppers data.

Key Words and Phrases: 粒子フィルタ, 一般状態空間モデル, 個人モデル, 来店行動, 動的ロジスティック回帰モデル

1. はじめに

現在, マーケティング分野では Customer Relationship Management (CRM) や One to One マーケティングと呼ばれる活動が, その有効性から注目を浴びている. それらの活動は, 顧客1人1人の好みや価値観, 状況の違いを把握・認識し, それぞれのニーズに合わせて異なったアプローチを行おうというマーケティング・コンセプトに基づいている. 従来のマス・マーケティングが顧客をマス(集合体, 群れ)ととらえ, それを属性や傾向などの共通項から絞り込み“顧客ターゲット”を設定するというアプローチなのに対し, One to One マーケティングは顧客を個としてとらえ, 顧客起点の個別アプローチを行う. マス・マーケティングが新規顧客を獲得することを主な狙いとするのに対し, One to One マーケティングは既存顧客との双

* 筑波大学大学院ビジネス科学研究科: 〒112-0012 東京都文京区大塚 3-29-1

** 情報・システム研究機構 統計数理研究所: 〒106-8569 東京都港区南麻布 4-6-7

方向で継続的な関係維持を重視したものである。統計的モデリングの観点からこれらの現象を的確に捉えるためには、“消費者異質性”や“消費者の動的变化”を評価しうるモデルの開発が必要になる。

また、コンピュータの進展に伴って、POS データや ID 付 POS データなどの消費者の購買データが多量に蓄積されてきている。POS データには、“いつ”、“何を”、“いくらで”、“何個”販売したかが、一方、ID 付 POS データには、“誰が”、“いつ”、“何を”、“いくらで”、“何個”購買したかという情報が含まれている。企業にとって、それらデータから有用な情報を抽出できるかどうか、マーケティングの成否を決める大きな要因になっている。

マーケティング分野では、多量に蓄積されてきている前述の購買データから消費者異質性を捉えるために、様々なモデルが提案されてきている。階層ベイズモデルを用いたものとしては、Harald et al. (2004), Terui and Imano (2005), Terui and Dahana (2006) 等がある。これらの研究では、個人の購買データを個別に扱わず、全てを一度に用いてモデルの推定を行う。ただし、個人毎の異質性を表現するために、これらのモデルでは、事前分布を用いてパラメータを階層化することで消費者の異質性を表現する。そのモデルの推定にはマルコフ連鎖モンテカルロ法が用いられる。階層ベイズモデルに関しては、Rossi and Allenby (2003), Rossi et al. (2005), 阿部・近藤 (2005), 和合 (2005), 照井 (2007) 等が参考になる。またマルコフ連鎖モンテカルロ法に関しては、丹後 (2000), 伊庭 他 (2005) が参考になる。

それらとは別にマーケティングにおける動的現象を捉える試みでは、状態空間モデル (Kitagawa and Gersch, 1996) と呼ばれる時系列解析の手法が用いられている。マーケティングにおける線形・ガウス型状態空間モデルによる研究としては、Kondo and Kitagawa (2000), 山口 他 (2004), 佐藤・樋口 (2007) 等がある。これらモデルの推定は、カルマン・フィルタ／固定区間平滑化のアルゴリズムでなされている。また、線形・ガウス型状態空間モデルを非線形・非ガウス型の観測過程まで取り扱えるように拡張された一般状態空間モデルを用いたものとしては、Sato et al. (2004), 佐藤 他 (2005) がある。これらのモデルの推定は、非ガウス型フィルタ／平滑化のアルゴリズム (Kitagawa, 1987) でなされている。

本研究でモデル化するマーケティングの現象は消費者一人一人の来店の有無である。消費者の来店は、トレンドや週周期などの時系列成分及び天気やチラシ等の回帰成分などが作用して規定されると考えられる。しかしながら、時系列成分をモデル内に説明要因として取り込んだものは非常に少ない。さらに、先行研究ではチラシなど回帰成分への反応はデータ期間を通して一定と仮定されている (Karn and Schmittlein, 1989; Pan and Zinkhan, 2006)。消費者の実際の来店を鑑みると、それらの仮定は現実的とはいえない。また、先行研究でなされている来店行動の解析では、消費者間の平均的な構造の抽出をしているに過ぎず、上述した今日的観点からそれら結果を活用するには限界がある。それらの問題点を克服するためには、動的かつ個人モデルの構築が必要となる。

本稿では消費者の来店の有無を動的かつ個人単位で解析するためのモデルの提案及び解析事例の提示を行う。モデル化は一般状態空間モデルの枠組みで行い、そのモデルの推定は粒子フィルタ／平滑化のアルゴリズムで行う。粒子フィルタの詳細は Kitagawa (1996), 樋口 (2005) 等を参照されたい。

本稿の残りの部分は次のような構成である。2 章には本稿で提案するモデルを示す。3 章には提案モデルの推定のアルゴリズムを簡単に示す。さらに 4 章には解析結果の概略を示す。最後に 5 章には簡単なまとめを示す。

2. モデル

本稿で用いる我々のアプローチは、前述した階層ベイズモデルとは異なったアプローチをとる。本稿の提案の枠組みを模式的に示したのが図1である。階層ベイズモデルでは消費者の異質性を捉えるために、前述したように事前分布によりその構造を記述した。それらでは階層化に用いた変数の組み合わせで、異質的なパラメータを表現するのである。一方、本提案モデルでは個人毎にモデルの推定を行う。階層ベイズモデルとの対比で考えると、提案モデルの状態推定結果が階層ベイズモデルでいう所の個人毎のパラメータに対応する。消費者の異質性のみを取り扱うのであれば、階層ベイズモデルは非常に有用であると考えられる。しかしながら、消費者の異質性に加え、その動的変化まで同時に捉えようとする、階層ベイズモデルではその推定にかなりの困難が予想される。そこで本稿ではそれらの問題を緩和し、消費者の異質性と時変パラメータの同時推定を実現するために、動的個人モデルの提案を行う。提案の枠組みを用いれば、データに含まれる消費者の異質性、動的変化を捉えられるばかりではなく、集計的な振る舞いに関しても知見を獲得できる。

本稿では、消費者個々人の来店の有無を動的観点からモデル化する。統計的には、離散時系列（2値）のモデル化を行うことになる。本稿で提案するモデルは一般状態空間モデルの枠組みでモデル化し、その推定は粒子フィルタ／平滑化のアルゴリズムで行う。一般状態空間モデルに関しては付録を参照のこと。なお、本稿と同様の枠組みで離散時系列のモデル化を試みたものとしては樋口（1997）、Higuchi（1999）がある。参考までに示しておくことにする。

2.1 来店のモデル

第 n 日に消費者 i が来店するかどうか、 y_n^i （来店； $y_n^i=1$ ，非来店； $y_n^i=0$ ），は下記ベルヌーイ過程に従うと仮定する。

$$P(y_n^i | P_n^i) = (P_n^i)^{y_n^i} (1 - P_n^i)^{1 - y_n^i} \quad (2.1)$$

ただし、 P_n^i は個人 i の第 n 日の来店確率を表し、次に示すロジット形式で u_n^i に変換されるものとする。なお、(2.1) 式が一般状態空間モデルの観測モデルになる。

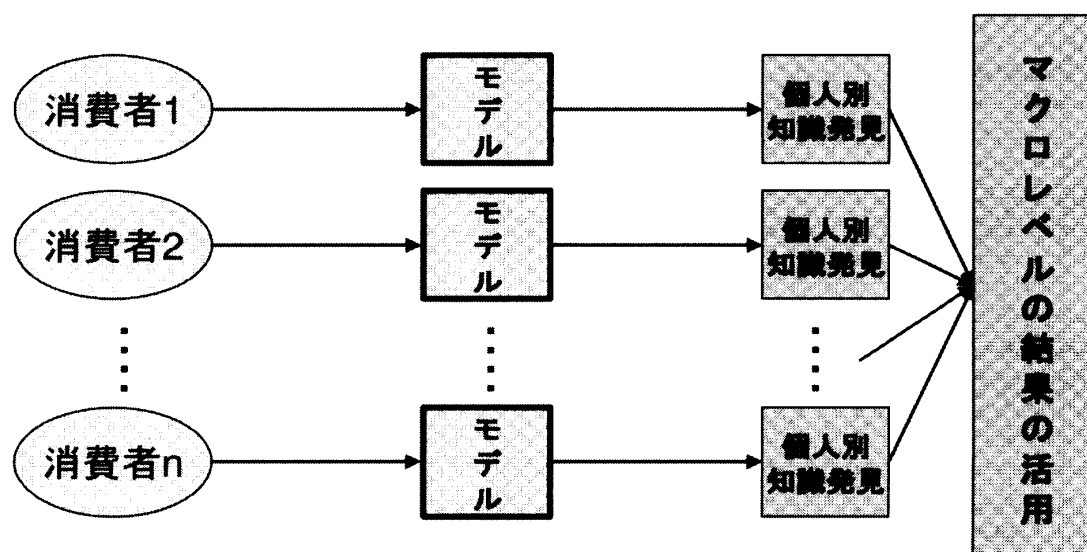


図1 提案アプローチの概念図

$$P_n^i = \frac{\exp(u_n^i)}{1 - \exp(u_n^i)}. \quad (2.2)$$

(2.2) 式中, u_n^i は消費者の来店効用を示すものとし, 次のように定式化する.

$$u_n^i = t_n^i + w_n^i + \beta_{n,1}^i x_{n,1}^i + \beta_{n,2}^i x_{n,2}^i + \beta_{n,3}^i x_{n,3}^i + \beta_{n,4}^i x_{n,4}^i + \beta_{n,5}^i x_{n,5}^i \quad (2.3)$$

(2.3) 式中, $x_{n,j}^i, j=1, \dots, 5$ は表 1 に示す外生変数 (データ) である. また, t_n^i, w_n^i 及び $\beta_{n,j}^i, j=1, \dots, 5$ は, 消費者 i の第 n 日における, トレンド, 週周期, 及び回帰成分に対する時変パラメータをそれぞれ示す. ただし, 消費者行動理論の知見に基づき, チラシの係数 $\beta_{n,3}^i, \beta_{n,4}^i$ は $\beta_{n,3}^i = \exp(\delta_{n,3}^i), \beta_{n,4}^i = \exp(\delta_{n,4}^i)$ と変数変換し推定を行う. 本稿では効用に含む変数の違いで複数のモデルを検討している. 例えば, モデル 1 は想定した全ての変数が効用に含まれるモデルであり, モデル 2 はそれらからチラシに関する変数を取り除いたモデルになる. それを取りまとめたのが表 2 である. 表中, 1 の記載は表頭に示す変数がモデルに含まれることを示している.

2.2 時変パラメータ

本小節では時変パラメータの定式化を行う. 前小節に示したモデルに含まれる t_n^i, w_n^i 及び $\beta_{n,j}^i, j=1, \dots, 5$ は, 時間とともに変動するパラメータになる. 例えばモデル 1 には最低でも時点数 $\times$ (説明変数数 + 2) のパラメータが含まれることになる. そのため, 最尤法など通常の推定法ではこれらパラメータを推定することはできない. 本研究では, パラメータに平滑化事前分布と呼ばれるモデルを仮定する. この平滑化事前分布は, 多数の時変パラメータの推定を可

表 1 変数表

記号	変数
$x_{n,1}^i$	前回来店からの日数 (基準化後) の対数
$x_{n,2}^i$	降水量 (基準化後) の対数
$x_{n,3}^i$	チラシ掲載商品の平均値引率 (基準化後) の対数
$x_{n,4}^i$	チラシ掲載商品数 (基準化後) の対数
$x_{n,5}^i$	前日来店の有無

表 2 検討モデル

モデル	t_n^i	w_n^i	$x_{n,1}^i$	$x_{n,2}^i$	$x_{n,3}^i$	$x_{n,4}^i$	$x_{n,5}^i$	超パラメータ数
1	1	1	1	1	1	1	1	7
2	1	1	1	1	0	0	1	5
3	1	1	0	0	0	0	0	2
4	1	1	1	0	0	0	1	4
5	1	0	1	1	1	1	1	6
6	0	1	1	1	1	1	1	6
7	1	1	0	0	1	1	0	4
8	1	1	1	0	1	1	1	6
9	1	1	1	1	1	0	1	6
10	1	1	1	1	0	1	1	6
11	0	0	1	1	1	1	1	5

能にするために、パラメータに課せられた事前制約となる。これらに関する詳細な議論は Kitagawa and Gersch (1996) を参照のこと。

なお、本研究では上述のようにパラメータに事前分布を仮定したモデリングを行う。その意味で提案モデルはベイズモデルの一種である。ただし、前述した階層ベイズモデルとはその超パラメータ（本研究ではシステムノイズの分散）の推定法に大きな違いがある。階層ベイズモデルでは超パラメータもベイズ推定される（フルベイズ法）が、本提案モデルの超パラメータは最尤法で決定される（経験ベイズ法）。重要な点であるので注記しておく。

2.2.1 t_n^i 及び $\beta_{n,j}^i$

来店のトレンド、 t_n^i 、及び時変パラメータ、 $\beta_{n,j}^i, j=1, \dots, 5$ は、下記に示すランダムウォークモデルにより、それぞれ定式化する。

$$t_n^i = t_{n-1}^i + v_{n,t_n^i} \quad (2.4)$$

$$\beta_{n,j}^i = \beta_{n-1,j}^i + v_{n,\beta_{n,j}^i}, j=1, 2, 5 \quad (2.5)$$

$$\log(\beta_{n,j}^i) = \log(\beta_{n-1,j}^i) + v_{n,\beta_{n,j}^i}, j=3, 4. \quad (2.6)$$

上記式中、 $v_{n,t_n^i}, v_{n,\beta_{n,j}^i}, j=1, \dots, 5$ はパラメータの時間変化を達成するために導入された確率項であり、本稿ではそれぞれ、 $N(0, \tau_{t_n^i})$ 及び $N(0, \tau_{\beta_{n,j}^i}), j=1, \dots, 5$ に従うものと仮定する。なお、この確率項はシステムノイズと呼ばれる。

2.2.2 w_n^i

時間的变化を許容した週周期成分の確率モデルは、下記のように定式化する。

$$\sum_{k=0}^6 w_{n-k}^i = v_{n,w_n^i}. \quad (2.7)$$

上記式中、 v_{n,w_n^i} は $N(0, \tau_{w_n^i})$ に従うものと仮定する。

2.3 状態空間モデル表現

一般状態空間モデルは、付録に示すように観測モデル及びシステムモデルの2つのモデルで定式化される。前述の提案モデルは、次に示すように状態空間モデル表現できる。

$$\text{観測モデル} \quad P(y_n^i | P_n^i) = (P_n^i)^{y_n^i} (1 - P_n^i)^{1-y_n^i}, \quad (2.8)$$

$$\text{システムモデル} \quad z_n^i = Fz_{n-1}^i + Gv_n^i. \quad (2.9)$$

ただし、 z_n^i 及び v_n^i は状態ベクトル、システムノイズベクトルを示し、 $z_n^i = (t_n^i, w_n^i, \dots, w_{n-5}^i, \beta_{n,1}^i, \dots, \beta_{n,5}^i)^t$, $v_n^i = (v_{n,t_n^i}, v_{n,w_n^i}, v_{n,\beta_{n,1}^i}, \dots, v_{n,\beta_{n,5}^i})^t$ とする。また、 F 及び G は次に示す固定の行列を示すものとする。

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

さらに, $v_n^i \sim N(0, \Sigma)$, $\Sigma = \text{diag}(\tau_{t_n^i}, \tau_{w_n^i}, \tau_{\beta_{n,1}^i}, \dots, \tau_{\beta_{n,5}^i})$ とする.

3. モデル推定

状態空間モデルにおける最も重要な問題は状態ベクトル z_n の推定である. パラメータ推定のための尤度計算, 時系列の予測, 欠測値の補間, 非定常系列の分解など時系列解析の重要な問題が全て状態推定の問題として統一的に取り扱うことができる. なお, 本節では説明を分かりやすくするために, 個人を表す添え字 i は省略する.

状態推定の問題は条件付分布 $p(z_n | Y_t)$ を求める問題として定式化できる. ただし, $Y_t \equiv \{y_1, \dots, y_t\}$ は時刻 t までに得られた観測値の集合である. 以下の三つの場合, すなわち $n > t$, $n = t$, $n < t$ に対応して状態ベクトル z_n の条件付分布 $p(z_n | Y_t)$ はそれぞれ予測, フィルタ及び平滑化の分布と呼ばれる.

通常, 線形・ガウス型の状態空間モデルに対してはこれら分布は正規分布になるので, その平均と分散共分散行列だけ求めればよく, カルマンフィルタや固定区間平滑化アルゴリズムで求めることができる. しかしながら, 非ガウス型状態空間モデルの場合は条件付分布 $p(z_n | Y_t)$ は非ガウス型となるので平均と分散共分散行列だけでは, 分布を特定することはできない. 一般的な分布を自由に取り扱うためには何らかの形で数値的な表現を用いたフィルタや平滑化のアルゴリズムが必要となる. 代表的な例としては時点ごとにひとつの正規分布で近似する拡張カルマンフィルタ (Anderson and Moore, 1979), 少数のパラメータで表現される分布とその共役事前分布を用いる動的一般線形モデル (West et al., 1985), 一般の分布を階段関数や折れ線などで近似する非ガウス型フィルタ及び平滑化 (Kitagawa, 1987) などがある. 本稿で用いる粒子フィルタは上述のアプローチとは異なり, 分布を多数の実現値を用いて表現する (Kitagawa, 1996; 樋口, 2005).

粒子フィルタでは予測, フィルタ, 平滑化の分布を m 個 (例えば, 1000 から 10000 個程度) の粒子を用いて以下のように近似する.

$$\begin{aligned} \{p_n^{(1)}, \dots, p_n^{(m)}\} &\sim p(z_n | Y_{n-1}) && \text{予測分布} \\ \{f_n^{(1)}, \dots, f_n^{(m)}\} &\sim p(z_n | Y_n) && \text{フィルタ分布} \\ \{s_{n|N}^{(1)}, \dots, s_{n|N}^{(m)}\} &\sim p(z_n | Y_N) && \text{平滑化分布} \\ \{v_n^{(1)}, \dots, v_n^{(m)}\} &\sim p(v_n) && \text{システムノイズの分布} \end{aligned}$$

これは, それぞれの分布関数を粒子から得られる経験分布によって近似することに相当する.

以下には粒子フィルタ／平滑化の概略を示す．これらに関するより詳細な議論は，Kitagawa (1996)，樋口 (2005) 等を参照のこと．

3.1 アルゴリズム

本節には，条件付分布 $p(z_n | Y_t)$ を近似するための粒子フィルタ，平滑化のアルゴリズムを示す．粒子フィルタによれば予測分布に従う粒子 $\{p_n^{(1)}, \dots, p_n^{(m)}\}$ は一期前のフィルタの実現値 $\{f_{n-1}^{(1)}, \dots, f_{n-1}^{(m)}\}$ から生成でき，フィルタの実現値 $\{f_n^{(1)}, \dots, f_n^{(m)}\}$ は予測分布の実現値 $\{p_n^{(1)}, \dots, p_n^{(m)}\}$ のリサンプリングで生成できる．それを模式的に示したのが図2である．具体的な手順は下記の通りである．

(i) $j=1, \dots, m$ について k 次元の乱数 $f_0^{(j)} \sim p_0(x)$ を生成する．

(ii) $n=1, \dots, N$ について以下のステップを実行する．

(a) $j=1, \dots, m$ について l 次元の乱数 $v_n^{(j)} \sim q(v)$ を生成する．

(b) $j=1, \dots, m$ について $p_n^{(j)} = F(f_{n-1}^{(j)}, v_n^{(j)})$ を計算する．

(c) $j=1, \dots, m$ について尤度 $\alpha_n^{(j)}$ を計算する．

(d) $j=1, \dots, m$ について尤度 $\alpha_n^{(j)}$ の重みに比例して $p_n^{(1)}, \dots, p_n^{(m)}$ をリサンプリングすることで， $f_n^{(1)}, \dots, f_n^{(m)}$ を生成する．

リサンプリングは $j=1, \dots, m$ について以下の(A)-(C)の3つのステップを繰り返せばよい．

(A) 固定した $\alpha \in (0, 1]$ について $u_n^{(j)} = \frac{j-\alpha}{m}$ とする．

(B) $\frac{1}{C} \sum_{l=1}^{i-1} \alpha_n^{(l)} < u_n^{(j)} \leq \frac{1}{C} \sum_{l=1}^i \alpha_n^{(l)}$ を満たす i を探す．ただし， $C = \sum_{l=1}^m \alpha_n^{(l)}$ である．

(C) フィルタ粒子を $f_n^{(j)} = p_n^{(i)}$ により求める．

平滑化は，上述の粒子フィルタのアルゴリズムを過去の粒子を保存する形に修正することに

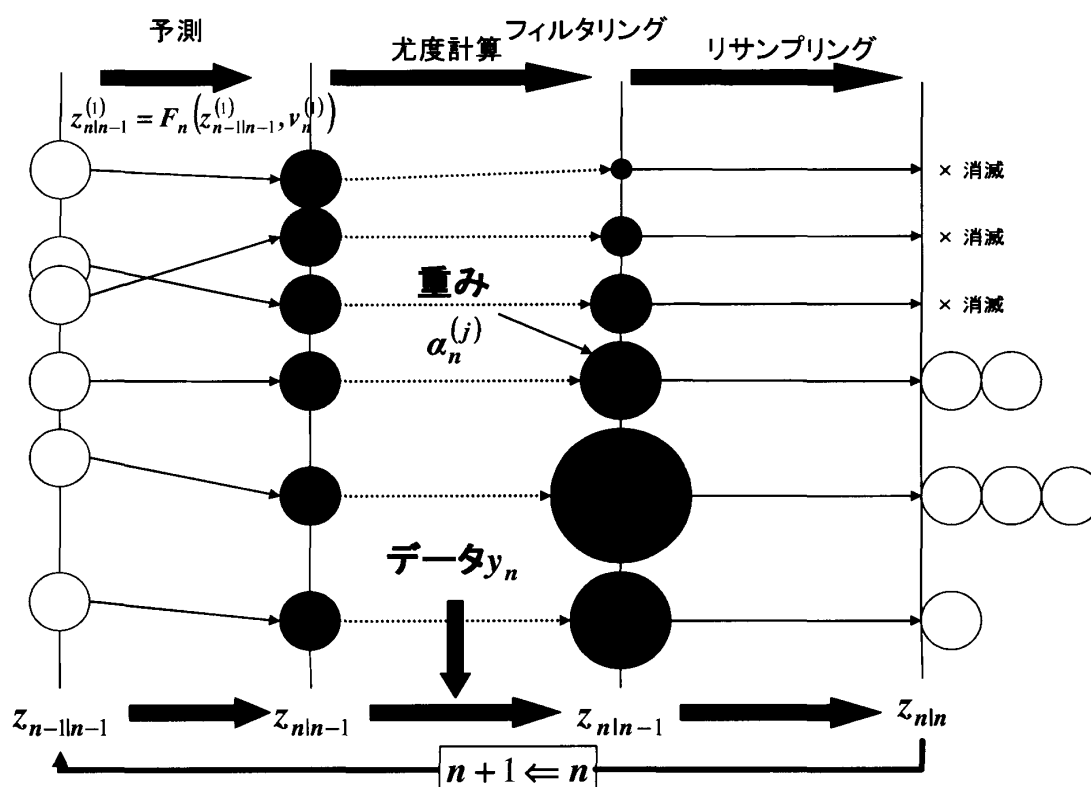


図2 粒子フィルタのアルゴリズム

より実現できる. その導出の詳細は紙幅の都合上割愛するが, 上述の 2.(d)を下記のように修正すれば原理的に平滑化が行える.

(d-s) (固定区間平滑化) $j=1, \dots, m$ について $(s_{1|n-1}^{(j)}, \dots, s_{n-1|n-1}^{(j)}, p_n^{(j)})^t$ のリサンプリングにより $(s_{1|n}^{(j)}, \dots, s_{n-1|n}^{(j)}, s_n^{(j)})^t$ を生成する.

この修正で非線形・非ガウス型モデルの固定区間平滑化を実施できる. ただし, 実際の計算は有限個 (m 個) のサンプルを用いて計算するために, 異なる粒子の数は単調非増加になり, リサンプリングを繰り返していくと, 少数の粒子が繰り返し出現し, やがて分布の形が損なわれることになる. 本稿では, その問題点を踏まえて, (d-s) を下記のように修正し平滑化を行う (Kitagawa, 1996).

(d-l) (固定ラグ平滑化) $j=1, \dots, m$ について $(s_{n-L|n-1}^{(j)}, \dots, s_{n-1|n-1}^{(j)}, p_n^{(j)})^t$ のリサンプリングにより $(s_{n-L|n}^{(j)}, \dots, s_{n-1|n}^{(j)}, s_n^{(j)})^t$ を生成する. ただし, $f_n^{(j)} = s_n^{(j)}$ で L は固定した値とする.

Kitagawa (1996) にはこの L はあまり大きくしないほうがよく, 通常は 20 程度, 最大でも 50 以下にすることが望ましいことが示されている.

3.2 モデルの尤度

状態空間モデルは通常, ノイズの分散などの状態以外の未知パラメータ (超パラメータ) を含んでいる. それらの超パラメータを θ と表すことにする. 観測値 $y_1, \dots, y_N$ が与えられる時, 超パラメータ θ の尤度は以下の式により求めることができる. なお, 提案モデルの 1 の場合, $\theta = (\tau_{t_n^i}, \tau_{w_n^i}, \tau_{\beta_{n,1}^i}, \dots, \tau_{\beta_{n,5}^i})$ になる.

$$L(\theta) = p(y_1, \dots, y_N | \theta) = \prod_{n=1}^N p(y_n | y_1, \dots, y_{n-1}, \theta) = \prod_{n=1}^N p(y_n | Y_{n-1}). \quad (3.1)$$

ただし, $p(y_1 | Y_0) = p_0(y_1)$ とする. したがって, 以下の近似

$$\begin{aligned} p(y_n | Y_{n-1}) &= \int p(y_n | z_n) p(z_n | Y_{n-1}) dx_n \\ &\cong \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m p(y_n | p_n^{(j)}) \\ &= \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \alpha_n^{(j)}, \end{aligned} \quad (3.2)$$

を用いると対数尤度は,

$$l(\theta) = \sum_{n=1}^N \log p(y_n | Y_{n-1}) \cong \sum_{n=1}^N \log \left(\frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \alpha_n^{(j)} \right) - N \log m. \quad (3.3)$$

と近似することができる. 超パラメータの最尤推定値 $\hat{\theta}$ はこの対数尤度を数値的最大化することによって求められる. ただし, 粒子フィルタで求めた対数尤度にはモンテカルロ法に由来する近似誤差が存在する点に注意することが必要である. 微分情報を用いる通常の非線形最適化では, 数値微分のステップでその誤差が増幅されてしまうことが多い. そのため, 通常の非線形最適化では収束しないケースが発生するのである. その状況を回避するために, 通常はグリッドサーチにより $\hat{\theta}$ を求めることが多い. しかし, 本稿で提案するモデルにはグリッドサーチで実際に探索しうる数よりも多くの超パラメータを含むため, それを用いて推定することは困難である. そこで本稿では, グリッドサーチを用いず, しかも微分情報を用いず, 直接的に対数尤度を最大化することで $\hat{\theta}$ を推定する (Nelder and Mead, 1965).

4. 解析結果

本節では、2節で提案したモデルをID付POSデータへ適用することによって、提案モデルの有用性検証を行う。具体的には、対象とするパネル毎にモデルの推定を行い、来店の有無を精度高く判別できるかどうかによりモデルの良さを評価する。さらには、モデル推定結果を用いて、個人レベル、集計レベルそれぞれで獲得できる知見についても議論する。

4.1 データ

関東地方にあるスーパーマーケットの200人分のID付POSデータを用いて検証を行った。データ期間は個人毎に2000年1月2日から2003年9月5日までの1343日分のデータを使用する。図3には、対象とした200人のパネルから20人分を抽出して来店の時系列を図示している。本研究の枠組みでは、図示された系列毎（個人毎）にモデルの推定を行う。図4は説明変数の分布状況を示している

4.2 モデル選択

本小節には個人毎に全てのモデルを推定し、*AIC* によりモデル選択した結果を示す。表3には各モデルの選択された人数を示している。なお、表中には参考までに*BIC* によるモデル選択結果も示している。チラシ掲載商品の平均値引率を含まないモデル（モデル9）が最も多く

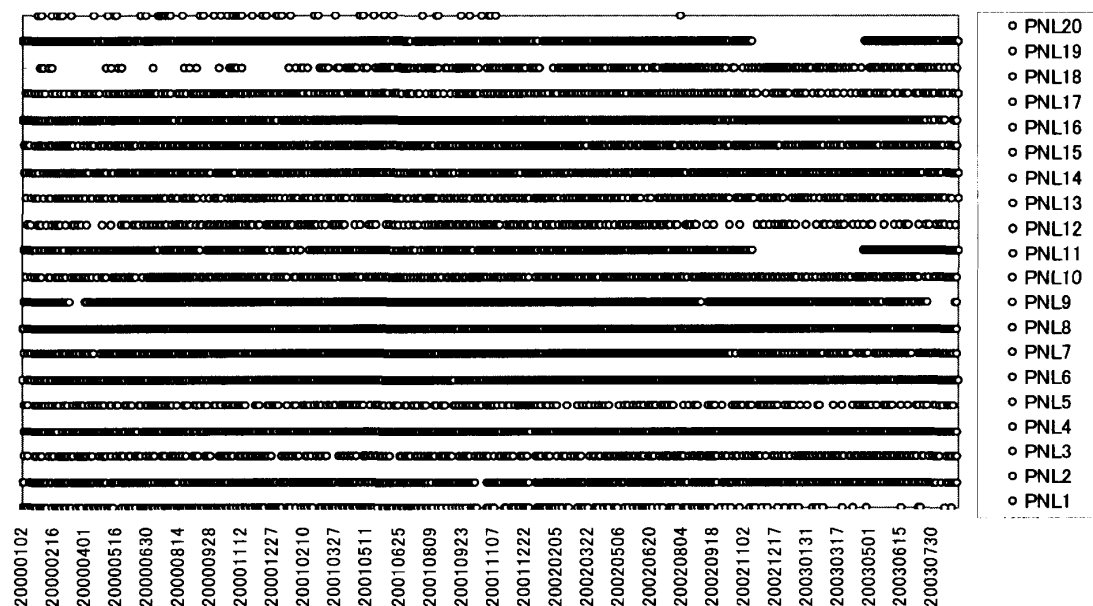


図3 個人毎来店時刻系

表3 モデル選択結果

選択されたモデル (AIC)	選択されたモデル (BIC)					人数
	No. 1	No. 2	No. 6	No. 9	No. 10	
No. 1	22	18		4	7	51
No. 2		21		5	5	31
No. 6			1			1
No. 9	2	17		30	13	62
No. 10	4	7		15	29	55

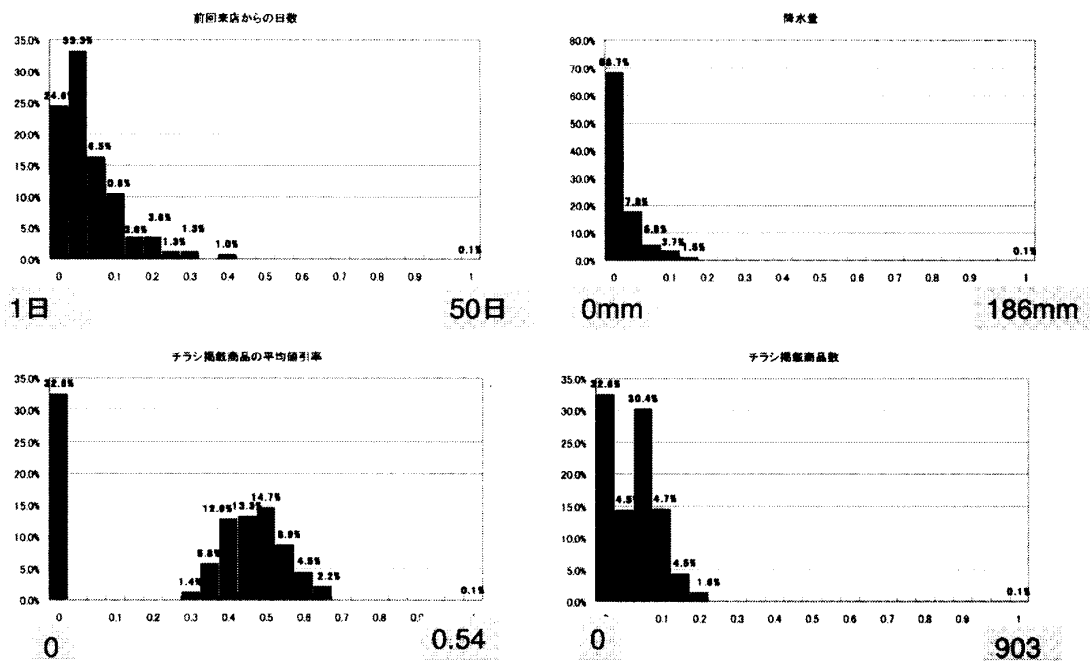


図4 説明変数の分布

選択されており、次いでチラシ掲載商品数を含まないモデル（モデル10）、考慮した全ての説明変数を含むモデル（モデル1）、チラシ変数を含まないモデル（モデル2）の順である。この結果で示されるように、個人毎に来店の規定構造が異なっている。この結果を用いれば、個人毎に異なったマーケティング対応が実現できる。これは、通常のアプローチでは基本的に捉える事の出来ない知見であり、本提案アプローチの優位性を示す内容である。

4.3 誤判別の検証

本小節には AIC 規準によって個人毎に選択されたモデルの判別力の検証結果を示す。図5は、個人毎に得られる来店確率のフィルタ推定値と来店の有無（観測値）を特徴的な3人を抽出して図示したものである。個人の来店状況に応じてその推移に違いがあることが分かる。個人毎の来店の有無の判別は上述の来店確率のフィルタ推定値を用いて（4.1）式により行った。次にこの判別結果を用い、（4.2）式で実績値と推定値の誤判別率を算定し、提案モデルの判別の良さを検証した。

$$y_{n,e}^i = \begin{cases} 1, & \text{if } P_{n,f}^i \geq 0.5 \\ 0, & \text{if } P_{n,f}^i < 0.5. \end{cases} \quad (4.1)$$

ただし、 $P_{n,f}^i$ は個人 i の第 n 日における来店確率のフィルタ推定値とし、 $y_{n,e}^i$ は来店の有無の推定値を示す。

$$RC_k = \frac{\sum_{n=1}^{N_k} I(y_n^i \neq y_{n,e}^i)}{N_k}, \quad k=1, 2, 3. \quad (4.2)$$

上記（4.2）式中 N_k は非来店、来店、全体それぞれで、個人毎の非来店日数、来店日数及び総サンプル数を用いる。また、 $I(\cdot)$ は下記に示す定義関数である。

$$I(\cdot) = \begin{cases} 0, & \text{if } y_n^i = y_{n,e}^i \\ 1, & \text{if } y_n^i \neq y_{n,e}^i. \end{cases} \quad (4.3)$$

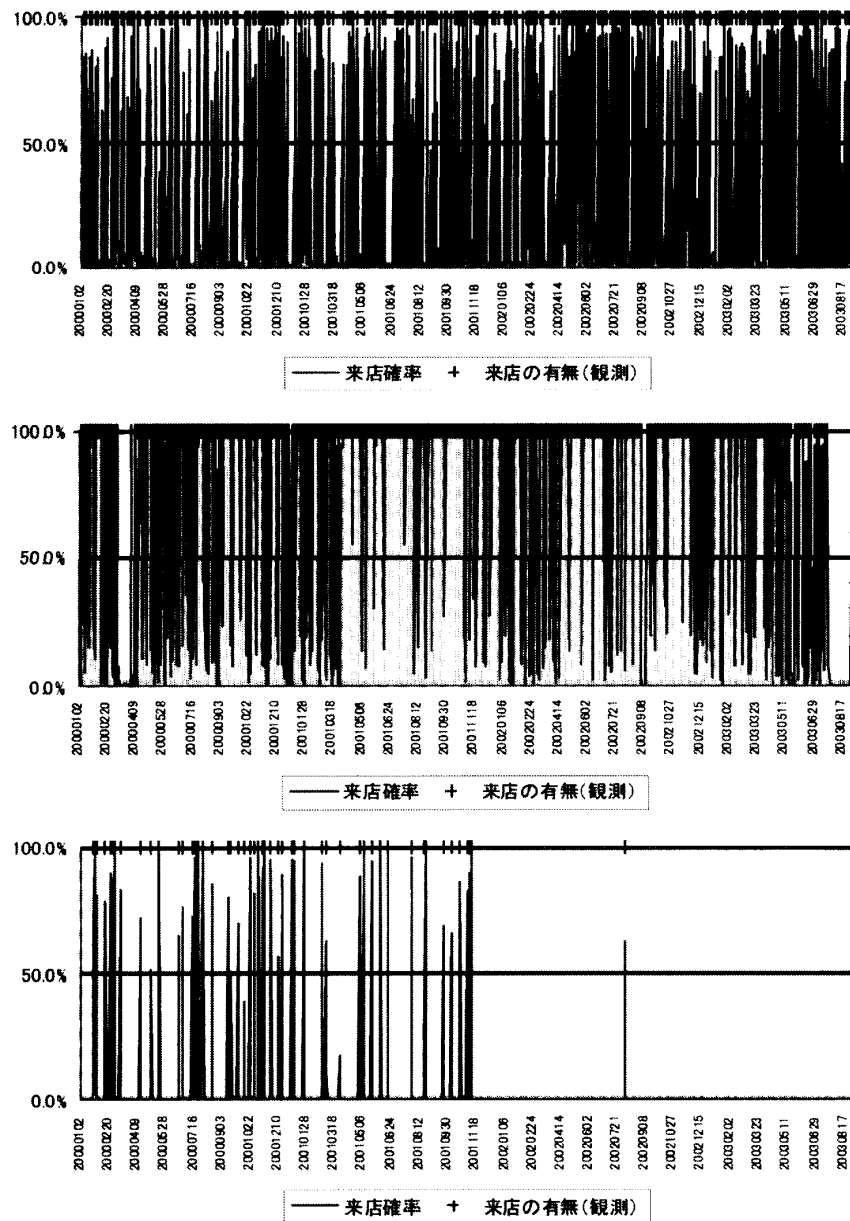


図5 来店確率（フィルタ推定値）と来店の有無（観測値）

図6には非来店，来店，全体の3つのカテゴリーにおける誤判別率の分布状況を示している。いずれも非常に精度高く判別できていることが分かる。提案モデルの判別精度の良さを検証するために，本研究では比較モデルとして，対象パネル数200人それぞれに対して提案モデルと同様に“個人毎”に推定を行う静的ロジスティック回帰分析と全データを一度に用いて個人毎のパラメータを推定する階層ベイズロジスティック回帰モデル*を採用した。これら2つのモデルでは来店効用は(2.3)式を(4.4)式のように修正し推定した。ただし，階層ベイズモデルにおいては個人の異質性を表現するために，パラメータ $(t^i, \beta_1^i, \dots, \beta_5^i, \gamma_1^i, \dots, \gamma_6^i)$ に事前分布として正規分布を仮定し階層化することで推定した。また，階層ベイズモデルの実際の推定では30000回サンプリングを行い，最初の20000サンプルをburn-in phaseとして捨て，残りの

* 本モデルの推定にはメトロポリス・ヘイスティングスのアルゴリズムを用いた。その詳細に関しては紙幅の都合上割愛したが，和合（2005）や伊庭 他（2005）が参考になる。

10000 サンプルを統計量の算定に用いている。

$$u_n^i = t^i + \beta_1^i x_{n,1}^i + \beta_2^i x_{n,2}^i + \beta_3^i x_{n,3}^i + \beta_4^i x_{n,4}^i + \beta_5^i x_{n,5}^i + \sum_{j=1}^6 \gamma_j^i \text{dum}_{n,j} \quad (4.4)$$

(4.4) 式中, $\text{dum}_{n,1}, \dots, \text{dum}_{n,6}$ は月曜～土曜までの六日間に対応するダミー変数で, 該当する場合は1, それ以外は0をとる. また, $t^i, \beta_1^i, \dots, \beta_5^i, \gamma_1^i, \dots, \gamma_6^i$ は個人 i に対する期間固定のパラメータである. 図7は個人毎ロジスティック回帰モデルの, 図8は階層ベイズ回帰モデルによる判別結果を示している. 今回の比較モデルによる判別では, (2.3) 式における週周期成分の変わりに曜日ダミーを用いてるに過ぎず, 交互作用項をモデルに取り込むなど判別力を高める工夫を行っていない. また階層ベイズモデルにおいても例えば性別・年齢などのデータを用いてパラメータを複雑に階層化するなどは行っておらず, モデルとしての利点を生かしきれていないと考えられる. その意味において, 提案モデルと比較モデルの判別の結果の比較は単純には公平でないと考えられるが, 提案モデルの良さを示唆する結果になっている. 提案モデルの動的特性がこの差を生じさせていると考えられる.

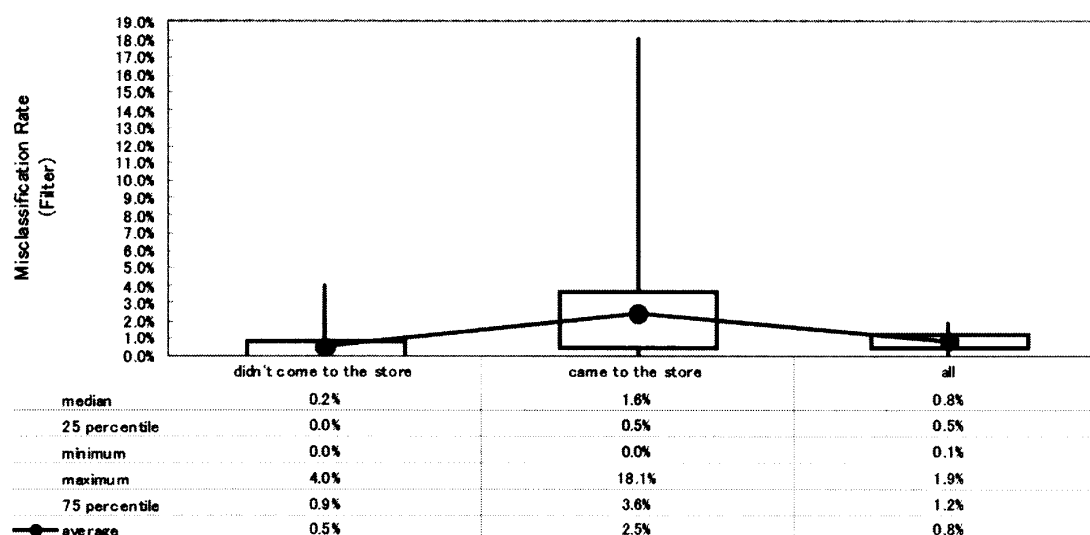


図6 誤判別率の分布 (提案モデル)

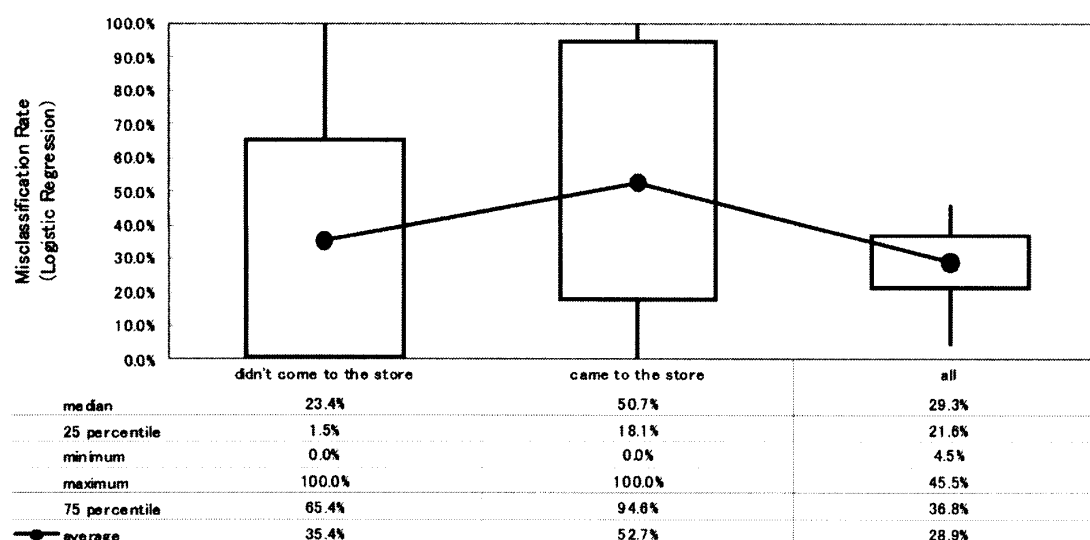


図7 誤判別率の分布 (個人毎静的ロジスティック回帰)

4.4 個人レベルの解析

本小節には、モデル推定結果を用いて、個人レベルでの知見獲得を試みた事例について示す。1節で言及したように、マーケティング分野では“個”に注目した活動がその有効性から脚光を浴びている。当然それらを実現するためには個に特化した情報が必要とされる。本稿で対象としている来店行動の場合は、長期的な趨勢、短期的な来店傾向及びチラシへの反応傾向に関する個の情報が必要となる。

図9はある個人の状態推定結果（平滑化）を示している。左上、右上、左下、右下の順に、トレンド、週周期成分及びチラシ掲載商品平均値引率、チラシ掲載商品数への反応をそれぞれ示している。トレンドは対象店舗へのロイヤルティの代理的な指標と考えることが出来る。週周期成分は来店の週内傾向を示している。また、チラシへの反応は小売プロモーションへの反応度を示している。データ期間後半では、トレンドは上昇傾向、週周期成分の振幅は比較的安定した推移になっている。またデータ期間を通してチラシ掲載商品数への反応は低く、一方、それとの比較においてチラシ掲載商品平均値引率への反応はその推移のベースが高い傾向にあ

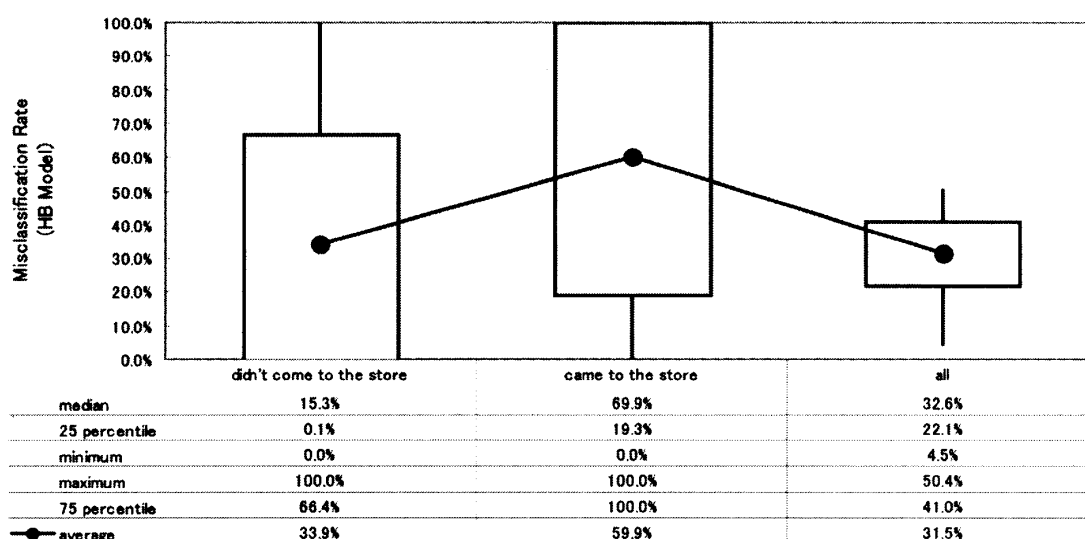


図8 誤判別率の分布（階層ベイズロジスティック回帰）

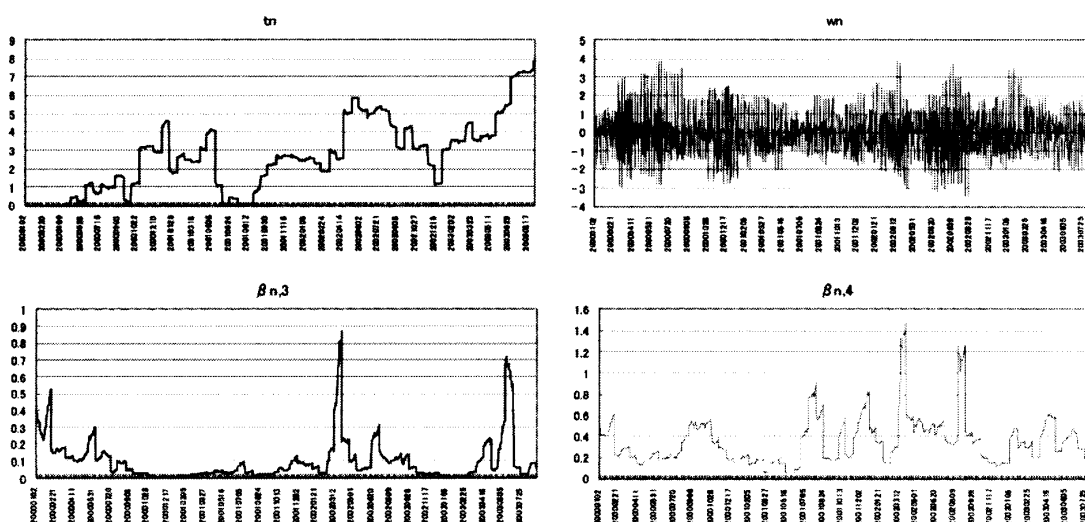


図9 状態推定結果（平滑化）

る。

個人 i の n 時点の効用に対する各要因の影響度を検証するために、長期の趨勢 (Tr_n^i)、短期の来店傾向 (Sh_n^i) 及びチラシの影響 (Ad_n^i) を下記のように定義する。

$$\begin{aligned} Tr_n^i &= |t_n^i|, \\ Sh_n^i &= |w_n^i + \beta_{n,1}^i x_{n,1}^i + \beta_{n,2}^i x_{n,2}^i + \beta_{n,5}^i x_{n,5}^i|, \\ Ad_n^i &= |\beta_{n,3}^i x_{n,3}^i + \beta_{n,4}^i x_{n,4}^i|, \\ Total_n^i &= Tr_n^i + Sh_n^i + Ad_n^i. \end{aligned} \quad (4.5)$$

効用の $Total_n^i$ に占める各成分の比率の時間変化を確認することで、対象の個人の来店傾向の変化を検証でき、さらには個人の来店を規定する要因の優先順位を把握できる。図9に示した個人の推定結果を用いてそれらを算定したものが図10である。データ期間前半では短期的来店傾向の影響が大きかったが、データ期間後半では長期の趨勢（店舗ロイヤルティ）の影響が高まる傾向にある。

次に個人の来店へのチラシの効果を検証する。通常この種の解析ではオッズ比を用いることが多い。オッズ比は、対象とする変数以外を固定した場合に、対象変数（ダミー変数）の違いでどの程度対象とする確率が変化をするかを示す指標として定義される。しかしながら、本研究で用いているチラシに関する変数は連続変量であるため、通常のオッズ比は使用できない。そこで、通常のオッズ比を拡張し連続変量のオッズ比を用いる。その導出は直接的であるため割愛するが、説明変数間の差に従属し、 $\exp(\beta_{n,3}^i (x_{n,3,2}^i - x_{n,3,1}^i))$ （チラシ掲載商品の平均値引率のオッズ比）及び $\exp(\beta_{n,4}^i (x_{n,4,2}^i - x_{n,4,1}^i))$ （チラシ掲載商品数のオッズ比）で算定される。図11は、チラシ掲載商品の平均値引率の場合、10%及び20%その平均値引率を高めたケースの、また、チラシ掲載商品の場合、10%及び20%掲載商品数を多くしたケースの擬似オッズ比を推移を示している。対象の個人は、チラシ掲載商品数に関してはまれに強く反応することがあるが、基本的に来店に対してそれほど強く影響を及ぼさない。一方、チラシ掲載商品平均値引率に関してはデータ期間前半よりも後半のほうが反応が高まる傾向にある。別の視点として、この個人毎のチラシ反応に関する推定結果を用いれば、個人毎に効果のあったチラシの特定も行うことが出来る。例えば図示した個人に対して、2002年3月29日周辺での配布されたチラ

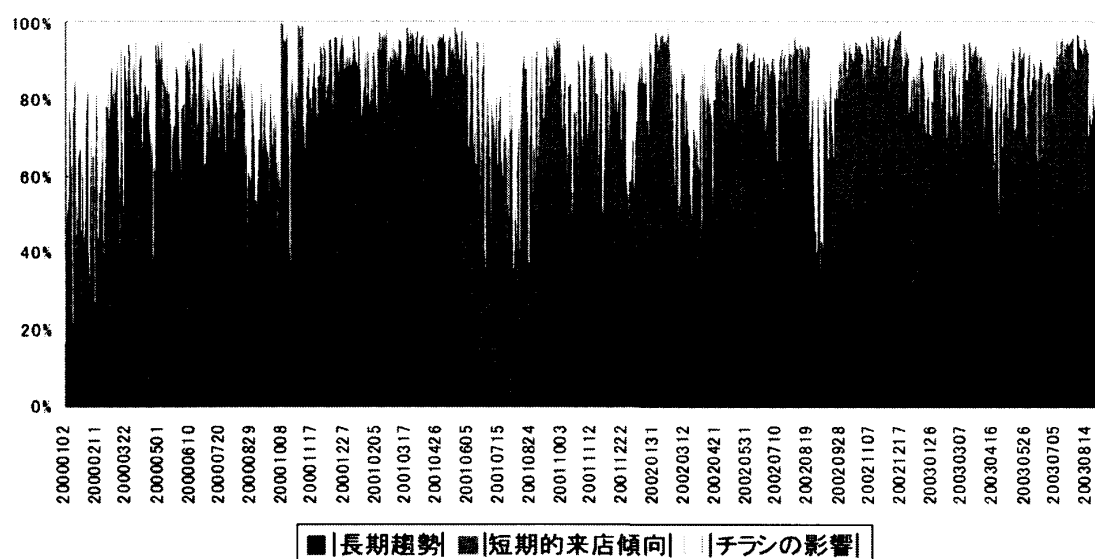


図10 効用への影響要因分解

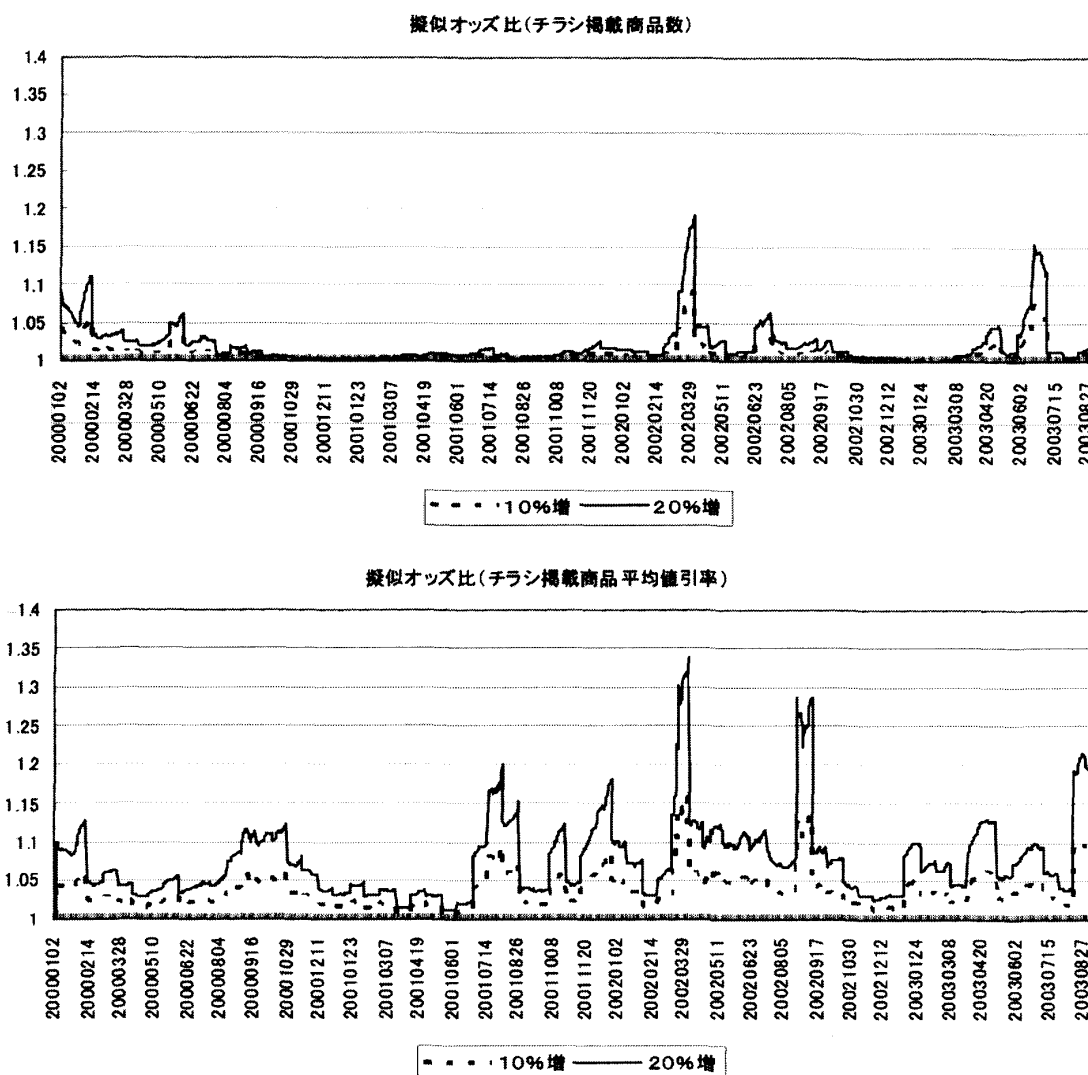


図 11 チラシ効果（擬似オッズ比）

シは、当該消費者に対して効果的であったことが分かる。本稿では検証を行っていないが、この知見に基づいてチラシの掲載内容の検証を行えば、個に特化した有効な情報提供に関する情報も獲得できる。

実際にはこの種の検証を例えば店舗の優良顧客を対象として行えば、小売業にとって最も優先度の高い優良顧客維持戦略に対して有効な戦略を講じることができる。この例に限らず、個人レベルの推定結果は様々な形で活用可能である。

上述した検証は、定係数のモデルでは実現できない、時変係数をモデル内へ導入することにより初めて達成できたものである。提案モデルの優位性を示す点であるので注記しておく。

4.5 集計レベルの解析

本小節にはモデル推定結果の集計レベルでの活用例を示す。前述した個人レベルの解析は今日的観点からマーケティングを高度化するためには非常に重要である。一方で、店舗を効果的に運営していくという観点からは集計レベルでの知見も必要とされる。通常、そのような知見を獲得するためには、POS データと呼ばれる集計データを用いることが多い。しかしながら、そのアプローチでは、個人のマイクロな情報を解析前に集計してしまっているため、個々人のマイクロな行動を反映した集計レベルの情報抽出は行えない。本小節に示す解析例は、POS

データを用いたアプローチとは逆に、個人毎に来店の有無のモデルを推定し、そこから集計レベルの知見の抽出を試みるものである。

図12は、POSデータから得られる来店客数の実績（左軸）とモデルの推定結果を積み上げて得られる擬似客数の推定値（右軸）の推移を示している^{**}。推定値が実績値の傾向を非常によくトレースしていることが分かる。これは個人モデルを用いた来店客数予測の有効性を示唆するものだと考えられる。本稿のアプローチを用いれば、ある種の消費者セグメントに限定した来店客数の予測なども行うことができ、その意味で有用であると考えられる。

前小節で示した擬似オッズ比を用いることで、集計レベルのチラシ効果に関しても評価を行える。図13および図14は、モデル選択の結果モデル1が来店の規定構造として選ばれた51人を対象に、来店時にチラシがどのように影響しているかを集計レベルで確認するために、来店時擬似オッズ比（チラシ掲載商品数の場合は10%掲載商品数を増やした場合の、チラシ掲載商品の平均値引率の場合は10%平均値引率を高めた場合に対応）の25%点（左上）、中央値（右上）、平均値（左下）、75%点（右下）の推移を図示したものである。図13がチラシ掲載商品数の、図14がチラシ掲載商品平均値引率の集計レベルの擬似オッズ比に対応する。いずれのチラシ変数も25%点で判断すると、それらが来店に対して全く影響しない層があることが分かる。また、平均で判断した場合、チラシに関するどちらの変数もデータ期間前半から中盤にかけて低下傾向であった。その後の推移はどちらの変数とも強く反応するケースと全く反応しないケースが交互に出現している。これら2つ変数の比較で反応した場合の影響の大きさは、チラシ掲載商品の平均値引率のほうが大きい傾向にある。通常のPOSデータを用いた集計レベルの解析ではこの種の知見は獲得できず、その意味で本アプローチの有用性を示すものである。

5. ま と め

本研究では、消費者の来店行動を解析するための動的個人モデルの提案及び解析事例の提示

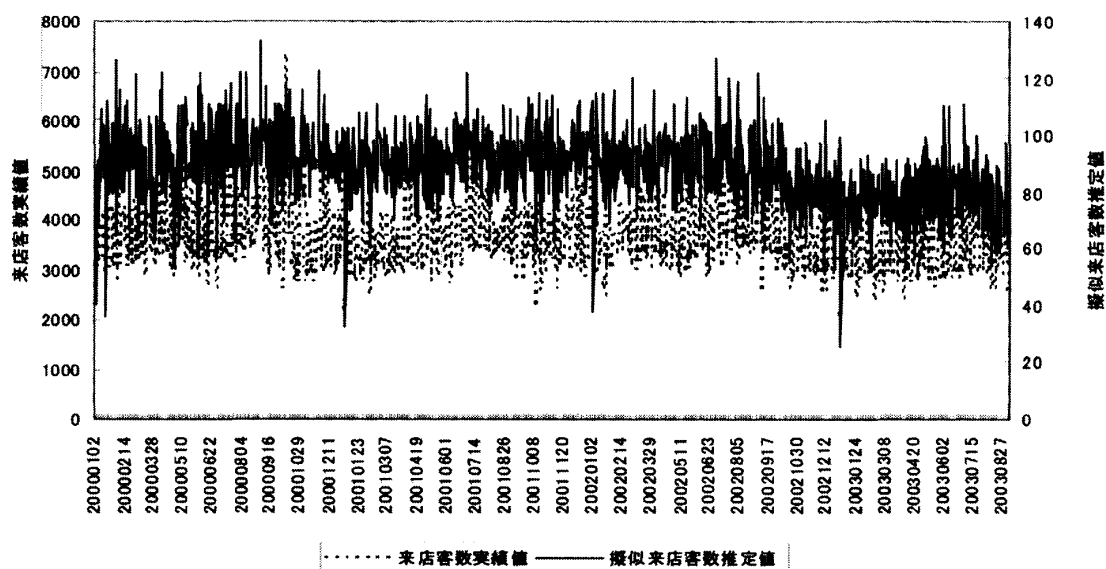


図12 来店客数推定

^{**} 本推定では実績値と推定値のスケールをあわせるような処理を行っていない。そのため、実績値と推定値の大きさの直接的な比較は行えない。

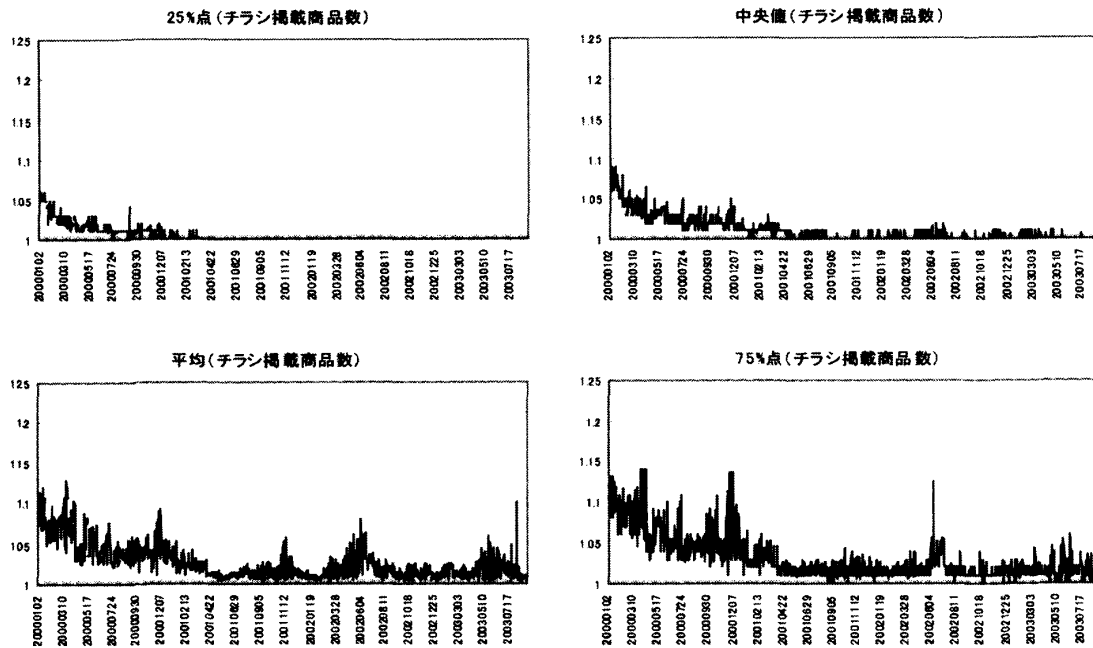


図 13 集計レベル時変擬似オッズ比 (チラシ掲載商品数)

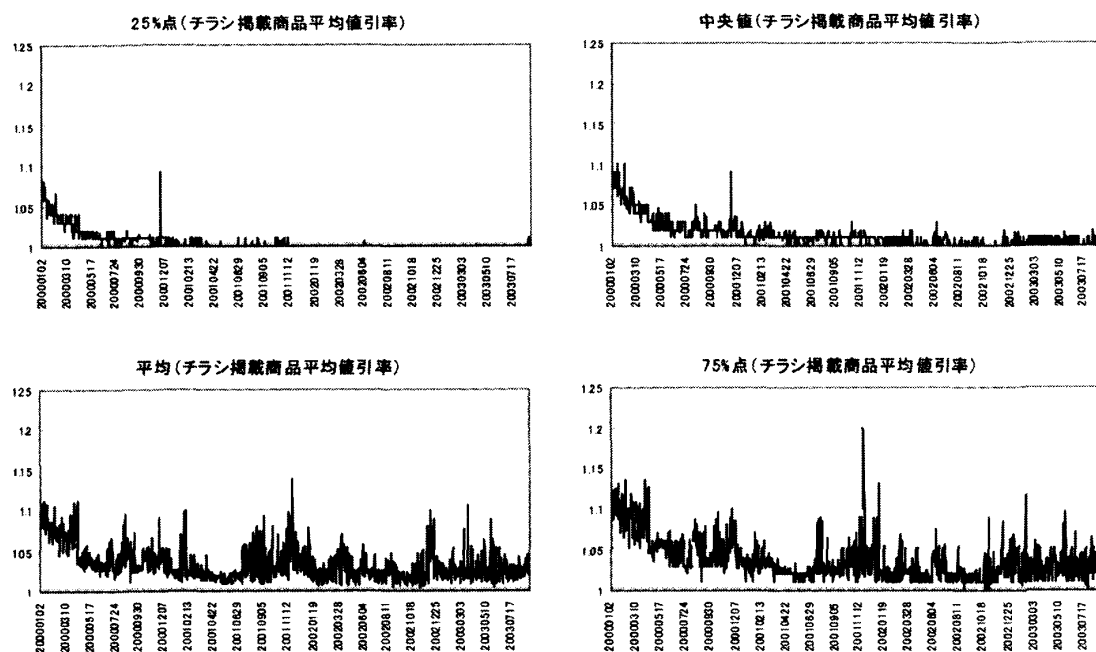


図 14 集計レベル時変擬似オッズ比 (チラシ掲載商品平均値引率)

を行った。モデル化は一般状態空間モデルの枠組みで行い、その状態推定には粒子フィルタ／平滑化のアルゴリズムを用いた。モデルは実際の ID 付 POS データへ適用し、その有効性の検証を行った。その結果、本稿で提案するモデルが個人の来店行動の解析に適用できることが示された。提案のモデルは、本稿で対象とした消費者の来店の有無以外のマーケティング現象へも容易に適用できる。

このアプローチを実際のマーケティング実務へ適用するためには、モデルの推定にかかる時間が大きな問題になる。そのモデル推定にかかる時間は超パラメータの最尤推定量を推定するための繰り返し計算で生じている。ただし、本提案モデルの場合、超パラメータはシステムノ

イズの分散のみであり、それらは尤度に対して非常に感度が低い。そのため、超パラメータをある適当な値に固定しても、来店の有無の判別力はそれほど低下しない。実務上本提案モデルを活用する際は、その点を鑑みて推定時間と判別精度のトレードオフを考慮し、どのような仕組みで運用するかを検討することが望ましいと考えられる。重要な視点なので言及しておくことにする。

本稿で提案した統計モデルの活用法はマーケティングで通常なされる統計モデルの活用法には違いがある。通常マーケティングでの統計モデルの活用法は、理論に基づき仮説を立て、その仮説に基づいてモデルを構築・推定し、仮説が妥当であるかどうかを推定結果に基づいて検証するというものである。一方、提案の統計モデルの活用法は、それらの通常の活用法とは異なり、統計モデルを個に関する情報抽出のツールとして活用している。本稿で示したように、統計モデルは個に関する知識発見へも十分に活用可能である。マーケティングにおいて本稿で提案したような統計モデルの活用法は、今後重要度の増す分野であると考えられる（赤池，1995）。

Appendix：一般状態空間モデル

本節においては、通常の線形・ガウス型の状態空間モデルを非線形・非ガウスの状態及び観測過程まで取り扱えるように拡張された一般状態空間モデルを紹介する。状態ベクトルの状態推定は、状態ベクトルの次元が低い場合（4次元以下）は非ガウス型フィルタ／平滑化により、また状態ベクトルの次元が高い場合（5次元以上）は粒子フィルタにより履行される。

（一般状態空間モデル）

時刻 n の観測された時系列ベクトルを y_n ，未知の状態ベクトルを z_n とすると、以下に示す2つの式により一般状態空間モデルが定義される。

$$\text{システムモデル} \quad z_n \sim q(z_n | z_{n-1}), \quad (\text{A.1})$$

$$\text{観測モデル} \quad y_n \sim r(y_n | z_n). \quad (\text{A.2})$$

ただし、 $q(z_n | z_{n-1})$ は z_{n-1} を与えた場合の z_n の条件付き分布、 $r(y_n | z_n)$ は z_n を与えた場合の y_n の条件付き分布を示す。

ここで導入した一般状態空間モデルは線形・ガウス型の時系列や非線形時系列、離散時系列などの様々な時系列データを統一的な枠組みで取り扱うことを可能にするモデルである。

謝 辞

この研究の一部は、文部科学省科学研究費「基盤研究(C)20530382」の補助を受けている。本稿をまとめる当たり、東北大学の照井伸彦先生には数多くのコメントを頂いた。この場をかりてお礼を申し上げる次第である。

参 考 文 献

- 赤池弘次 (1995). 「時系列解析の心構え」, 『時系列解析の実際 2』 赤池弘次, 北川源四郎編, 197-203.
 阿部誠, 近藤文代 (2005). 『マーケティングの科学—POS データの解析—』 朝倉書店.
 Anderson, D. L. and Moore, J. B. (1979). *Optimal Filtering*, Prentice-Hall, New Jersey.
 樋口知之 (1997). 「非経済時系列データの季節調整法について」, 『統計数理』 **45**(2), 319-328.
 Higuchi, T. (1999). Applications of quasi-periodic oscillation models to seasonal small count time series, *Computational Statistics and Data Analysis*, **30**, 281-301.
 樋口知之 (2005). 「粒子フィルタ」, 『電子情報通信学会誌』 **88**(12), 989-994.
 伊庭幸人, 種村正美, 大森裕浩, 和合肇, 佐藤整尚, 高橋明彦 (2005). 『計算機統計Ⅱ—マルコフ連鎖モンテカルロ法とその周辺』 岩波書店.
 Kahn, E. B. and Schmittlein, C. D. (1989). Shopping trip behavior: an empirical investigation, *Marketing Letters*, **1**, 55-69.
 Kitagawa, G. (1987). Non-Gaussian state space modeling of nonstationary time series, *Journal of American Statistical*

- Association*, **82**, 1032-1063.
- Kitagawa, G. (1996). Monte Carlo filter and smoother for non-Gaussian nonlinear state space model, *Journal of Computational and Graphical Statistics*, **93**, 1-25.
- Kitagawa, G. and Gersch, W. (1996). *Smoothness Priors Analysis of Time Series*, Lecture Notes in Statistics, No. **116**, Springer Verlag; New-York.
- Kondo, F. and Kitagawa, G. (2000). Time series analysis of daily scanner data: extraction of trend, day-of-the week effect and price promotion effect, *Marketing Intelligence and Planning*, **18**(2), 53-66.
- Nelder, J. A. and Mead, R. (1965). A simplex method for function minimization, *The Computer Journal*, **7**(4), 308-313.
- Pan, Yue and Zinkhan, M. George. (2006). Determinants of retail patronage: a meta-analytical perspective, *Journal of Retailing*, **82**, 229-243.
- Rossi, Peter E. and Allenby, Greg M. (2003). Bayesian statistics and marketing, *Marketing Science*, **22**, 304-328.
- Rossi, Peter E., Allenby, Greg M. and McCulloch Robert. (2005). *Bayesian Statistics and Marketing*, John Wiley and Sons.
- 佐藤忠彦, 樋口知之 (2007). 「POS データの時系列モデリングによる知識発見—新製品投入の消費者価格反応に及ぼす影響の解析—」, 『人工知能学会論文誌』 **22**(2), 200-208.
- Sato, T., Higuchi, T. and Kitagawa, G. (2004). Statistical inference using stochastic switching models for discrimination of unobserved display promotion from POS data, *Marketing Letters*, **15**, 37-60.
- 佐藤忠彦, 樋口知之, 北川源四郎 (2005). 「マルコフ切替モデルによる観測されない非価格プロモーション実施の有無の統計的推測法」, 『日本応用数理学会論文誌』 **15**, 537-570.
- 丹後俊郎 (2000). 『統計モデル入門』 朝倉書店.
- 照井伸彦 (2007). 「ベイズモデリングによるマーケティング戦略」, 樋口知之監修・著, 『統計数理は隠された未来をあらわにする』 第3章, 東京電機大学出版局.
- Terui, N. and Imano, Y (2005). Forecasting model with asymmetric market response and its application to pricing of consumer package goods, *Applied Stochastic Model in Business and Industry*, **21**(6), 541-560.
- Terui, N. and Dahana, W. D. (2006). Estimating heterogeneous price thresholds, *Marketing Science*, **25**, 384-391.
- Van Heerde, H. J., Mela, C. F. and Manchanda, P. (2004). The dynamic effect of innovation on market structure, *Journal of Marketing Research*, **41**, 166-183.
- 和合肇編著. (2005). 『ベイズ計量経済分析—マルコフ連鎖モンテカルロ法とその応用—』 東洋経済新報社.
- West, M., Harrison, P. J. and Migon, H. S. (1985). Dynamic generalized linear model and Bayesian forecasting (with discussion), *Journal of American Statistical Association*, **80**, 73-97.
- 山口類, 土屋映子, 樋口知之 (2004). 「状態空間モデルを用いた飲食店売上の要因分解」, 『オペレーションズ・リサーチ』 **49**(5), 52-60.