

# 広がりのある統計学研究をめざして

竹村 彰通\*

## Academic Statistical Activities with a Broad Perspective

Akimichi Takemura\*

本稿では、私自身の統計学に関する学会活動や共同研究活動の経験を振り返り、これらの活動の展望をひろげ将来の発展につなげるという観点からいくつかの話題を紹介する。

In this article I review my experiences in academic activities for the Japan Statistical Society and those in joint works with many collaborators with a view toward further developments in future.

キーワード: 学会の役割, 統計教育, 統計検定, 計算代数統計, プロジェクト研究.

### 1. 学会活動の広がり

ここでは、私自身の日本統計学会とのかかわりや、今後の統計教育の展開に向けての私自身の考え方について述べる。学会の正式名称は日本統計学会であるが、以下単に統計学会と書くこととする。

#### 1.1 統計学会とのかかわり

私自身の学会活動はこれまで統計学会を中心として来た。統計学会はいわば私のホームグラウンドであり、統計研究者としてのアイデンティティーを与えてくれる場であった。日本における統計学の立場は必ずしも強いものとは言えないが、そのような中でも統計学会は一定の規模を持ち、また諸先輩の先生方の賢明な学会運営によって研究者にとって安心のできる場を提供していただいた。統計学会の 80 年に及ぶ歴史を思い起こし、あらためて諸先輩に感謝の念を表したい。私自身もこれまで欧文論文誌の編集 (2 期)、そして理事長の仕事をさせていただいた。

---

\* 東京大学大学院情報理工学系研究科数理情報学専攻.

理事長の時には、山本拓会長とともに 75 周年記念事業に携わったことが強く印象に残っている。事業委員会の委員長を杉山高一先生にお願いし、募金活動や記念シンポジウムの開催などを精力的に進めていただいた。

## 1.2 統計教育とのかかわり

その後は日本学術会議の数理科学委員会数理統計学分科会の仕事にもかかわるようになり、統計教育の推進について考えるようになった。学術会議の分科会として、数理統計学分科会の主な課題は、大学及び大学院での教育および統計学の研究の体制について検討することである。しかしながら、大学での統計学の教育・研究を検討するには、初等・中等教育における統計教育や、社会人への統計教育を含めた、体系的な統計教育の観点(生涯教育の観点)が重要である。そのような観点から、統計教育の多くの関係者と協力しながら、統計学の社会的な意義をアピールするためのいくつかの文書の作成にかかわった。

2007 年 12 月には「大学における統計教育・研究実態調査」(日本学術会議数理科学委員会数理統計学分科会・統計関連学会連合, 2008 年 7 月)をおこなった。この調査の主体は日本学術会議数理科学委員会数理統計学分科会および統計関連学会連合であり、実施委員会は敬称略で、竹村, 石岡恒憲, 竹内光悦, 林 文, 渡辺美智子の構成であった。調査対象は全国の大学及び短期大学 1154 校であり, 608 校より回答を得た。調査の結果として, ほとんどの大学で統計学の講義が開講されているものの, 統計の専任教員がいない大学が多い(4 年制大学でも 1/3 以上)などの事実が確認された。

この実態調査に基づいて, 2008 年 8 月には『数理科学分野における統計科学教育・研究の今日的役割とその推進の必要性』(日本学術会議報告, 2008 年 8 月)が学術会議より報告として発表された。この報告では, 諸外国においては統計教育が進んでいることをさまざまな資料から確認し, それに対して実態調査に基づき日本の遅れを指摘した。また提言としては, 大学院での統計学教育の充実, 分野融合型研究の推進, 及び初等中等教育での統計教育の基盤強化, を提言した。

この報告以前にも, 統計学の教育・研究に関しては学術会議より 1983 年 11 月に勧告『統計学の大学院研究教育体制の改善について』(日本学術会議勧告, 1983 年 11 月), また 1990 年 12 月には統計学研究連絡委員会報告『統計学研究教育体制の整備のための具体的方策について』(日本学術会議統計学研究連絡委員会報告, 1990 年 12 月)が発表され, 統計学の教育・研究の強化の必要性が述べられていたが, これらの勧告及び報告で述べられた種々の提言は実際にはあまり実現されてこなかった。少子化の現状の中で, 2008 年 8 月の報告に盛り込まれた提言の実現も容易とは言えないが, この報告で示された方向性は統計関連学会の今後の活動の指針になるものと考えている。

以上の報告に引き続き, 統計関連学会連合統計教育推進委員会を中心として『統計学分

野の教育課程編成上の参照基準』の策定にかかわり、参照基準を2010年8月に公表した。参照基準策定の背景及び参照基準の考え方については次節で述べる。

さらに2011年7月には「学士力（汎用的技能）と統計データ処理技能に関する大学長・学部長アンケート」をおこない、現在（2011年11月）集計中である。このアンケートの項目としては、各大学において統計スキルの重要性がどの程度認識されているか、統計スキルの教育の実情、さらには新指導要領に対応する入試の準備状況について調査している。

### 1.3 参照基準策定の背景と参照基準の考え方

2010年8月の統計学分野の参照基準作成の背景は以下のようなものである。文部科学省中央教育審議会は平成20年12月に答申『学士課程教育の構築に向けて』（文部科学省中央教育審議会，2008年12月）を公表した。この答申においては、「学士力」の養成が重視され、各分野での学士の質保証が求められた。この答申に基づき質保証のための方策が各分野で検討されている。

答申の中では学士が身につけるべき汎用的技能として以下の5つのスキルがあげられている。

1. コミュニケーション・スキル（日本語と特定の外国語を用いて、読み、書き、聞き、話すことができる）
2. 数量的スキル（自然や社会的事象について、シンボルを活用して分析し、理解し、表現することができる）
3. 情報リテラシー（情報通信技術（ICT）を用いて、多様な情報を収集・分析して適正に判断し、モラルに則って効果的に活用することができる）
4. 論理的思考力（情報や知識を複眼的、論理的に分析し、表現できる）
5. 問題解決力（問題を発見し、解決に必要な情報を収集・分析・整理し、その問題を確実に解決できる）

ここでわかるように、2.-5.のスキルは統計学と密接に結びついたものである。このようなスキルの向上のためには、統計教育の内容についての標準的な指針を提示していくことが、学会の一つの重要な役割であると考えられる。

以上のような中央教育審議会での議論に基づき、文部科学省は平成20年5月に日本学術会議に大学教育の分野別質保証の在り方に関する審議を依頼した。この審議依頼により、日本学術会議の中で分野別の質保証の議論が始まった。この審議の結果は2010年7月に『大学教育の分野別質保証の在り方について』（日本学術会議回答，2010年7月）として公表されている。

ところで、日本学術会議は2005年の第20期から新体制となり、それ以前と比較して分

野が大きくくりとなった。特に、人文・社会科学，生命科学，理学・工学のすべての領域を30に分割し，分野別委員会は30個のみとなったことが大きな変化である。この結果，統計学については，もっぱら統計学を扱う分野別委員会は存在しなくなり，数理科学委員会のもとにおかれた数理統計学委員会が統計学を主に担当する形となった。このような現在の学術会議の形態から，学術会議から示される分野別の質保証に関する参照基準も30分野の形で示されるものと予想される。従って統計学のような分野横断的な分野に関するまとまった十分な記述は，どの委員会からの参照基準にも盛り込まれないおそれがある。

このような事情から，統計学に関する質保証については，学術会議とは別に，統計関連学会連合として参照基準を作成すべきものと考えた。ただし，参照基準作成の基本的な考え方については学術会議の基本的な方針にそったものとし，参照基準の主旨は「各大学の教育課程編成に当たって，学生に求める価値観・倫理観や基本的な素養（知識・能力・スキル）を教育目標として定め，そのために必要な学習内容・学習方法を具体的に検討する際に参照されるべき基準」とした。

以上のような背景のもとに，2010年8月に統計関連学会連合として『統計学分野の教育課程編成上の参照基準』（統計関連学会連合，2010年8月）を公表した。この参照基準の目次は以下のものであり，策定の方針や統計学の考え方などを述べた後に，3.1節で大学基礎課程の参照基準，3.2節～3.8節で主な統計学の応用分野の参照基準を具体的に示している。

1. 策定の基本的な考え方
2. 統計学の考え方・ポイント
3. 各分野における参照基準

3.1 大学基礎科目，3.2 心理学・教育学，3.3 経済学，3.4 社会学，3.5 経営学，3.6 数理科学，3.7 工学，3.8 医学・薬学

統計学は分野横断的な学問であり，参照基準の3.2節から3.8節でとりあげた7つの応用分野以外にも，統計学が重要な役割を果たしている応用分野がある。また参照基準の各章の記述もまだまだ不十分である。そのような欠点をおいても，2010年8月の時点で，他の分野に先駆けて統計学分野の参照基準を公表したことには大きな意味があったと考える。特に，次節でとりあげる統計検定の全体設計や水準設定の根拠となったことが重要である。

#### 1.4 統計検定

前節にも述べたように，統計学分野の参照基準により，大学の統計学教育の方針・内容検討のためのよりどころができた。しかしながら，参照基準をどのように利用するかは，各大学の自由であり，個々の大学の事情により参照基準の趣旨が統計学教育に十分生かされるとは限らない。その意味では，統計関連の学会自体が，参照基準で示された統計教育

の客観的な評価を与えるシステムを示すことが重要であると考えられる。ここに統計検定（統計検定センター、2011 年 4 月）の基本的な意義がある。統計検定の設計・実施のための委員会としては、統計学会内に質保証委員会などの委員会を設置した。

統計検定を軌道に載せるには数年の時間を要すると思われ、初期的には大きな財政的なリスクをとまう。このため、統計検定については統計学会が責任を負う形で準備を進めている。しかしながら、この検定が社会に認知されることにより統計学に関わる者の専門性が広く認知されることとなり、その意味は統計学に関連する諸学会にとっても非常に大きいものと考えている。

参照基準にのっとり、統計検定の基本的な設計としては、統計検定 2 級において大学基礎科目をカバーし、統計検定 1 級として参照基準の 3.2～3.8 の各分野をカバーするものとした。さらに、大学の統計教育のみならず、統計学の生涯教育の観点から、統計検定 3, 4 級及び統計調査士・専門統計調査士の試験を用意し、統計教育の全般に渡る指針を示すことを統計検定の設計の考え方とした。

統計検定 3, 4 級の試験の設計にあたっては、初等中等教育に対する学習指導要領の改訂にともなう統計内容の充実に寄与することを重視した。ここ 10 年ほど、日本においては初等中等教育において統計内容がほとんど教えられてない状況が続いて来たが、国際的な遅れを取り戻す観点から、指導要領の改訂において統計内容の充実がはかられた。しかしながら、現場の教員は今後統計をどのように教えたらよいかについて多くの不安をかかえているのが現状である。それは、教員自身がこれまで新しい時代に対応するような統計教育を受ける機会がなかったからである。統計検定 3, 4 級の試験においては、中学高校における統計教育の指針を与えられる問題を出題することが重要である。

本稿の執筆をようやく終えているのは、2011 年 11 月 20 日（日）の統計検定の第 1 回の直前である。初めての検定試験ということもあり、実施に向けての作業は膨大なものとなっており、質保証委員会の美添委員長を先頭として準備に追われている状況である。幸い第 1 回の試験としては十分な反響を得ており、統計学に対する社会からのニーズがあらためて示されるものとなっている。統計の重要性のアピールの際にも、統計検定の成功は客観的な根拠を与えるものである。第 1 回の統計検定を無事に実施するとともに、来年以降のさらなる充実をはかりたい。（その後、最終稿提出の段階で、第 1 回の統計検定は無事に終了し、第 2 回にむけて参考書発行などの準備がおこなわれている。）

なお、来年の 5 月にはイギリスの Royal Statistical Society の検定試験を RSS と統計学会の共同で実施する。このための RSS と統計学会の契約を 2010 年の 8 月に締結している。RSS の検定試験はすでに 20 年近くの実績があり、専門性の高い試験として、イギリスで高く評価されている。RSS と統計学会の共同試験は、問題を含めて RSS と全く同じ基準で試験をおこなうものであり、合格者には RSS と統計学会の共同の国際認定証が与えられ

る。我が国において統計分析にたずさわる職業人の専門性の確立という観点からは、国際的に通用する資格の認定は非常に有意義である。

統計はさまざまな分野で必要とされており、さまざまな形で教育されているが、全般を統一的にカバーするような「質保証」の枠組を作っていく必要がある。初等中等教育からはじまり、大学学部教育、大学院教育、さらには社会における統計の専門性の確立、それと並行して統計リテラシーの一般への普及を視野にいれた統計教育のあり方を学会として提示していくことが重要であり、統計検定はそのための一つの具体的な仕組みである。

### 1.5 学会の役割の変化

統計検定の実施は統計学会にとって大きな決断であった。このような大きな事業は、学会員の理解と協力があってはじめて可能となるものである。統計検定の具体的な作業としても、問題作成や会場の運営については学会員の直接の関与をお願いしなければならない。統計検定の実施は、我々がいただく「学会のイメージ」からの脱皮をも意味していると思う。ここでは、近年の学会の役割の一般的な変化について述べ、また統計学会の今後の方向性について考える。

学術的な学会の伝統的な役割としては、当該分野の研究者の研究活動の発表の場及び研究交流の場というのが伝統的なイメージであろうと思う。学術的な学会と似た性格の組織としては、例えば医師会や弁護士会などの専門家集団の職業的な発展を目的とする団体(ギルド)が考えられる。統計学会などの学術的な学会においては、大学でのポストの配分の流動性が低かったこともあり、ギルド的な側面はこれまであまり重視されてこなかったと思われる。しかしながら、分野の専門性を確立し専門家集団の職業的な発展をめざすことももちろん学会の一つの目的である。一つの例として、統計学会と比較して、日本数学会は職業的な機能をより積極的に果たしているように思われる。

ここで問題となるのは、専門家とは何か、あるいは専門家の範囲は何かということである。医師会や弁護士会のように、国家試験によって専門性が「定義」されている職業については専門家の範囲は明確であろう。しかし、統計学会のような学会の場合には、専門家の範囲は必ずしも明確ではない。現状でも統計学会には、大学等に在籍する統計学研究者のみならず、企業等で統計実務にたずさわる専門家も会員となっている。また官庁で公的統計作成にたずさわる専門家が多く会員となっていることも統計学会の特徴である。

さらに昨今では、学会の役割として教育を通じた社会への貢献が強調されるようになってきた。これは、今後の社会の発展における学問の役割への期待を表すとともに、それぞれの分野の学術研究を社会が支えるためには、それぞれの分野の社会的意義が理解される必要があるからである。特に、数学などの基礎的な学問分野については、その研究成果が直接の見える形で「役に立つ」ことはほとんどなく、あくまで他の諸分野の基礎として広

範に科学技術全般を支える役割が大きい。このような側面が広く社会に理解される必要がある。統計学については、純粋数学よりも直接的な応用範囲は広いが、分野横断的な汎用的な手法としての性格も強く、その意味では数学と同様に社会へのアピールの努力が求められている。重要な点は、大学における統計研究者の存在意義が担保されるためにも、統計学の重要性が社会で広く理解されるための努力が必要であるということである。

このような学会の対外活動の重要性については、ほとんどの学会員が賛成するものと思われる。しかしながら、個々の会員にとっては学会の活動はいわばボランティア的なものであり、学会の仕事を負担する動機は十分とは言えない。集団の利益と個人の利益が必ずしも直接的には結びつかないという、言わば永遠の課題に直面しているというのが、多くの学会の現状であると思われる。また、昨今の事情としては、若い会員の大学でのポジションが不安定で、若い会員については個々人の研究活動を優先せざるを得ない状況もある。このような中では、個々の会員のポジションの事情も考慮して、学会活動に対する負担をお願いせざるを得ないことについても学会員の理解をいただく必要がある。また、学会活動の実績をきちんと記録するようにして、会員の履歴においても、学会への貢献が明示できるようにすることが重要である。さらには、今後の学会員像としては、「研究者」として学会員像より、「職業人」としての学会員像を強調していく必要があると思われる。私がこのような考え方に至ったのは、統計検定の準備の中で RSS の考え方を知ったことも一つのきっかけとなっている。

上に述べたように統計学会は RSS との共同試験を実施するが、RSS との交渉の過程で、RSS 自身が academic society としての性格から professional society の性格をより強めていることを知ることとなった。RSS は 200 年近い歴史を持つ「王立学会」であり、輝かしい学術的伝統を誇る学会であるが、今後の発展のためには職能的な側面を考慮した運営が必要とのことであった。RSS の資格認定制度や統計教育への積極的な取り組みから統計学会が学ぶべき点は多い。

統計学会は 75 年以上の伝統を持ち、先達の努力により安定的な運営がなされて来た。一方で、例えば役員の選定に関して文系・理系といった暗黙の区別がなされるなど、統計学会のカバーする分野を固定的に考える傾向が見られたと思う。隣接分野との競争的状況を考慮すれば、分野を固定的に考えることなく、統計的手法の新たな応用をめざして統計学会の守備範囲を拡大していくことも重要である。幸い、今後の日本にとっての統計的思考や統計リテラシーの重要性は広く理解されるようになって来ており、このような方向性は時宜にかなっているものと考えられる。

今後の統計学会の運営においては、学会内部における分野間のバランス調整などの内部的な活動にエネルギーを使うことを避け、これまでより多様な人材を集め、適材適所を重視して外部を意識した活動をおこなうことが重要である。個々の会員も、専門分野の研究

活動から学会活動まで、できるだけ広い観点を持って活動し、研究・教育・学会活動にバランスを図ることが求められている。

## 2. 研究活動の広がり

以下では、私の研究活動の中で印象の強かった共同研究について、それらのきっかけを含めた思い出などについて述べる。技術的な具体的内容にはほとんどふれない。また、以下であげた他にもさまざまな共同研究があるが、必ずしも網羅的にとりあげるということではなく、きっかけにおいて私自身にとって何らかの意外性があった話題についてふれている。

### 2.1 栗木哲氏との tube 法の研究

栗木哲氏との tube 法の研究の最初のきっかけは、栗木氏の 1992 年の博士論文 (Kuriki, 1992) の審査に加わったことである。この博論で栗木氏は、多変量解析の分散行列の片側検定問題において、非負定値行列のなす錐の性質を論じていた。いわゆる ordered alternative に関するそれまでの研究の蓄積の中で、多面錐の場合については多くの結果が知られていたが、非負定値行列のなす錐はなめらかな境界を持つ凸錐であり、多面錐の場合の結果がどのようになめらかな境界を持つ凸錐に適用されるかの一般論は明らかではなかった。実際には、後に非負定値行列のなす錐の境界の性質を詳しく調べたところ、この境界は行列のランクが一定の滑らかな部分と、ランクが落ちる際の部分的に尖った部分がまざったような「区分的に滑らかな錐」であることがわかった。この問題は気にはなっていたが、しばらくはどのような方針で考えたらよいのかわからず、栗木氏とはその後 Bartlett 補正の共同研究をおこなっていた。

転機となったのは 1995 年 7 月にドイツの Oberwolfach の研究所での集会に参加した時であった。この研究所の図書館に Webster の “Convexity” の教科書 (Webster, 1994) があった。学部で講義で使えそうなとつきやすい教科書である。この本の第 6 章は Mixed volumes and extremum properties と題されている。この章を立ち読みしていると、mixed volume が多面体の場合にはさまざまな角度 (外角, 内角) に対応していること、また任意の凸体について mixed volume は統一的に定義されていることがわかった。これにより、多面錐に関する結果が自然に多面錐以外の凸錐にも適用できることがわかった。

その後栗木氏が必ずしも凸でない場合への拡張である tube 法について教えてくれて、栗木氏とともに tube 法の計算を始めた。Tube 法は統計では非線型回帰分析に関する Hotelling の古い仕事に発するものであるが、1990 年頃に統計でリバイバルの様相を示していた。

その次の転機は、Keith Worsley 氏の統計数理研究所での講演を聞いた時である。1999 年頃と思われる。Worsley 氏はオイラー標数法とよばれる方法を精力的に研究し脳画像デー

タの解析などに応用していたが、Worsley 氏の講演を聞いていると、我々が多変量解析の問題について tube 法で計算していたこととほとんど同じ計算をしているようであった。全く違う背景を持つ方法が、実は同じ計算をしていることは驚きであった。Tube 法は微分幾何的であるが、オイラー標数法は位相幾何的な方法なので、それらの結びつきを理解するために Milnor の微分トポロジーの本 (Milnor, 1965), 松本幸夫『Morse 理論の基礎』(松本, 1997) などを勉強した。そして2つの方法の同値性の証明を得たが、その証明を得るまでには結構時間がかかった。しかし、ある結果を示したいという明確な目標があったため、これらの理論を勉強するのは楽しいものであった。

## 2.2 紙屋英彦氏との超平面配置理論の研究

次に、紙屋英彦氏、そしてその後の寺尾宏明教授との超平面配置理論の研究についてきっかけを振り返る。

1994 年末頃と思うが、紙屋氏の博論のテーマについて相談している際に、線形判別にともなうランキングの問題をやってみようアドバイスした。Orlik and Terao の “Arrangement of Hyperplanes” (Orlik and Terao, 1992) を日比孝之先生が紹介した書評が、おそらく数学会の雑誌に載っており、その中の図が念頭にあって、超平面配置理論がランキングの問題に適用できるのではないかと漠然と考えていた。紙屋氏が実際に超平面配置の理論が適用できることを確認して、その結果を 1997 年に刊行した。

寺尾先生とはいつかお目にかかりたいと思っていたが、Orlik and Terao の本には寺尾先生の所属はウィスコンシン大学となっていたので、寺尾先生はアメリカにおられるものと思っていた。ところが、2000 年の夏に数学会の会報を見ていたところ “Arrangements—Tokyo 1998” (Falk and Terao, 1998) という本の案内が目にとまり、寺尾先生が都立大学におられる事を知った。そこで 2000 年 9 月 13 日に寺尾先生に我々の論文の別刷を添えた手紙をお送りした。幸い寺尾先生には我々の論文に興味を持っていただき、都立大のセミナーに呼んでいただいてランキングの話を説明した。その後は Kamiya-Orlik-Takemura-Terao の 4 人の共著を含めて、ランキングと超平面配置理論についてのさまざまな共同研究が大いに進展した。

面識のない数学者に手紙を書くのはちょっとした勇気がいるが、寺尾先生からは超平面配置理論が統計に応用できることを歓迎していただいた。寺尾先生には共同研究の中で、さまざまな数学的な見方や問題の定式化の考え方を教えていただいた。また寺尾先生を經由して、何人かの若い数学者と知り合うことができたことも収穫であった。

## 2.3 竹内啓先生および公文雅之氏とのゲーム論的確率論の研究

私の師匠である竹内啓先生が Shafer and Vovk (2001) の本を「この本は面白い」とさかんに言われるので、2004 年の秋に大学院で講義しつつ勉強を始めた。竹内先生がそれほど

強調されるならば本当だろうと思い、この本を使って講義して見ると確かに非常に面白い。そこで公文雅之氏と共同研究を始めた。公文氏との最初のオリジナルな結果の原稿を 2005 年の夏に竹内先生に送ったところ、竹内先生からたくさんのオリジナルな結果やアイデアの書かれたメモが返送されて来た。その後は、主に公文・竹村・竹内の共著の形で “Tokyo papers” on game-theoretic probability を書いている。Tokyo papers とは Vovk 氏がゲーム論的確率に関するホームページで、我々の一連の論文を紹介する際に用いている用語である。

Glenn Shafer 氏についてはずっと昔の思い出もある。実は私自身が Stanford 大学に留学中に、Glenn Shafer 氏が visitor で一年間 Stanford 大学にいたことがあった。1980 年くらいのころである。Shafer 氏は話しやすい人で、ラウンジで話相手になってもらったこともあり、Shafer 氏の博士論文からの著書 “A Mathematical Theory of Evidence” (Shafer, 1976) を読んで当時結構面白いと思ったものである。この Theory of Evidence は Dempster-Shafer Theory とよばれ、その後かなり多くの研究者によって研究された。ただし私自身の印象では、この理論は理論体系としては興味深いものの、実際の具体的な計算をおこなうまでの具体性に欠けるようにも思われた。

それに比して、Shafer and Vovk (2001) は、その枠組みで普通の「数学」ができる点、また証明に現れる戦略の構成が具体的で計算に耐える点がすぐれていると思う。また確率論の基礎としては、ゲームのみを仮定し確率を一切仮定しないのに、確率的な行動や KL divergence などの基本的な量が自然に導かれるところが魅力である。例えば連続時間で考えると、賭けゲームの中からブラウン運動が帰結として出てくる。ブラウン運動を頭ごなしに仮定するわけではなく、ゲームのルールから自然にブラウン運動が帰結する。このことから、逆にブラウン運動を仮定できる状況とはどのような状況であるかについての洞察が得られる。

## 2.4 マルコフ基底の研究

2002 年春ころから青木敏氏とマルコフ基底の研究を開始した。その後、さまざまな研究の進展があったために、その他の人にも声をかけて、マルコフ基底の共同研究の輪を広げていった。

そのきっかけは、青木氏が Diaconis and Sturmfels の論文を教室のゼミで紹介してくれた時に、3 元表の無三因子交互作用モデルに対するグレブナー基底に对称性がないことに違和感を覚えたことである。これは、グレブナー基底に関して全く無知であったからであり、もしグレブナー基底の理論をきちんと勉強した後であれば全く違和感を持たなかったであろう。3×3×3 の無 3 因子交互作用モデルのマルコフ基底は、一種のクイズのような問題であり、クイズにはまるように考え始めた。その時も、ある意味ではグレブナー基底

の理論を全く知らずに「空」で考え始めたところからそれなりに新たなアイデアが出た面もあると思われる。そして  $3 \times 3 \times K$  の場合の結果を得て投稿した。幸いこの結果はマルコフ基底を創始した Diaconis and Sturmfels 論文の著者である Sturmfels 氏に注目してもらい、Sturmfels 氏経由で我が国のグレブナー基底研究の第一人者である日比孝之教授、大杉英史氏ともその後おつきあいするようになった。日比教授とのプロジェクト研究についてはまた次節で述べるが、マルコフ基底の関連で、2005 年頃から日比先生、大杉英史氏、青木氏と時々集まって研究打ち合わせをおこない、共同研究をはじめていた。

この共同研究において、代数学の研究者と統計学の研究者の交流が非常に有益であることがわかった。それは、分割表のモデルなどの統計学の標準的な問題の中に、代数学の内的な論理からは思いつかないようなタイプの例題が豊富にあり、いわば統計モデルがグレブナー基底研究の例題の宝庫となっていたからである。もっとも、おそらくこのような有効な共同研究ができたのはさまざまな好条件が重なったためであり、特にグレブナー基底という比較的新しい道具立てがあったためと考えられる。いずれにしても、マルコフ基底に関する研究はその後の日比プロジェクトの提案につながって行った。

マルコフ基底の研究においては、代数学と統計学が双方向で刺激しあっている点が重要である。一つの研究の方向は、応用上重要な統計モデルに対応するトーリックイデアルを設定し、これを理論的な観点から研究することによって、グレブナー基底の理論においても重要な研究成果を得るという方向である。他方、発想を逆転すると、グレブナー基底に関する既知の結果を統計モデルの観点から解釈することによって、既知のグレブナー基底を応用できるように統計モデルを定式化する方法も非常に有効である。これは例えば入れ子配置に関する研究結果などに見られる。

マルコフ基底に関するこれまでの共同研究の成果は、Aoki, Hara and Takemura “Markov Bases in Algebraic Statistics” (Aoki *et al.*, 2012) にまとめている。またマルコフ基底の基礎的な事項を含めて代数統計のより広い話題については、青木・竹村・原『代数的統計モデル』(青木他, 2013) にまとめる予定である。

## 2.5 日比プロジェクトでの共同研究

2008 年に科学技術振興機構 CREST 領域「数学と諸分野の協働によるブレークスルーの探索」の研究課題「現代の産業社会とグレブナー基底の調和」(日比プロジェクト) が採択された。理論系、応用系、計算系の 3 グループからなり、それぞれ、日比先生、私、高山信毅教授がまとめ役となっている。さまざまな好条件が重なっており、研究成果の面から見ると非常に生産性が高い。理論系と応用系の共同研究(主にマルコフ基底関連)では、代数学および統計学の双方の観点から見て重要な多くの研究成果が引き続き得られている。

さて、日比プロジェクトでの共同研究の中から、予想もしなかった展開が最近得られた。

それは、計算系が展開していた D 加群の理論が統計に使えることが判明したことである。そのきっかけは、2009 年の 9 月に開催された一週間の「グレブナースクール」(日比編, 2011) での高山先生の講義とその演習であった。高山先生の演習で出された問題は次のような問題である。

問: 次の関数  $A(x)$  (Airy 関数もどき) のみたす微分方程式を計算せよ。

$$A(x) = \int_0^{\infty} e^{-t-xt^3} dt$$

一応グレブナースクールで示された解を再掲しておこう。

$$\begin{aligned} (27x^3\partial_x^2 + 54x^2\partial_x + 6x + 1) \bullet A(x) &= -\partial_t(\partial_t^2 + 3\partial_t + 3) \bullet A(x) \\ &= -\int_0^{+\infty} \partial_t(\partial_t^2 + 3\partial_t + 3) \bullet e^{-t-xt^3} dt \\ &= -\left[(\partial_t^2 + 3\partial_t + 3) \bullet e^{-t-xt^3}\right]_0^{+\infty} \\ &= -\left[(9x^2t^4 - 3xt^2 - 6xt + 1)e^{-t-xt^3}\right]_0^{+\infty} = 1. \end{aligned}$$

すなわち  $A(x)$  は微分方程式

$$27x^3A''(x) + 54x^2A'(x) + (6x + 1)A(x) = 1$$

を満たす。

この解の最初の行は意味がわからないが、実は「積分アルゴリズム」で機械的に求められたものである。

この練習問題を解けずに 1 時間ほどいろいろと無駄な計算で計算用紙を消費しているうちに、突然「これは統計にとって基本的な問題だ」と思ったのである。

実は  $A(x)$  は、指数分布  $e^{-t}$  を基準として、これを  $e^{-xt^3}$  の形で exponential tilting した指数型分布族の基準化定数である。 $x$  は確率変数ではなく分布のパラメータである。このようなちょっとした記法の違いで、一見確率分布族の問題では無いように見えてしまうのが、慣れの恐ろしさである。この基準化定数  $A(x)$  自体は明示的な式では表わせないが、その微分方程式がわかれば  $A(x)$  を数値的には自由に扱うことができる。このようにして、この一つの練習問題から次の大きな研究課題が生まれた:

研究課題: 統計に現れる主な分布の基準化定数の満たす微分方程式を求めて、辞書を作れ。

基準化定数の微分は、最尤推定量を求める際にも必要であるから、微分方程式は推定論の立場からも非常に重要である。

日比プロジェクトの中で、異分野の研究者が集まって問題を紹介しあい、何か面白そうな(そして解けそうな)新しい種がありそうだと感じる事が共同研究のきっかけとなることが多いと実感される。グレブナースクールやその後の2010年7月の大阪でのCREST国際研究集会などは非常に刺激的であった。CREST国際研究集会で、Henry Wynn氏が新しいアイディアが次々と湧いて来て頭がくらくらすると言っていたのが印象的であった。

### 3. まとめ

本稿では、統計学会のあり方や今後の活動の広がりについて個人的な考えを述べた。また、私個人の研究面においても、共同研究のきっかけや関心の広がりについて思い出などを述べた。学会活動と研究活動を両立させるのは困難であるが、研究者としては専門分野の研究を深めることと、その分野を社会にアピールし自らの存在基盤を強化することのどちらの側面も共に重要なものあり、それらを対立したものではなく補完的なものととらえて、今後も両者のバランスを図るような活動をして行きたいと考えている。

### 謝辞

これまでの多くの共同研究者の方々に感謝いたします。

### 参 考 文 献

- Aoki, S., Hara, H. and Takemura, A. (2012). *Markov Bases in Algebraic Statistics*, Springer より刊行予定.
- 青木敏, 竹村彰通, 原尚幸 (2013). 『代数的統計モデル』共立出版より刊行予定.
- Falk, M. and Terao, H. (1998). *Arrangements – Tokyo 1998*, Mathematical Society of Japan, Tokyo.
- 日比孝之編 (2011). 『グレブナー道場』共立出版.
- Kuriki, S. (1992). Likelihood ratio tests in multivariate variance components models, Doctoral Thesis, Faculty of Engineering, University of Tokyo.
- 松本幸夫 (1997). 『Morse 理論の基礎』岩波書店.
- Milnor, J. W. (1965). *Topology from the Differentiable Viewpoint*, University Press of Virginia, Charlottesville.
- 文部科学省中央教育審議会 (2008 年 12 月). 『学士課程教育の構築に向けて』[http://www.mext.go.jp/b\\_menu/shingi/chukyo/chukyo0/toushin/1217067.htm](http://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo0/toushin/1217067.htm).
- 日本学術会議勧告 (1983 年 11 月). 『統計学の大学院研究教育体制の改善について』.
- 日本学術会議統計学研究連絡委員会報告 (1990 年 12 月). 『統計学研究教育体制の整備のための具体的方策について』.
- 日本学術会議数理科学委員会数理統計学分会・統計関連学会連合 (2008 年 7 月). 『大学における統計教育・研究実態調査 調査結果報告書』<http://www.stat.t.u-tokyo.ac.jp/toukeichousa/houkokusho.pdf>.
- 日本学術会議報告 (2008 年 8 月). 『数理科学分野における統計科学教育・研究の今日的役割とその推進の必要性』<http://www.scj.go.jp/ja/info/kohyo/pdf/kohyo-20-h62-3.pdf>.
- 日本学術会議回答 (2010 年 7 月). 『大学教育の分野別質保証の在り方について』<http://www.scj.go.jp/ja/info/kohyo/pdf/kohyo-21-k100-1.pdf>.
- Orlik, P. and Terao, H. (1992). *Arrangements of Hyperplanes*, Springer-Verlag, Berlin.
- Shafer, G. (1976). *A Mathematical Theory of Evidence*, Princeton University Press, Princeton.

Shafer, G. and Vovk, V. (2001). *Probability and Finance: It's Only a Game!*, Wiley, New York.

統計関連学会連合 (2010 年 8 月). 『統計学分野の教育課程編成上の参照基準』 <http://park.itc.u-tokyo.ac.jp/atstat/statedu/shitsu/shitsu.html>.

統計検定センター (2011 年 4 月). 『統計検定』 <http://www.toukei-kentei.jp/>.

Webster, R. (1994). *Convexity*, Oxford University Press, Oxford.